**Marika Toivola ja Tiina Härkönen**

AVOIN MATEMATIIKKA 7 lk.

Osio 1: Lasketaan reaaliluvuilla

Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 3.0 -lisenssillä.

# Tervetuloa opiskelemaan Avoimen Matematiikan pariin

Yläkoulun Avoin Matematiikka sarjasta löytyy jokaisella yläkoulun luokalle oma oppikirjansa, joista kukin koostuu kolmesta osiosta. Tämän lisäksi on erillinen Tilastoja ja todennäköisyyksiä osio, joka soppii opiskeltavaksi mille tahansa luokka-asteelle.

Oppikirjan kantavana ajatuksena on houkutella oppilaat myös itse lukemaan ja opiskelemaan matematiikkaa. Aiheita on käsitelty syvällisesti ja käsitteet on määritelty selkeästi. Käytämme tekstessä paljon kommentteja, joiden tarkoitus on ohjata oppilaita matemaattiseen ajatteluun. On aika luottaa oppilaisiin oppijoina ja tarjota heidän kyvyilleen sopivia haasteita.

Tehtäviä on todella paljon (pelkästään seitsemännen luokan kirjassa noin 1400 tehtävää) ja monentasoisia, joten opettajien helppo eriyttää opetustaan. Materiaaliin on otettu mukaan myös entisiä ylioppilastehtäviä sekä pääsykoetehtäviä. Nämä ovat ylikurssitehtäviä, joiden tarkoituksena on antaa haasteita ja innostaa matematiikassa menestyviä oppilaita.

7. luokan materiaalin ensimmäisessä osiossa on tarkoitus käyttää laskinta vain niissä tehtävissä, joissa tämä on erikseen mainiuttu. Muissa osioissa oppilas voi käyttää laskinta vapaasti tai opettajan harkinnan mukaan.

Oppimateriaalissa on panostettu matematiikan käytännöllisyyteen. Materiaali sisältää tarinoita, jotka antavat esimerkkejä matematiikan tarpeesta käytännössä. Kukin oppimateriaalin osa sisältää myös taulukkolaskentakappaleen. 7. luokan matematiikassa perehdytään taulukkolaskentaohjelman käytön alkeisiin.

Oppimateriaaliin kuuluu myös taulukko-osio, joka löytyy kunkin osan kolmannen osion lopusta. Taulukko-osioon on koottu yläkoulun matematiikkaan liittyvät kaavat. Sen tavoitteena on totuttaa oppilasta käyttämään matematiikan kaavakokoelmia, joihin oppilas tulee törmäämään jatko-opinnoissaan. Taulukko-osio toivottavasti kannustaa oppilasta itsenäiseen opiskeluun, koska osa materiaalin ylioppilastehtävistä vaatii taulukko-osion käyttöä.

Avoin Matematiikka toivottaa sinut tervetulleeksi käytännönläheisemmän ja haasteellisemman matematiikan pariin.

### Osio 1: Lasketaan reaaliluvuilla

[1. Pulmatehtäviä 4](#_Toc342857934)

[2. Lukujoukot ja laskutoimitukset 8](#_Toc342857935)

[3. Lukujen suuruusvertailua 14](#_Toc342857936)

[4. Itseisarvo ja vastaluku 20](#_Toc342857937)

[5. Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku 25](#_Toc342857938)

[6. Merkkiyhdistelmien sieventäminen 31](#_Toc342857939)

[7. Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku 36](#_Toc342857940)

[8. Potenssimerkintä 41](#_Toc342857941)

[9. Monikerrat ja jaollisuus 47](#_Toc342857942)

[10. Luvun jakaminen tekijöihin 54](#_Toc342857943)

[11. Murtoluvut 60](#_Toc342857944)

[12. Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku 67](#_Toc342857945)

[13. Murtolukujen kertolasku 74](#_Toc342857946)

[14. Murtolukujen jakolasku 79](#_Toc342857947)

[15. Laskujärjestys 86](#_Toc342857948)

[16. Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot 92](#_Toc342857949)

[17. Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt 99](#_Toc342857950)

[18. Aikaväli ja aikalaskut 106](#_Toc342857951)

[19. Kertaustehtäviä 111](#_Toc342857952)

1. Pulmatehtäviä

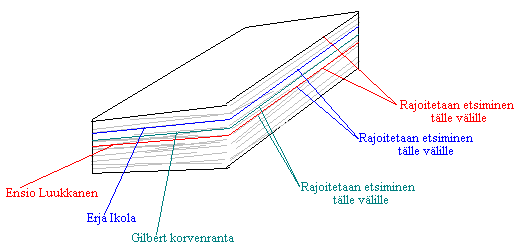
Matemaattisen ongelman ratkaiseminen aloitetaan yleensä rajaamalla ongelmasta pois tapaukset, jotka eivät täytä kysymyksen ehtoja. Ongelmasta pyritään siten tekemään pienempi.

**Esimerkki 1.**

Milla on valinnut puhelinluettelosta henkilön. Juhon tulee ratkaista, kenet Milla on valinnut esittämällä mahdollisimman vähän kysymyksiä, joihin Milla vastaa joko kyllä tai ei.

**Ratkaisu:**

Jos Juho ryhtyisi umpimähkään arvailemaan henkilöitä, hän luultavasti arvailisi Millan valitsemaa henkilöä vielä huomennakin. Ongelma voidaan kuitenkin helposti rajata. Juho avaa puhelinluettelon puolivälistä ja saa ensimmäisen kysymyksensä avulla rajattua kummassa puoliskossa luetteloa henkilö esiintyy. Seuraavalla kysymyksellä hän rajaa edellisen alueen taas puolivälistä jne.



1. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Ensio Luukkasta? **-Kyllä**
2. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Erja Ikolaa? **-Ei**
3. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Gilbert Korvenrantaa? **-Ei**
4. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Raija Lassilaa? **–Kyllä**
5. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Erkki Kääpää? **-Ei**
6. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Jyrki Lainetta? **-Ei**
7. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Terttu Lammia? **-Ei**
8. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Dorrit Langenskiöldiä? **-Kyllä**
9. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Juho Lampista? **-Ei**
10. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vesa Lamposta? **-Kyllä**
11. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Raimo Lampista? **-Ei**
12. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Ulla Lampista? **-Ei**
13. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Hilkka Lampoa? **-Kyllä**
14. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Matti Lampiota? **-Kyllä**
15. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Väinö Lampista? **-Kyllä**
16. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vesa Lampista? **-Kyllä**
17. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vappu Lampista? **-Kyllä ja Ei, se on oikea henkilö.**

# Tehtäviä

Anna parisi valita puhelinluettelosta jonkin henkilön puhelinnumero. Saat esittää kysymyksiä, joihin parisi vastaa kyllä tai ei. Monellako kysymyksellä pystyt selvittämään puhelinnumeron omistajan?

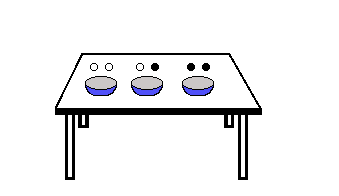
Kaapissa on kolme erilaista kenkäparia ja 24 sukkaa, mustia ja ruskeita sekalaisessa järjestyksessä. Miten monta kenkää ja sukkaa sinun on umpimähkään kaapista otettava, jotta saisit ainakin yhdet saman parin kengät ja samanväriset sukat?

Sinulla on 9 kultaista sormusta, joista yksi ei ole aito (kevyempi kuin muut). Miten rihkamasormus saadaan selville kahdella punnituksella, kun käytössä on tavallinen tasapainovaaka?

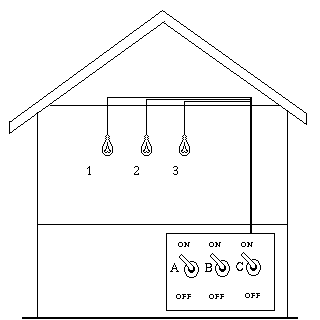
Muumi, Pikkumyy, Niiskuneiti ja Nipsu ovat pimeän, hyvin vaarallisen tunnelin suulla. Tunnelissa mahtuu samanaikaisesti kulkemaan vain kaksi ja kokoajan tarvitaan taskulamppua. Taskulampussa on virtaa 12 minuutiksi. Nipsulla tunnelin läpikulku kestää 5 minuuttia, Niiskuneidillä 4 minuuttia, Pikkumyyllä 2 minuuttia ja Muumilla 1 minuutin. Suunnittele miten kaikki pääsevät tunnelin toiseen päähän.

Paimen, mukanaan lammas, susi ja valtava kaali, lähestyi joen rantaa. Paimenen oli ylitettävä joki pienellä veneellä, johon mahtuisi kerrallaan vain hän ja yksi muusta seurueesta. jos hän jättäisi rannalle lampaan kaalin kanssa, niin lammas ahmisi sen, jos taas lampaan suden kanssa, niin susi hotkisi lampaan. Miten paimenen tulisi järjestää ylitykset, jottei hän menettäisi mitään omaisuudestaan?

Miten voit mitata järvestä vettä täsmälleen 6 litraa, kun käytettävissäsi ovat vain 4 litran ja 9 litran astiat?



Olet huoneessa, jossa on pöydällä kolme kuppia. Vasemmanpuoleiseen kuppiin laitetaan kaksi valkoista palloa, keskimmäiseen valkoinen ja musta ja oikeanpuoleiseen kaksi mustaa palloa. Poistut hetkeksi huoneesta, sillä aikaa kaikkien kuppien paikkaa on vaihdettu. Et näe kuppeihin. Montako kertaa sinun täytyy nostaa jostain kupista pallo ja laittaa se takaisin, jotta tietäisit mikä kuppi mikin on? Pallo täytyy siis laittaa takaisin ennen uuden nostamista.

1. 

Olet talon kellarissa. Näet kolme katkaisijaa, jotka on merkitty kirjaimilla A, B ja C, ja kukin niistä ohjaa yhtä lamppua yläkerrassa. Lamput on merkitty numeroilla 1, 2 ja 3. Et näe lamppuja kellarista käsin. Tiedät katkaisijoista ainoastaan, milloin ne ovat päällä (valo palaa) ja milloin eivät. Sinun on selvitettävä, mikä katkaisija ohjaa mitäkin lamppua. Saat mennä yläkertaan vain kerran. Toisin sanoen saat asetella katkaisijoita haluamasi tavalla, ja sitten mennä yläkertaan tutkimaan lamppuja. Tämän jälkeen sinun on osattava yhdistää lamput ja katkaisijat. Miten saat sen selville?

Oletetaan, että kahdeksalta apinalta kuluu kahdeksan minuuttia kahdeksan banaanin syömiseen. Montako

1. minuuttia kestää neljältä apinalta neljän banaanin syöminen?
2. apinaa tarvitaan syömään 16 banaania 16 minuutissa?

**Reaaliluvut**

Luvut ovat aikoinaan tulleet tarpeeseen kuvata esimerkiksi saaliseläinten ja vihollisten määrää. Sellaisia lukuja kuten 1, 5 ja 100 sanotaan positiivisiksi kokonaisluvuiksi. Niitä on käytetty siitä lähtien kun ihminen oppi laskemaan.

Keskiajalla intialaiset loivat negatiivisen kokonaisluvun käsitteen voidakseen käsitellä kauppavelkoja. Jos paimenella oli viisi lammasta ja hän oli velkaa kaksi lammasta, niin hänellä oli omia lampaita silloin kolme. Mutta entäs, jos hän olikin velkaa seitsemän lammasta? –2 lammasta ei käytännössä tarkoita mitään järkevää. Mutta voimme tulkita tuloksen siten, että paimen luovuttaa vielä kaksi lammasta saatuaan niitä lisää. Vaikka negatiivisilla luvuilla on mahdollista kuvata joitakin käytännön tilanteita matemaattisesti, ei ne silti sovi tulokseksi joka paikkaan, mikä on johtanut itseisarvon käsitteen määrittelemiseen.

Tuttu esimerkki negatiivisten lukujen käytöstä on Celsiuslämpömittarin asteikko, jossa miinusmerkkiä käytetään 0 ˚C matalampien lämpötilojen esityksessä. Lämpötila-asteikko havainnollistaa hyvin myös sitä, ettei ”nolla” ja ”ei mitään” ole synonyymeja. Usein ”nolla” on vain mielivaltaisesti valittu kohta jollakin asteikolla, kuten lämpömittarissa, ja sitä pienemmät arvot ovat negatiivisia. Nykyiseen tapaan nollaa ryhtyivät käyttämään vuoden 600 eKr. paikkeilla intialaiset matemaatikot, jotka myös keksivät sen laskusäännöt: nollalla kertominen antaa aina tulokseksi nollan eikä nollan lisääminen tai vähentäminen muuta lukua. He totesivat myös, ettei nollalla jakaminen anna järkevää tulosta.

