

**जयगुरुदेव नाम प्रभु का**  
**आधुनिक विद्या निकेतन ट्यूशन सेंटर**

**1. वास्तविक संख्याएँ**

- निम्नलिखित संख्याओं का HCF ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग कीजिए:  
(a) 135 और 225 (b) 196 और 38220  
(c) 867 और 255 (d) 1128 और 6125
- निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए:  
(a) 140 (b) 156 (c) 3825 (d) 5005 (e) 7429
- पूर्णाकों के निम्नलिखित युग्मों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = HCF × LCM है।  
(a) 26 और 91 (b) 510 और 92 (c) 336 और 54
- अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा निम्नलिखित पूर्णाकों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए:  
(a) 12, 15 और 1 (b) 17, 23 और 29 (c) 8, 9 और 25
- HCF (306, 657) = 9 दिया है। LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए।
- सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं:  
(a)  $\sqrt{5}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $7\sqrt{5}$  (d)  $6 + \sqrt{2}$
- बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं:  
(a)  $\frac{13}{3125}$  (b)  $\frac{17}{8}$  (c)  $\frac{64}{455}$  (d)  $\frac{15}{1600}$  (e)  $\frac{29}{343}$   
(f)  $\frac{23}{2^3 5^2}$  (g)  $\frac{6}{15}$  (h)  $\frac{35}{30}$  (i)  $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$  (j)  $\frac{77}{210}$

**2. बहुपद**

- निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए :  
(a)  $x^2 - 2x - 8$  (b)  $4s^2 - 4s + 1$  (c)  $6x^2 - 3 - 7x$   
(d)  $4u^2 + 8u$  (e)  $t^2 - 15$  (f)  $3x^2 - x - 4$
- एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं:  
(a)  $\frac{1}{4}, -1$  (b)  $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$  (c)  $0, \sqrt{5}$   
(d)  $1, 1$  (e)  $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$  (f)  $4, 1$
- विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करके, निम्न में  $p(x)$  को  $g(x)$  से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए :  
(a)  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ ,  $g(x) = x^2 - 2$   
(b)  $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$ ,  $g(x) = x^2 + 1 - x$   
(c)  $p(x) = x^4 - 5x + 6$ ,  $g(x) = 2 - x^2$
- पहले बहुपद से दूसरे बहुपद को भाग करके, जाँच कीजिए कि क्या प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंड है :  
(a)  $t^2 - 3$ ,  $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$   
(b)  $x^2 + 3x + 1$ ,  $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$   
(c)  $x^3 - 3x + 1$ ,  $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$
- $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$  के अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शून्यक  $\sqrt{\frac{5}{3}}$  और  $-\sqrt{\frac{5}{3}}$  हैं।
- सत्यापित कीजिए कि निम्न त्रिघात बहुपदों के साथ दी गई संख्याएँ उसकी शून्यक हैं। प्रत्येक स्थिति में शून्यकों और गुणांकों के बीच के संबंध को भी सत्यापित कीजिए :  
(a)  $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ ;  $\frac{1}{2}, 1, -2$   
(b)  $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ ;  $2, 1, 1$

- एक त्रिघात बहुपद प्राप्त कीजिए जिसके शून्यकों का योग, दो शून्यकों को एक साथ लेकर उनके गुणनफलों का योग तथा तीनों शून्यकों के गुणनफल क्रमशः 2, -7, -14 हों।
- यदि बहुपद  $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$  के दो शून्यक  $2 \pm \sqrt{3}$  हों, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।

