



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Anna Gajdová

Jonesův polynom

Katedra algebry

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Stanovský David, Ph.D.

Studijní program: Matematika

Studijní obor: obecná matematika

Praha 2018

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Poděkování.

Název práce: Jonesův polynom

Autor: Anna Gajdová

Katedra: Katedra algebry

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Stanovský David, Ph.D., Katedra algebry

Abstrakt: Abstrakt.

Klíčová slova: klíčová slova

Title: Jones polynomial

Author: Anna Gajdová

Department: Department of Algebra

Supervisor: doc. RNDr. Stanovský David, Ph.D., Department of Algebra

Abstract: Abstract.

Keywords: key words

Obsah

Úvod	2
1 Definice a vlastnosti Jonesova polynomu	3
1.1 Co uvnitř	3
1.2 začátek	3
1.3 Definice	3
1.4 Závorkový polynom	3
2 Druhá	5
2.1 Co v ní	5
3 Třetí	6
3.1 Co v ní	6
Závěr	7
Seznam použité literatury	8
Seznam obrázků	9
Seznam tabulek	10
Seznam použitých zkratk	11
A Přílohy	12
A.1 První příloha	12

Úvod

Následuje několik ukázkových kapitol, které doporučují, jak by se měla bakalářská práce sázet. Primárně popisují použití T_EXové šablony, ale obecné rady poslouží dobře i uživatelům jiných systémů.

1. Definice a vlastnosti Jonesova polynomu

1.1 Co uvnitř

Definice, důkaz ekvivalence definic, #P Předpokládám reudenaistra a pod Studium invariantů, polynomů Skein relation Uzel Link Pro linky? Uzly? Diagramy - popsát?

Ukázat, že ampirichal knot má substituci (wiki říká, že přes kauffman)

Uzel, orientace, link.

1.2 začátek

Popis kladných a záporných křížení

Pro popis polynomů na uzlech se používají skein (česky přadeno) vztahy. Skein vztah popisuje, jaký je vztah mezi polynomy tří linků L_+ , L_- a L_0 , jejichž diagramy jsou identické až na oblast jednoho křížení. V linku L_+ má toto křížení kladnou orientaci, v L_- zápornou a v L_0 je křížení rozpojené, viz obrázek.

1.3 Definice

Definice 1. Jonesův polynom orientovaného uzlu K je laurentův polynom značený $V_K(t)$ v proměnné \sqrt{t} (tj. polynom v $Z[\sqrt{t}, \sqrt{t^{-1}}]$), který

- je uzlový invariant
- je normalizovaný, tedy polynom triviálního uzlu V_{\bigcirc} má hodnotu 1
- splňuje skein vztah

$$\frac{1}{t}V_{K_+} - tV_{K_-} = (\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}})V_{K_0}$$

Zmena, musí to být s linky

Korektnost definice plyne z faktu, že z každého uzlového diagramu lze změnou křížení z kladného na záporné či obráceně získat diagram triviálního uzlu. Jonesův polynom každého uzlu lze tedy díky skein vztahu rekurzivně spočítat z jeho libovolného diagramu.

Ekvivalentní definice Jonesova polynomu, kterou použijeme v k výpočtu, je založena na závorkovém polynomu (bracket polynomial, Kauffman bracket).

1.4 Závorkový polynom

Závorkový polynom je definovaný pouze pro diagramy neorientovaných linků (tedy nikoli pro samotné linky). Je počítán z jednodušších uzlů.

Definice 2. Závorkový polynom neorientovaného diagramu D , značení $\langle D \rangle$, je Laurentův polynom v proměnné A , definovaný třemi odvozovacími pravidly:

- i. $\langle \bigcirc \rangle = 1$, kde \bigcirc značí diagram s jednou komponentou bez křížení
- ii. $\langle \text{krížení} \rangle = A\langle \text{vert} \rangle + A^{-1}\langle \text{hor} \rangle$, kde krížení značí diagram obsahující křížení, vert je diagram, který je shodný až na dané křížení, které je vertikální rozpojeno a hor je diagram, v němž je křížení rozpojeno horizontálně.
- iii. $\langle D \cup \bigcirc \rangle = (-A^2 - A^{-2})\langle D \rangle$, kde $D \cup \bigcirc$ značí sjednocení diagramu D a diagramu s jednou komponentou bez křížení.