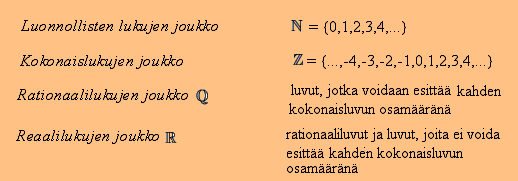
Kokonaisluvut riittävät niin kauan kuin on kyse lukumäärien laskemisesta. Mutta erilaiset mittaustulokset näyttävät, ettei todellisuus koostu kokonaisluvuin ilmaistavista luvuista. Esimerkiksi ihmiset eivät ole tasan yhden tai kahden metrin pituisia, vaan jotain siltä väliltä. Onkin olemassa myös yksiköiden puolikkaita ja muita osia. Näitä murtolukuna esitettäviä lukuja sanotaan rationaaliluvuiksi. Sana "rationaali" tulee latinan sanasta ratio, joka tarkoittaa osamäärää. Myös jokainen päättyvä tai päättymätön jaksollinen desimaaliluku on rationaaliluku, koska se voidaan merkitä murtolukumuodossa.

500-luvulla eKr. kreikkalaiset Pythagoraan koulukunnan matemaatikot totesivat, että joidenkin neliöiden lävistäjien pituuksia ei voida ilmoittaa täsmällisesti minkään murtoluvun avulla. Esimerkkinä edellisestä on neliö, jonka sivut ovat 1 metrin mittaisia. Vaikka ajateltaisiin kuinka pientä mittayksikköä tahansa, lävistäjän pituuden tarkka ilmoittaminen olisi mahdotonta. Lukujen joukkoa oli laajennettava ottamalla käyttöön uusia päättymättömiä desimaalilukuja, joita nykyään kutsutaan irrationaaliluvuiksi (esimerkiksi  ja π). Irrationaalilukuja ei siis voi kuvata tarkasti muuten kuin symbolin avulla.

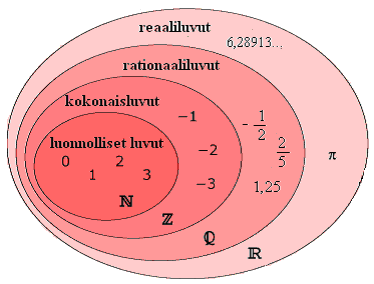
Kreikkalainen matemaatikko Arkhimedes (287-212 eKr.) oli ensimmäinen, joka havaitsi lukuja olevan loputtomasti ja kuinka suuria tahansa. Hän oivalsi, ettei lukujärjestelmässämme ole ylärajaa. Äärettömyys (∞) ei ole luku kuten nolla. Ajatellaanpa sitten kuinka suurta lukua tahansa, jokaiselle voidaan aina ilmoittaa vielä suurempi luku. Äärettömyys ei siis ole koskaan saavutettavissa.

1. Lukujoukot ja laskutoimitukset

Matematiikassa erilaiset luvut voidaan luokitella eri lukujoukkoihin seuraavasti:



Rationaaliluvut ovat lukuja, jotka voidaan esittää kahden kokonaisluvun osamääränä. Jos jakolasku menee tasan, on kyseessä kokonaisluku. Jos jako ei mene tasan eli tulos ei ole kokonaisluku, niin kyseessä on murtoluku.



**Huom!** Suomen kielessä sanat ”luku” ja ”numero” tarkoittavat eri asiaa. Numero tarkoittaa numeromerkkejä 0-9. Numeroja voi verrata aakkosiin: aakkosista muodostetaan sanoja ja numeroista lukuja.

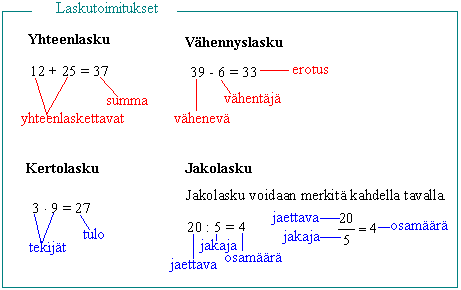
**Esimerkki 1.**

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

1. -5
2. 
3. 0,5
4. 4,5798213…

**Ratkaisu:**

1. Ainakin reaalilukuihin, koska niihin kuuluvat kaikki luvut. Lisäksi rationaalilukuihin (luku voidaan esittää kahden kokonaisluvun osamääränä) sekä kokonaislukuihin.
2. Reaalilukuihin ja rationaalilukuihin.
3. Reaalilukuihin ja rationaalilukuihin (0,5 voidaan esittää murtolukuna )
4. Ainoastaan reaalilukuihin, koska kyseessä on päättymätön ja jaksoton desimaalikuku, eikä sitä voida esittää kahden kokonaisluvun osamääränä..



Kertolasku ja jakolasku ovat toistensa käänteistoimituksia. Jakolasku voidaan tarkistaa kertomalla jakaja ja osamäärä keskenään, jolloin tuloksi saadaan jaettava. Muistathan, ettei nollalla voi jakaa! Esimerkiksi jakolaskua 2 : 0 ei voida suorittaa, koska ei ole olemassa sellaista lukua, joka nollalla kerrottuna antaisi tulokseksi 2.

# Tehtäviä

Mitkä viereisen laatikon luvuista ovat



1. luonnollisia lukuja
2. kokonaislukuja
3. rationaalilukuja?

Merkitse ja laske lukujen 80 ja 5

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Merkitse ja laske, kun

1. vähenevä on 11 ja vähentäjä 9
2. yhteenlaskettavat ovat 6 ja 79
3. jaettava on 110 ja jakaja 5
4. tekijät ovat 12 ja 4

Mikä lukujoukko on esitettynä lukusuoralla?

1. 
2. 
3. 

Mitkä luvuista ovat rationaalilukuja?

1. 2002
2. –135
3. 
4. 
5. 7,8
6. 0,333...

Päättele puuttuva luku.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

1. 
2. 0,6
3. -89
4. 0,184651...
5. 1

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

1. \_ - 12 = 3
2. 26 + 4 + \_ = 32
3. 45 : \_ = 9
4. \_  5 = 55

Mikä lukujoukko on suppein kaikista lukujoukoista?

Mistä lukujoukoista luvut on otettu?

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä luku tulee lukujonoon seuraavaksi?

1. 33, 29, 25, 21, \_\_
2. 3, 6, 9, 12, \_\_
3. 29, 28, 26, 23, \_\_
4. 12, 17, 24, 33, \_\_
5. 6, 7, 9, 12, \_\_

Mikä on

1. pienin
2. suurin

luonnollinen luku, joka voidaan muodostaa käyttämällä numeroita 8, 6, 1, 4 ja 3 (kaikkia numeroita on käytettävä kerran)?

Mikä on suurin luonnollinen luku, joka on

1. kolminumeroinen
2. viisinumeroinen
3. kahdeksannumeroinen?

Kirjoita ylös seuraavat kolme lukua:

* 1. jokin seitsemännumeroinen luku (esim. puhelinnumerosi)
  2. luku 8
  3. laske edellisten tulo

Laske kaikkien näiden kolmen luvut numerot yhteen. Jos numeroiden summassa on enemmän kuin yksi numero, laske summan numerot yhteen. Jatka samoin, kunnes jäljellä on enää yksi numero. Mikä se on?

Kirjoita lukujonon viisi seuraavaa lukua

1. 6, 9, 12, 15, …
2. 14, 21, 28, …
3. 44, 40, 36, 32, …

Mikä on kerrostalon 1. ja 6. kerroksen lattioiden korkeusero, kun portaikossa on jokaisen kerroksen välillä 16 askelmaa? Yhden askelman korkeus on 17 cm.

Pizzan hinta oli 5 € ja pastan 6 €. Juoma maksoi yhden euron. Paljonko 28 opiskelijan ryhmän ruokailu maksoi kaikkiaan, kun 17 söi pizzan, loput pastan ja jokainen otti juoman?

Juho suunnitteli itsekoottavan kirjahyllyn ostamista. Paljonko kirjahylly maksoi, kun se koostui seuraavista osista?

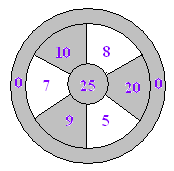
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **osa** | **määrä** | **yksikköhinta [€]** |
| päätylevy | 2 | 10,50 |
| välilevy | 3 | 9,60 |
| hyllytaso | 10 | 5,70 |
| tv-taso | 1 | 39,00 |
| laatikosto | 2 | 27,00 |
| kaapisto | 2 | 32,00 |

Päättele mikä on luku *x*, kun luvun 50 ja luvun *x*

1. erotus on 9
2. osamäärä on 10
3. tulo on 550
4. summa on 80?

Muodosta sellainen laskulauseke kahdeksan kahdeksikon avulla jonka tulos on 1000.

Oheiseen tikkatauluun heitetään kolme tikkaa. Kaikki tikat jäävät tauluun. Ilmoita kaikki mahdollisuudet, joilla saadaan tulokseksi 25. (Peruskoulun matematiikkakilpailu 11.11.1999)



Jaa kellotaulu kuuteen osaan siten, että lukujen summa kussakin osassa on sama.



Henkilö osti asunnon, jonka pinta-ala oli 113 m2 ja neliöhinta oli 1330 €/m2. Osan kauppahinnasta muodosti hänen vanha asuntonsa, jonka pinta-ala oli 80 m2 ja neliöhinta 1350 €/m2. Kuinka suuri summa jäi rahalla maksettavaksi?

Suomisen Onnin nettotulot olivat vuoden aikana 14 154 € ja hänen vaimonsa nettotulot olivat 11 432 €. Paljonko Suomiset pystyivät säästämään vuoden aikana, kun heidän menonsa olivat keskimäärin seuraavat: vuokra 580 € kuukaudessa, ruokamenot 400 € kuukaudessa, vaatetusmenot 1000 € vuodessa, matkat ja huvit 850 € vuodessa sekä muut kulut 1200 € vuodessa.

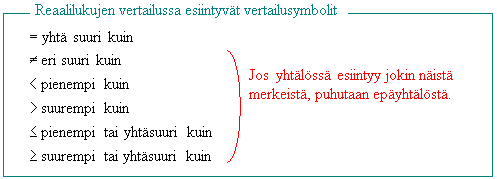
Kissa jahtaa hiirtä, jolla on 50 hiiren askelta matkaa kololleen turvaan. Kissa on 10 kissan askelta hiirtä jäljessä. Hiiri ehtii ottamaan kuusi askelta siinä ajassa, kun kissa ottaa kaksi askelta. Kissan askel on kuitenkin pituudeltaan viisinkertainen hiiren askeleeseen verrattuna. Ehtiikö hiiri turvaan?

Minkä säännön mukaan luvut on järjestetty?

8, 2, 3, 6, 4, 0, 7, 5, 9, 1

1. Lukujen suuruusvertailua

Reaalilukujen ominaisuuksiin kuuluu, että niitä voidaan suuruutensa puolesta verrata toisiinsa. Vertailusymbolit  näyttävät linnunnokalta ja hyvä muistisääntö onkin, että ”nokka on auki suurempaan, piikki pistää pienempään”.



**Esimerkki 1.**

1.  Kaksi on pienempi kuin kuusi.
2.  Sata on suurempi kuin kymmenen.
3.  Ikä on suurempi tai yhtä suuri kuin 18 vuotta.

Ikä on vähintään 18 vuotta.

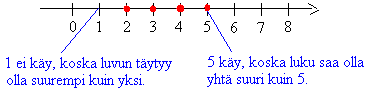
1.  Hinta on pienempi tai yhtä suuri kuin 20 euroa.

Hinta on enintään 20 euroa.

1.  Pituus on eri suuri kuin 172 cm.

**Esimerkki 2.**

Merkitään lukusuoralle ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon 1 < luku ≤ 5.



**Huom!** Kahdesta lukusuoran luvusta oikeanpuoleinen on aina suurempi kuin vasemmanpuoleinen.

# Esimerkki 3.

Merkitään lukusuoralle ne reaaliluvut, jotka toteuttavat ehdon .



