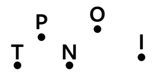
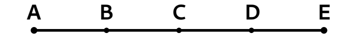
1. बिंदु

बिंदु एक स्थिति निर्धारित करता है।
इसे सामान्यत: अंग्रेज़ी के बड़े अक्षर
बिंदु A, बिंदु B, बिंदु C
इत्यादि से व्यक्त किया जाता है।

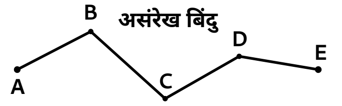


संरेख बिंदु

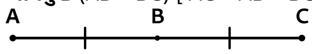
यदि तीन या अधिक बिंदु एक ही रेखा पर स्थित हों, तो वे संरेख बिंदु कहलाते हैं



असंरेख बिंदु



मध्यबिंदु B (AB = BC) [AC = AB + BC]



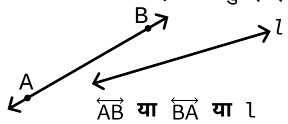
किरण

रेखा का एक भाग होता है
जो एक बिंदु से प्रारंभ होकर एक दिशा में बिना किसी अंत के विस्तृत होता है।

किरण AB **या** $\overrightarrow{AB}$ **या** $\overrightarrow{BA}$

एक रेखा AB

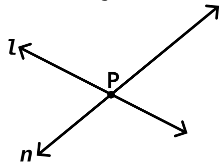
का किसी भी तरफ़ कोई अंत बिंदु नहीं होता है।



$\overleftrightarrow{AB}$ **या** $\overleftrightarrow{BA}$ **या** l

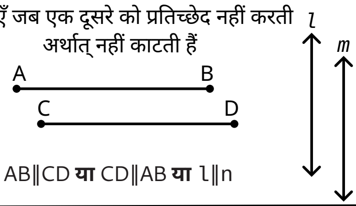
प्रतिच्छेदी रेखाएँ

दो विभिन्न रेखाएँ जब एक दूसरे को किसी एक बिंदु (**प्रतिच्छेद बिंदु**) पर मिलती या काटती हैं



समांतर रेखाएँ

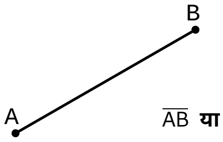
दो रेखाएँ जब एक दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती अर्थात् नहीं काटती हैं



AB∥CD **या** CD∥AB **या** $l \parallel n$

2. एक रेखाखंड AB

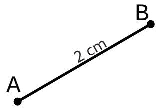
दो बिंदुओं के बीच की न्यूनतम दूरी के संगत होता है।



$\overline{AB}$ **या** $\overline{BA}$

रेखाखंड की लंबाई

एक रेखाखंड के दोनों अंत:बिंदुओं के बीच की दूरी उसकी लंबाई कहलाती है।



$\overline{AB}$ की लंबाई = 2 cm **या** AB = 2 cm

3. वक्र

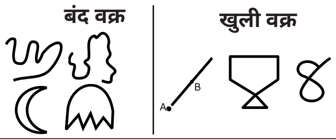
कागज़ से बिना पेंसिल उठाए कोई भी आकृति (सीधी या टेढ़ी) को एक वक्र कह सकते हैं।
इस संदर्भ में एक रेखा भी एक वक्र है।

सरल वक्र

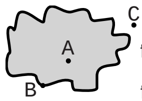
यदि कोई वक्र स्वयं को न काटे है।

बंद वक्र

खुली वक्र

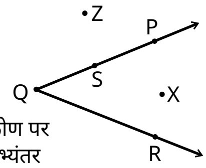


एक आकृति में स्थितियाँ

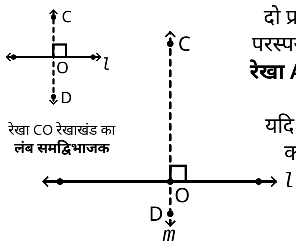


बिंदु A - वक्र का अभ्यंतर (अंदर का भाग)
बिंदु B - वक्र का परिसीमा (वक्र पर)
बिंदु C - वक्र का बहिर्भाग (बाहर का भाग)

कोण से संबंधित तीन क्षेत्र हैं :



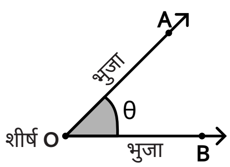
S, P और R - कोण पर
X - कोण के अभ्यंतर
Z - कोण के बहिर्भाग

