

## Лекция 1 Понятие неопределенного интеграла

### 19.1 Первообразная и неопределенный интеграл

Методы дифференциального исчисления позволяют по известной функции  $f(x)$  найти ее производную или дифференциал

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x), \quad dF(x) = f(x)dx.$$

Интегральное исчисление позволяет решать обратную задачу: по известной производной  $f(x)$  неизвестной функции  $F(x)$  найти эту функцию.

**М19.1.1 Определение.** Функция  $F(x)$ , удовлетворяющая условию  $F'(x) = f(x)$ , называется *первообразной* функции  $f(x)$ .

**М19.1.2 Примеры.** 1)  $\ln 2x = \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{1}{x}$ ,  $\ln 100x = \frac{1}{100x} \cdot 100 = \frac{1}{x}$ . Значит, функции  $\ln 2x$  и  $\ln 100x$  являются первообразными для функции  $f(x) = \frac{1}{x}$  на интервале  $(0; \infty)$ .

2)  $\arctg x = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $\left(-\arctg \frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{1+x^2}$  и, значит, функции  $\arctg x$  и  $-\arctg \frac{1}{x}$  являются первообразными для функции  $\frac{1}{1+x^2}$ .

**М19.1.3 Теорема (о множестве первообразных)** Если  $F_1(x)$ ,  $F_2(x)$  - первообразные непрерывной на некотором промежутке (конечном или бесконечном) функции  $f(x)$ , то разность  $F_1(x) - F_2(x)$  постоянна на этом промежутке.

*Доказательство.* Из формулы конечных приращений (М15.8.6) следует, что если производная некоторой непрерывной на промежутке функции равна нулю на этом промежутке, то эта функция постоянна на этом промежутке.

Значит, из  $F_1'(x) - F_2'(x) = F_1'(x) - F_2'(x) = f(x) - f(x) = 0$  следует  $F_1(x) - F_2(x) = C \in \mathbb{R}$ .

**М19.1.4 Замечание.** Если областью определения функции является объединение непересекающихся промежутков, то, вообще говоря, на разных промежутках области определения первообразные могут отличаться друг от друга на разные постоянные.

**М19.1.5 Определение.** Множество всех первообразных  $\{F(x) | C \in \mathbb{R}\}$  функции  $f(x)$  называется *неопределенным интегралом* функции  $f(x)$ .

В математической (символьной) форме неопределенный интеграл представляется так:

$$\int f(x)dx = F(x) + C,$$

где  $\int$  - знак интеграла,  $x$  - переменная интегрирования,  $f(x)$  - подынтегральная функция,  $F(x)$  - любая первообразная функции  $f(x)$ ,  $C$  - произвольная постоянная.

## 19.2 Основные свойства неопределенных интегралов

**М19.2.1** Производная от неопределенного интеграла равна подынтегральной функции:

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

На основании этого свойства правильность результата интегрирования проверяется дифференцированием первообразной. После дифференцирования должны получить подынтегральную функцию  $f(x)$ .

**М19.2.2** Неопределенный интеграл от дифференциала функции равен этой функции с точностью до произвольной постоянной:  $\int dF(x) = F(x) + C$ .

**М19.2.3** Дифференциал от неопределенного интеграла равен дифференциалу первообразной и равен подынтегральному выражению:  $d \int f(x) dx = df(x) = f(x) dx$ .

**М19.2.4** Постоянный множитель можно вносить под знак интеграла (и дифференциала) и выносить из-под него:  $A \int f(x) dx = \int Af(x) dx = \int f(x) d(Ax)$ .

**М19.2.5** Неопределенный интеграл от линейной комбинации конечного числа функций равен линейной комбинации интегралов от этих функций:

$$\int (A_1 f_1(x) + A_2 f_2(x) + \dots + A_n f_n(x)) dx = A_1 \int f_1(x) dx + A_2 \int f_2(x) dx + \dots + A_n \int f_n(x) dx$$

Свойства М19.2.4 и М19.2.5 являются линейными свойствами неопределенного интеграла и следуют из аналогичных свойств производной и определения первообразной.