# Tehtäviä

Lue parillesi ääneen merkinnät

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Merkitse lukujen suuruusjärjestys käyttämällä merkkejä: < tai >

1. 3,4 ja 4,3
2. 0,81 ja 1,1
3. 0,05 ja 0,0015
4. –4 ja 3
5. –98 ja -100

Maalajit luokitellaan rakeiden läpimitan *d* [mm] mukaan:

|  |  |
| --- | --- |
| **Maalaji** | **Läpimitta *d* [mm]** |
| Savi | *d* ≤ 0,002 |
| Siltti | 0,002 < *d* ≤ 0,06 |
| Hiekka | 0,06 < *d* ≤ 2,0 |
| Sora | 2,0 < *d* ≤ 60,0 |
| Kivet | 60 < *d* ≤ 600 |
| Lohkareet | *d* > 600 |

Mihin luokkaan kuuluu maalaji, jonka rakeiden läpimitta on

1. 0,001 mm
2. 0,04 mm
3. 0,5 mm
4. 4 mm
5. 400 mm?

Luettele ne luonnolliset luvut, jotka ovat

1. suurempia kuin 6 ja pienempiä kuin 9
2. suurempia kuin 15 ja pienempiä kuin 19
3. suurempia kuin 802 ja pienempiä kuin 800

Onko väite tosi vai epätosi?

1. 1 ≥ 2
2. 0 < 3
3. 3 ≥ 1
4. 3 ≥ 3
5. 1 ≠ -1
6. 4 ≤ 3

Kirjoita matemaattisin symbolein.

1. 3 on pienempi kuin 6
2. 3 on suurempi kuin 1
3. 1 on positiivinen
4. –1 on negatiivinen
5. 2 on erisuuri kuin 3
6. Hinta on enintään 100 €.
7. Matka on vähintään 2 km.
8. Pakkasta on vähintään 20 oC.
9. Lämpötila vaihtelee 15 oC:sta 25 oC:een.

Mitkä luvuista 0, 3, 5 ja 7 toteuttavat ehdon

1. 
2. 
3. ?

Esitä lukusuoralla ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon .

Merkitse lukusuoralle kaikki ne kokonaisluvut *x*, jotka toteuttavat ehdon .

Mitkä luonnolliset luvut *x* toteuttavat ehdon

1. 
2. 
3. 
4. ?

Piirrä lukusuora ja merkitse siihen reaaliluvut, jotka ovat

1. enemmän tai yhtä paljon kuin 2
2. enemmän kuin 3
3. vähintään 5
4. vähemmän kuin 1
5. enemmän kuin –1
6. enemmän kuin –1, mutta vähemmän kuin 1
7. vähemmän tai yhtä paljon kuin –2

Esitä lukusuoralla kaikki ne reaaliluvut *x*, jotka toteuttavat ehdon .



Onko väite tosi vai epätosi?

1. –7 on suurempi kuin –2
2. –3 on pienempi kuin 0
3. –45 on enemmän kuin 6
4. –5 > 3 < -2
5. 0 < 1
6. –2 > 1

Kirjoita epäyhtälönä

1. Kanojen määrä *k* on enintään 500 kpl.
2. Lahjavero *x* on yli 4 000 €.
3. Ryhmäalennuksen saa, kun lähtijöiden lukumäärä *n* on vähintään 8.
4. Vuokra *x* on vähintään 250 € ja enintään 550 €.

Luettele kaikki

1. parittomat
2. parilliset

luonnolliset luvut, jotka ovat pienempiä kuin 9.

Luettele ne kaksidesimaaliset luvut *x*, jotka toteuttavat ehdon?

Merkitse lukusuoralle kaikki yksinumeroiset desimaaliluvut, jotka toteuttavat ehdon 0,1 < luku < 1,0.



Lehden vuosikerta maksaa 20 €. Irtonumeron hinta on 1,50 €. Lehti ilmestyy 16 kertaa vuodessa. Kuinka paljon halvemmalla vuosikerran tilannut saa vuoden lehdet irtonumeron ostajaan verrattuna?

Jos Matti työskentelee urakkapalkalla laatikkotehtaassa, saa hän 0,90 € jokaisesta valmiista laatikosta. Jos hän ei työskentele urakkapalkalla, on tuntipalkka 8,30 €. Kuinka monta laatikkoa Matin tulee viikossa saada valmiiksi, jotta hänen kannattaa työskennellä urakkapalkalla? (Viikossa on 40 työtuntia.)

Autovuokraamo *A* perii kiinteää perusmaksua 25 €/vrk ja lisäksi kilometrimaksua 0,30 €/km. Autovuokraamo *B* perii ainoastaan kilometrimaksua, joka on 0,42 €/km. Kummasta on edullisempaa vuokrata auto yhdeksi vuorokaudeksi, jos arvioitu ajomatka on 400 km? (yo syksy 1990)

Pesuainetta A sisältävä 0,7 litran pullo maksaa 2,15 €, kun taas 0,6 litran pullo pesuainetta B maksaa 1,80 €. Kumpi pesuaine on edullisempaa? (yo syksy 1985)

1. Itseisarvo ja vastaluku

Lukusuoralla luvun etäisyyttä nollasta kutsutaan luvun *itseisarvoksi*.

Luvun *a* itseisarvoa merkitään .

Kun halutaan tietää kuinka kaukana luku on nollasta, välittämättä siitä kummalla puolella nollaa se on, merkitään pystyviivat luvun molemmille puolille. Koska itseisarvo kuvaa etäisyyttä, se ei voi olla koskaan negatiivinen.

**Esimerkki 1.**

1. |3| = 3 Positiivisen luvun itseisarvo on luku itse.
2. |0| = 0
3. |-3| = 3 Negatiivisen luvun itseisarvo on vastaava luku ilman etumerkkiä.

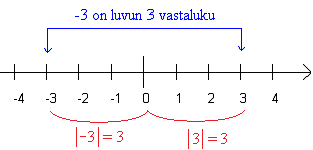
Lukujen itseisarvot lasketaan ennen muita laskutoimituksia. Jos itseisarvomerkkien sisällä on lauseke, on sen arvo laskettava ennen itseisarvomerkkien poistamista.

**Esimerkki 2.**

1.  Otetaan ensin lukujen itseisarvot ja lasketaan ne yhteen.
2.  Lasketaan ensin luvut yhteen ja otetaan summan itseisarvo.

Kahta lukua, jotka sijaitsevat lukusuoralla yhtä kaukana nollasta, mutta sen eri puolilla, sanotaan toistensa *vastaluvuiksi*.

**Esimerkki 3.**



Vastaluvuilla on sama itseisarvo. Positiivisen luvun vastaluku saadaan laittamalla miinusmerkki luvun eteen. Negatiivisen luvun vastaluku saadaan jättämällä miinusmerkki pois luvun edestä.

**Esimerkki 4.**

|  |  |
| --- | --- |
| **luku** | **vastaluku** |
| 16 | -16 |
| -4 | 4 |
| 0 | 0 |
| *x* | -*x* |

Matemaattisesti vastaluku merkitään laittamalla luvun eteen miinusmerkki. Jos luvun edessä on ennestään plus- tai miinusmerkki, on luku laitettava sulkeisiin. Kahta laskutoimitusmerkkiä ei voi esiintyä peräkkäin ilman, että välissä olisi sulkeet. Peräkkäisillä laskutoimitusmerkeillä laskeminen opitaan myöhemmin.

**Esimerkki 5.**

1. Luvun 9 vastaluku merkitään .
2. Luvun  vastaluku merkitään .
3. Luvun  vastaluku merkitään .

**Tehtäviä**

Kirjoita seuraavien vastakohdat.

1. Ylös
2. Etelään
3. Itään
4. Voittaa 100 euroa
5. Neljä kerrosta alas
6. Pidentää 50 centimetriä
7. 60 m meren tason yläpuolella

Piirrä lukusuora ja määritä sen avulla lukujen etäisyydet nollasta.

1. 4
2. –6
3. 0
4. -3

Määritä lukujen itseisarvot.

1. –58
2. +5
3. –7
4. 0
5. –16,7

Merkitse lukujen itseisarvot ja laske ne.

1. +13
2. –32
3. 16

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **luku** | **vastaluku** | **itseisarvo** |
| 75 |  |  |
|  | 23 |  |
| -6 |  |  |
|  | -34 |  |
| - (- 4) |  |  |

Määritä lukujen vastaluvut.

1. –2
2. 8
3. -1020
4. 256 d
5. 200 €
6. – 9,81 m/s2
7. 80 km/h

Kumman luvun itseisarvo on suurempi?

1. +14 vai 22
2. –9 vai –6
3. 25 vai –25
4. –8,91 vai 9,02

Kumman luvun vastaluku on suurempi?

1. +14 vai 22
2. –9 vai –6
3. 25 vai –25
4. –8,91 vai 9,02

Laske.

1. |4| + |3|
2. |-4| + |-3|
3. 
4. 

Kirjoita luvut pienimmästä suurimpaan.



Merkitse lukujen vastaluvut.

1. 5
2. +5
3. -5

Merkitse lukujen vastaluvut.

1. 13
2. –100
3. 5,5
4. 0
5. 
6. 

Laske.

1. |-40| - |+31|
2. |+21| + |-5| - |-3|
3. |300| - |-50| + |6|

Merkitse ja laske lukujen –18 ja -7 itseisarvojen

1. summa
2. erotus
3. tulo.

Luettele ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon .

Laske.

1. 
2. 
3. 

Esitä lukusuoralla kaikki ne kokonaisluvut *x*, jotka toteuttavat ehdon .

Piirrä lukusuora ja merkitse siihen kaikki ne kokonaisluvut *x*, jotka toteuttavat ehdon .

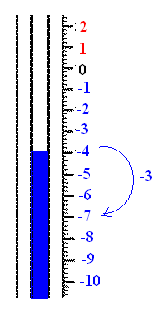


Päättele lukusuoran avulla, mitkä kokonaisluvut *x* toteuttavat ehdon

1. |*x*| < 2
2. |*x*| < 1
3. 4 < |*x*| < 7
4. 99 > |*x*| > 94

Lauseke  ilmaisee luvun *x* etäisyyden luvusta *a*. Tutki lukusuoran avulla, mitkä luvut toteuttavat ehdon

1. 
2. 
3. 
4. Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku



**Pohdintatehtävä I**

Illalla lämpötila on -4 astetta, yön aikana pakkanen kiristyy 3 astetta. Paljonko lämpömittari näyttää aamulla?

**Pohdintatehtävä II**

Juho on sinulle ennestään velkaa 2 €. Mikä on lopputilanne, jos hän

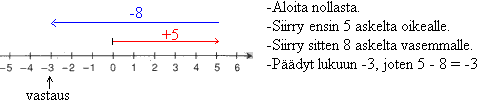
1. lainaa sinulta lisää 4 €?
2. antaa sinulle 5 €?

Miten voisit merkitä laskuja matemaattisesti?

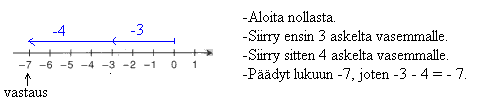
**Esimerkki 1.**

Lasketaan lukusuoramallin avulla

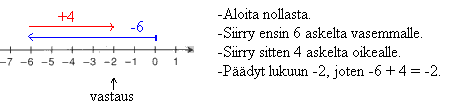
a) 5 - 8

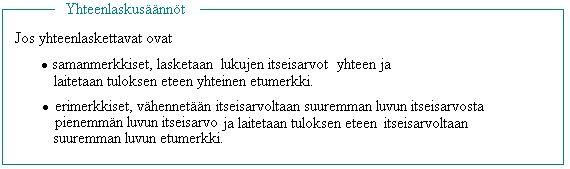


b) -3 - 4

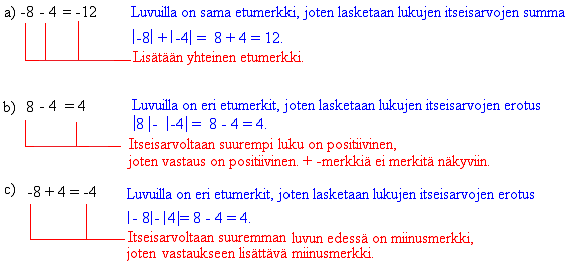


c) -6 + 4





**Esimerkki 2.**



**Tehtäviä**

Järjestä lämpötilat suurusjärjestykseen, kylmimmästä lämpimimpään.

-3 C, 0 C, -12 C, +1 C ja +5 C.

Ada on sinulle ennestään velkaa 4 €. Mikä on lopputilanne, jos hän

1. lainaa sinulta lisää 5 €?
2. antaa sinulle 5 €?

Merkitse lauseet matemaattisesti ja laske lopputilanne.

1. Venla antaa sinulle 7 €, jonka jälkeen hän lainaa 5 €.
2. Juho lainasi sinulta eilen 2 €. Tänään hän palautti aamupaivällä euron ja illalla lainasi 3 €.