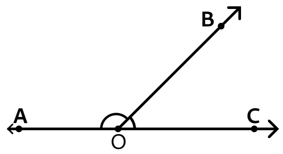


दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ परस्पर **AB ⊥ CD** या **रेखा AB रेखा CD पर लंब**, यदि उनके बीच का कोण 90° हो।

4. कोण

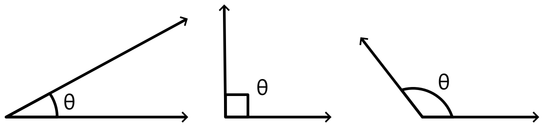
उभयनिष्ट प्रारंभिक बिंदु वाली दो किरणों से एक **कोण AOB** या **∠AOB** या **∠BOA** बनता है।



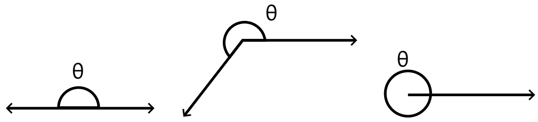


कोण ∠
∠AOB और ∠BOC

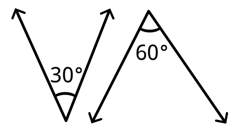
कोण के प्रकार



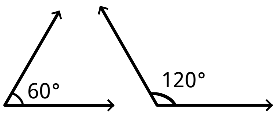
न्यूनकोण	**समकोण**	**अधिक कोण**
0° < θ < 90°	θ = 90°	90° < θ < 180°



ऋजुकोण	**प्रतिवर्ती कोण**	**संपूर्ण कोण**
θ = 180°	180° < θ < 360°	θ = 360°

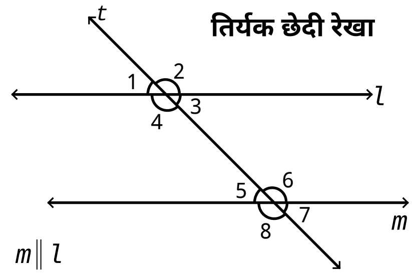


दो कोणों के मापों का योग 90° होता है।
पूरक कोण = 30° + 60° = 90°
दो कोण पूरक होते हैं,
तो इनमें से प्रत्येक कोण दूसरे कोण का **पूरक** कहलाता है।



दो कोणों के मापों का योग 180° होता है।
संपूरक कोण = 60° + 120° = 180°
दो कोण संपूरक होते हैं तो उनमें से प्रत्येक कोण दूसरे कोण का **संपूरक** कहलाता है।

तिर्यक छेदी रेखा



कोणों के प्रकार

अंतः कोण

∠3, ∠4, ∠5 और ∠6

बाह्यः कोण

∠3, ∠4, ∠5 और ∠6

संगत कोण

∠1 = ∠5, ∠2 = ∠6, ∠3 = ∠7 और ∠4 = ∠8

एकांतर अंतः कोण

∠4 = ∠6 और ∠3 = ∠5

एकांतर बाह्यः कोण

∠1 = ∠7 और ∠2 = ∠8

तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोण

∠3 + ∠6 = 180° और ∠4 + ∠5 = 180°

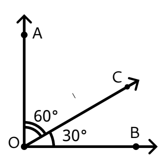
रैखिक युग्म

∠1 + ∠2 = 180°
∠2 + ∠3 = 180°
∠3 + ∠4 = 180°
∠4 + ∠1 = 180°
∠5 + ∠6 = 180°
∠6 + ∠7 = 180°
∠7 + ∠8 = 180°
∠8 + ∠5 = 180°