**3. दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म**

- अनुपातों  $\frac{a_1}{a_2}$ ,  $\frac{b_1}{b_2}$  और  $\frac{c_1}{c_2}$  की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समांतर हैं अथवा संपाती हैं  
(a)  $5x - 4y + 8 = 0$  (b)  $9x + 3y + 12 = 0$   
 $7x + 6y - 9 = 0$   $18x + 6y + 24 = 0$   
(c)  $6x - 3y + 10 = 0$   
 $2x - y + 9 = 0$
- अनुपातों  $\frac{a_1}{a_2}$ ,  $\frac{b_1}{b_2}$  और  $\frac{c_1}{c_2}$  की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं या असंगत:  
(a)  $3x + 2y = 5$ ;  $2x - 3y = 7$   
(b)  $2x - 3y = 8$ ;  $4x - 6y = 9$   
(c)  $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$ ;  $9x - 10y = 14$   
(d)  $5x - 3y = 11$ ;  $-10x + 6y = -22$   
(e)  $\frac{4}{3}x + 2y = 8$ ;  $2x + 3y = 12$
- निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन से युग्म संगत/असंगत हैं, यदि संगत हैं तो ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए।  
(a)  $x + y = 5$ ,  $2x + 2y = 10$   
(b)  $x - y = 8$ ,  $3x - 3y = 16$   
(c)  $2x + y - 6 = 0$ ,  $4x - 2y - 4 = 0$   
(d)  $2x - 2y - 2 = 0$ ,  $4x - 4y - 5 = 0$
- निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए:  
(a)  $x + y = 14$  (b)  $s - t = 3$   
 $x - y = 4$   $\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$   
(c)  $3x - y = 3$  (d)  $0.2x + 0.3y = 1.3$   
 $9x - 3y = 9$   $0.4x + 0.5y = 2.3$   
(e)  $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$  (f)  $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$   
 $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$   $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$
- $2x + 3y = 11$  और  $2x - 4y = -24$  को हल कीजिए और इससे 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $y = mx + 3$  हो।
- निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए। कौन-सी विधि अधिक उपयुक्त है?  
(a)  $x + y = 5$  और  $2x - 3y = 4$   
(b)  $3x + 4y = 10$  और  $2x - 2y = 2$   
(c)  $3x - 5y - 4 = 0$  और  $9x = 2y + 7$   
(d)  $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$  और  $x - \frac{y}{3} = 3$
- निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से किसका एक अद्वितीय हल है, किसका कोई हल नहीं है या किसके अपरिमित रूप से अनेक हल हैं। अद्वितीय हल की स्थिति में, उसे वज्र-गुणन विधि से ज्ञात कीजिए।  
(a)  $x - 3y - 3 = 0$  (b)  $2x + y = 5$   
 $3x - 9y - 2 = 0$   $3x + 2y = 8$   
(c)  $3x - 5y = 20$  (d)  $x - 3y - 7 = 0$   
 $6x - 10y = 40$   $3x - 3y - 15 = 0$

8. (a) a और b के किन मानों के लिए, निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?  
 $2x + 3y = 7$   
 $(a - b)x + (a + b)y = 3a + b - 2$   
 (b) k के किस मान के लिए, निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है?

$$3x + y = 1$$

$$(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$$

9. निम्न समीकरणों के युग्मों को रैखिक समीकरणों के युग्म में बदल करके हल कीजिए:

$$(a) \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2 \quad (b) \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2$$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6} \quad (c) \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$$

$$(c) \frac{4}{x} + 3y = 14 \quad (d) \frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$$

$$\frac{3}{x} - 4y = 23 \quad (e) \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$$

$$(e) \frac{7x-2y}{xy} = 5 \quad (f) \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$$

$$\frac{8x+7y}{xy} = 15 \quad (g) \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

$$(g) 6x + 3y = 6xy \quad (h) \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}$$

$$2x + 4y = 5xy \quad (i) \frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$$

10. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों को हल कीजिए:

$$(a) px + qy = p - q \quad (b) ax + by = c$$

$$qx - py = p + q \quad bx + ay = 1 + c$$

$$(c) \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0 \quad (d) 152x - 378y = -74$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \quad -378x + 152y = -604$$

11. यदि हम अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें, तो भिन्न 1 में बदल जाती है। यदि हर में 1 जोड़ दें, तो यह  $\frac{1}{2}$  हो जाती है। वह भिन्न क्या है?

12. पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात्, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की आयु कितनी है।

13. दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

#### 4. द्विघात समीकरण

1. जाँच कीजिए कि क्या निम्न द्विघात समीकरण हैं :

$$(a) (x + 1)^2 = 2(x - 3) \quad (b) x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$$

$$(c) (x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$$

$$(d) (x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$$

$$(e) (2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$$

$$(f) x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2 \quad (g) (x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$$

$$(h) x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$$

2. गुणनखंड विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए:

$$(a) x^2 - 3x - 10 = 0 \quad (b) 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$(c) \sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0 \quad (d) 2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

$$(e) 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

3. यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

$$(a) 2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad (b) 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$(c) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0 \quad (d) 2x^2 + x + 4 = 0$$

4. उपर्युक्त प्रश्न 3 में दिए गए द्विघात समीकरणों के मूल, द्विघाती सूत्र का उपयोग करके, ज्ञात कीजिए।

5. निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए :

$$(a) x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$$

$$(b) \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

6. निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए :

$$(a) 2x^2 - 3x + 5 = 0 \quad (b) 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$$

$$(c) 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

7. निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हों।

$$(a) 2x^2 + kx + 3 = 0 \quad (b) kx(x - 2) + 6 = 0$$

#### 5. समांतर श्रेढ़ियाँ

1. दी हुई A.P. के प्रथम चार पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सार्व अंतर d निम्नलिखित हैं:

$$(a) a = 10, d = 10 \quad (b) a = -2, d = 0$$

$$(c) a = 4, d = -3 \quad (d) a = -1, d = \frac{1}{2}$$

$$(e) a = -1.25, d = -0.25$$

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक A.P. के लिए प्रथम पद तथा सार्व अंतर लिखिए :

$$(a) 3, 1, -1, -3, \dots \quad (b) -5, -1, 3, 7, \dots$$

$$(c) \frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \dots \quad (d) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \dots$$

3. निम्नलिखित में से कौन-कौन A.P. हैं? यदि कोई A.P. है, तो इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए और इनके तीन और पद लिखिए।

$$(a) 2, 4, 8, 16, \dots \quad (b) 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$$

$$(c) -10, -6, -2, 2, \dots$$

$$(d) -1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \dots$$

$$(e) 3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}, \dots$$

$$(f) 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \dots$$

$$(g) -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$$

$$(h) 0, -4, -8, -12, \dots \quad (i) 1, 3, 9, 27, \dots$$

$$(j) a, 2a, 3a, 4a, \dots \quad (k) a, a^2, a^3, a^4, \dots$$

4. निम्नलिखित सारणी में, रिक्त स्थानों को भरिए, जहाँ AP का प्रथम पद a, सार्व अंतर d और nवाँ पद an है:

	a	d	n	an
(i)	7	3	8	...
(ii)	-18	...	10	0
(iii)	...	-3	18	-5
(iv)	-18.5	2.5	...	3.6
(v)	3.5	0	105	...

5. A.P.: 10, 7, 4, ..., का 30 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

6. A.P.:  $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$ , का 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

7. निम्नलिखित समांतर श्रेढ़ियों में, रिक्त खानों (boxes) के पदों को ज्ञात कीजिए :

$$(a) 2, \square, 26 \quad (b) \square, 13, \square, 3 \quad (c) 5, \square, \square, 9\frac{1}{2}$$

$$(d) -4, \square, \square, \square, \square, 6$$

$$(e) \square, 38, \square, \square, \square, -22$$

8. A.P. : 3, 8, 13, 18, ... का कौन सा पद 78 है?

9. निम्नलिखित समांतर श्रेढ़ियों में से प्रत्येक श्रेढ़ी में कितने पद हैं?

$$(a) 7, 13, 19, \dots, 205 \quad (b) 18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$$

10. क्या A.P., 11, 8, 5, 2 ... का एक पद -150 है? क्यों?

