

---

## PRÀCTICA III

### VELOCITAT LÍMIT: Forces que depenen de la velocitat.

**Objectius:** En aquesta pràctica estudiarem la caiguda d'un objecte que es veu sotmès a diferents forces de fregament. Determinarem la seva velocitat límit (o terminal) i el coeficient de fricció.

#### 1 Introducció teòrica

Quan un cos es mou immers en el si d'un fluid (l'aire per exemple), desplaça en el seu moviment les molècules del fluid tot i transferint-los part de la seva quantitat de moviment. Com a resultat d'aquest procés el fluid exerceix una força de fregament que, es pot comprovar, és proporcional a la velocitat. En aquesta pràctica farem una versió electromagnètica d'aquest fenomen on el cos en caiguda serà un imant i el paper de les molècules de fluid el faran els electrons d'una barra de metall. Quan l'imat es mou genera corrents en la barra de metall i li transfereix part de la seva energia que finalment es dissiparà en forma de calor. Tindrem llavors una força de fregament que, en aquest cas, també és proporcional a la velocitat del cos (imat) i que dependrà de la composició de la barra de metall.

##### 1.1 Velocitat límit en caiguda lliure.

Considerem un cos en caiguda lliure sotmès a una força de fregament proporcional a la seva velocitat. La trajectòria del mòbil està confinada a una única direcció, i per tant podem escriure l'equació del moviment en una dimensió com

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = mg - b \frac{dz}{dt} \quad (1)$$

On  $z$  és un eix paral·lel a la direcció del moviment i a l'acceleració de la gravetat. Si expressem l'equació diferencial anterior en termes de la velocitat en queda

$$m \frac{dv}{dt} = mg - bv \quad (2)$$

Si considerem que l'estat inicial és el repòs podem integrar l'equació diferencial anterior per obtenir

$$v(t) = \frac{mg}{b} \left[ 1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right] \quad (3)$$

Per a temps curts ( $\frac{b}{m}t \ll 1$ ), si fem el desenvolupament en sèrie de Taylor fins a primer ordre de l'expressió anterior, ens donarà  $v(t) \simeq gt$ , que descriu un moviment uniformement accelerat amb l'acceleració de la gravetat. Tant mateix, per a temps suficientment llargs, el sistema assoleix una velocitat constant màxima, anomenada velocitat límit,  $v_l$

$$v_l = \frac{mg}{b} \quad (4)$$


---

## 1.2 Trajectòria en caiguda lliure.

L'equació del moviment (1) que descriu la trajectòria d'un objecte en caiguda lliure és una equació diferencial de segon ordre no homogènia. Tant mateix si partim de la solució (3) obtinguda de l'equació diferencial que compleix la velocitat (2), l'equació de la trajectòria es pot trobar amb facilitat per integració directa (suposant que el sòlid inicia el seu moviment a l'origen i en repòs).

$$z(t) = \frac{m^2 g}{b^2} \left[ \frac{b}{m} t + e^{-\frac{b}{m} t} - 1 \right] \quad (5)$$

Es pot comprovar que, d'acord amb els resultats trobats a l'apartat anterior, en els límits de temps petits el moviment del mòbil és uniformement accelerat mentre que per a temps llargs és un moviment uniforme amb una velocitat igual a la velocitat límit (4).

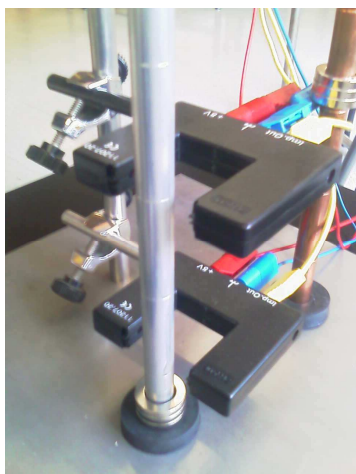
## 2. Realització experimental

Per a la realització de la pràctica disposem d'un imant amb forma toroïdal que és l'objecte que deixarem caure i de barres cilíndriques de diferents materials metàl·lics per on lliscarà l'imat.

Com s'ha esmentat a la introducció, l'imat (i el camp magnètic que aquest genera), en moure's a llarg d'una barra metàl·lica, indueix l'aparició de corrents elèctrics al metall, la intensitat dels quals depèn del tipus de metall emprat. Aquests corrents es dissipen per causa de la resistència elèctrica provocant la pèrdua d'energia que és l'origen del fregament. Aquesta força de fregament és proporcional a la velocitat de l'imat

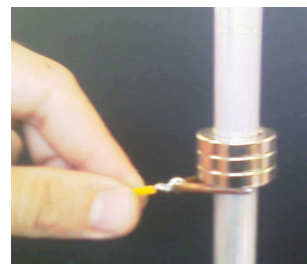
Es tractarà de comprovar la validesa de les expressions (3) i (5) que ens donen l'evolució temporal tant de la posició com de la velocitat. Com que no disposem d'un sistema de captura de la posició en temps real, el que farem és determinar el temps que triga,  $t_f$ , en recórrer una determinada distància,  $z$ , i la velocitat instantània,  $v$ , que aconsegueix l'imat quan ha recorregut aquesta distància. Hauré de repetir aquest procés per a diferents alçades  $z$ .

El procediment de mesura, per a cada una de les barres, serà el següent:



Primer comprovem que les barreres fotoelèctriques que hauran d'activar i aturar els cronòmetres estiguin ben situades (a la part inferior de la barra i separades uns 10 cm, vegeu a l'esquerra), de manera que quan passi l'imat realment s'activin. En mesurarem la distància entre elles per poder calcular les velocitats de pas.