शीर्षाभिमुख कोण

∠1 = ∠3
∠2 = ∠4
∠5 = ∠7
∠6 = ∠8

आसन्न कोण

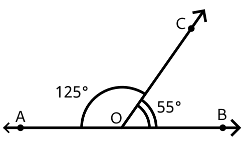


आसन्न पूरक कोण

∠AOC + ∠BOC = 90°

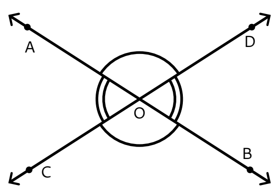
रैखिक युग्म

आसन्न कोण और संपूरक कोण
∠ABD + ∠DBC = 180°



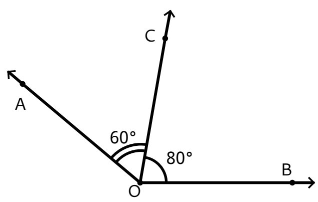
आसन्न संपूरक कोण

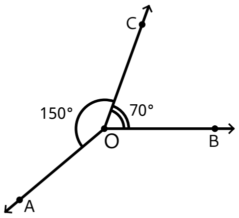
∠AOC + ∠BOC = 180°



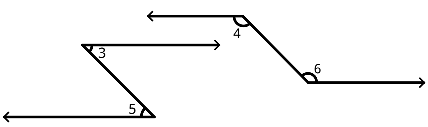
शीर्षाभिमुख कोण

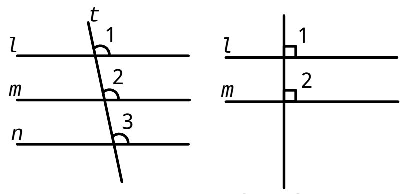
एक उभयनिष्ठ शीर्ष और
एक उभयनिष्ठ भुजा होती है।
परंतु कोई उभयनिष्ठ अंतस्थ नहीं होता है।
∠AOC = ∠BOD
∠BOC = ∠AOD
∠AOC + ∠BOC + ∠BOD + ∠AOD = 360°
∠AOC + ∠BOC = ∠BOD + ∠AOD = 180°





एकांतर अंतः कोण

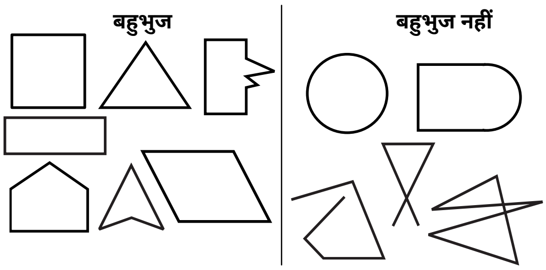




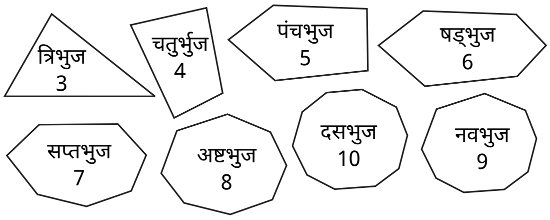
∠1 = ∠2 = ∠3　　∠1 = ∠2 = 90°

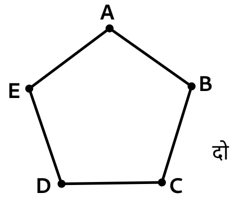
5. बहुभुज

केवल रेखाखंडों से बना एक सरल बंद वक्र एक बहुभुज कहलाता है।



बहुभुज के प्रकार





भुजाएँ

बहुभुज को बनाने वाले रेखाखंड उसकी भुजाएँ कहलाती हैं।

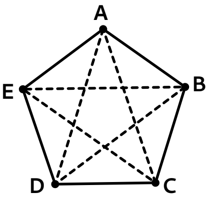
$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$

आसन्न भुजाएँ

दो भुजाएँ जिनमें एक उभयनिष्ट अंत बिंदु हो, बहुभुज की **आसन्न भुजाएँ** कहलाती हैं।

$\overline{BA}$ और $\overline{AE}$, $\overline{AB}$ और $\overline{BC}$, $\overline{BC}$ और $\overline{CD}$

$\overline{ED}$ और $\overline{DC}$, $\overline{AE}$ और $\overline{ED}$



शीर्ष

दो भुजाएँ जहाँ मिलती हैं उस बिंदु को बहुभुज का **शीर्ष** कहते हैं। भुजाएँ $\overline{AE}$ और $\overline{ED}$ बिंदु E पर मिलती हैं, इसलिए E बहुभुज ABCDE का एक शीर्ष है। A, B, C, D,E

विकर्ण

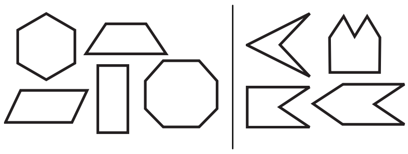
ऐसे शीर्ष जो आसन्न नहीं हैं को मिलाने से बना रेखाखंड बहुभुज का **विकर्ण** कहलाता है।