Důsledek. $\langle \text{krížení} \rangle = A\langle \text{hor} \rangle + A^{-1}\langle \text{vert} \rangle$

Lemma 1. $\langle \text{smyčka} \rangle = A^{-3}\langle \text{odsmýčka} \rangle$ $\langle \text{smyčkanaopak} \rangle = A^3\langle \text{odsmýčka} \rangle$

Důkaz. Par obrazku

□

Dva diagramy jsou ekvivalentní, pokud mezi nimi existuje série Reidematre
Obrázek Reidemastra

Tvrzení 2. Závorkový polynom je invariantní vůči druhému Reidemastroví

Důkaz. Par obrazku

□

Důsledek. Závorkový polynom je invariantní vůči třetímu Reidemastroví.

Důkaz. Par obrazku

□

Definice 3. Zakroucení (writhe) orientovaného diagramu D je součet znamení všech křížení v D , značí se $w(D)$.

Definice 4. Normalizovaný závorkový polynom orientovaného linku L definujeme $X(L) = (-A^3)^{-w(D)}\langle D \rangle$, kde je libovolný diagram linku L .

Korektnost definice plyne z následujícího tvrzení.

Tvrzení 3. Normalizovaný závorkový polynom je uzlový (linkový) invariant.

Důkaz. Již víme, že je invariantní vůči dva a tři, podle lemmatu bla bla je i podle jedna a je to hotovo.

□

Věta 4. Normalizovaný závorkový polynom se substituovanou proměnnou je roven Jonesovu polynomu.

Důkaz. Jedna sedí podle tvrzení Dva sedí podle definice Tři se musí nějak dokázat

□

2. Druhá

2.1 Co v ní

Popis algoritmu, horní odhad exponenciální, dolní odhad pro nějakou třídu uzlů, na které se to rozbije, skripta z počítačové algebry, důkaz správnosti algoritmu Odhad složitosti

3. Třetí

3.1 Co v ní

Experiment, náhodné uzly, sehnat skripty od Tomáše, různé algoritmy

Závěr

Seznam použité literatury

- ANDĚL, J. (1998). *Statistické metody*. Druhé přepracované vydání. Matfyzpress, Praha. ISBN 80-85863-27-8.
- ANDĚL, J. (2007). *Základy matematické statistiky*. Druhé opravené vydání. Matfyzpress, Praha. ISBN 80-7378-001-1.
- COX, D. R. (1972). Regression models and life-tables (with Discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **34**(2), 187–220.
- DEMPSTER, A. P., LAIRD, N. M. a RUBIN, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **39**(1), 1–38.
- GENBERG, B. L., KULICH, M., KAWICHAJ, S., MODIBA, P., CHINGONO, A., KILONZO, G. P., RICHTER, L., PETTIFOR, A., SWEAT, M. a CELENTANO, D. D. (2008). HIV risk behaviors in sub-Saharan Africa and Northern Thailand: Baseline behavioral data from project Accept. *Journal of Acquired Immune Deficiency Syndrome*, **49**, 309–319.
- KAPLAN, E. L. a MEIER, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American Statistical Association*, **53**(282), 457–481.
- LEHMANN, E. L. a CASELLA, G. (1998). *Theory of Point Estimation*. Second Edition. Springer-Verlag, New York. ISBN 0-387-98502-6.
- STUDENT (1908). On the probable error of the mean. *Biometrika*, **6**, 1–25.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam použitých zkratek

A. Přílohy

A.1 První příloha