Elias lainasi Emmalta toissapäivänä 6 € ja maksoi takaisin eilen 4 €. Jos hän tänään lainaa vielä 3 €, paljonko Eliaksen on huomenna tuotava Emmalle rahaa, jotta kumpikaan ei olisi toisilleen velkaa?

Lämpötila oli aamulla -3 C ja päivän aikana se kohosi 5 astetta. Paljonko lämpötila oli iltapäivällä?

Mikä lämpötila on 9 astetta enemmän kuin

1. 
2. 
3. 
4. ?

Mikä lämpötila on kolme astetta vähemmän kuin

1. 
2. 
3. 
4. ?

Lämpötila on aluksi -8 C. Mikä on lämpötila, jos lämpötila

1. laskee 5 astetta
2. kohoaa 3 astetta
3. kohoaa 12 astetta?

Laske lukusuoramallin avulla.

1. 5 - 8
2. -6 + 5
3. -2 – 6
4. 9 - 6

Laske lukusuoramallin avulla.

1. - 5 + 8
2. - 7 + 3
3. - 1 – 5
4. 5 - 7

Laske lukusuoramallin avulla.

1. 2 – 5
2. –2 + 6
3. 6 – 4
4. –1 + 0

Lukusuoralla on kuvattu laskutoimitus. Kirjoita se näkyviin ja laske sen arvo.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske lukusuoramallin avulla.

1. 5 - 7
2. -3 - 4
3. 8 - 3
4. -9 + 5

Laske.

1. –31– 18
2. 92 – 64
3. –45 – 21
4. –4 - 38

Laske.

1. –3 – 8
2. 11 – 6 – 5
3. –4 + 4 – 2
4. –4 – 7 - 3

Laske.

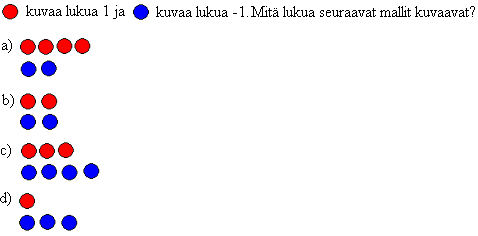
1. –4 +3 – 8
2. 1 + 6 - 9
3. –7 + 4 + 2
4. 9 – 1 + 3

Laske.

1. -11 + 4 - 8
2. 5 - 7 + 3
3. -2 -7 - 14

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 





Laske.

-10 +12 – 3 + 2 – 6 – 9 + 4

Hissi lähtee pohjakerroksesta kahdeksanteen kerrokseen, josta se kulkee 5 kerrosväliä alaspäin ja edelleen kaksi kerrosväliä ylöspäin. Missä kerroksessa hissi on tällä hetkellä?

Kirjoita matemaattisessa muodossa ja ratkaise loppulämpötila.

1. Lämpötila kohoaa –3 asteesta 7 astetta.
2. Lämpötila laskee +3 asteesta 7 astetta.
3. Lämpötila laskee –3 asteesta 7 astetta.

Nouset hissiin viidennestä kerroksesta. Hissi laskee kolme kerrosta alaspäin, minkä jälkeen se nousee 5 kerrosta ylöspäin. Missä kerroksessa olet?

Taulukossa on planeettojen lämpötiloja.

|  |  |
| --- | --- |
| **Planeetta** | **Lämpötila** |
| Jupiter | -130 |
| Maa | +20 |
| Mars | -50 |
| Neptunus | -220 |
| Pluto | -230 |
| Saturnus | -170 |
| Uranus | -210 |
| Venus | +480 |

Laske lämpötilaero

1. lämpimimmän ja kylmimmän planeetan välillä.
2. kahden kylmimmän planeetan välillä.
3. kahden lämpimimmän planeetan välillä.



Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Merkkiyhdistelmien sieventäminen

Lukusuoralla tarkastelun lisäksi vastalukuja voidaan tarkastella laskemalla ne yhteen.

Kahta lukua, joiden summa on nolla, sanotaan toistensa *vastaluvuiksi* eli

luvun *a* vastaluku on *–a*, koska

.

Luvun  vastaluku on , mutta miten voidaan osoittaa, että , kun laskutoimituksessa on peräkkäisiä plus- ja miinusmerkkejä?

Kahden etu- ja laskumerkin yhdistelmät, joissa merkkien välissä on sulkumerkki, voidaan korvata yhdellä merkillä. Jos sulkeiden edessä on plusmerkki, ei sulkeiden sisällä olevien etumerkkejä muuteta. Jos sulkeiden edessä on miinusmerkki, kaikkien sulkeiden sisällä olevien lukujen etumerkki vaihdetaan.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **merkkiyhdistelmä** | **korvataan merkillä** | **esimerkki** |
| + ( + | + | + ( +2 ) = 2 |
| - ( + | - | - ( +2 ) = -2 |
| + ( - | - | + ( -2) = -2 |
| - ( - | + | - ( -2) = 2 |

Miinusmerkkiä voisi verrata kieltävään sanaan ”ei”. Kaksi peräkkäin olevaa ei -sanaa kumoavat toisensa. Esimerkiksi ”ei pidä paikkaansa etten ole terve” tarkoittaa samaa kuin ”olen terve”.

Koska sulkeiden edessä oleva + -merkki ei muuta sulkeiden sisällä olevien etumerkkiä, voidaan kaikki yhteen ja vähennyslaskut ajatella positiivisten ja negatiivisten lukujen yhteenlaskuina. Esimerkiksi lauseke  voidaan kirjoittaa muodossa .

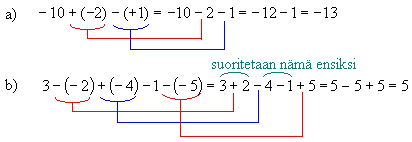
**Esimerkki 1.**

Poistetaan sulkeet ja suoritetaan laskutoimitukset.

* 1. 5 + (+ 3) = 5 + 3 = 8
  2. 5 – (+ 3) = 5 – 3 = 2
  3. 5 + (-3) = 5 – 3 = 2
  4. 5 – (-3) = 5 + 3 = 8

**Esimerkki 2.**

Poistetaan sulkeet ja suoritetaan laskutoimitukset.



Tehtäviä

Sievennä.

1. - (-10)
2. + (+13)
3. - (+5)
4. + (-22)

Sievennä.

1. + (-8)
2. - (+3)
3. - (-7)
4. - (+6)

Lisää puuttuva merkki + tai - .

1. - ( 8) = 8
2. - ( 8) = -8
3. + ( 8) = -8
4. + ( 8) = 8

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

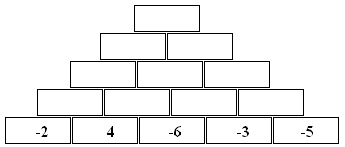
Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse kahden vierekkäisessä ruudussa olevan luvun summa niiden yläpuolella olevaan ruutuun.



Valitse oikea merkki + tai - .

1. 5 \_\_ 8 = -3
2. –2 \_\_5 = -7
3. 4 \_\_ (-1) = 5
4. –1 \_\_ (-2) = 1

Merkitse ja laske lukujen -10 ja -12

1. summa
2. erotus.

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **+** | **4** | **-7** | **-11** |
| **-3** |  |  |  |
| **8** |  |  |  |
| **-12** |  |  |  |



Poimi luvuista -5, -3, -1, 2, 8 kolme lukua siten, että niiden summa on -2.

Poimi luvuista -6, -5, -4, -1, 2, 1 kolme lukua siten, että niiden erotus on -1.

Osoita laskemalla, että luvut ovat toistensa vastalukuja.

1. 6 ja –6
2. –4 ja 4
3. –9 ja 9
4. 200 ja -200

Osoita laskemalla, että .

Merkitse ja laske lukujen –10 ja –4

1. summa
2. erotus
3. vastalukujen erotus.

Merkitse ja laske lukujen erotus.

1. 9, -4 ja –3
2. –12, -7 ja 4



Lukujen *a* ja *b* summa on nolla. Mitä voit sanoa luvuista *a* ja *b*?

Laske.

1. 
2. 
3. 

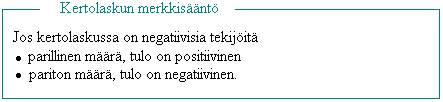
Muodosta lauseke ja laske , kun

1. *a* = 5
2. *a* = -5

Muodosta lauseke ja laske , kun

1. *x* = 10
2. *x =*  -5
3. Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku

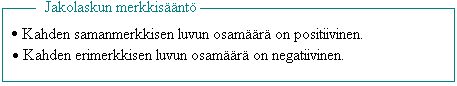
Laskettaessa negatiivisten lukujen tuloa ja osamäärää, on olennaista tietää, onko lukuja parillinen vai pariton määrä. Jos kokonaisluku on jaollinen kahdella, se on parillinen.



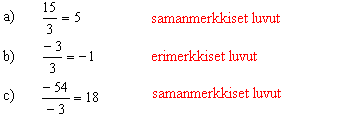
**Huom!** Jos yksikin tekijöistä on nolla, niin silloin myös tulo on nolla.

**Esimerkki 1.**

1.  ei yhtään negatiivista tekijää
2.  1 eli pariton määrä negatiivisia tekijöitä
3.  1 eli pariton määrä negatiivisia tekijöitä
4.  2 eli parillinen määrä negatiivisia tekijöitä



**Esimerkki 2.**



# Tehtäviä

Luettele viisi ensimmäistä

1. parillista lukua.
2. paritonta lukua.

Onko vastaus positiivinen vai negatiivinen, kun

1. positiivinen luku kerrotaan positiivisella luvulla
2. negatiivinen luku kerrotaan positiivisella luvulla
3. negatiivinen luku kerrotaan negatiivisella luvulla?

Onko tulo positiivinen vai negatiivinen?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske edellisen tehtävän kertolaskut.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

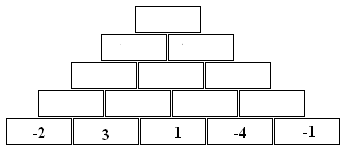
Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse kahden vierekkäisessä ruudussa olevan luvun tulo niiden yläpuolella olevaan ruutuun.



Valitse oikea vaihtoehto. Jaettaessa kaksi kokonaisukua vastaus on

1. positiivinen/negatiivinen jos luvuilla on sama etumerkki.
2. positiivinen/negatiivinen jos luvuilla on eri etumerkit.

Täydennä lauseet.

1. Kun positiivinen luku jaetaan positiivisella luvulla, on vastaus…
2. Kun negatiivinen luku jaetaan positiivisella luvulla, on vastaus...
3. Kun positiivinen luku jaetaan negatiivisella luvulla, on vastaus...
4. Kun negatiivinen luku jaetaan negatiivisella luvulla, on vastaus...

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Päättele puuttuva luku.

1. 
2. 
3. 
4. 



Merkitse ja laske lukujen 27 ja –3

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä

Tutki kokeilemalla, mitä negatiivisen luvun tulolle tapahtuu, kun kertoja pienenee. Kerro luku –7 vuoroin luvuilla 2, 1, 0, -1 ja –2.

Valitse oikea merkki >, < tai =

1. \_ 0
2.  \_ 0
3.  \_ 0

Laske.

1. 
2. 
3. 

Keksi kolme jakolaskua, joiden tulos on –8.

Mitkä väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia?

1. Negatiivinen luku voi olla suurempi kuin positiivinen luku.
2. Kahden negatiivisen luvun summa on aina negatiivinen.
3. Kahden negatiivisen luvun erotus on aina positiivinen.
4. Kahden negatiivisen luvun tulo on aina positiivinen.
5. Positiivisen ja negatiivisen luvun osamäärä on aina negatiivinen.
6. Positiivisen luvun itseisarvo on aina suurempi kuin negatiivisen luvun itseisarvo.



Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Kahden kokonaisluvun summa on –11 ja tulo on 28. Kun merkitään tuntemattomia lukuja kirjaimilla *x* ja *y*, voidaan ongelma kirjoittaa matemaattisesti muodossa  ja . Etsi kokeilemalla kyseiset luvut.



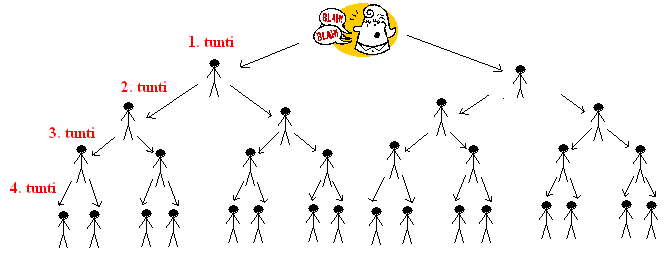
Kahden kokonaisluvun summa on 18 ja osamäärä –4. Kirjoita tämä matemaattisesti ja etsi kokeilemalla kyseiset luvut.

