

Labbrapport: dämpad och driven pendel

Björn Sundin

TE18C, NTI Kronhus

27 mars 2021

1 Inledning

1.1 Syfte

1.2 Frågeställningar

1.3 Teori

Den matematiska modellen som används för att beskriva svängningsrörelsen hos torsionspendeln beskrivs av denna differentialekvation:

$$\begin{aligned} I \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -k\theta - \lambda \frac{d\theta}{dt} + \mu \cos(\omega t) \Leftrightarrow \\ \theta''(t) + \frac{\lambda}{I} \theta'(t) + \frac{k}{I} \theta(t) &= \frac{\mu}{I} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

Där:

- θ är vinkelpositionen av pendeln relativt jämviktsläget i radianer.
- I är tröghetsmomentet för pendeln med enhet $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$. Det är vridmomentet som krävs för att skapa en vinkelacceleration på $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.
- k är vridmomentet per radian vinkelavvikelse riktat mot jämviktsläget för den specifika pendeln. Detta vridmoment orsakar den naturliga svängningen.
- λ är ett bromsande vridmoment per $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ motriktat rörelseriktningen. Denna orsakar pendelns dämpning.
- μ är amplituden av det pålagda vridmomentet, med frekvensen $\omega [\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$.

I , k och λ beror alla på egenskaper hos pendeln samt pendelns radie. μ beror däremot på den radie där det pålagda vridmomentet appliceras samt kraftens maximum som orsakar vridmomentet.

Differentialekvationen har olika lösningar beroende på värdena på konstanterna:

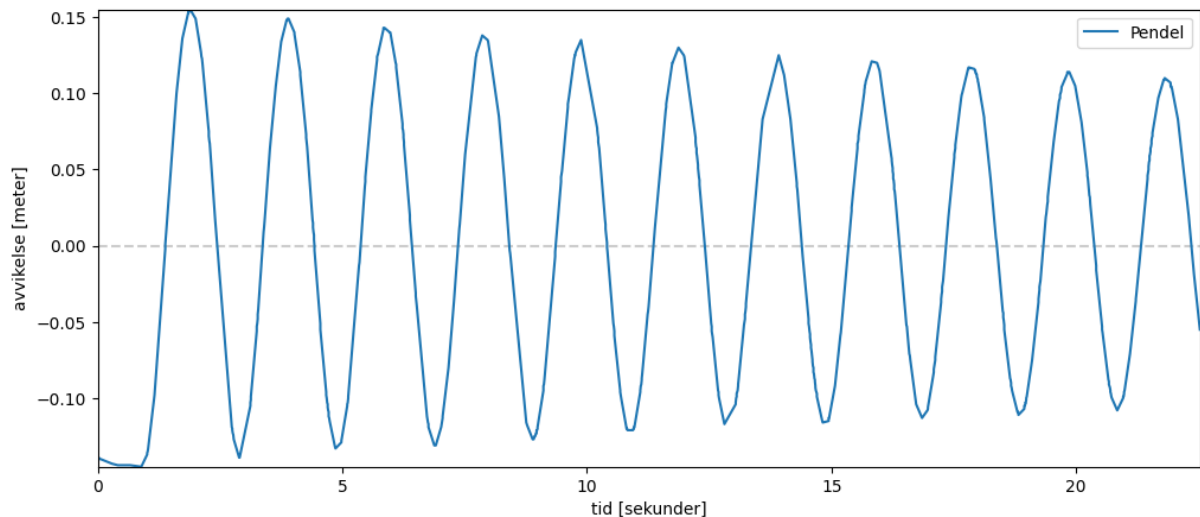
1. Fri pendel: $\lambda = 0 \wedge \mu = 0 \Leftrightarrow \theta(t) = A \sin(\omega_0 t + \phi)$
2. Dämpad pendel: $\lambda \neq 0 \wedge \mu = 0 \Leftrightarrow \theta(t) = A e^{-\frac{\lambda}{2} t} \cdot \sin(t \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\lambda^2}{4}})$

3. Driven pendel: $\lambda = 0 \wedge \mu \neq 0 \Leftrightarrow \theta(t) = \frac{\mu}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin(\omega t + \phi)$ där ω är

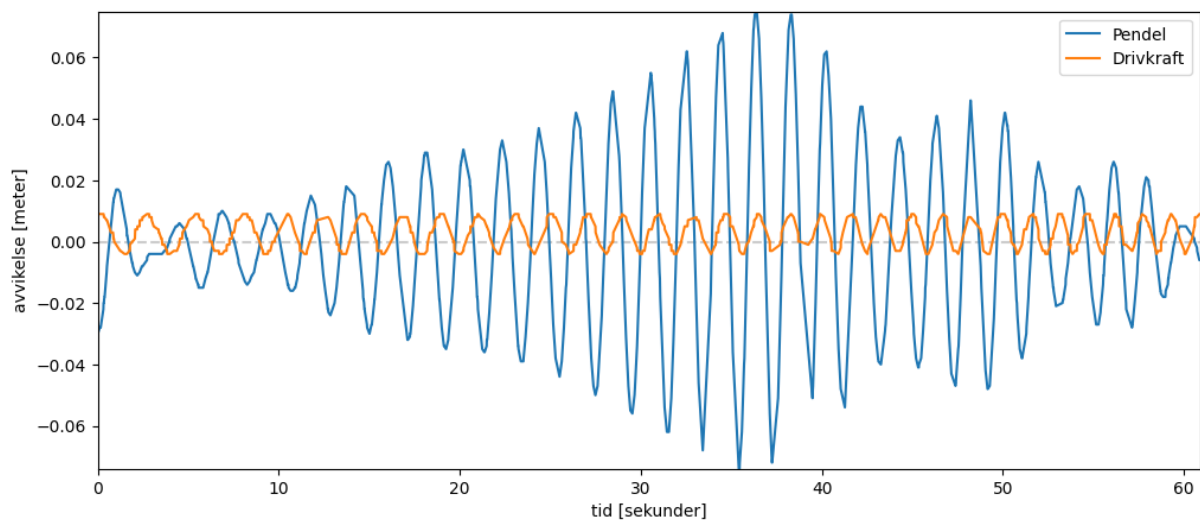
2 Metod

3 Resultat

Den insamlade datan som mättes med Cassy Lab under laborationen redovisas i figurerna nedan.



Figur 1: Datat för svängning utan pålagd dämpning.



Figur 2: Datat för driven svängning runt resonansfrekvensen.

4 Analys

$$y = 0.1318 \cdot \sin((180.63x + 103.83) \cdot \frac{\pi}{180})$$

$$\approx 0.1318 \cdot \sin(3.153x + 1.812) \quad (2)$$

5 Slutsatser