Pràctica 8. Força centrípeta.

Guillem Fígols, Adrià Vilanova (T1)

Hivern 2019

1.- [2.5 punts] Trobeu els valors experimentals de la força per a dues masses diferents i 6 valors diferents del radi de gir (amb la mateixa ω)

Abans que res s'ha mesurat el període de 10 voltes per tal de determinar el valor de ω:

Mesura	$(T \pm 0.001)$ s
1	1.291
2	1.297
3	1.294
4	1.307
5	1.296
6	1.296
7	1.297
8	1.301
9	1.297
10	1.301
$\langle T \rangle$ (s)	1.297
σ_t (s)	0.0044

Taula 1: Mesures dels períodes amb el valor mitjà i la desviació estàndard.

Calculem la incertesa del període:

$$\delta T = \sqrt{\delta T_{\text{disp}}^2 + \delta T_{\text{exp}}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta T_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{\sigma_t^2}{n} + \delta T_i^2} = 0.0017 \text{ s} \approx 0.002 \text{ s} \quad (1)$$

Utilitzant la relació entre el període i la freqüència angular obtenim:

$$\omega = \frac{2\pi}{\langle T \rangle} = 4.844 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \tag{2}$$

$$\delta\omega = \left|\frac{\partial \omega}{\partial T}\right| \delta T = \frac{2\pi}{T^2}\delta T = 0.0037 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \approx 0.004 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \tag{3}$$

Per la primera massa i la freqüència de gir ω:

$$\begin{cases} m_1 = (250.00 \pm 0.01) \text{ g} \\ \omega = (4.844 \pm 0.004) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases} \tag{4}$$

$(F \pm 0.05)$ (N)	$(r \pm 0.2)$ (cm)
1.95	24.6
1.85	23.1
1.55	18.8
1.20	14.5
1.70	20.9
1.25	16.4

Taula 2: Mesures de la força en funció del radi per la massa m_1.

Per a la segona massa tenim que:

$$\begin{cases} m_2 = (200.00 \pm 0.01) \text{ g} \\ \omega = (4.844 \pm 0.004) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases} \tag{5}$$

$(F \pm 0.05)$ (N)	$(r \pm 0.2)$ (cm)
1.00	15.3
1.10	17.0
1.25	20.2
1.30	21.4
1.45	21.8
1.15	18.0

Taula 3: Mesures de la força en funció del radi per la massa m_2.

2.- [3.5 punts] Feu una gràfica amb els valors experimentals i dibuixeu les rectes de regressió de F respecte de r. Digueu quins són els errors en la mesura de F i si estan o no correlacionats. Poseu-los en els punts de la gràfica.

Amb les dades obtingudes a l'apartat anterior hem fet el següent gràfic per la massa m_1:

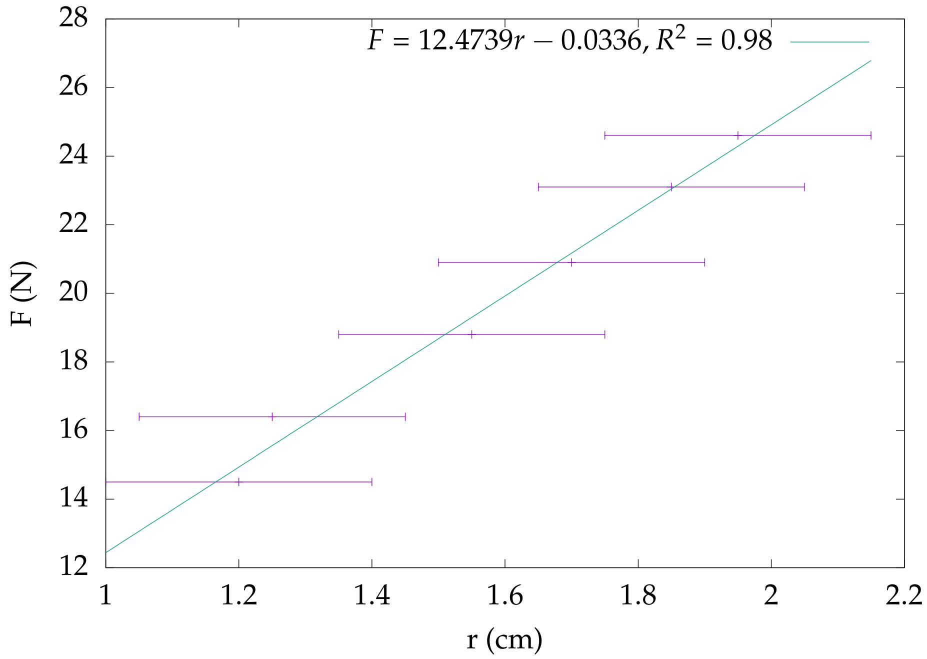

Figura 1: Força en funció del radi per la massa m_1

Per calcular les incerteses dels paràmetres de la recta de regressió hem utilitzat les següents fórmules:

$$\delta a = \delta y_{reg} \sqrt{\frac{N}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}} \tag{6}$$

$$\delta b = \delta y_{reg} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}} \tag{7}$$

$$\delta y_{reg} = \sigma_y \sqrt{\frac{N-1}{N-2}}\sqrt{1-R^2} \tag{8}$$

A més a més, hem considerat que els erros de la força i del radi es troben correlacionats, ja que la mesura del radi depèn de la de la força. A part de la incertesa en la resolució, la força pot tenir a més a més fonts d'error com per exemple la deguda a una rotació inestable del dispositiu que pot haver provocar una oscil·lació del dinamòmetre.

Hem obtingut:

$$\boxed{\begin{cases} A_1 = (12.5 \pm 0.8)\ \mathrm{N \cdot cm^{-1}} \\ b_1 = (-0.034 \pm 1.336)\ \mathrm{N} \end{cases}} \tag{9}$$

Per tant la recta que s'ajusta més als punts és:

$$F(r) = (12.5 \pm 0.8)\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{cm}^{-1} \cdot r + (-0.034 \pm 1.34)\ \mathrm{N} \tag{10}$$

Amb els resultats obtinguts per a la massa m_2:

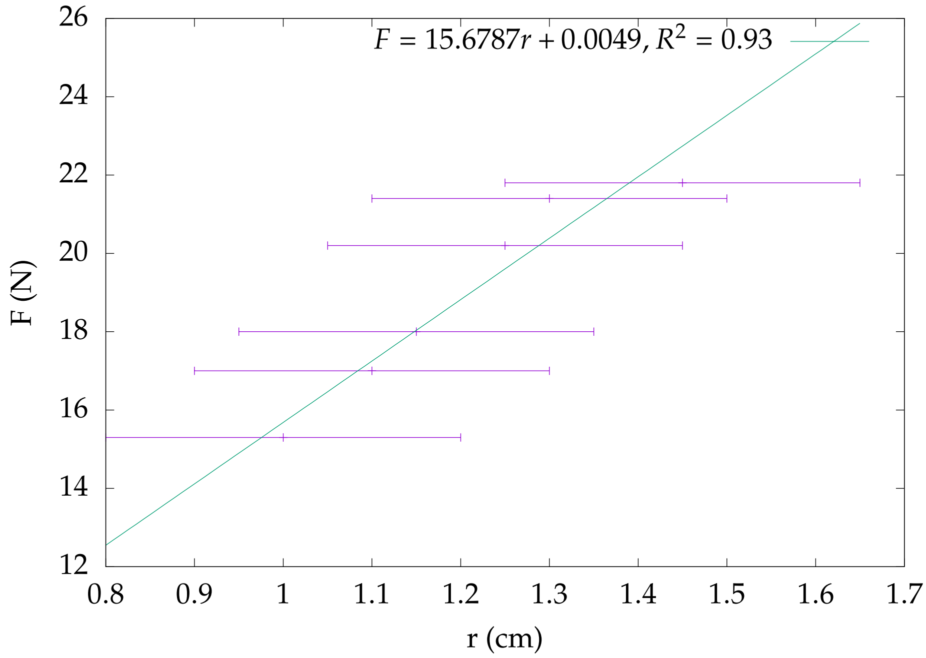

Figura 2: Força en funció del radi per la massa m_2

Per calcular les incerteses hem utilitzat les fórmules (6), (7) i (8) i hem obtingut:

i hem obtingut:

$$\boxed{\begin{cases} A_2 = (16 \pm 2)\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{cm}^{-1} \\ b_2 = (0.0049 \pm 2.686)\ \mathrm{N} \end{cases}} \tag{11}$$