A partir d'aquest punt ja podem començar a realitzar els experiments. Triarem una distància entre el punt inicial i la barrera superior i hi fixarem la posició de l'imat amb la pinça amb forma de V (vegeu la figura de la dreta).



Pitgem els botons STOP i NULL dels dos cronòmetres i ja podem estirar del cable de la pinça per alliberar l'imant i activar el cronòmetre que mesura el temps de caiguda. Recomanem que amb una mà s'estiri del cable de la pinça mentre que amb l'altra mà es subjecti la part superior de l'estructura experimental; d'aquesta manera evitarem vibracions en el sistema que podrien fer que els resultats no fossin vàlids.

Si tot ha anat bé, quan l'imant passi per les barreres fotoelèctriques haurà aturat el cronòmetre de l'esquerra a on podrem llegir el temps de caiguda,  $t_1$ , i farà que el cronòmetre de la dreta mesuri el temps de pas entre les dues barreres,  $t_2$ .

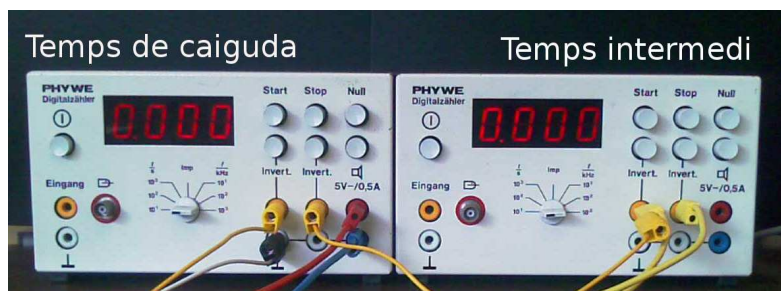


Figura. Cronòmetres per prendre les mesures de la pràctica: el de l'esquerra és l'encarregat de mesurar el temps de caiguda mentre que el de la dreta mesura el temps de pas entre barreres.

Repetiu l'experiment de caiguda lliure per a diferents alçades entre 5cm i 100cm, per a cadascuna de les barres.

## Qüestions

Q.1. [3 punts] Ompliu la taula següent amb els valors experimentals per a l'alçada  $z$ , la mitjana del temps de caiguda,  $t_1$ , i el temps de pas,  $t_2$ . Sabent la distància que separa les barreres fotoelèctriques en cada cas, calculeu les velocitats instantànies finals,  $v$ .

|                               | Barra A - Coure |              |               | Barra B - Alumini |              |               | Barra C - Llautó |              |               | Barra D - Acer inox. |              |               |
|-------------------------------|-----------------|--------------|---------------|-------------------|--------------|---------------|------------------|--------------|---------------|----------------------|--------------|---------------|
| $z \pm \dots\dots$<br>(cm)    | $t_1$<br>(s)    | $t_2$<br>(s) | $v$<br>(cm/s) | $t_1$<br>(s)      | $t_2$<br>(s) | $v$<br>(cm/s) | $t_1$<br>(s)     | $t_2$<br>(s) | $v$<br>(cm/s) | $t_1$<br>(s)         | $t_2$<br>(s) | $v$<br>(cm/s) |
| 5                             |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 10                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 20                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 30                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 40                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 50                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 60                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 70                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 80                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 90                            |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| 100                           |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |
| Distància entre barreres (cm) |                 |              |               |                   |              |               |                  |              |               |                      |              |               |

Q.2. [1.5 punts] Per al conjunt de resultats obtinguts amb la barra A (de coure), representeu gràficament l'alçada,  $z$ , en funció del temps de caiguda,  $t_I$ . Feu l'ajust lineal  $h = m_A \cdot t + n_A$  triant el rang de punts adient perquè el comportament sigui lineal. Veient els resultats obtinguts quin tipus de moviment creus que descriu millor el comportament de l'imant. A quina magnitud física correspon el valor de la constant  $m_A$ ? Doneu el valor de la velocitat límit  $v_A$ .

Q.3. [1.5 punts] Representeu ara les dades de les alçades  $z$ , en funció del temps de caiguda,  $t_I$ , obtingudes amb la barra B. Feu el corresponent ajust lineal  $h = m_B \cdot t + n_B$  i doneu el valor de la velocitat límit  $v_B$ .

Q.4. [1.5 punts] Finalment repetiu l'apartat anterior amb les dades obtingudes amb la barra C i doneu el valor de la velocitat límit  $v_C$ .

Q.5. [1.5 punts] Per a la barra D, d'acer inoxidable, representeu les velocitats instantànies finals en funció del temps de caiguda. Identifiqueu sobre la gràfica en quin rang s'hauria d'observar un moviment uniformement accelerat i en quin un moviment uniforme. Estimeu el valor de la velocitat límit  $v_D$ .

6.- [1 punt] Doneu les velocitats límit obtingudes amb cada barra i obteniu-ne el coeficient de fregament  $b$  per a cadascuna d'elles. Feu una representació del coeficient de fregament en funció de la resistivitat de la barra (vegeu els valors a la taula següent) en una gràfica doble logarítmica. Quina llei creieu que pot descriure la dependència del coeficient de fregament amb la resistivitat del metall implicat?

Massa de l'imant:  $16.6 \pm 0.1$  g.

Acceleració de la gravetat:  $9.8 \pm 0.1$  m/s<sup>2</sup>

| Barra  | A   | B   | C   | D  |
|--|-----|-----|-----|----|
| $v_I$  |     |     |     |    |
| $b$  |     |     |     |    |
| Resistivitat<br>( $10^{-8} \Omega \cdot m$ ) | 1.7 | 4.0 | 5.5 | 40 |