**М19.2.6** Любая формула для вычисления интеграла сохраняет свой вид, если переменную интегрирования в подынтегральном выражении заменить на дифференцируемую функцию  $u = u(x)$ . В математической форме это можно представить так: если  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , то  $\int f(u) du = F(u) + C$ , где  $u = u(x)$  - произвольная дифференцируемая функция.

## 19.3 Табличные интегралы

Каждая формула для производной конкретной функции  $F'(x) = \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$  может быть обращена и представлена в виде  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

**Пример.**  $\sin x = \cos x \Rightarrow \int \cos x dx = \sin x + C$ .

Используя данный способ вычисления и свойства неопределенных интегралов, составляют список основных табличных интегралов, первообразные которых являются основными элементарными функциями, а производные от правых частей совпадают с подынтегральными функциями. Этот список расширяют за счет нескольких интегралов, наиболее часто встречающихся при вычислениях.

### М19.3.1 Таблица основных неопределенных интегралов

С основной переменной интегрирования $x$	С промежуточной переменной интегрирования $u = u(x)$
$\int f(x) dx = F(x) + C$	$\int f(u) du = F(u) + C$

1	$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C; \alpha \in R, \alpha \neq -1$	$\int u^{\alpha} dx = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C; \alpha \in R, \alpha \neq -1$
Важные частные случаи		
1a	$\int 0 dx = C$	$\int 0 du = C$
1б	$\int 1 dx = x + C$	$\int 1 du = u + C$
1в	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \frac{du}{u} = \ln u  + C$
2	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; a > 0, a \neq 1$	$\int a^u dx = \frac{a^u}{\ln a} + C; a > 0, a \neq 1$
2a	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u dx = e^u + C$
3	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
4	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
5	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + C$
6	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C$
7	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$	$\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + C$
8	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$	$\int \frac{du}{1+u^2} = \operatorname{arctg} u + C$
Дополнительные табличные интегралы		
9	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$
10	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, a = \operatorname{const}$	$\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C, a = \operatorname{const}$
11	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + C, a = \operatorname{const}$	$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln \left  u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right  + C, a = \operatorname{const}$

12	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C; \quad \left( \left  \frac{a+x}{a-x} \right  \neq  a  \right),$ $a = \text{const}$	$\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+u}{a-u} \right  + C; \quad \left( \left  \frac{a+u}{a-u} \right  \neq  a  \right),$ $a = \text{const}$
13	$\int \frac{xdx}{x^2 \pm a^2} = \frac{1}{2} \ln  x^2 \pm a^2  + C; \quad \left( \left  \frac{x^2 \pm a^2}{a^2} \right  \neq  a  \right),$ $a = \text{const}$	$\int \frac{udu}{u^2 \pm a^2} = \frac{1}{2} \ln  u^2 \pm a^2  + C; \quad \left( \left  \frac{u^2 \pm a^2}{a^2} \right  \neq  a  \right),$ $a = \text{const}$
14	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx =$ $\frac{1}{2} \left( \sqrt{x^2 \pm a^2} + a^2 \ln \left  \sqrt{x^2 \pm a^2} + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  \right) + C;$ $a = \text{const}$	$\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du =$ $\frac{1}{2} \left( \sqrt{u^2 \pm a^2} + a^2 \ln \left  \sqrt{u^2 \pm a^2} + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right  \right) + C;$ $a = \text{const}$
15	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx =$ $\frac{1}{2} \left( x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) + C;$ $a = \text{const}$	$\int \sqrt{a^2 - u^2} du =$ $\frac{1}{2} \left( u \sqrt{a^2 - u^2} + a^2 \arcsin \frac{u}{a} \right) + C;$ $a = \text{const}$

**М19.3.2 Замечание:** каждая формула таблицы справедлива в том интервале, в котором непрерывна подынтегральная функция (в общем случае, для подынтегральной функции можно требовать менее ограничительного свойства, чем непрерывность, но для функций из таблицы это не противоречит общности).

Правильность дополнительных табличных интегралов легко проверить дифференцированием правых частей (первообразных).

