

Simuleringsövning Fysik 3

25 mars 2021

Elev: Björn Sundin

Handledare: Carlo Ruberto

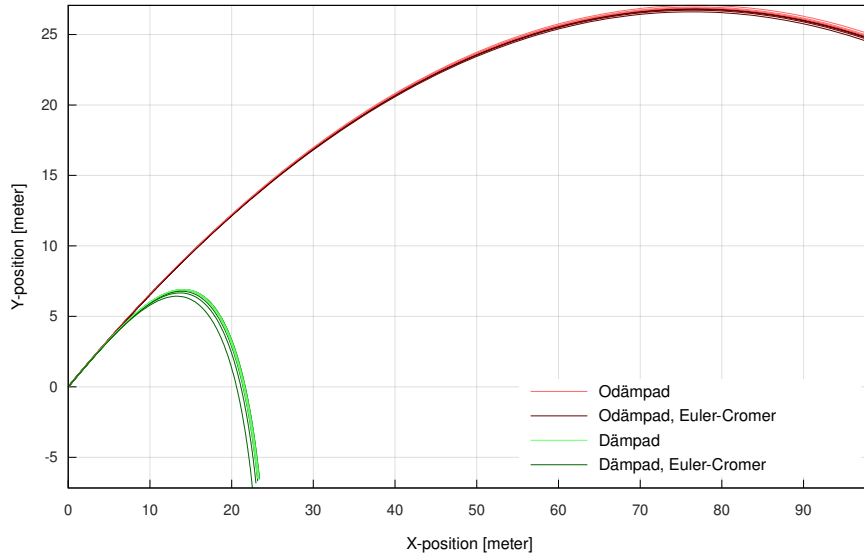
1 Miljö och verktyg

Programmeringsspråket C++20 användes för samtliga simuleringar. Biblioteket “matplotlibplus” (de Freitas, 2021) användes för att producera graferna och “mp-units” (Pusz, 2021) användes för statistiskt typade fysikaliska enheter.

Användandet av mp-units i projektet gjorde att alla eventuella felberäkningar med enheter fångades automatiskt av kompilatorn innan programmet ens körs. Den här sortens statisk enhetskontroll är viktig att utnyttja i mjukvara som utför fysikaliska beräkningar - särskilt när kostnaden av felberäkningarna blir större, som i en pacemaker eller en raket.

2 Simulering av pingisboll

Figur 1. *Simulering av pingisboll med och utan luftmotstånd samt med Eulers och Euler-Cromers metod.*



Pingisbollens radie var $r = 2$ cm. Massan var $m = 2.7$ g. Luftmotståndskoefficienten antogs vara $C_D = 0.3$. Startfarten var $v_0 = 40$ m/s och startvinkeln var $\alpha = 35^\circ$. Värdet på luftdensiteten som användes var $\rho = 1.225$ kg/m³. Tiden som simulerades var 3 s.

Luftmotståndskraften beräknades genom:

$$\vec{F}_D = -\hat{v} \cdot \frac{\pi}{2} r^2 C_D \rho |\vec{v}|^2$$

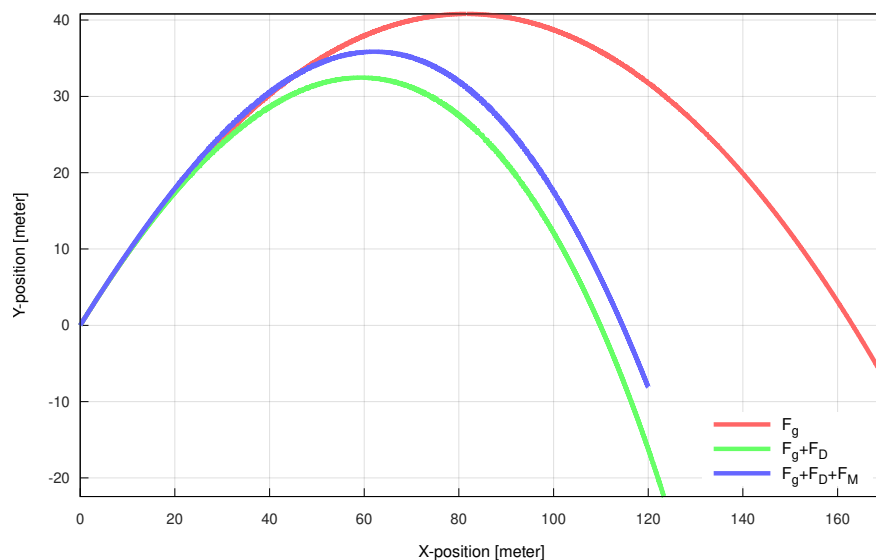
Eftersom bollen har tvärsnittsarean $A = \pi r^2$. \hat{v} är hastighetens enhetsvektor. Flera simuleringar med olika tidssteg samt med Eulers och Euler-Cromers metod gjordes. Tidsstegen Δt som användes var 0.1 ms, 1 ms, 5 ms, 10 ms och 20 ms. Figur 1 visar graferna för alla simuleringarna. De mörkare banorna visar simuleringarna med Euler-Cromers metod och de ljusare banorna visar simuleringarna med Eulers metod.

