

Zusammenfassung

Mihir Mahajan

May 1, 2022

Contents

1	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	1
1.1	Grundlagen	1
1.1.1	Definition 1	1
1.1.2	Lemma 8	2
1.1.3	Satz 9 Siebformel	2
1.1.4	Wahl der Wahrscheinlichkeiten	2
1.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	3
1.2.1	Definition 12	3

1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume

1.1 Grundlagen

1.1.1 Definition 1

- Ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum ist durch eine **Ergebnismenge** $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ von Elementarereignissen gegeben
- Jedem Ereignis ω_i ist eine Wahrscheinlichkeit $0 \leq Pr[\omega_i] \leq 1$ zugeordnet
 $\sum_{\omega \in \Omega} Pr[\omega] = 1$
- Die Menge $E \subseteq \Omega$ heißt Ereignis. $Pr[E] = \sum_{\omega \in E} Pr[\omega]$
- \bar{E} ist komplement zu E

Man kann standard Mengenoperationen auf Ereignisse machen, also bei Ereignissen A, B dann auch $A \cup B$, $A \cap B$

1.1.2 Lemma 8

Für Ereignisse $A, B, A_1, A_2, \dots, A_n$ gilt

- $Pr[\emptyset] = 0, Pr[\Omega] = 1$
- $0 \leq Pr[A] \leq 1$
- $Pr[\bar{A}] = 1 - Pr[A]$
- Wenn $A \subseteq B$ so folgt $Pr[A] \leq Pr[B]$
- Additionssatz: Bei **paarweise disjunkten** Ereignissen gilt:
 $Pr[\bigcup_{i=1}^n A_i] = \sum_{i=1}^n Pr[A_i]$
Insbesondere gilt also:
 $Pr[A \cup B] = Pr[A] + Pr[B]$
Und für unendliche Menge von **disjunkten** Ereignissen:
 $Pr[\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i] = \sum_{i=1}^{\infty} Pr[A_i]$

1.1.3 Satz 9 Siebformel

Lemma 8, gilt nur für **disjunkte** Mengen. Das geht auch für nicht disjunkte!

1. Zwei Mengen $Pr[A \cup B] = Pr[A] + Pr[B] - Pr[A \cap B]$
2. Drei Mengen $Pr[A_1 \cup A_2 \cup A_3] =$
 $Pr[A_1] + Pr[A_2] + Pr[A_3]$
 $- Pr[A_1 \cap A_2] - Pr[A_1 \cap A_3] - Pr[A_2 \cap A_3]$
 $+ Pr[A_1 \cap A_2 \cap A_3]$
3. n Mengen Veranschaulichen an Venn-Diagramm
 - (a) Alle aufaddieren
 - (b) Paarweise schnitte subtrahieren
 - (c) Dreifache schnitte dazuaddieren
 - (d) 4- fache schritte subtrahieren
 - (e) ...

1.1.4 Wahl der Wahrscheinlichkeiten

Prinzip von Laplace (Pierre Simon Laplace (1749–1827)): Wenn nichts dagegen spricht, gehen wir davon aus, dass alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind. $Pr[E] = \frac{|E|}{|\Omega|}$

1.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten

1.2.1 Definition 12

A und B seien Ereignisse mit $Pr[B] > 0$. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $Pr[A|B]$ von A gegeben B ist definiert als: $Pr[A|B] := \frac{Pr[A \cap B]}{Pr[B]}$

Umgangssprachlich: $Pr[A|B]$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt wenn B eintritt.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten $Pr[|B]$ bilden für ein beliebiges Ereignis $B \subseteq \Omega$ mit $Pr[B] > 0$ einen neuen Wahrscheinlichkeitsraum über Ω .