**Пример.** Проверить дифференцированием правильность формулы  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$

*Решение:* 1. При  $\frac{a+x}{a-x} > 0$ :  $\left| \frac{a+x}{a-x} \right| = \frac{a+x}{a-x}$ .

$$\left( \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C \right)' = \left( \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} + C \right)' = \frac{1}{2a} \cdot \frac{a-x}{a+x} \left( \frac{a+x}{a-x} \right)' = \frac{1}{2a} \cdot \frac{a-x}{a+x} \cdot \frac{(a-x)' + (a-x)'}{(a-x)^2} = \frac{1}{a^2 - x^2}$$

2. при  $\frac{a+x}{a-x} < 0$ :  $\left| \frac{a+x}{a-x} \right| = \frac{x+a}{x-a}$ .

$$\left( \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C \right)' = \left( \frac{1}{2a} \ln \frac{x+a}{x-a} + C \right)' = \frac{1}{2a} \cdot \frac{x-a}{x+a} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)' = \frac{1}{2a} \cdot \frac{x-a}{x+a} \cdot \frac{(x-a)' - (x+a)'}{(x-a)^2} = \frac{1}{a^2 - x^2}$$

## 19.4 Метод интегрирования с помощью поправок

Область применения табличных интегралов можно существенно расширить, используя следующие свойства дифференциала:

**М19.4.1** Если к переменной под знаком дифференциала прибавить (или вычесть из нее) постоянную величину, то значение дифференциала не изменится

$$d(x \pm b) = dx; \quad b = \text{const};$$

**М19.4.2** Если переменную под знаком дифференциала умножить на постоянную величину, а дифференциал в целом разделить на ту же величину, то значение выражения не изменится

$$d(ax) = a dx, \quad a \neq 0;$$

Используя поправки М19.4.1 и М19.4.2, можно согласовать в неопределенном интеграле переменную интегрирования и промежуточный аргумент сложной подынтегральной функции и таким образом прийти к табличному интегралу

$$\int f(x \pm b) dx = \int f(x \pm b) d(x \pm b) = \left[ x \pm b = u \right] \int f(u) du;$$

$$\int f(ax) dx = \frac{1}{a} \int f(ax) d(ax) = \left[ ax = u \right] \frac{1}{a} \int f(u) du;$$

После определения значения интеграла с новой переменной возвращаемся к исходной переменной.

**М19.4.3 Пример 1.** Найти интеграл  $\int \cos(x+2) dx$ ;

С помощью поправок изменим переменную интегрирования под знаком дифференциала и согласуем ее с промежуточной переменной сложной подынтегральной функции.

$$\int \cos(x+2) dx = \int \cos(x+2) \frac{1}{3} d(x+2) = \left[ x+2 = u \right] \frac{1}{3} \int \cos u du = \frac{1}{3} \sin u + C = \frac{1}{3} \sin(x+2) + C$$

**М19.4.4 Пример 2.** Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ .

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \frac{dx}{a \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} = \int \frac{d\left(\frac{x}{a}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} = \left[ \frac{x}{a} = u \right] \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} = \arcsin u + C = \arcsin \frac{x}{a} + C.$$

## 19.5 Метод интегрирования с подведением под знак дифференциала

Метод основан на подведении части подынтегральной функции под знак дифференциала. Названный метод целесообразно применять в случае, когда подынтегральное выражение  $f(x) dx$  раскладывается на множители  $f(x) = g(x) \varphi'(x)$ ,  $\varphi'(x) \neq 1$ ; иными словами, если под знаком интеграла присутствуют некоторая функция  $\varphi(x)$  и ее производная  $\varphi'(x)$  в качестве множителя. Если это так, то интеграл удастся существенно упростить, а во многих случаях и найти его значение.