Man kan se att Eulers metod ger ett mer exakt resultat för dämpad kaströrelse jämfört med Euler-Cromers metod. Euler-Cromers metod förstärker dämpningen och bollen tappar energi fortare. Man ser det eftersom banorna konvergerar mot samma exakta lösning med lägre värden på Δt , men simuleringarna med Euler-Cromers metod avviker mer än Eulers metod för de större värdena på Δt .

För fri kaströrelse avviker Eulers och Euler-Cromers metod lika mycket men åt olika håll.

3 Simulering av golfboll

Figur 2. *Simulering av fri golfboll, golfboll med luftmotstånd och roterande golfboll med luftmotstånd.*



Golfbollens radie var $r = 22$ mm. Massan var $m = 45$ g. Luftmotståndskoefficienten antogs vara 0.2, något mindre än för pingisbollen eftersom ytan

är skrovligare. Startfarten var $v_0 = 40$ m/s och startvinkeln var $\alpha = 45^\circ$. Vinkelhastigheten för simuleringen med magnuseffekten var 4 varv/s motsols, alltså $\omega = 6\pi$ rad/s. Tiden som simulerades var 6 s och tidssteget 1 ms användes.

Dämpning av vinkelhastigheten räknades inte med i simuleringen. Vinkelhastigheten är alltså konstant i simuleringen, men i verkligheten hade den saktat ner något över tid på grund av luftmotståndet.

Luftmotståndet beräknades på samma sätt som för pingisbollen men med golfbollens parametrar. Magnuskraften beräknades enligt:

$$\vec{F}_M = (-v_y, v_x) \cdot 2\pi\rho\omega r^3$$

I det vanliga kartesiska koordinatsystemet där en positiv vinkelhastighet ω innebär motsols rotering. Hastighetsvektorn roteras 90° motsols eftersom trycket är högre på undersidan för en boll som rör sig åt höger med en positiv vinkelhastighet. Slow motion-video av golfslag (Titleist, 2013) studerades för att bekräfta vinkelhastighetens riktning.

4 Simulering av svängning

Fjädermassan var $m = 0.3$ kg och fjäderkonstanten $k = 15$ N/m. Startpositionen var $y_0 = 1$ m och startfarten $v_0 = 0$ m/s.

Referenser

- de Freitas, A. (2021). *matplotlibplus*. <https://github.com/alandefreitas/matplotlibplus>
- Pusz, M. (2021). *units*. <https://github.com/mpusz/units>
- Titleist. (2013, 24. oktober). *The Moment of Impact. An Inside Look at Titleist Golf Ball R&D*. <https://www.youtube.com/watch?v=6TA1s1oNpbk>