Per tant la recta que s'ajusta més als punts és:

$$F(r) = (16 \pm 2)\ (\mathrm{N} \cdot \mathrm{cm}^{-1}) \cdot r + (0.0049 \pm 2.686)\ (\mathrm{N}) \tag{12}$$

3.- [2.5 punts] Trobeu els pendents de les rectes de regressió A_1 i A_2, amb les seves incerteses i verifiqueu la relació teòrica: $A_1/A_2 = m_1/m_2$

Ara, a les masses dipositades al carret m_1 i m_2 hi sumem la massa del carret: $m_c = (52.25 \pm 0.01)$ (g). Com que no tenim informació sobre com es va efectuar la mesura considerarem que la seva incertesa podria estar correlacionada amb les de les altres masses (ja que podria haver-se fet amb el mateix aparell):

$$\delta m_i' = \delta m_i + \delta m_c \tag{13}$$

Per tant ara tenim:

- $m_1^{'} = (302.52 \pm 0.02)$ g
- $m_2^{'} = (252.52 \pm 0.02)$ g

De manera que el quocient de les noves masses és:

$$\frac{m_1^{'}}{m_2^{'}} = \frac{302.52}{252.52} = 1.198 \tag{14}$$

La seva incertesa serà:

$$\delta\left(\frac{m_1'}{m_2'}\right) = \left|\frac{\partial\left(\frac{m_1'}{m_2'}\right)}{\delta m_1'}\right|\delta m_1' + \left|\frac{\partial\left(\frac{m_1'}{m_2'}\right)}{\delta m_2'}\right|\delta m_2' = \frac{1}{m_2'}\delta m_1' + \frac{m_1'}{m_2'^2}\delta m_2' = 0.00017 \tag{15}$$

Per altra banda:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{12.5\ \mathrm{N\cdot cm^{-1}}}{16\ \mathrm{N\cdot cm^{-1}}} = 0.78 \tag{16}$$

La incertesa serà:

$$\delta\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}{\delta A_1}\right|\delta A_1\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}{\delta A_2}\right|\delta A_2\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{A_2}\delta A_1\right)^2 + \left(\frac{A_1}{A_2^2}\delta A_2\right)^2} \approx 0.1 \tag{17}$$

Aleshores tenim que:

- $\frac{m_1^{'}}{m_2^{'}} = 1.19800 \pm 0.00017$
- $\frac{A_1}{A_2} = 0.8 \pm 0.1$

Comparem els dos valors per mitjà de la prova de la discrepància:

$$d = \left|\frac{m_1'}{m_2'} - \frac{A_1}{A_2}\right| = 1.198 - 0.8 = 0.398 > 2\sqrt{\left(\delta\frac{A_1}{A_2}\right)^2 + \left(\delta\frac{m_1}{m_2}\right)^2} = 2\sqrt{(0.1)^2 + (0.00017)^2} = 0.2 \tag{18}$$

Per tant veiem que la discrepància és significativa i per tant els valors no són compatibles, cosa que ens porta a pensar que potser hem infravalorat alguna incertesa, bé de les masses o bé dels pendents de les rectes de regressió.

4.- Compareu l'error de la lectura del dinamòmetre amb el valor de la y_{reg} calculat de les rectes de regressió. Pot dubtar-se de la dependència lineal de F en r en aquest experiment?

Per tal de fer aquest anàlisi, realitzem el test de χ^2. A partir de (8), per a les dues masses obtenim:

- y_{reg1} = 0.00069 N
- y_{reg2} = 0.001 N

Podem observar doncs que en els dos casos es compleix que els valors són inferiors a la resolució del dinamòmetre (0.05 N). Això, sumat al fet que pels dos ajusts obtenim coeficients R^2 elevats, ens fa concloure que F i r segueixen efectivament una relació lineal.