$\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CE}$

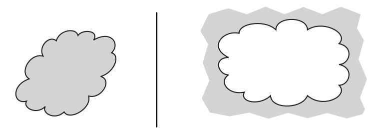
आसन्न शीर्ष

बहुभुज की एक ही भुजा के अंत बिंदु **आसन्न शीर्ष** कहलाते हैं। A और B, B और C, C और D, D और E

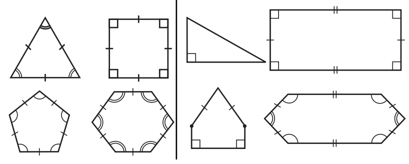
उत्तल बहुभुज | **अवतल बहुभुज**



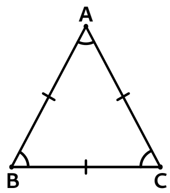
अभ्यंतर | **बहिर्भाग**

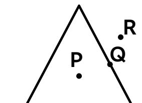


समबहुभुज | **विषम बहुभुज**



6. त्रिभुज





त्रिभुज ABC या ΔABC

3 - भुजाएँ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$

3 - कोण : ∠BAC, ∠ABC, ∠BCA **या** ∠A, ∠B, ∠C

3 - शीर्ष : A, B, C

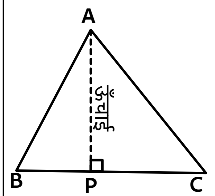
3 - सम्मुख भुजा : शीर्ष A की सम्मुख भुजा $\overline{BC}$

3 - सम्मुख कोण : $\overline{AB}$ के सम्मुख कोण ∠BCA

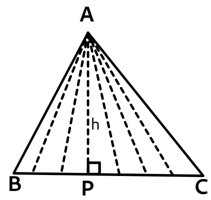
∴ **एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग**

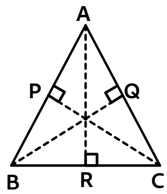
= ∠A + ∠B + ∠C = 180°

∴ एक त्रिभुज की 3 भुजाएँ तथा 3 कोण, इसके **6 अवयय** कहलाते हैं ।

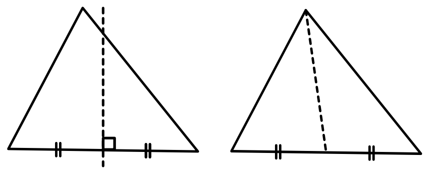


वह रेखाखंड जो शीर्ष A से सीधा ऊर्ध्वाधर नीचे BC तक और उस पर लंबवत होता है, इसकी **ऊँचाई** होती है।





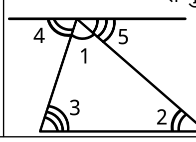
किसी त्रिभुज के एक शीर्ष से उसके सम्मुख भुजा पर खींचे गए लंब को त्रिभुज का एक **शीर्षलंब** कहते हैं । एक त्रिभुज के तीन शीर्षलंब होते हैं ।

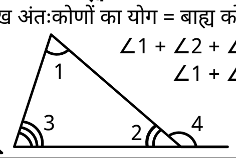


किसी त्रिभुज के एक शीर्ष को उसके सम्मुख भुजा के मध्य बिंदु से मिलाने वाले रेखाखंड को उसकी एक **माध्यिका** कहते हैं । एक त्रिभुज की तीन माध्यिकाएँ होती हैं ।

बाह्य कोण

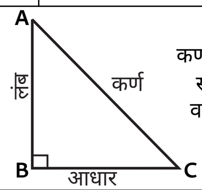
सम्मुख अंतःकोणों का योग = बाह्य कोण





∠1 + ∠2 + ∠3 = ∠2 + ∠4

∠1 + ∠2 = ∠4



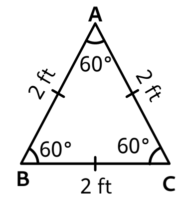
पाइथागोरस प्रमेय

कर्ण का वर्ग = उसके पादों के वर्गों का योग। समकोण त्रिभुज में समकोण के सामने वाली भुजा **कर्ण** तथा अन्य दोनों भुजाएँ उसके **पाद** कहलाती हैं ।