Kahden kokonaisluvun erotus on 13 ja tulo on -42. Kirjoita tämä matemaattisesti ja etsi kokeilemalla kyseiset luvut.

1. Potenssimerkintä

**Esimerkki 1.**

Kuulet juorun, jonka kerrot tunnin aikana kahdelle kaverillesi. Kukin kavereistasi kertoo juorun kahdelle muulle kaverilleen seuraavan tunnin aikana jne. Juoru leviää neljän tunnin aikana seuraavasti



Jokainen siis kertoo juorun kuultuaan sen kahdelle muulle. Tämä voidaan esittää kolmannen tunnin osalta potenssimuodossa



Vastaavasti neljännen tunnin aikana juorun kuulevia on



Laskimella 24 näppäillään yleensä .

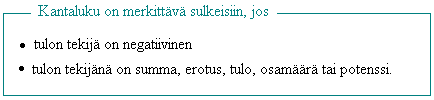
Sinun lisäksi juorusta kuulee siis neljän tunnin aikana yhteensä  henkilöä.

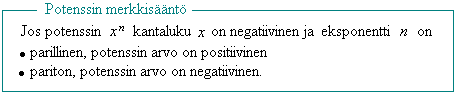
**Huom!** Jos ajattelisimme neljän tunnin osalta juorun levittämisen laskettavan muodossa , tarkoittaisi tämä sitä, että levittäisit juorua kertomalla sen joka tunti kahdelle. Kaikki muut juorun kuulevat sitä vastoin pitäisivät sen salassa.

*Potenssi* on kertolaskun lyhennetty merkitsemistapa silloin, kun samaa lukua kerrotaan itsellään useamman kerran.



Eksponentti vaikuttaa ainoastaan siihen lukuun, jonka oikeaan yläkulmaan se on kirjoitettu. Jos vaikutusaluetta halutaan laajentaa, on käytettävä sulkeita. Potenssissa  on kantalukuna -2. Jos potenssimerkinnästä jätetään sulkeet pois ja merkitään , on potenssin kantalukuna 2. Ole tarkkana kantaluvun kanssa.





**Esimerkki 2.**

1.  parillinen määrä kerrottavia
2.  pariton määrä kerrottavia
3.  Kyseessä ei ole negatiivisen luvun potenssi.

Luvun toista potenssia sanotaan *luvun neliöksi*. Luvun kolmatta potenssia sanotaan *luvun kuutioksi*.

**Tehtäviä**

Lue merkinnät parillesi ääneen ja laske potenssien arvot

1. 52
2. 17
3. 23
4. 104

Merkitse potenssiksi ja laske potenssin arvo

1. ”kuusi potenssiin kaksi”
2. ”kymmenen toiseen”
3. ”kaksi potenssiin neljä”.

Kirjoita ilman potenssimerkintää.

1. 53
2. 25
3. 52
4. 2343
5. 256

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen.

1. 999
2. 33
3. 88888
4. 7777

Merkitse potenssiksi ja laske luvun 3

1. neliö
2. kuutio.

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Merkitse potenssit tuloiksi.

1. 1001
2. b3
3. *m*4
4. 5*a*, missä *a* = 7

Onko totta?

1. 
2. 
3. 

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

1. (-3)2
2. (-2)3
3. -33
4. –16
5. (-1)4

Laske.

1. (-5)2
2. -52
3. (-5)3
4. –(-5)3

Laske potenssien arvot.

1. (-3)2
2. (-2)3
3. -33
4. –16
5. (-1)4

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kirjoita potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. Laskintehtävä

Laske potenssit laskimella.

1. 63
2. 35
3. 304
4. 252
5. 153
6. 4761
7. 1004



Merkitse potenssiksi ja laske luvun -5

1. neliö
2. kuutio.

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mitä havaitset? Miten voit laskea ilman laskinta?

Mitkä kaksi luonnollista lukua on kyseessä?

1. vihje: Luvut ovat pienempiä kuin 10.

2. vihje: Lukujen erotus on 1.

3. vihje: Suurempi luku voidaan kirjoittaa muodossa joku luku potenssiin 2.

4. vihje: Pienempi luku voidaan kirjoittaa muodossa joku luku potenssiin 3.

Järjestä pienimmästä suurimpaan.

1. 
2. 



Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle.

1. 7*x* = 49
2. 10*x* = 10000
3. *x*2 = 100
4. 2*x* = 8

Laske potenssin arvo, kun .

1. *x*2
2. *x*3
3. *x*4
4. Laskintehtävä

Tomas alkoi säästää rahaa uutta sohvaa varten. Ensimmäisellä viikolla hänellä oli säästössä 2 €, seuraavalla viikolla 4 €, kolmannella viikolla 8 € jne. Onko rahaa tarpeeksi säästössä sohvaa varten 12 viikon jälkeen?

1. Laskintehtävä

Salmonellabakteerin lukumäärä kaksinkertaistuu tunnissa. Kello 8.00 bakteereja oli 3000. Paljonko bakteereja on kello 13.00?

1. Laskintehtävä

Voitaikinaa leivottaessa taikina kaulitaan ohueksi levyksi, taitetaan kolminkertaiseksi, kaulitaan jälleen ohueksi levyksi, taitetaan kolminkertaiseksi jne, jolloin muodostuu ohuita kerroksia. Leena Leipuri kaulitsi ja taittoi taikinan kymmenen kertaa. Kuinka monesta kerroksesta taikina muodostui?

1. Monikerrat ja jaollisuus

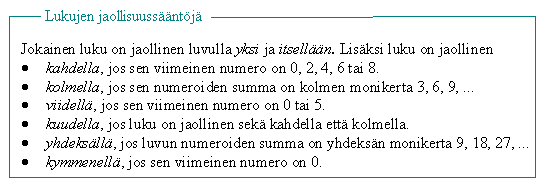
Luvun *monikerta* saadaan, kun luku kerotaan luonnollisella luvulla. Monikerroista muodostuu kyseisen luvun kertotaulu.

**Esimerkki 1.**

1. Luvun 2 monikertoja ovat 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... kaikki nämä luvut ovat jaollisia luvulla 2.
2. Luvun 5 monikertoja ovat 5, 10, 15, 20, 25, ... kaikki nämä luvut ovat jaollisia luvulla 5.

Luku on *jaollinen*toisella luvulla, jos lukujen jakolasku menee tasan eli tulos on kokonaisluku. Jos luku ei ole jaollinen toisella luvulla, jakolaskusta jää *jakojäännös*.

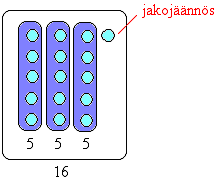
Luvulla jaollisia ovat vain kyseisen luvun monikerrat. Joka toinen kokonaisluku on jaollinen kahdella. Joka kolmas kokonaisluku on jaollinen kolmella jne.



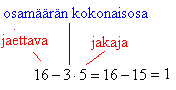
**Esimerkki 2.**

1. 1024 on jaollinen kahdella, koska viimeinen numero on 4.
2. 12345 on jaollinen kolmella, koska .
3. 6725 on jaollinen viidellä, koska sen viimeinen numero on 5.
4. 246 on jaollinen kuudella, koska sen viimeinen numero on 6 ja .
5. 3456 on jaollinen yhdeksällä, koska .
6. 2479120 on jaollinen kymmenellä, koska viimeinen numero on 0.

**Esimerkki 3.**



Jakolasku  ei mene tasan, vaan tulokseksi tulee . Jakojäännös saadaan selville laskutoimituksella



eli jakojäännös on 1.

# Tehtäviä

Onko jälkimmäinen luku ensimmäisen luvun monikerta?

1. 4, 12
2. 23, 50
3. 11, 44
4. 8, 96
5. 14,20

Luettele lukujen kolme seuraavaa monikertaa.

1. 0
2. 1
3. 8
4. 12
5. 15

Luettele lukujen neljä seuraavaa monikertaa.

1. 2
2. 5
3. 9
4. 11
5. 13

Kopio taulukot vihkoosi, luettele lukujen viisi ensimmäistä monikertaa ja alleviivaa lukujen yhteiset monikerrat.

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 2 |  |
| 5 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 3 |  |
| 4 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 6 |  |
| 8 |  |
| 12 |  |

Luettele kaikki luvun

1. 10 monikerrat, jotka ovat pienempiä kuin 90.
2. 7 monikerrat, jotka ovat lukujen 1 ja 40 välillä.

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia kahdella?

1. 30
2. 43
3. 72
4. 101
5. 94
6. 81

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia viidellä?

1. 13985
2. 67000
3. 6877
4. 9801
5. 20040
6. 55555

Mitkä edellisen tehtävän luvuista ovat jaollisia sekä viidellä että kymmenellä?

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia yhdeksällä?

1. 46
2. 108
3. 54
4. 127
5. 162

Ovatko seuraavat luvut jaollisia luvulla 11?

1. 66
2. 132
3. 100
4. 121
5. 145

Luettele kaikki ne luvut, joilla seuraavat luvut ovat jaollisia.

1. 5
2. 6
3. 8
4. 10

Kopioi taulukko vihkoosi ja rastita, jos luku jaollinen ensimmäisellä rivillä olevalla luvulla.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Luku** | **2** | **3** | **5** | **6** | **9** | **10** |
| 386 |  |  |  |  |  |  |
| 483 |  |  |  |  |  |  |
| 2520 |  |  |  |  |  |  |
| 7338 |  |  |  |  |  |  |
| 9270 |  |  |  |  |  |  |

Luettele neljä lukua, jotka ovat jaollisia

1. sekä luvulla 4 että 9
2. sekä luvulla 2 etttä 6.

Mikä on jakojäännös seuraavissa jakolaskuissa?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 



Määritä kaikki ne luvut, joilla luvut ovat jaollisia.

1. 12
2. 18
3. 21
4. 24

Määritä kaikki ne luvut, joilla luvut ovat jaollisia.

1. 32
2. 39
3. 40
4. 72

Erään luvun numeroiden summa on 12.

1. Muodosta kaksi tällaista lukua.
2. Mitä voit sanoa tällaisten lukujen jaollisuudesta?

Erään luvun numeroiden summa on 18.

1. Muodosta kaksi tällaista lukua.
2. Mitä voit sanoa tällaisten lukujen jaollisuudesta?

Muodosta kuusinumeroinen luku, joka on jaollinen

1. neljällä
2. kuudella
3. yhdeksällä.

Valitse oikea vaihtoehto.

1. Kahden parillisen luvun summa on parillinen/pariton luku.
2. Kahden parittoman luvun summa on parillinen/pariton luku.
3. Parillisen ja parittoman luvun summa on parillinen/pariton luku.
4. Parillisen ja parittoman luvun tulo on parillinen/pariton luku.

Luettele neljä lukua, jotka ovat jaollisia luvuilla 2, 3 ja 5.

Mikä on jakojäännös seuraavissa jakolaskuissa?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Keksi jakolasku, jossa jakojäännös on

1. 2
2. 5



Mikä luonnollinen luku on kysymyksessä?

1. vihje: Se on pienempi kuin 100.

2. vihje: Se on jaollinen viidellä.

3. vihje: Se on parillinen.

4. vihje: Kun se jaetaan seitsemällä, on jakojäännös 4.

Kun luku jaetaan kahdella, jakojäännös on 1. Kun sama luku jaetaan kolmella, on jakojäännös

2. Mikä on

1. pienin
2. toiseksi pienin tällainen luku?

Henkilötunnus muodostuu syntymäajasta, yksilönumerosta ja tarkistusmerkistä. Syntymäajan jäljessä oleva merkki kertoo syntymävuosisadan. Henkilöllä, joka on syntynyt 1800-luvulla se on plusmerkki (+), 1900-luvulla syntyneillä se on yhdysmerkki (-) ja 2000-luvulla syntyneillä A -kirjain. Yksilönumerossa on kolme numeroa, sillä erotetaan toisistaan henkilöt, joilla on sama syntymäaika. Yksilönumero on miehillä pariton ja naisilla parillinen.

