Labbrapport: dämpad och driven pendel

Björn Sundin
TE18C, NTI Kronhus

27 mars 2021

1 Inledning

1.1 Syfte

1.2 Frågeställningar

1.3 Teori

Den matematiska modellen som används för att beskriva svängningsrörelsen hos torsionspendeln beskrivs av denna differentialekvation:

$$\begin{gathered} I\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -k\theta - \lambda\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \mu\cos(\omega t) \Leftrightarrow \\ \theta''(t) + \frac{\lambda}{I}\theta'(t) + \frac{k}{I}\theta(t) = \frac{\mu}{I}\cos(\omega t) \end{gathered} \tag{1}$$

Där:

- θ är vinkelpositionen av pendeln relativt jämviktsläget i radianer.
- I är tröghetsmomentet för pendeln med enhet $[\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$. Det är vridmomentet som krävs för att skapa en vinkelacceleration på 1 $\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$.
- k är vridmomentet per radian vinkelavvikelse riktat mot jämviktsläget för den specifika pendeln. Detta vridmoment orsakar den naturliga svängningen.
- λ är ett bromsande vridmoment per $\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ motriktat rörelseriktningen. Denna orsakar pendelns dämpning.
- μ är amplituden av det pålagda vridmomentet, med frekvensen $\omega[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}]$.

I, k och λ beror alla på egenskaper hos pendeln samt pendelns radie. μ beror däremot på den radie där det pålagda vridmomentet appliceras samt kraftens maximum som orsakar vridmomentet.

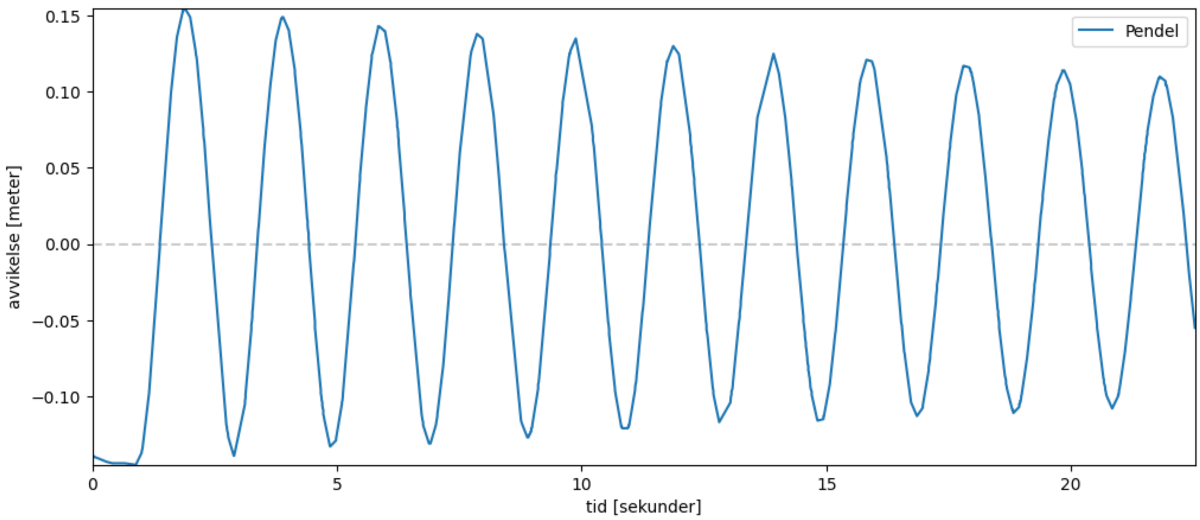
Differentialekvationen har olika lösningar beroende på värdena på konstanterna:

1. Fri pendel: $\lambda = 0 \land \mu = 0 \Leftrightarrow \theta = A\sin(\omega_0 t + \phi) = A\cos(\theta)\sin(\omega_0 t) +$
2. Däm$Ae^{-\frac{\lambda}{2}t} \cdot \sin(\omega t)$

2 Metod

3 Resultat

Den insamlade datan som mättes med Cassy Lab under laborationen redovisas i figurerna nedan.



Figur 1: Datan för "odämpad" svängning.

4 Analys

$$\begin{aligned} y &= 0.1318 \cdot \sin((180.63x + 103.83) \cdot \frac{2\pi}{360}) \\ &\approx 0.1318 \cdot \sin(3.153x + 1.812) \end{aligned} \tag{2}$$

5 Slutsatser