कर्ण^2 = लंब^2 + आधार^2

त्रिभुज के प्रकार

भुजाओं की लंबाइयों के आधार पर

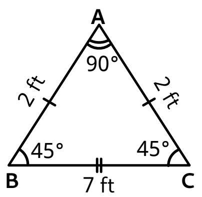


समबाहु त्रिभुज

प्रत्येक कोण न्यून कोण

AB = BC = AC = 2ft

∠A = ∠B = ∠C = 60°

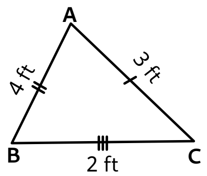


समद्विबाहु त्रिभुज

2 भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर

AC = AB ≠ BC

∠C = ∠B ≠ ∠A



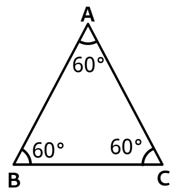
विषमबाहु त्रिभुज

3 भुजाएँ असमान लंबाइयों वाली

AB ≠ BC ≠ AC

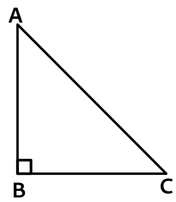
∠A ≠ ∠B ≠ ∠C

कोणों के आधार पर



न्यूनकोण त्रिभुज

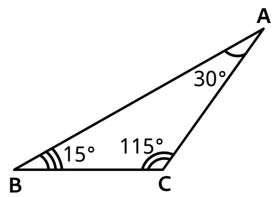
प्रत्येक कोण न्यून कोण (< 90°)



समकोण त्रिभुज

एक कोण समकोण (= 90°)

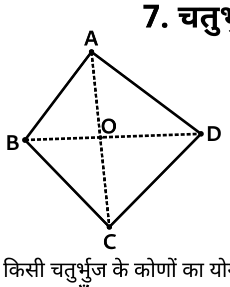
∠B = 90°



अधिककोण त्रिभुज

एक कोण अधिक कोण (> 90°)

7. चतुर्भुज



∠A और ∠C के **सम्मुख कोण**

∠B और ∠D के **सम्मुख कोण**

∠A और ∠B **आसन्न कोण**

∠B और ∠C **आसन्न कोण**

∠C और ∠D **आसन्न कोण**

∠D और ∠A **आसन्न कोण**

किसी चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।

4 - भुजाएँ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$

4 - कोण : ∠BAD, ∠ABC, ∠BCD, ∠CDA **या** ∠A, ∠B, ∠C, ∠D

4 - शीर्ष : A, B, C, D

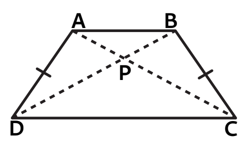
2 - विकर्ण : $\overline{AB}$ और $\overline{DC}$

सम्मुख भुजाएँ : $\overline{AB}$ और $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ और $\overline{AD}$

सम्मुख कोण : ∠A और ∠C, ∠B और ∠D

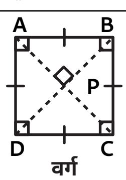
त्रिभुज :

ΔAOB, ΔAOD, ΔCOD और ΔCOB, ΔABC और ΔADC



समद्विबाहु समलंब

AB ∥ DC, AD = BC



वर्ग

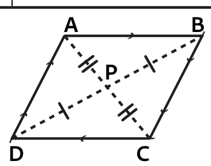
वर्ग के विकर्ण परस्पर 90° पर समद्विभाजित करते हैं

AC ⊥ BD

AB∥BC और CD∥ AD

AB = BC = DC = AD

∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°



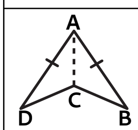
समांतर चतुर्भुज

विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

AB ∥ DC, AD ∥ BC

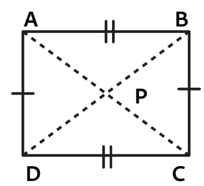
AB = DC, BC = AD

∠A = ∠C, ∠B = ∠D



नोक

- एक समांतर चतुर्भुज एक समलंब है।
- एक आयत अथवा एक समचतुर्भुज एक वर्ग नहीं है।
- एक वर्ग एक आयत है और एक समचतुर्भुज भी है।

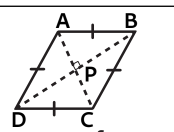


आयत

AB ∥ DC, BC ∥ AD

AB = DC, BC = AD

∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°



समचतुर्भुज

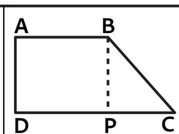
विकर्ण परस्पर लंब होते हैं।

AC ⊥ BD

AB∥BC और CD∥ AD

AB = BC = DC = AD

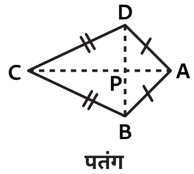
∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°