Henkilötunnuksen viimeinen merkki on tarkistusmerkki. Se muodostuu siten, että muodostetaan syntymäajasta ja yksilönumerosta yhdeksännumeroinen luku. Jaetaan tämä luku 31:llä ja katsotaan jakojäännöksen perusteella viimeinen henkilötunnuksen merkki oheisesta taulukosta.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Jakojäännös** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| **Tarkastusmerkki** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Jakojäännös** | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |  |
| **Tarkastusmerkki** | H | J | K | L | M | N | P | R | S | T | U | V | W | X | Y |  |

Onko kyseessä mies vai nainen, mikä on syntymävuosi ja tarkistusmerkki, jos henkilön henkilötunnuksen alkuosa on

1. 220390-025
2. 171279-122
3. 101202A541
4. 121199+452
5. Luvun jakaminen tekijöihin

**Esimerkki 1.**

Lelulaatikosa on 20 pikkuautoa. Tutkitaan monelleko lapselle autot voidaan jakaa tasan.

Jos lapsia on vain yksi, hän saa 20 autoa.



Jos lapsia on kaksi, molemmat saavat 10 autoa.

Jos lapsia on neljä, kukin saa 5 autoa jne.

Pikkuautot menevät tasan, jos lapsia on 1, 2, 4, 5, 10 tai 20. Luku 20 on siis näillä kaikilla jaollinen. Lukuja 1, 2, 4, 5, 10 ja 20 sanotaan luvun 20 tekijöiksi.

Luvun *tekijöitä* ovat luvut, joilla kyseinen luku on jaollinen. Kun luku esitetään tulona, sanotaan sen olevan *jaettu tekijöihin*.

**Esimerkki 2.**

1. Etsitään luvun 6 tekijät.



Luvun 6 tekijät ovat 1, 2, 3 ja 6.

1. Etsitään luvun 18 tekijät.



Luvun 18 tekijät ovat 1, 2, 3, 6 ja 9.

1. Lukujen 6 ja 18 yhteiset tekijät ovat 1, 2, 3 ja 6.

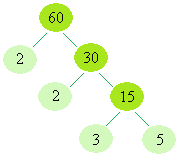
*Tekijöihin jakoa* voidaan jatkaa aina *alkutekijöihin* asti, jolloin luku esitetään alkulukujen tulona. *Alkuluku* on siitä erikoinen luku, ettei sitä voi enää jakaa tekijöihin ja jokainen kokonaisluku () voidaan esittää ainoastaan yhdellä tavalla alkulukujen tulona.

*Alkuluku* on lukua 1 suurempi luonnollinen luku, joka on jaollinen ainoastaan luvulla 1 ja itsellään. Kymmenen ensimmäista alkulukua ovat: 2, 3, 5, 7, 11, 13,17, 19, 22 ja 23.

*Alkutekijäpuu* on oiva apu lukujen jakamisessa alkutekijöihin. Tekijöiksi valitaan aina pienin mahdollinen alkuluku niin kauan kunnes kaikki oksat päättyvät alkulukuihin.

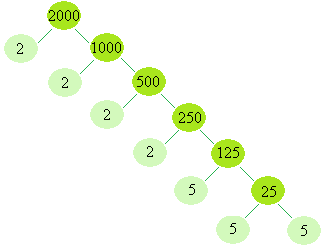
**Esimerkki 3.**

1. Jaetaan luku 60 alkutekijöihin..



Luku 60 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti .

1. Jaetaan luku 2000 alkutekijöihin.



Luku 2000 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti 

# Tehtäviä

Onko ensimmäinen luku jälkimmäisen luvun tekijä?

1. 4, 12
2. 5, 45
3. 8, 36
4. 5, 29
5. 11, 121
6. 6,30

Luettele kymmenen ensimmäistä alkulukua.

Poimi luvuista 40, 47, 53, 55, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 88, 100, 101 alkuluvut.

Esitä luku 132 tulona, jonka toinen tekijä on

1. 2
2. 4
3. 6
4. 11

Täydennä puuttuvat tekijä.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Kopioi taulukot vihkoosi, täydennä ja alleviivaa lukujen yhteiset tekijät.

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 6 |  |
| 8 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 10 |  |
| 20 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 9 |  |
| 12 |  |
| 24 |  |

Luettele lukujen kaikki tekijät.

1. 18
2. 100
3. 29
4. 144
5. 63

Luettele

1. luvun 8 tekijät.
2. luvun 12 tekijät.
3. lukujen 8 ja 12 yhteiset tekijät.

Mikä luku alkutekijöihin jaettuna on

1. 
2. 
3. 
4. ?

Jaa alkutekijöihin.

1. 7
2. 10
3. 11
4. 21

Jaa alkutekijöihin.

1. 12
2. 18
3. 20
4. 24

Mitä yhteistä on luvuilla 2, 5, 29 ja 31?



Ohessa on lista luvun 36 tekijöistä, täydennä puuttuvat luvut.



Ohessa lista luvun 108 tekijöistä, täydennä puuttuvat luvut.



Jaa alkutekijöihin.

1. 40
2. 90
3. Mikä on ainoa parillinen alkuluku?
4. Luettele kaikki lukua 20 pienemmät alkuluvut.
5. Luettele kaikki alkuluvut lukujen 25 ja 40 väliltä.

Jaa luvut alkutekijöihin.

1. 6
2. 15
3. 24
4. 50
5. 100

Luettele kaikki alkuluvut lukujen 120 ja 140 väliltä.

Oskarilla on kokoelmassaan 225 postimerkkiä. Hän aikoo pitää niistä itse 75 ja jakaa loput kavereilleen. Voiko Oskari jakaa postimerkit tasan

1. 4
2. 5
3. 6 kaverilleen?

Heikki järjestelee pöytiä 24 juhlavieraalle. Jokaisessa pöydässä tulee olla sama määrä vieraita, eikä kukaan istu yksin. Montako vierasta kussakin pöydässä voi olla?



Mikä on luvun 2178 suurin

1. alkutekijä
2. pariton tekijä?

Jaa luku 161 700 alkutekijöihin.

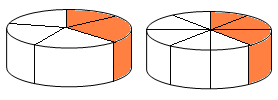
Jaa luku 9 699 690 alkutekijöihin.

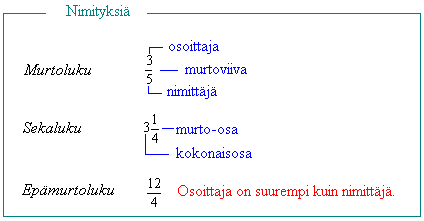
Vuonna 1742 matemaatikko Christian Goldbach väitti, että jokainen lukua 2 suurempi parillinen luku voidaan esittää kahden alkululuvun summana. Esimerkiksi 4 = 2 + 2, 8 = 3 + 5 jne. Esitä seuraavat luvut kahden alkuluvun summana.

1. 16
2. 46
3. 80
4. 100
5. Murtoluvut

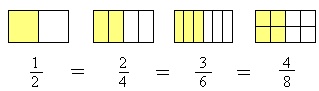
**Pohdintatehtävä**

Kumman valitset: Kaksi palaa ensimmäisestä kakusta vai kolme palaa toisesta kakusta?

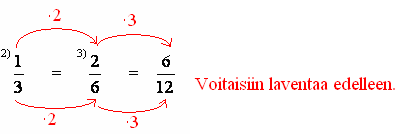




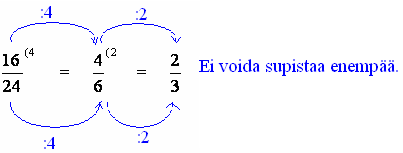
Murtoluvut voivat olla keskenään yhtäsuuret vaikka niillä olisikin eri nimittäjät. Esimerkiksi seuraavat murtoluvut ovat keskenään yhtäsuuria.



Kun murtoluvun osoittaja ja nimittäjä kerrotaan samalla luvulla, sen arvo pysyy samana. Tällöin puhutaan *laventamisesta*. Laventaminen merkitään murtoluvun vasempaan yläkulmaan.



Murtoluvun arvo pysyy myös samana, jos sen osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla. Tällöin puhtaan *supistamisesta*. Supistaminen merkitään murtoluvun oikeaan yläkulmaan.



**Huom!** Nollalla ei voi laventaa eikä supistaa!

**Esimerkki 1.**

Järjestetään murtoluvut  ja  suuruusjärjestykseen.

Lavennetaan murtoluvut ensin samannimisiksi. Koska murtolukujen pienin yhteinen nimittäjä on 8, murtoluvut lavennetaan siten, että kunkin nimittäjäksi tulee 8.

 Lavennetaan luvulla 2.

 Ei tarvitse laventaa, nimittäjässä on luku 8.

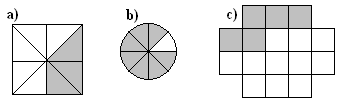
 Lavennetaan luvulla 4.

Nyt murtoluvut voidaan helposti laittaa suurusjärjestykseen:  ja 

Vastaus supistetussa muodossa: ,  ja .

# Tehtäviä

Merkitse tummennettu alue murtolukuna.



Havainnollista murtolukuja kuvion avulla.

1. 
2. 
3. 

Poimi luvuista  kaikki

1. epämurtoluvut
2. sekaluvut

Muunna sekaluvuiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muunna epämurtoluvuksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muunna epämurtoluvuksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Supista.

1. 
2. 
3. 
4. 

Järjestä murtoluvut  suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

Supista

1. 
2. 
3. 
4. 

Täydennä niin, että murtoluvut ovat yhtäsuuret.

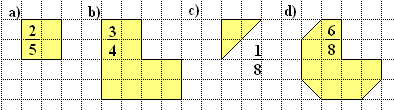
1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Lavenna samannimisiksi.

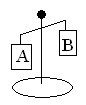
1. 
2. 
3. 
4. 



Kuvassa on piirrettynä vain osa kuviosta. Piirrä koko kuvio vihkoosi.

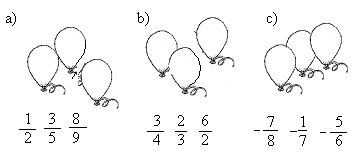


Aseta murtoluvut oheiseen vaakaan oikeaan järjestykseen (pienempi luku ylempään vaakakuppiin).



1. 
2. 
3. 
4. 

Sijoita murtoluvut ilmapalloihin siten, että pienin luku tulee ylimpänä olevaan ilmapalloon.



Järjestä murtoluvut  suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

Kumpi luvuista on suurempi?

1. 
2. 
3. 
4. 





Täydennä niin, että murtoluvut ovat yhtäsuuret.

1. 
2. 
3. 
4. 

Täydennä puuttuva luku.

1. 
2. 
3. 
4. 

Ratkaise luvut *a* ja *b* vihjeiden avulla.

1. , lukujen *a* ja *b* erotus on -7
2.  , lukujen *a* ja *b* summa on 33
3. , luvut *a* ja *b* ovat peräkkäisiä parillisia lukuja
4. , luku *a* on 30 suurempi kuin luku *b*

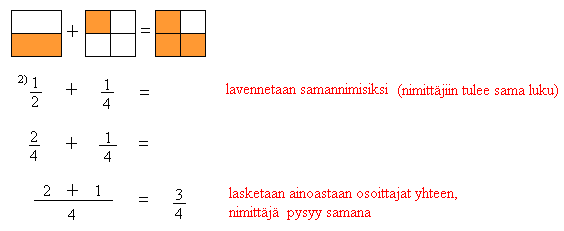
Täydennä puuttuvat luvut.

1. 
2. 

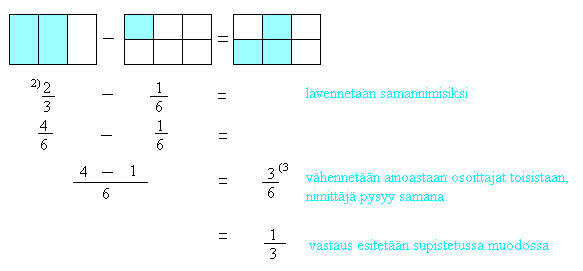
Lavenna samannimisiksi.

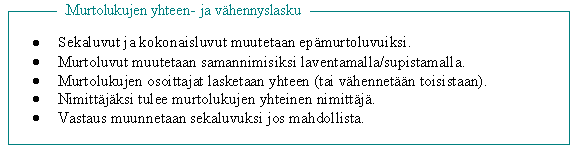
1. 
2. 
3. 
4. 
5. Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

**Esimerkki 1.**

****

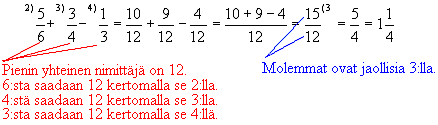
**Esimerkki 2.**

****



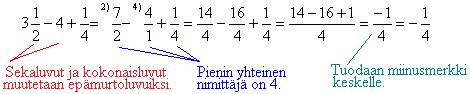
**Esimerkki 3.**

Lasketaan .



