

# Simuleringsövning Fysik 3

25 mars 2021

**Elev:** Björn Sundin

**Handledare:** Carlo Ruberto

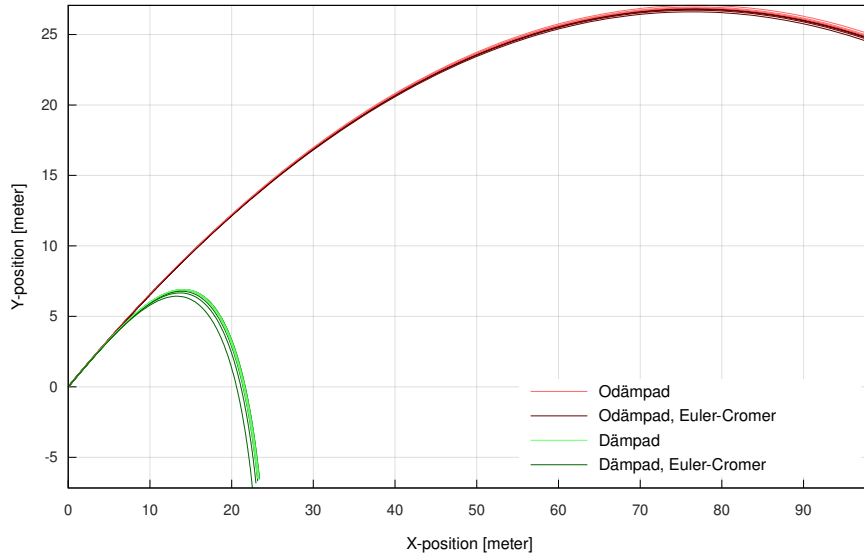
# 1 Miljö och verktyg

Programmeringsspråket C++20 användes för samtliga simuleringar. Biblioteket “matplotlibplus” (de Freitas, 2021) användes för att producera graferna och “mp-units” (Pusz, 2021) användes för statistiskt typade fysikaliska enheter.

Användandet av mp-units i projektet gjorde att alla eventuella felberäkningar med enheter fångades automatiskt av kompilatorn innan programmet ens kördes. Den här sortens statistiska enhetskontroll är viktig att utnyttja i mjukvara som utför fysikaliska beräkningar - särskilt när kostnaden av felberäkningarna blir större, som hos mjukvaran i en pacemaker eller en raket.

## 2 Simulering av pingisboll

**Figur 1.** *Simulering av pingisboll med och utan luftmotstånd samt med Eulers och Euler-Cromers metod.*



Pingisbollens radie var  $r = 2$  cm. Massan var  $m = 2.7$  g. Luftmotståndskoefficienten antogs vara  $C_D = 0.3$ . Startfarten var  $v_0 = 40$  m/s och startvinkeln var  $\alpha = 35^\circ$ . Värdet på luftdensiteten som användes var  $\rho = 1.225$  kg/m<sup>3</sup>. Tiden som simulerades var 3 s.

Luftmotståndskraften beräknades genom:

$$\vec{F}_D = -\hat{v} \cdot \frac{\pi}{2} r^2 C_D \rho |\vec{v}|^2$$

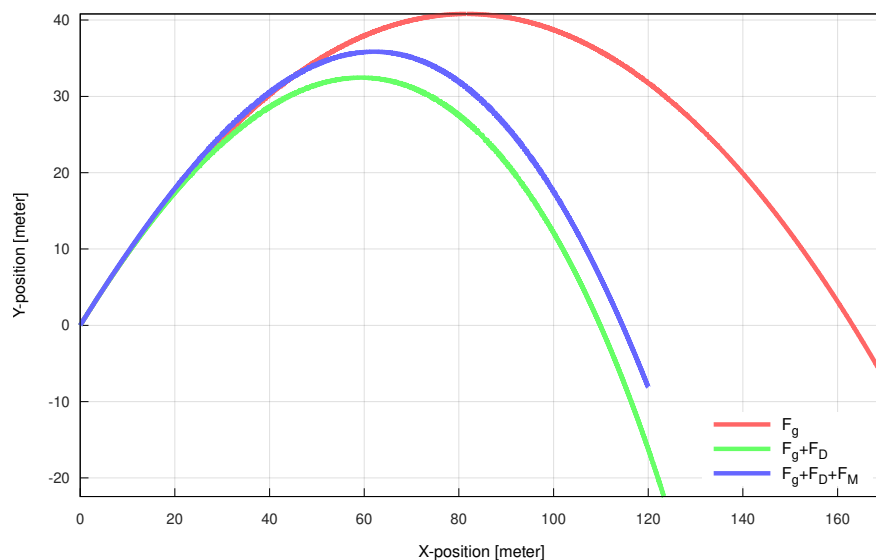
Eftersom bollen har tvärsnittsarean  $A = \pi r^2$ .  $\hat{v}$  är hastighetens enhetsvektor. Flera simuleringar med olika tidssteg samt med Eulers och Euler-Cromers metod gjordes. Tidsstegen  $\Delta t$  som användes var 0.1 ms, 1 ms, 5 ms, 10 ms och 20 ms. Figur 1 visar graferna för alla simuleringarna. De mörkare banorna visar simuleringarna med Euler-Cromers metod och de ljusare banorna visar simuleringarna med Eulers metod.

Man kan se att Eulers metod ger ett mer exakt resultat för dämpad kaströrelse jämfört med Euler-Cromers metod. Euler-Cromers metod förstärker dämpningen och bollen tappar energi fortare. Man ser det eftersom banorna konvergerar mot samma exakta lösning med lägre värden på  $\Delta t$ , men simuleringarna med Euler-Cromers metod avviker mer än Eulers metod för de större värdena på  $\Delta t$ .

För fri kaströrelse avviker Eulers och Euler-Cromers metod lika mycket men åt olika håll.

### 3 Simulering av golfboll

**Figur 2.** *Simulering av fri golfboll, golfboll med luftmotstånd och roterande golfboll med luftmotstånd.*



Golfbollens radie var  $r = 22$  mm. Massan var  $m = 45$  g. Luftmotståndskoefficienten antogs vara 0.2, något mindre än för pingisbollen eftersom ytan

är skrovligare. Startfarten var  $v_0 = 40$  m/s och startvinkeln var  $\alpha = 45^\circ$ . Vinkelhastigheten för simuleringen med magnuseffekten var 4 varv/s motsols, alltså  $\omega = 6\pi$  rad/s. Tiden som simulerades var 6 s och tidssteget 1 ms användes.

Dämpning av vinkelhastigheten räknades inte med i simuleringen. Vinkelhastigheten är alltså konstant i simuleringen, men i verkligheten hade den saktat ner något över tid på grund av luftmotståndet.

Luftmotståndet beräknades på samma sätt som för pingisbollen men med golfbollens parametrar. Magnuskraften beräknades enligt:

$$\vec{F}_M = (-v_y, v_x) \cdot 2\pi\rho\omega r^3$$

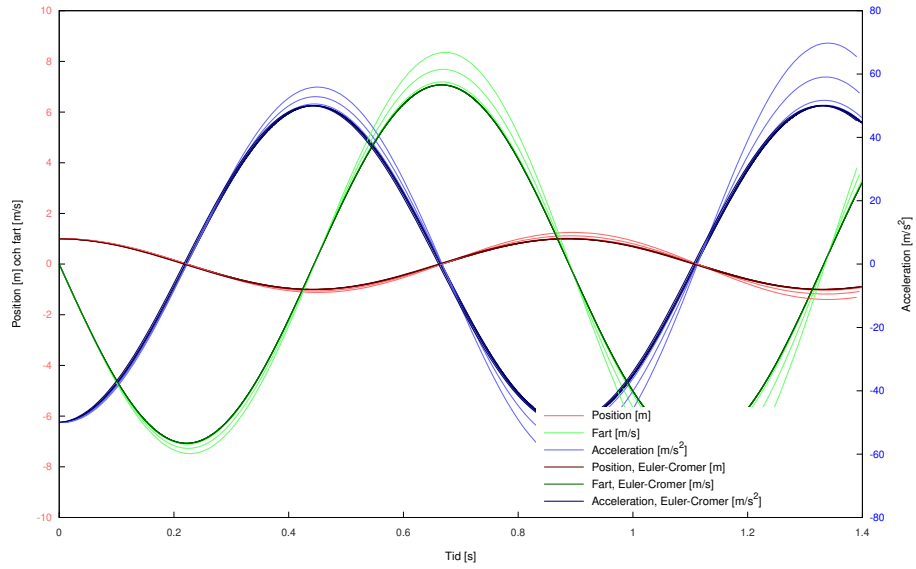
I det vanliga kartesiska koordinatsystemet där en positiv vinkelhastighet  $\omega$  innebär motsols rotering. Hastighetsvektorn roteras  $90^\circ$  motsols eftersom trycket är högre på undersidan för en boll som rör sig åt höger med en positiv vinkelhastighet. Slow motion-video av golfslag (Titleist, 2013) studerades för att bekräfta vinkelhastighetens riktning.