समलंब

AB ∥ DC

AB = DP



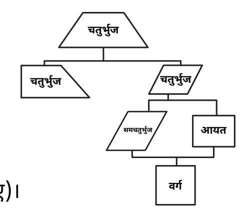
पतंग

विकर्ण एक दूसरे पर लंब होते हैं।

DB ⊥ AC

∠A = ∠C और ∠D = ∠B

AD = AB और BC = DC



- पतंग एक समांतर चतुर्भुज नहीं है।
- समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
- आयत और समचतुर्भुज में से प्रत्येक एक समांतर चतुर्भुज होता है।
- समलंब एक समांतर चतुर्भुज नहीं है (क्योंकि इसमें सम्मुख भुजाओं का एक युग्म ही समांतर है और समांतर चतुर्भुज के लिए सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समांतर होने चाहिए)।

सार्वांगसम

दो ज्यामितीय आकृतियों (रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, बहुभुज इत्यादि) को सार्वांगसम कहते हैं यदि उनका आकार (Shape) और माप (Size) समान हों।

'सर्वांगसम' का अर्थ है 'सभी प्रकार से बराबर'

सार्वांगसमता

सार्वांगसमता दो वस्तुओं के सर्वांगसम होने के संबंध को सर्वांगसमता कहते हैं। (2D द्विआयामी और त्रिआयामी 3D)

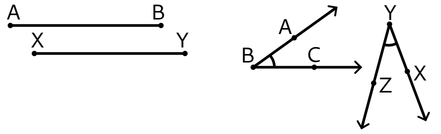
आकृतियों को सार्वांगसमता (≅)

रेखाखंडों में सर्वांगसमता

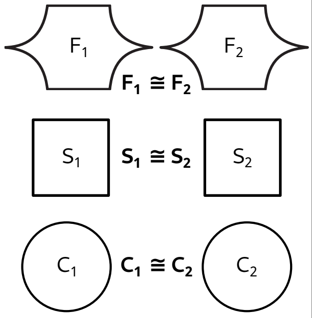
AB ≅ XY या AB = XY

कोणों की सर्वांगसमता

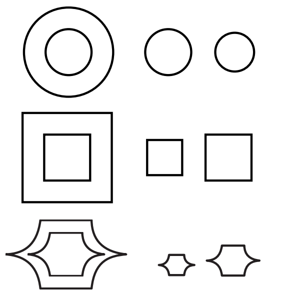
∠ABC ≅ ∠XYZ



तल-आकृतियों की सर्वांगसमता



तल-आकृतियों की समरूपता



समरूप

दो ज्यामितीय आकृतियाँ (रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, बहुभुज इत्यादि) जिनके समान आकार हों (परंतु समान आमाप होना आवश्यक न हो) समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं।

बहुभुजों के लिए संगत भुजाओं के इस एक ही अनुपात को स्केल गुणक (scale factor) [अथवा प्रतिनिधित्व भिन्न (Representative Fraction)] कहा जाता है।

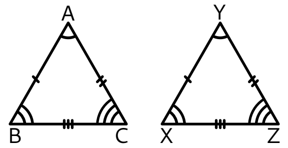
दो बहुभुजों की समरूपता

भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि

(a) उनके संगत कोण बराबर,

(b) इनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती)

ΔABC ≅ ΔXYZ



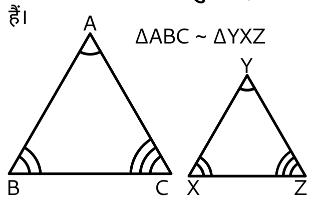
शीर्ष: A ↔ Y, B ↔ X, C ↔ Z

(a) संगत कोण : ∠A = ∠Y, ∠B = ∠X, ∠C = ∠Z

(b) संगत भुजाएँ : AB = XY, AC = YZ, BC = ZX

यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हों, तो वे **समानकोणिक त्रिभुज** कहलाते हैं।

ΔABC ~ ΔYXZ



(a) संगत कोण : ∠A = ∠Y, ∠B = ∠X, ∠C = ∠Z

(b) संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती)

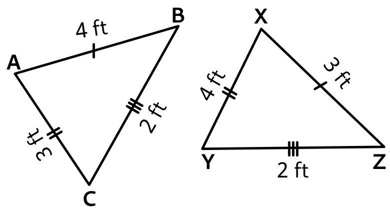
$$\frac{AB}{XY} = \frac{AC}{YZ} = \frac{BC}{XZ}$$