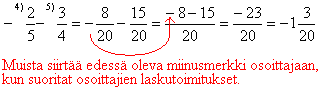
**Esimerkki 4.**

Lasketaan .



Esimerkki 5.

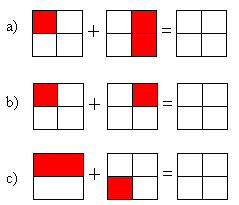
Lasketaan .



**Tehtäviä**



Kopioi kuviot vihkoosi ja anna vastaus varjostamalla oikea määrä ruutuja.

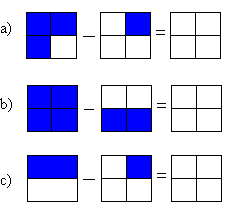




Esitä edellisen tehtävän laskut laskulausekkeena.



Kopioi kuviot vihkoosi ja anna vastaus varjostamalla oikea määrä ruutuja.





Esitä edellisen tehtävän laskut laskulausekkeena.



Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta ja laske lukujen  ja 

1. summa
2. erotus.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Marianne osti ensimmäisenä päivänä  kg mansikoita ja seuraavana päivänä  kg. Montako kiloa maniskoita hän osti yhteensä?





Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Laske .



Laske.

* 1. lukujen ja  summa.
  2. lukujen  ja  erotus.

1. 1. Pähinkäkakkuun tarvitaan  kahvikupillista maapähkinöitä ja  kavikupillista saksanpähkinöitä. Montako kupillista pähkinöitä kakkuun tarvitaan kaikenkaikkiaan?
   2. Maalia oli alunperin  litraa, josta Miro käytti  litraa huoneensa maalaamiseen. Paljonko maalia jäi jäljelle?
2. 1. Vähennä lukujen  ja erotus lukujen  ja  summasta.
   2. Vähennä lukujen  ja erotus lukujen  ja  summasta.





Laske.

* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 



Laske.

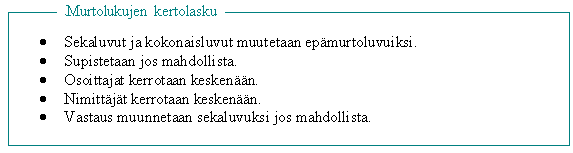
* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 

Merkitse ja laske lukujen  ja 

1. itseisarvojen summa
2. summan itseisarvo.

Laske.

1. 
2. 
3. Murtolukujen kertolasku



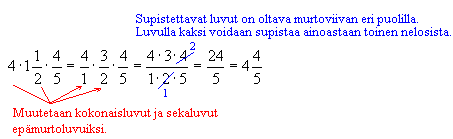
Esimerkki 1.

Kerrotaan luku  luvulla .

 Kerrotaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään.

**Esimerkki 2.**

Kerrotaan luvut ,  ja  keskenään .



# Tehtäviä

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kerro seuraavat luvut luvulla .

1. 5
2. 
3. 
4. 

Yksi avokado maksaa  euroa. Laske avokadojen hinta (anna vastaus murtolukuna), jos niitä on

1. 2
2. 5
3. 12
4. 20

Laske.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Täydennä puuttuvat luvut.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sinulla on 12 kappaletta  litran colajuomatölkkiä. Montako litraa juomaa on yhteensä?





Keksi kertolasku, jonka tulos on

1. 
2. 
3. 

Kerro seuraavat luvut luvulla 

1. -5
2. 
3. 
4. 

Laske, paljonko on

1. neljäsosa 48 eurosta
2. viidesosa 950 eurosta
3. kaksi kolmasosaa 825 grammasta
4. kolme seitsemäsosaa 54 kilogrammasta?

Lotta työskentelee perjantaina  tuntia ja lauantaina  tuntia. Lotan tuntipalkka on 6,5 euroa.

1. Montako tuntia Lotta työskentelee yhteensä?
2. Paljonko hän saa palkkaa kahdesta päivästä?

Virvoitusjuomapullon tilavuus on 1/3 litraa. Montako litraa juomaa on korissa, kun koriin mahtuu 24 pulloa?

Koulussa on 600 oppilasta ja heistä  on ruskeasilmäisiä. Monnellako oppilaalla ei ole ruskeat silmät?





Kultaseoksen yhteydessä käytettiin ennen yleisesti yksikköä karaatti. Karaattiluku ilmoittaa kultaseoksen kultapitoisuuden 24.-osina. Kuinka monta grammaa kultaa sisältää 4 gramman painoinen 18 karaatin kultasormus? (pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen 1981)

Tyhjään astiaan kaadetaan 12 l vettä, joka täyttää  astian tilavuudesta. Kuinka suuri astia on?

Tytillä on pussillinen kultakolikoita. Hän antaa niistä  äidilleen ja jäljelle jääneistä kolikoista hän antaa puolet veljelleen. Isä saa jäljelle jääneistä , jolloin Tytille jää 25 kultakolikkoa. Paljonko kolikoita oli alunperin?

Opiskelijoista oli  alle 20-vuotiaita. Alle 20-vuotiaista oli poikia kolmasosa. Kuinka suuri osa opiskelijoista oli alle 20-vuotiaita tyttöjä?

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Harjoittelija Alku postittaa kirje-erän 30 minuutissa. kun hän tekee saman työn yhdessä ammattitaitoisen Kelpon kanssa, aikaa kuluu tasan 5 minuuttia. Missä ajassa Kelpo tekisi saman työn yksin? (yo syksy 1995)

Järveen on pystytetty pylväs. Pylväästä puolet on maan alla pohjassa, kaksi viidesosaa vedessä ja 70 senttimetriä veden pinnan yläpuolella. Kuinka pitkä pylväs on kokonaisuudessaan?

Laske .

1. Murtolukujen jakolasku

Luku (myös murtoluku) jaetaan murtoluvulla siten, että se kerrotaan jakajan *käänteisluvulla*.

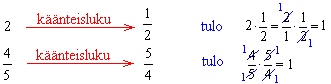
Murtoluvun *käänteisluku* saadaan vaihtamalla osoittaja ja nimittäjä keskenään.

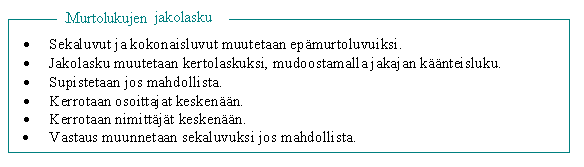
Luvun ja sen käänteisluvun tulo on aina 1.

**Huom!** Nollalla ei ole käänteislukua.

**Esimerkki 1.**

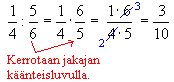
Muodostetaan lukujen 2 ja  käänteisluvut.





**Esimerkki 2.**

Jaetaan luku  luvulla .



**Esimerkki 3.**

Jaetaan luku  luvulla .



# Tehtäviä



Ilmoita lukujen käänteisluvut.

1. 
2. 
3. 4
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Jaa seuraavat luvut luvulla .

1. 6
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske murtolukujen  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Kannussa on  litraa mehua. Juomalasin tilavuus on  litraa. Montako lasillista mehua kannusta saa?



Jaa seuraavat luvut luvulla .

1. 8
2. 
3. 
4. 

Keksi jakolasku, jonka tulos on

1. 
2. 
3. 

Laske murtolukujen  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Määritä käänteisluku seuraaville luvuille.

1. 4
2. –9
3. 
4. 
5. 
6. 

Jos  kakkua jaetaan tasan neljälle hengelle, kuinka suuren osan kakkua kukin saa?

Marja keitti viinimarjamehua 16 litraa. Montako

1.  litran pulloa hän tarvitsi viinimarjamehun pullottamiseen?
2. desilitraa mehua olisi vielä mahtunut viimeiseen pulloon?

Tarkista kertomalla osamäärä ja jakaja keskenään, onko seuraavat laskut laskettu oikein.

1. 
2. 
3. 

Laske puuttuvat luvut käyttämällä murtolukujen jakolaskua.

1. 
2. 
3. 
4. 



Keksi jakolasku, jonka tulos on

1. 
2. .

Päättele puuttuvat luvut..

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

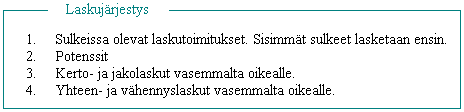
Laske .

1. Laskujärjestys

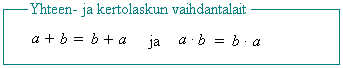
**Pohdintatehtävä**

Lauseke  tarkoittaa samaa kuin . Missä järjestyksessä laskutoimitukset suoritetaan?

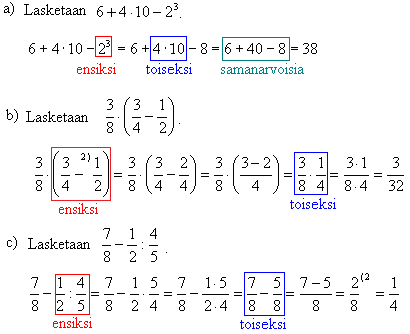
Lopputulos riippuu laskujen suoritusjärjestyksestä. Jotta kaikki laskisivat laskut samalla tavalla, on sovittu yleiset säännöt laskutoimitusten järjestykselle.

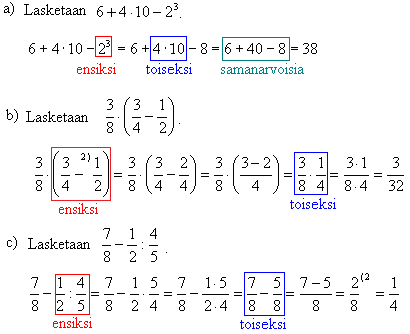


Jos tehtävässä on pelkkiä yhteenlaskuja, voidaan yhteenlaskettavien järjestystä vaihtaa. Sama on voimassa myös peräkkäisten kertolaskujen kesken.



# Esimerkki 1.





Matematiikassa käytettäviä sulkumerkkejä voidaan verrata kirjoituksessa käytettäviin välimerkkeihin. Esimerkiksi virke ”Teemu huusi Juho jarruta jo” ei ole ilman välimerkkejä yksiselitteinen. Se voi tarkoittaa joko: ”Teemu”, huusi Juho, ”jarruta jo!” tai Teemu huusi: ”Juho, jarruta jo!”

|  |  |
| --- | --- |
| **sulkumerkit** | **nimitykset** |
|  | kaarisulkeet |
|  | hakasulkeet |
|  | aaltosulkeet |

Jos samassa lausekkeessa on useita sisäkkäisiä sulkulausekkeita, kaarisulkeet ovat sisimpinä ja niiden sisällä olevat laskut lasketaan ensiksi. Toiseksi lasketaan hakasulkeiden sisällä olevat lausekkeet ja kolmanneksi aaltosulkeissa olevat laskut.

**Esimerkki 2.**

Lasketaan .



# Tehtäviä

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta laskulauseke ja laske.

1. Lukujen 20 ja 1 summan ja luvun 4 tulo.
2. Lukujen 15 ja 5 erotuksen ja luvun 7 tulo.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta laskulauseke ja laske.

1. Lukujen 20 ja 8 summan ja luvun 4 osamäärä.
2. Lukujen 16 ja 2 erotuksen ja luvun 7 osamäärä.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 



Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Lukuja 1,4,6 ja 8 on käytettävä kutakin vain kerran. Laskutoimitusmerkkejä +, -, ⋅ ja : saa käyttää mielivaltaisen monta kertaa. Sulkumerkkejä ei saa käyttää. Kirjoita laskulauseke, jonka tulos on 26.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 



1. 
2. 
3. 

Mitkä väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

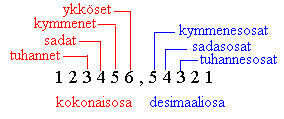
* 1. 
  2. 
  3. 

Määritä seuraava 50 tekijän tulo: .

Laske murtoluvuilla ilman laskinta ja anna tulokset sievennettyinä yksinkertaisimpaan muotoonsa.(pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen 1993)

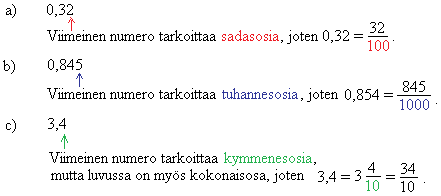
1. 
2. 
3. 
4. Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot

Käyttämämme lukujen merkintäjärjestelmä on nimeltään *paikkajärjestelmä*, jossa numeron merkitykseen vaikuttaa sen paikka. ”Olet nolla” on ikävästi sanottu, mutta jos nolla sijoitetaan ykkösen jälkeen, tämän arvo kymmenkertaistuu. Paikkajärjestelmiä on olemassa useita erilaisia ja jokaisessa paikkajärjestelmässä on tietty kantaluku. Käyttämämme järjestelmä on desimaalinen, sen kantaluku on 10.