11. उस A.P. का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11वाँ पद 38 है और 16वाँ पद 73 है।

12. एक A.P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अंतिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए।
13. यदि किसी A.P. के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा?
14. किसी A.P. का 17वाँ पद उसके 10वें पद से 7 अधिक है। इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।
15. A.P. : 3, 15, 27, 39, ... का कौन-सा पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा?
16. दो समांतर श्रेढ़ियों का सार्व अंतर समान है। यदि इनके 100वें पदों का अंतर 100 है, तो इनके 1000वें पदों का अंतर क्या होगा?
17. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?
18. 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं?
19. n के किस मान के लिए, दोनों समांतर श्रेढ़ियों 63, 65, 67, ... और 3, 10, 17, ... के nवें पद बराबर होंगे?
20. वह A.P. ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है।
21. A.P. : 3, 8, 13, ..., 253 में अंतिम पद से 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।
22. किसी A.P. के चौथे और 8वें पदों का योग 24 है तथा छठे और 10वें पदों का योग 44 है। इस A.P. के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए
23. निम्नलिखित समांतर श्रेढ़ियों का योग ज्ञात कीजिए:
  - (a) 2, 7, 12, ..., 10 पदों तक
  - (b) -37, -33, -29, ..., 12 पदों तक
  - (c) 0.6, 1.7, 2.8, ..., 100 पदों तक
  - (d)  $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots$ , 11 पदों तक
24. नीचे दिए हुए योगफलों को ज्ञात कीजिए :
  - (a)  $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$
  - (b)  $34 + 32 + 30 + \dots + 10$
  - (c)  $-5 + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$
25. एक A.P. में,
  - (a)  $a = 5$ ,  $d = 3$  और  $a_n = 50$  दिया है। n और  $S_n$  ज्ञात कीजिए।
  - (b)  $a = 7$  और  $a_{13} = 35$  दिया है। d और  $S_{13}$  ज्ञात कीजिए।
  - (c)  $a_{12} = 37$  और  $d = 3$  दिया है। a और  $S_{12}$  ज्ञात कीजिए।
  - (d)  $a_3 = 15$  और  $S_{10} = 125$  दिया है। d और  $a_{10}$  ज्ञात कीजिए
  - (e)  $d = 5$  और  $S_9 = 75$  दिया है। a और  $a_9$  ज्ञात कीजिए।
  - (f)  $a = 2$ ,  $d = 8$  और  $S_n = 90$  दिया है। n और  $a_n$  ज्ञात कीजिए।
  - (g)  $a = 8$ ,  $a_n = 62$  और  $S_n = 210$  दिया है। n और d ज्ञात कीजिए।
  - (h)  $a_n = 4$ ,  $d = 2$  और  $S_n = -14$  दिया है। n और a ज्ञात कीजिए।
  - (i)  $a = 3$ ,  $n = 8$  और  $S = 192$  दिया है। d ज्ञात कीजिए।
  - (j)  $l = 28$ ,  $S = 144$  और कुल 9 पद हैं। a ज्ञात कीजिए।
26. 636 योग प्राप्त करने के लिए, A.P. : 9, 17, 25, ... के कितने पद लेने चाहिए?
27. किसी A.P. का प्रथम पद 5, अंतिम पद 45 और योग 400 है। पदों की संख्या और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।
28. किसी A.P. के प्रथम और अंतिम पद क्रमशः 17 और 350 हैं। यदि सार्व अंतर 9 है, तो इसमें कितने पद हैं और इनका योग क्या है?
29. उस A.P. के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसमें  $d = 7$  है और 22वाँ पद 149 है।
30. उस A.P. के प्रथम 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसके दूसरे और तीसरे पद क्रमशः 14 और 18 हैं।

31. यदि किसी A.P. के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो इसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए

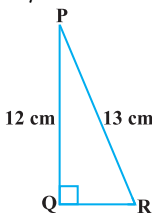
## 7. निर्देशांक ज्यामिति

1. बिंदुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए:
  - (a) (2, 3), (4, 1)
  - (b) (-5, 7), (-1, 3)
  - (c) (a, b), (-a, -b)
  - (d) (3, -2), (9, -7)
2. बिंदुओं (0, 0) और (36, 15) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। क्या अब आप अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं?
3. निर्धारित कीजिए कि क्या बिंदु (1, 5), (2, 3) और (-2, -11) संरेखी हैं।
4. जाँच कीजिए कि क्या बिंदु (5, -2), (6, 4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।
5. निम्नलिखित बिंदुओं द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का प्रकार (यदि कोई है तो) बताइए तथा अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए:
  - (a) (-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)
  - (b) (-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, -4)
  - (c) (4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)
6. x-अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो (-2, -5) और (-2, 9) से समदूरस्थ हैं।
7. y का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिंदु P(2, -3) और Q(10, y) के बीच की दूरी 10 मात्रक है।
8. यदि Q(0, 1) बिंदुओं P(5, -3) और R(x, 6) से समदूरस्थ है, तो x के मान ज्ञात कीजिए। दूरियाँ QR और PR भी ज्ञात कीजिए।
9. x और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिंदुओं (3, 6) और (-3, 4) से समदूरस्थ हो।
10. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिंदुओं (-1, 7) और (4, -3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।
11. बिंदुओं (4, -1) और (-2, -3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम-विभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
12. बिंदुओं (-3, 10) और (6, -8) को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिंदु (-1, 6) किस अनुपात में विभाजित करता है।
13. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदुओं A(1, -5) और B(-4, 5) को मिलाने वाला रेखाखंड x-अक्ष से विभाजित होता है। इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।
14. यदि बिंदु (1, 2), (4, y), (x, 6) और (3, 5), इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए।
15. बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र (2, -3) है तथा B के निर्देशांक (1, 4) हैं।
16. यदि A और B क्रमशः (-2, -2) और (2, -4) हो तो बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि AP =  $\frac{3}{7}$  AB हो और P रेखाखंड AB पर स्थित हो।
17. बिंदुओं A(-2, 2) और B(2, 8) को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
18. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में, (3, 0), (4, 5), (-1, 4) और (-2, -1) हैं।
19. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष हैं:
  - (a) (2, 3), (-1, 0), (2, -4)
  - (b) (-5, -1), (3, -5), (5, 2)
20. निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'k' का मान ज्ञात कीजिए, ताकि तीनों बिंदु संरेखी हो
  - (a) (7, -2), (5, 1), (3, k)
  - (b) (8, 1), (k, -4), (2, -5)
21. शीर्षों (0, -1), (2, 1) और (0, 3) वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।
22. उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में,

- (-4, -2), (-3, -5), (3, -2) और (2, 3) हैं।  
 23. बिंदुओं A(2, -2) और B(3, 7) को जोड़ने वाले रेखाखंड को रेखा  $2x + y - 4 = 0$  जिस अनुपात में विभाजित करती है उसे ज्ञात कीजिए।  
 24. x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, यदि बिंदु (x, y), (1, 2) और (7, 0) संरेखी हैं।  
 25. बिंदुओं (6, -6), (3, -7) और (3, 3) से होकर जाने वाले वृत्त का केंद्र ज्ञात कीजिए।  
 26. किसी वर्ग के दो सम्मुख शीर्ष (-1, 2) और (3, 2) हैं। वर्ग के अन्य दोनों शीर्ष ज्ञात कीजिए।

### 8. त्रिकोणमिति का परिचय और कुछ अनुप्रयोग

1.  $\triangle ABC$  में, जिसका कोण B समकोण है, AB = 24 cm और BC = 7 cm है। निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :  
 (a)  $\sin A$ ,  $\cos A$  (b)  $\sin C$ ,  $\cos C$   
 2. आकृति में,  $\tan P - \cot R$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 3. यदि  $\sin A = \frac{3}{4}$  तो  $\cos A$  और  $\tan A$  का मान परिकलित कीजिए।  
 4. यदि  $15 \cot A = 8$  हो तो  $\sin A$  और  $\sec A$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 5. यदि  $\sec \theta = \frac{13}{12}$  हो तो अन्य सभी त्रिकोणमितीय अनुपात परिकलित कीजिए।  
 6. यदि  $\angle A$  और  $\angle B$  न्यून कोण हो, जहाँ  $\cos A = \cos B$ , तो दिखाइए कि  $\angle A = \angle B$   
 7. यदि  $\cot \theta = \frac{7}{8}$  तो  
 (a)  $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$  (b)  $\cot 2\theta$   
 का मान निकालिए?