## 4 Simulering av svängning

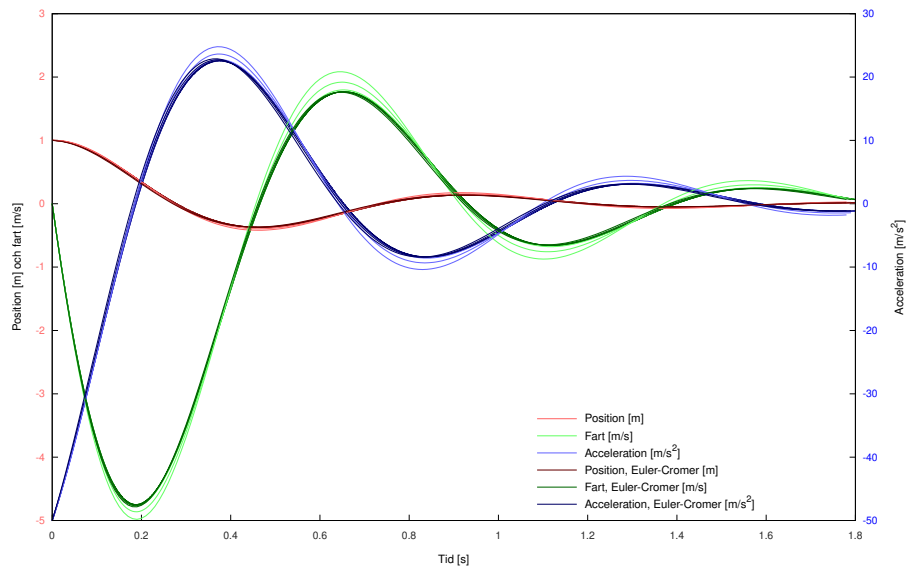
Fjädermassan var  $m = 0.3$  kg och fjäderkonstanten  $k = 15$  N/m. Startpositionen var  $y_0 = 1$  m och startfarten  $v_0 = 0$  m/s. Figurerna 3-6 visar grafer av position, fart och acceleration över tid för simuleringar med olika dämpningsratio  $\zeta$ , definierad som  $\frac{c}{c_c}$ , där  $c$  är den faktiska dämpningskoefficienten och  $c_c$  är dämpningskoefficienten för kritisk dämpning,  $2\sqrt{mk}$ .

Varje graf visar simuleringar med tidsstegen 0.1 ms, 1 ms, 5 ms, och 10 ms. Lägg märke till att accelerationen har en egen y-axel med annan skala eftersom den har en storleksordning större värden än positionen. De mörka linjerna är som med pingisbollen simuleringar med Euler-Cromers metod och de ljusa Eulers metod. Till skillnad från simuleringar av kast med luftmotstånd, ger Euler-Cromers metod mycket mer exakta resultat jämfört med Eulers metod för svängningsrörelse. I simuleringarna med Eulers metod ökar energin hos fjädern för varje svängning märkvärdigt för större värden av  $\Delta t$ .