Figur 3. *Simulering av fri svängning.*

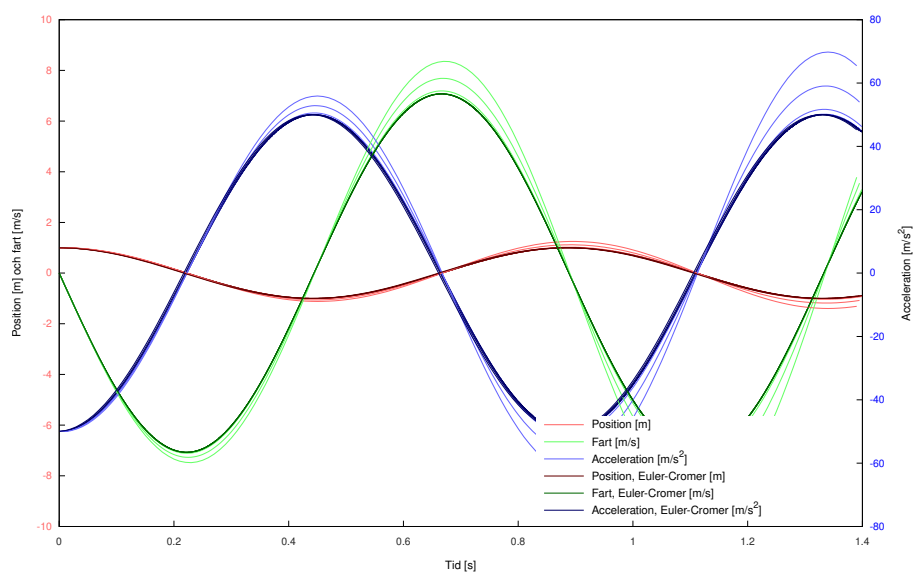
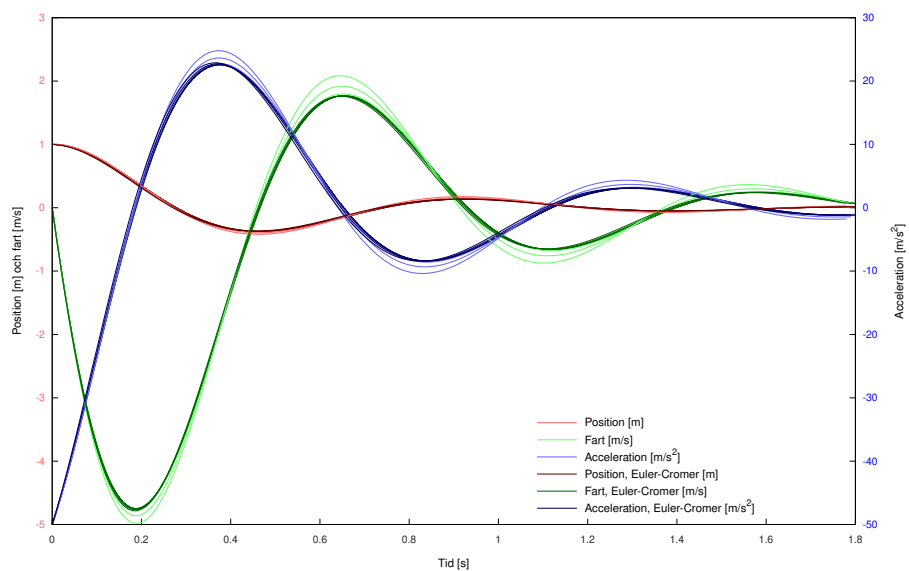
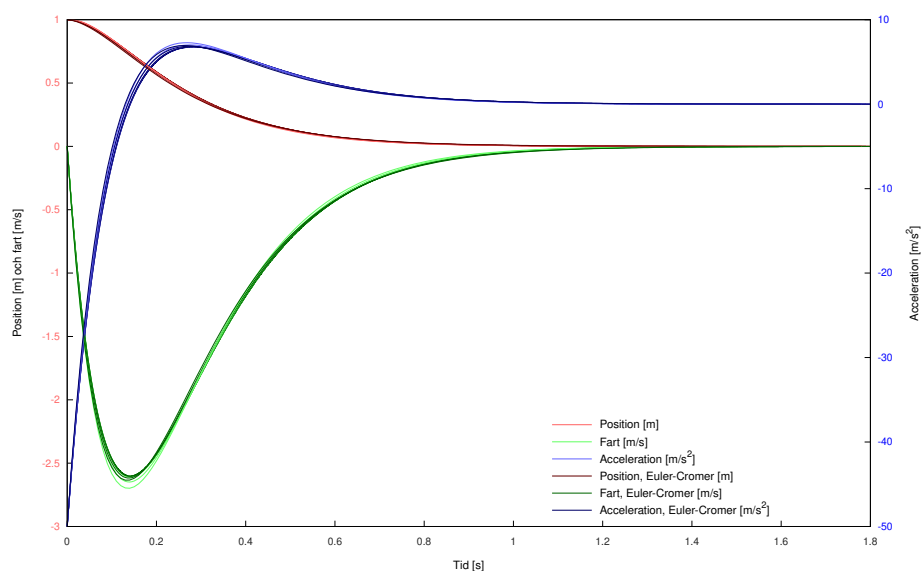


Figure 4. *Simulering av svagt dämpad svängning med $\zeta = 0.3$.*



Figur 5. *Simulering av kritiskt dämpad svängning med $\zeta = 1$.*



Figur 6. *Simulering av starkt dämpad svängning med $\zeta = 2$.*