शीर्ष: A ↔ Y, B ↔ X, C ↔ Z

ΔABC समरूप है ΔDEF के ΔBAC ~ ΔXYZ

लिखना नहीं है : ΔABC ~ ΔXYZ और ΔCBA ~ ΔXYZ

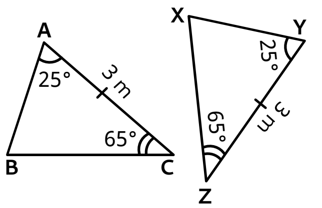
त्रिभुजों की सर्वांगसमता की कसौटियाँ



SSS (Side-Side-Side)

AB = XY, BC = YZ, AC = XZ

ΔABC ≅ ΔXYZ

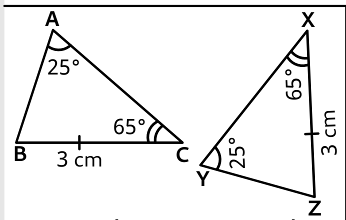


ASA (Angle-Side-Angle)

AC = YZ

∠A = ∠Y, ∠C = ∠Z

ΔABC ≅ ΔXYZ

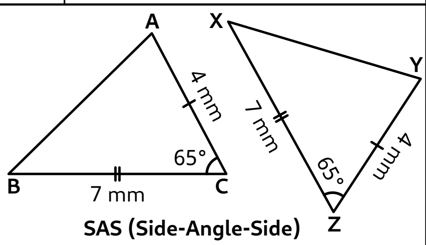


AAS (Angle-Angle-Side)

BC = XZ

∠A = ∠Y, ∠C = ∠X

ΔABC ≅ ΔXYZ

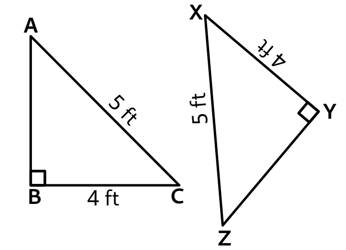


SAS (Side-Angle-Side)

AC = YZ, BC = XZ

∠C = ∠Z

ΔABC ≅ ΔXYZ



RHS/HL

(Right angle-Hypotenuse-Side/ Hypotenuse-Leg)

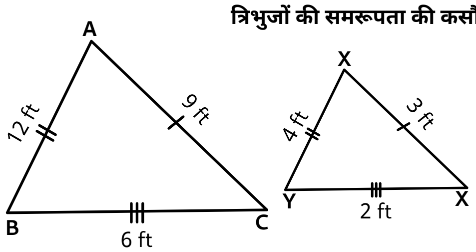
BC = XY

AC = XZ

∠B = ∠Y = 90°

ΔABC ≅ ΔXYZ

त्रिभुजों की समरूपता की कसौटियाँ

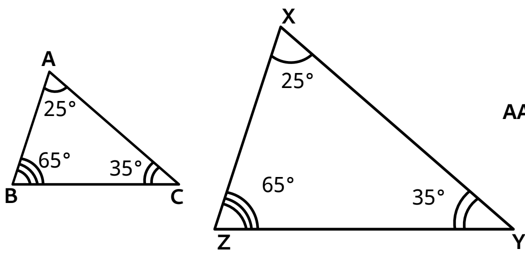


SSS (Side-Side-Side)

BC = PQ, AB = RQ

AC = PR

ΔABC ~ ΔPQR



AA (Angle-Angle

∠A = ∠X, ∠B = ∠Y

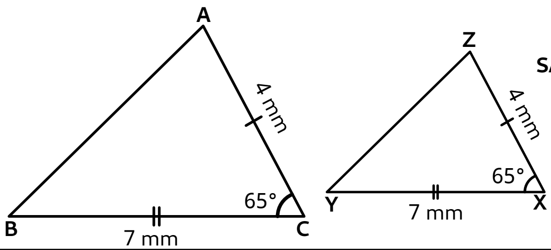
ΔABC ~ ΔXYZ

AAA (Angle-Angle-Angle)