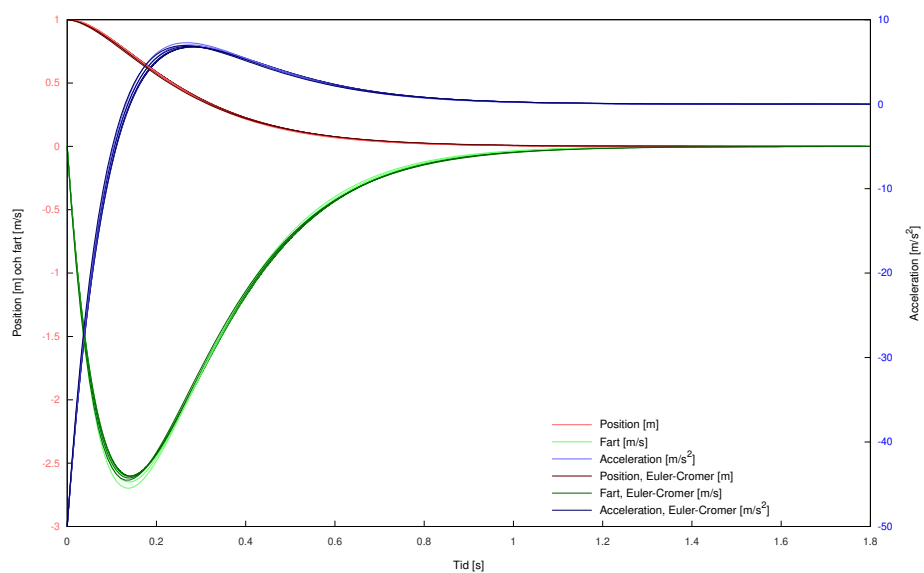
**Figur 3.** *Simulering av fri svängning,  $\zeta = 0$ .*



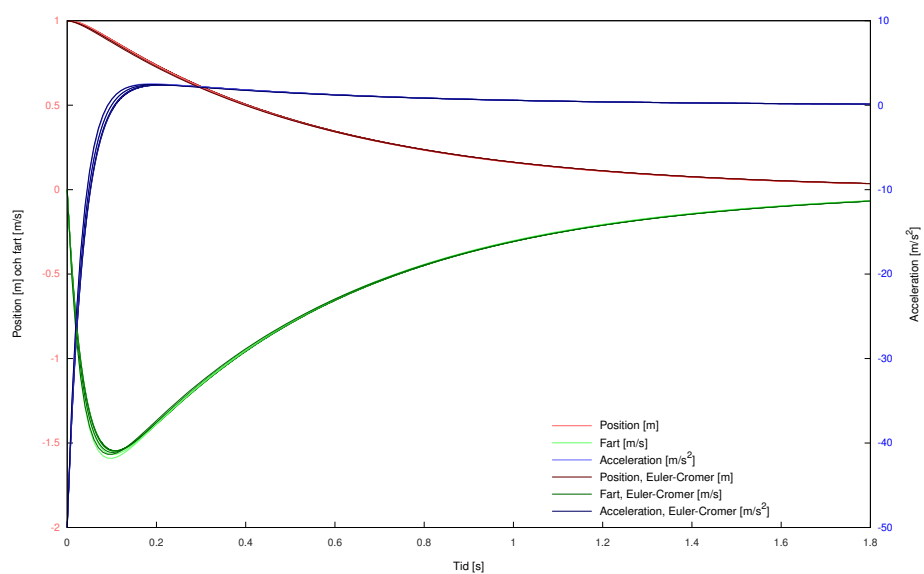
**Figur 4.** *Simulering av svagt dämpad svängning med  $\zeta = 0.3$ .*



**Figur 5.** *Simulering av kritiskt dämpad svängning med  $\zeta = 1$ .*



**Figur 6.** *Simulering av starkt dämpad svängning med  $\zeta = 2$ .*



## Referenser

- de Freitas, A. (2021). *matplotplusplus*. <https://github.com/alandefreitas/matplotplusplus>
- Pusz, M. (2021). *units*. <https://github.com/mpusz/units>
- Titleist. (2013, 24. oktober). *The Moment of Impact. An Inside Look at Titleist Golf Ball R&D*. <https://www.youtube.com/watch?v=6TA1s1oNpbk>