Nom i cognoms: Adrià Vilanova Martínez Extensió màxima: 1 pàgina

a) Justifiqueu que aquest algorisme recursiu aplicat al càlcul de la integral a (0,2) proporciona una aproximació amb un error absolut (estimat) menor que 2ε.

Observem que l'algorisme, en cas que termini, el que fa és prendre una partició de l'interval $(0,\ 2)$, $\mathcal{P} = \{(0,\ x_1),\ (x_1,\ x_2)\ \ldots,\ (x_{n-1},\ 2)\}$, després integra la funció mitjançant el mètode de Simpson a cada subinterval, i finalment suma la contribució de cadascuna d'aquestes integrals per donar aproximació de la integral total.

A més, tal com està definit l'algoritme, a cada subinterval $(x_i,\ x_{i+1})$ es compleix la següent propietat per l'error absolut estimat de la integral al subinterval: $E_{abs_i} < \varepsilon(x_i - x_{i+1})$. Per tant, l'error absolut estimat de la integral a l'interval total serà com a màxim el següent: $E_{abs\ total} < \sum_{i=0}^{n-1} E_{abs_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon(x_i - x_{i+1}) = \varepsilon \sum_{i=0}^{n-1} (x_i - x_{i+1}) = \varepsilon(x_n - x_0) = \varepsilon(b-a) = 2\varepsilon$.

b) Escriu el valor obtingut al calcular la integral (1) usant integració de Simpson adaptativa amb un error absolut menor que 10^{-3}(b-a). Quants subintervals s'ha obtingut?

S'ha obtingut el següent resultat: 0.316 ± 0.002, amb una subdivisió d'exactament 50 intervals.

c) Representeu gràficament la funció i els punts obtinguts a una figura per visualitzar quins subintervals s'ha fet servir en la quadratura adaptativa, per a obtenir una aproximació amb un error absolut menor que 10^{-6}(b-a).

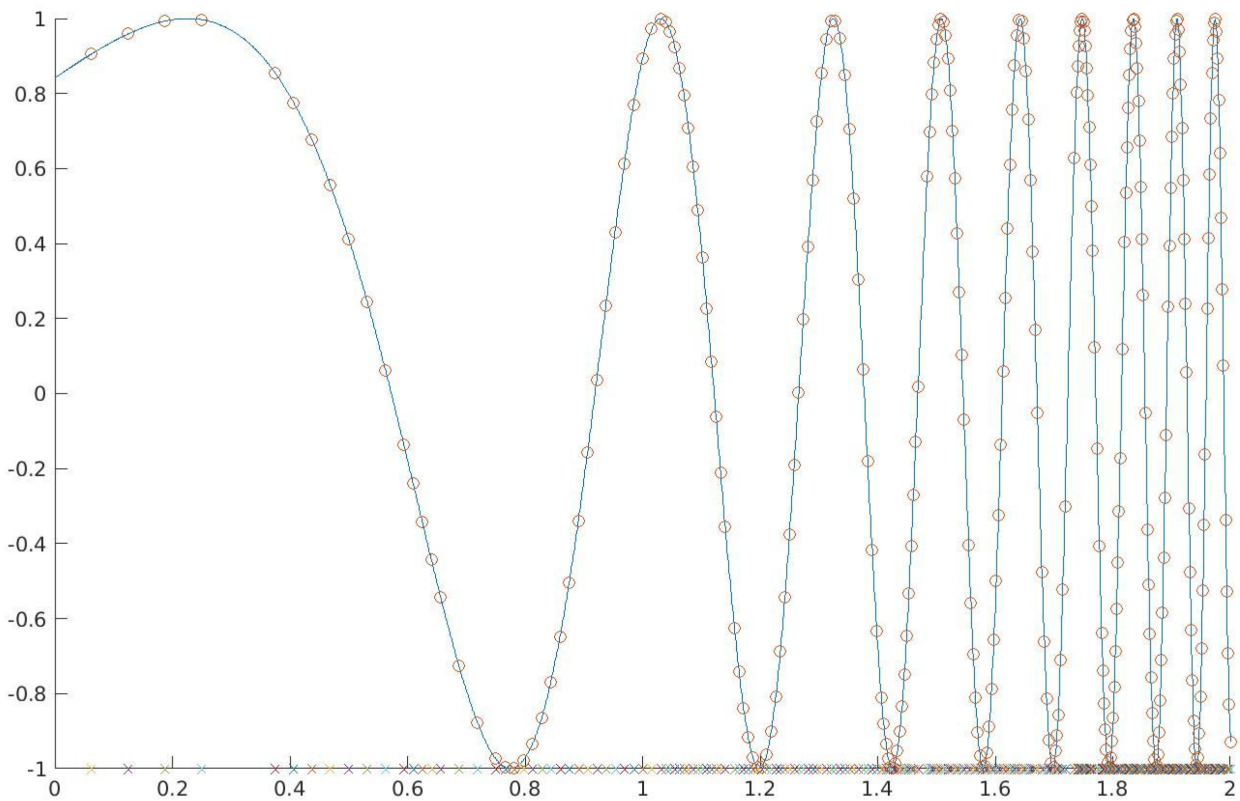

Figura 1. Gràfica de la funció $\sin(e^{2x})$, amb la partició escollida per la quàdrica adaptativa pintada a l'eix d'abscisses, i també amb la projecció dels punts de la partició a la gràfica de la funció per visualitzar com l'algoritme escull més punts on la funció canvia més.