8. यदि  $3 \cot A = 4$ , तो जाँच कीजिए कि  $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \cos^2 A - \sin^2 A$  है या नहीं।  
 9. त्रिभुज ABC में, जिसका कोण B समकोण है, यदि  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:  
 (a)  $\sin A \cos C + \cos A \sin C$   
 (b)  $\cos A \cos C - \sin A \sin C$   
 10.  $\triangle PQR$  में, जिसका कोण Q समकोण है,  $PR + QR = 25$  cm और  $PQ = 5$  cm है।  $\sin P$ ,  $\cos P$  और  $\tan P$  के मान ज्ञात कीजिए।  
 11. निम्नलिखित के मान निकालिए:  
 (a)  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$   
 (b)  $2 \tan 45^\circ + \cos 2 30^\circ - \sin 2 30^\circ$   
 (c)  $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \csc 30^\circ}$   
 (d)  $\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \csc 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$   
 (e)  $\frac{5 \cos^2 60^\circ + 4 \sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$   
 12. मान ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$  (b)  $\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$  (c)  $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$   
 13.  $\sin 2A = 2 \sin A$  तब सत्य होता है, जबकि A मान ज्ञात कीजिए  
 14. यदि  $\tan(A + B) = \sqrt{3}$  और  $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $0^\circ < A + B \leq 90^\circ$ ;  $A > B$  तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।  
 15. निम्नलिखित का मान निकालिए:  
 (a)  $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$  (b)  $\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$   
 (c)  $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$  (d)  $\csc 31^\circ - \sec 59^\circ$   
 16. दिखाइए कि

- (a)  $\tan 48^\circ \tan 30^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$   
 (b)  $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$   
 17. यदि  $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ , जहाँ 2A एक न्यून कोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।  
 18. यदि  $\tan A = \cot B$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $A + B = 90^\circ$   
 19. यदि  $\sec 4A = \csc(A - 20^\circ)$ , जहाँ 4A एक न्यून कोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।  
 20. यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अंतःकोण हों, तो दिखाइए कि  

$$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos \frac{A}{2}$$
  
 21.  $\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$  को  $0^\circ$  और  $45^\circ$  के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए।  
 22. त्रिकोणमितीय अनुपातों  $\sin A$ ,  $\sec A$  और  $\tan A$  को  $\cot A$  के पदों में व्यक्त कीजिए।  
 23.  $\angle A$  के अन्य सभी त्रिकोणमितीय अनुपातों को  $\sec A$  के पदों में लिखिए।  
 24. मान निकालिए:  
 (a)  $\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ}$   
 (b)  $\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ$   
 25. मान ज्ञात कीजिए:  
 (a)  $9 \sec 2A - 9 \tan 2A$   
 (b)  $(1 + \tan \theta + \sec \theta)(1 + \cot \theta - \csc \theta)$   
 (c)  $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A)$   
 26. निम्नलिखित सर्वसमिकाएँ सिद्ध कीजिए, जहाँ वे कोण, जिनके लिए व्यंजक परिभाषित है, न्यून कोण है :  
 (a)  $(\csc \theta - \cot \theta)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$   
 (b)  $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2 \sec A$   
 (c)  $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \csc \theta$   
 (d)  $\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} = \tan^2 A$  (e)  $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$   
 (f) सर्वसमिका  $\csc^2 A = 1 + \cot^2 A$  को लागू करके  

$$\frac{\cos A - \sin A + 1}{\cos A + \sin A - 1} = \csc A + \cot A$$
  
 (g)  $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$   
 (h)  $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta$   
 (i)  $(\sin A + \csc A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$   
 (j)  $(\csc A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{\tan A + \cot A}$   
 (k)  $\left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A}\right) = \left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A}\right)^2 = \tan^2 A$   
 27. सर्कस का एक कलाकार एक 20m लंबी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खंभे के शिखर से बंधा हुआ है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण  $30^\circ$  का हो तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।  
 28. भूमि के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद-बिंदु से 30m की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।  
 29. भूमि के एक बिंदु से एक 20 m ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः  $45^\circ$  और  $60^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।  
 30. एक मीनार के पाद-बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है और भवन के पाद-बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। यदि मीनार 50m ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।