**М19.5.1** Рассмотрим общую схему интегрирования с подведением под знак дифференциала части подынтегральной функции.

- разложить функцию  $f(x)$  на множители  $f(x) = g(x)\varphi'(x)$  (если это не удастся, то следует использовать другие методы интегрирования);
- записать подынтегральное выражение в виде  $f(x)dx = g(x)d\varphi(x)$  (т.к.  $\varphi'(x)dx = d\varphi(x)$ );
- сделать замену переменной  $\varphi(x) = u$ , при этом интеграл примет вид  $\int g(u)du$ ;
- найти значение полученного интеграла (если это не удастся, то следует применять другой метод интегрирования);
- в найденном значении интеграла сделать обратную замену  $u = \varphi(x)$ ;

**М19.5.2 Пример 1.** Найти интеграл  $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ .

Решение:  $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = \int \sqrt{\ln x} \cdot \frac{1}{x} dx = \int \sqrt{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right) dx = \int \sqrt{\ln x} d\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \frac{1}{x} = u \Rightarrow$

$$= \int \sqrt{u} du = \int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} + C.$$

**М19.5.3 Пример 2.** Найти интеграл  $\int tg x dx$ .

Решение:

$$\int tg x dx = \int \frac{1}{\cos x} \sin x dx = - \int \frac{1}{\cos x} d(\sin x) = - \int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = - \int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) =$$

$$= \ln |\cos x| + C = \ln |u| + C = \ln |\cos x| + C.$$

Операция подведения под знак дифференциала части подынтегральной функции, по существу, является операцией интегрирования, которая выполняется в рассматриваемом способе в неявной форме на эвристическом уровне (т.е. присутствует элемент догадки) или с использованием специальной таблицы вида:  $d \arcsin x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $d \ln|x| = \frac{dx}{x}$  и т.п.

**М19.5.4** На первоначальном этапе усвоения метода интегрирования с подведением под знак дифференциала целесообразно использовать второй способ, в котором указанная операция выполняется в явной алгоритмической форме с помощью вычисления дополнительного (обычно, табличного) интеграла. Рассмотрим этот метод подробно.

Пусть необходимо вычислить интеграл  $J = \int f(x) dx$ .

1. Подынтегральную функцию  $f(x)$  представляем в виде произведения двух функций, из которых первую рассматриваем как сложную функцию, а вторую функцию далее необходимо подвести под знак дифференциала интегрированием:  

$$J = \int f(x) dx = \int g(x) \psi(x) dx.$$
2. Для подведения второй функции под знак дифференциала для нее вводят две взаимоисключающие операции (вычисление дифференциала и интегрирование), а

фактически выполняют только одну операцию – интегрирование:

$$J = \int g(\varphi) \psi' dx = [\psi \varphi] = d[\psi \varphi] = d\varphi = \int g(\varphi) d\varphi = [\varphi] = u = \int g(u) du.$$

*Замечание:* Если указанные операции выполнить не удастся, то исходный интеграл разобраным методом вычислить нельзя

**М19.5.5 Пример 3.** Найти интеграл  $\int \frac{\cos x dx}{\sin x + 2}$ .

$$\text{Решение: } \int \frac{\cos x dx}{\sin x + 2} = [\cos x dx = d \sin x] = d \sin x = d(\sin x + 2) =$$

$$= \int \frac{1}{\sin x + 2} d(\sin x + 2) = [\sin x + 2 = u] = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + C = \ln|\sin x + 2| + C.$$

**М19.5.6 Пример 4.** Найти интеграл  $\int \frac{\arctg^4 x dx}{1+x^2}$ .

$$\text{Решение: } \int \frac{\arctg^4 x dx}{1+x^2} = \int \arctg^4 x \cdot \frac{dx}{1+x^2} = \left[ \frac{dx}{1+x^2} = d\left(\int \frac{dx}{1+x^2}\right) = d \arctg x \right] =$$

$$= \int \arctg^4 x d \arctg x = [\arctg x = u] = \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + C = \frac{\arctg^5 x}{5} + C$$

## 19.7 Вычисление методом разложения интегралов с произведениями синусов и косинусов

**М19.7.1** Интегралы вида  $\int \sin \alpha x \cdot \cos \beta x dx$ ,  $\int \sin \alpha x \cdot \sin \beta x dx$ ,  $\int \cos \alpha x \cdot \cos \beta x dx$  вычисляются методом разложения с помощью следующих тригонометрических формул:

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A-B) + \sin(A+B)],$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)],$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

**М19.7.2 Пример.**

$$\int \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx = \left[ 5x - \frac{\pi}{4} = A, x + \frac{\pi}{4} = B; A - B = 4x - \frac{\pi}{2}, A + B = 6x \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) dx + \frac{1}{2} \int \sin 6x dx = \frac{1}{8} \int \sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) d\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{12} \int \sin 6x d6x =$$

$$= -\frac{1}{8} \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{12} \cos 6x + C = -\frac{\sin 4x}{8} - \frac{\cos 6x}{12} + C.$$

**М19.7.3** Интегралы вида  $J_{n,m} = \int \sin^n x \cos^m x dx$ .

Если показатели степеней  $m$  и  $n$  — целые четные числа, то интегралы вычисляются с помощью использования (возможно, многократного) формул  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ,  $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ ,  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ .

**М19.7.4 Пример.** Найти интеграл  $\int \sin^4 x dx$ .

$$\begin{aligned} \int \sin^4 x dx &= \int \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx = \frac{x}{4} - \frac{1}{2} \int \cos 2x dx + \frac{1}{4} \int \cos^2 2x dx = \\ &= \frac{x}{4} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{4} \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx = \frac{x}{4} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \left( x + \int \cos 4x dx \right) = \frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C. \end{aligned}$$

Если показатели степеней  $m$  и  $n$  — четные числа и хотя бы один из показателей является отрицательным, то используют подстановку  $t = \tan x$  или  $t = \cot x$ .

**М19.7.5 Пример.** Найти интеграл  $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$ .

$$\begin{aligned} \int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx &= \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^4 x} dx = \int \tan^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx = \left[ \frac{dx}{\cos^2 x} = d \left( \int \frac{dx}{\cos^2 x} \right) = d \tan x \right] = \\ &= \left[ \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \right] = \int \tan^2 x (1 + \tan^2 x) d \tan x = \int (t^2 + t^4) dt = \\ &= \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + C = \frac{\tan^3 x}{3} + \frac{\tan^5 x}{5} + C. \end{aligned}$$

Если хотя бы один из показателей ( $m$  или  $n$ ) является нечетным, то от тригонометрической функции с нечетной степенью отделяют множитель первой степени. Этот множитель подводят под знак дифференциала и интегрируют с новой переменной. При этом, если оба показателя нечетные, то целесообразно отделять указанный множитель от тригонометрической функции с меньшим показателем степени.

**М19.7.6 Пример 1.**

$$\begin{aligned} \int \sin^4 x \cos^5 x dx &= \int \sin^4 x \cos^4 x \cos x dx = \int \cos x dx = d \left( \int \cos x dx \right) = d \left( \sin x \right) = \\ &= \int \sin^4 x (-\sin^2 x) d \left( \sin x \right) = \int (\sin^4 x - 2\sin^6 x + \sin^8 x) dx = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^9 x}{9} + C. \end{aligned}$$

**М19.7.7 Пример 2.**

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x dx &= \int \sin^2 x \sin x dx = \int \sin x dx = d \left( \int \sin x dx \right) = -d \left( \cos x \right) = - \int (-\cos^2 x) d \left( \cos x \right) = \\ &= -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C. \end{aligned}$$

**М19.7.8 Пример 3.**  $\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \cos^2 x \cos x dx = \int \cos x dx = d \left( \int \cos x dx \right) = d \sin x =$



$$= \int \sin^5 x (-\sin^2 x) d(\sin x) = \int \sin^5 x dx - \int \sin^7 x dx = \frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + C$$

### Контрольные вопросы:

1. Что называется первообразной функции? Сформулируйте теорему о множестве первообразных? Что называется неопределенным интегралом от функции?
2. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла. Запишите ту часть таблицы интегралов, которая непосредственно следует из таблицы производных.
3. Изложите алгоритм интегрирования с помощью поправок. Изложите алгоритм интегрирования с подведением под знак дифференциала.
4. Как интегрируются произведения синусов и косинусов? Как интегрируются произведения степеней синусов и косинусов?