∠C = ∠Y

∠A = ∠X, ∠B = ∠Y

ΔABC ~ ΔXYZ

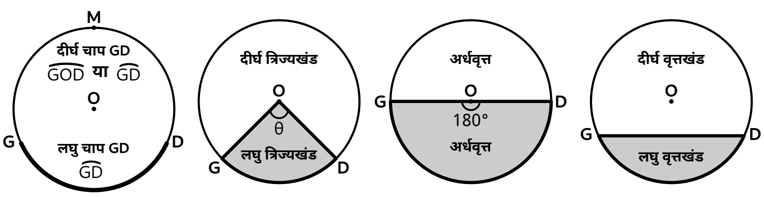


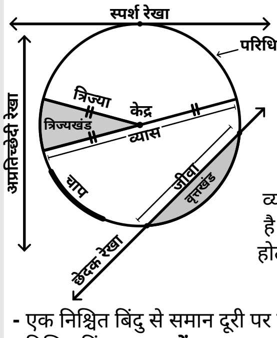
SAS (Side-Angle-Side)

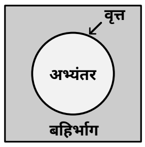
AC = ZX, BC = XY

∠C = ∠X

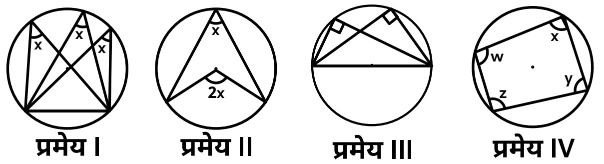
ΔABC ~ ΔXYZ





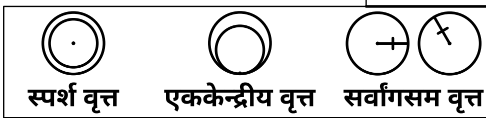


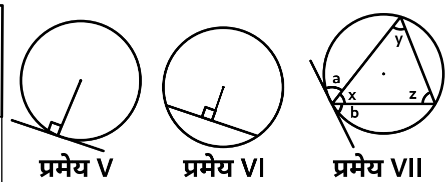
- वृत्त के अन्दर का भाग, जिसे अभ्यंतर भी कहते हैं,
- वृत्त एवं
- वृत्त के बाहर का भाग, जिसे बहिर्भाग भी कहते हैं।
- वृत्त तथा इसका अभ्यंतर मिलकर वृत्तीय क्षेत्र बनाते हैं।



व्यास वृत्त की सबसे लम्बी जीवा होती है तथा सभी व्यासों की लम्बाई समान होती है जो त्रिज्या की दो गुनी होती है।

d = 2r





- एक निश्चित बिंदु से समान दूरी पर चक्कर लगाने से बना बिंदुओं का पथ **वृत्त** कहलाता है।
- निश्चित बिंदु वृत्त का **केंद्र** कहलाता है, निश्चित दूरी (समान दूरी) **त्रिज्या** कहलाती है तथा वृत्त के चारों ओर चली गयी दूरी उसकी **परिधि** कहलाती है।
- किन्हीं दो बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड वृत्त की एक **जीवा** कहलाती है।
- केंद्र से होकर जाने वाली जीवा वृत्त का **व्यास** कहलाती है। वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरकर बनता है एक **त्रिज्यखंड** कहलाता है। वृत्त की एक जीवा और संगत चाप से घिरा वृत्तीय क्षेत्र का भाग एक **वृत्तखंड** कहलाता है। वृत्त के एक व्यास के दोनों अंत बिंदु उसे दो बराबर भागों में विभाजित करते हैं। प्रत्येक भाग एक **अर्धवृत्त** कहलाता है।
- रेखा तथा वृत्त में कोई उभयनिष्ठ बिंदु नहीं है। इस दशा में रेखा को वृत्त के सापेक्ष **अप्रतिच्छेदी रेखा** कहते है।
- रेखा और वृत्त में दो उभयनिष्ठ बिंदु हैं। इस दशा में हम रेखा को वृत्त की **छेदक रेखा** कहते हैं।
- रेखा और वृत्त में एक और केवल एक उभयनिष्ठ बिंदु है। इस दशा में रेखा वृत्त की **स्पर्श रेखा** कहलाती है।
- **दो प्रकार के वृत्तखंड :** दीर्घ वृत्तखंड तथा लघु वृत्तखंड
- केन्द्र को एक चाप के सिरों से मिलाने वाली त्रिज्याओं एवं चाप के बीच के क्षेत्र को **त्रिज्यखंड** कहते हैं।