**Esimerkki 1.**

Esitetään murtolukuna a) 0,32 b) 0,845 c) 3,4.



Desimaaliluvuilla laskettaessa on kiinnitettävä huomiota tulosten oikeaan tarkkuuteen. Laskimella laskettaessa voimme saada lukuja, joiden paikalla voisi olla mitä tahansa lukuja. Kaikkien saatujen lukujen arvoihin ei voi luottaa. Merkitsevät numerot ilmoittavat mitkä luvun numeroista ovat vielä oikeita ja mitkä puppua.

Luvun merkitseviksi numeroiksi katsotaan *kaikki muut paitsi desimaaliluvun alussa ja kokonaisluvun lopussa olevat nollat*. Joissakin tapauksissa kokonaisluvun lopussakin olevat nollat voivat olla merkitseviä, mikä ilmenee asiayhteydestä.

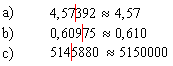
**Esimerkki 2.**

1. Kokonaisluvussa 500 000 on yksi merkitsevä numero.
2. Desimaaliluvussa 0,250 on kolme merkitsevää numeroa.
3. Desimaaliluvussa 0,04 on yksi merkitsevä numero.
4. Desimaaliluvussa 89,20 on neljä merkitsevää numeroa.
5. Kokonaisluvussa 4005 on neljä merkitsevää numeroa.
6. Kokonaisluvussa 540 on kaksi tai kolme merkitsevää numeroa riippuen siitä, onko luku pyöristetty.

Kun desimaaliluku katkaistaan, viimeinen mukaan tuleva numero korotetaan yhdellä, jos ensimmäinen pois jäävä numero on 5, 6, 7, 8 tai 9. Desimaalilukuja pyöristettäessä jätetään katkaisukohdan jälkeiset desimaalit pois. Kokonaislukuja pyöristettäessä korvataan katkaisukohdan jälkeiset numerot nollilla.

# Esimerkki 3.

Pyöristetään luvut annetulta kohdalta.



Merkintä  luetaan ”likimäärin yhtä suuri kuin”.

**Tehtäviä**

Täydennä.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Muunna desimaaliluvuiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muunna murtoluvuiksi.

1. 0,001
2. 0,12
3. 1,75
4. 0,333...

Kirjoita murtolukumuodossa.

1. 0,2
2. 0,45
3. 1,5
4. 0,007

Minkä lukuyksikön paikalla luvussa 4210,96 on

1. 1
2. 6
3. 4
4. 0.

Minkä lukuyksikön paikalla numero 7 on seuraavissa luvuissa

1. 978
2. 7100
3. 87 345
4. 9,067.

Kirjoita desimaalilukuna.

1. 4 kokonaista 25 sadasosaa
2. 30 kokonaista 86 tuhannesosaa
3. 0 kokonaista 21 kymmenestuhannesosaa
4. 12 kokonaista 14 miljoonasosaa
5. 3 kokonaista 3 kymmenesosaa
6. 200 kokonaista 555 tuhannesosaa

Pyöristä yhden desimaalin tarkkuuteen.

1. 0,741
2. 0,652
3. 6,55
4. 5,916
5. 3,45
6. 9,05

Kirjoita desimaalilukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Pyöristä kymmenesosan tarkkuuteen.

1. 0,99
2. 120,045
3. 4685,05673
4. 25 577,982

Pyöristä kahden desimaalin tarkkuuteen.

1. 5,473
2. 3,0038
3. 0,014
4. 99,996
5. 15,475

Pyöristä ykkösten tarkkuuteen.

1. 0,068096
2. 2,0888
3. 103,97666
4. 0,50

Pyöristä satojen tarkkuuteen.

1. 687,089
2. 32,57
3. 52,23
4. 8945

Pyöristä viiden sentin tarkkuuteen.

1. 12,347 €
2. 801,3333 €
3. 2,122 €
4. 7,3611 €
5. 92,859 €
6. 1,575 €

Pyöristä

1. 465 kymmenien
2. 14769.3352 satojen
3. 4827 tuhansien
4. 16745.25845 tuhanneosien
5. 198.14556 sadaosien

tarkkuuteen.

Tarkastellaan lukua 1,04562735. Pyöristä luku

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

desimaalin tarkkuuteen.

Tarkastellaan lukua 0,65458011. Ilmoita luku

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

merkitsevän numeron tarkuudella.

Kirjoita Suomen väkiluku 5 300 484 (31.12.2007)

1. satojen
2. satojen tuhansien

tarkkuudella.

Ilmoita rahamäärä 14 393 €

1. kymmenien
2. satojen
3. kymmenien tuhansien

eurojen tarkkuudella.

Pyöristä kahden merkitsevän numeron tarkkuuteen

1. 104,98543
2. 3,000356
3. 0,0287
4. 0,0012345

Montako merkitsevää numeroa on likiarvoissa?

1. 3,1582
2. 4500
3. 0,0284
4. 18,0504
5. 0,007730
6. Laskintehtävä

Laske laskimella potenssien likiarvot ja anna vastaukset kahden desimaalin tarkkuudella

1. 2,36
2. 3,124
3. 32,123
4. 1,00317
5. (-4,3)8



Ilmoita valon nopeus 299 792 458 m/s neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.

Luettele kolme lukua, joiden likiarvo kahden merkitsevän numeron tarkkuudella on 250.

Luettele kolme lukua, joiden likiarvo kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella on 0,0116.



Millä välillä luku *x* on, kun sen likiarvo

1. yhden merkitsevän numeron tarkkuudella on 4
2. kahden merkitsevän numeron tarkkuudella on 5,3?

Mäkihyppääjä Janne Ahosen hypyn pituudeksi ilmoitettiin puolen metrin tarkkuudella 97,5 m. Millä välillä on hypyn todellinen pituus?



Osoita, että luvut  ja –3,4 ovat toistensa vastalukuja



Osoita, että luvut 0,6 ja  ovat toistensa käänteislukuja.

1. Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt

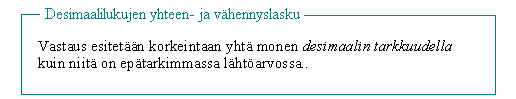
Kun lasketaan desimaaliluvuilla, on tulosten tarkkuuteen kiinnitettävä erityistä huomiota. Muutoin saatetaan vahingossa väittää tehtyjä mittauksia todellisuutta tarkemmiksi. Desimaaliluvuilla laskettaessa vastaukset pyöristetään sopivaan tarkkuuteen tiettyjen sääntöjen mukaisesti.

Esimerkki 1.

Juho ajaa työmatkallaan 5 km kotoaan työpaikan parkkipaikalle. Parkkipaikalta on työpaikan ovelle 60 m ja ovelta 15 m Juhon työhuoneeseen. Kuinka pitkä Juhon työmatka on kokonaisuudessaan?

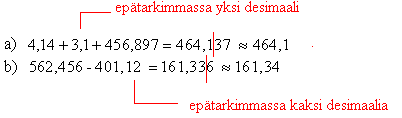
5 km + 0,060 km + 0,015 km = 5,075 km

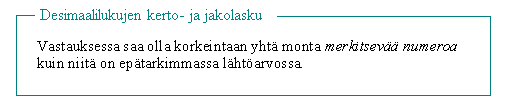
Tarkastellaan vastauksen mielekkyyttä. Automatka on ilmoitettu kokonaisten kilometrien tarkkuudella. Sen todellinen arvo on välillä 4,5 km - 5,5 km, jolloin koko matkan pituus tulisi olemaan välillä 4,575 km – 5,575 km. Jos nyt Juhon työmatkan pituudeksi ilmoitetaan 5,075 km, tarkoittaa se, että matkan pituus on tarkasti 5 km ja 75 m. Saadun tuloksen kaikki desimaalit 0, 7 ja 5 voivat kuitenkin olla mitä tahansa numeroita, koska 5 km matkaa ei oltu mitattu metrien tarkkuudella. Ainoa järkevä vastaus työmatkan pituudeksi, jossa voidaan luottaa numeroiden paikkansapitävyyteen, on 5 km.



**Esimerkki 2.**

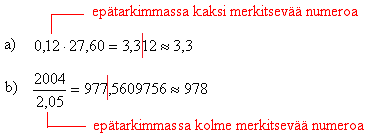
Suoritetaan laskut ja annetaan vastaukset sopivalla tarkkuudella.

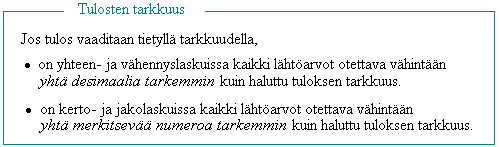




# Esimerkki 3.

Suoritetaan laskut ja annetaan vastaukset sopivalla tarkkuudella.





**Tehtäviä**

Montako merkitsevää numeroa luvuissa on?

1. 1301
2. 0,004
3. 12,910
4. 0,0220
5. 22
6. Laskintehtävä

Laske ja pyöristä tulos kahden desimaalin tarkkuuteen.

1. 1,36783 + 4,09859 + 2,69838
2. 2,8698 ⋅ 3,0860 ⋅ 1,9602

Montako desimaalia/merkitsevää numeroa voi olla enintään edellisen tehtävän laskujen vastauksissa? Miksi?

Montako desimaalia tulee seuraavien yhteen- ja vähennyslaskujen vastauksiin?

1. 0,0024 + 0,2 - 0,00075
2. 11,236 - 2,66 + 6,0002
3. -0,0013 + 3,141 - 12,2
4. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän laskut ja pyöristä vastaus sopivaan tarkkuuteen.

1. Laskintehtävä

Laske ja kiinnitä huomiota vastauksen oikeaan tarkkuuteen.

1. 
2. 
3. 
4. 

Vanni norsun paino on huikeat 4000 kg. Vanni syö eräänä aamuna 33,75 kg heinää ja 12,5 kg hedelmiä. Paljonko Vanni painaa aamupalan jälkeen?

Montako merkitsevää numeroa tulee seuraavien kerto- ja jakolaskujen vastauksiin?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän laskut ja pyöristä vastaus sopivaan tarkkuuteen

Montako merkitsevää numeroa tulee kertolaskujen vastauksiin?

1. 
2. 
3. 
4. Laskintehtävä

Pyöristä lausekkeiden tulokset likiarvojen edellyttämiin tarkkuuksiin.

1. 3,10  9,913
2. 9,85  21 000
3. 4,86  1,54
4. Laskintehtävä

Laske Suomen maapinta-ala sadan neliökilometrin tarkkuudella, kun Suomen läänien maapinta-alat ovat seuraavat:

|  |  |
| --- | --- |
| **Lääni** | **Maapinta-ala [km2]** |
| Etelä-Suomen lääni | 30 229,10 |
| Länsi-Suomen lääni | 74 185,17 |
| Itä-Suomen lääni | 48 727,44 |
| Oulun lääni | 56 858,19 |
| Lapin lääni | 93 002,81 |
| Ahvenanmaa | 1 526,50 |

(Lähde: Tilastokeskus)

Toskaomenoiden valmistusohje on tehty neljälle henkilölle. Muuta reseptin ainemäärät

1. kahdelle
2. kuudelle

henkilölle.

***Toskaomenat***

*4 kpl hapahkoja omenoita*

*Toskaseos:*

*75 g voita tai margariinia*

*1,5 dl fariinisokeria*

*2 rkl vehnäjauhoja*

*2 rkl maitoa tai kermaa*

*70 g mantelilastuja*

*Laita kuoritut ja halkaistut omenat kupera puoli ylöspäin voideltuun uunivuokaan. Kiehauta toskaseokseen kuuluvat aineet kattilassa koko ajan sekoittaen. Kaada seos omenoiden päälle ja kuumenna 225o:ssa uunissa 15-20 minuuttia. Tarjoile hieman jäähtyneenä jäätelön kera.*

1. Keksitkö syitä, milloin voit joutua muuttamaan tai kannattaa vähän muuttaa valmistamiseen tarvittavia ainemääriä?



Pyöräilijä painoi vaatteineen kilogramman tarkkuudella 72 kg. Pakattu reppu painoi kilogramman tarkkuudella 21 kg ja pyörä painoi gramman tarkkuudella 8,2 kg. Paljonko pyöräilijä painoi varusteineen?

Kuinka tarkasti kolme yhteenlaskettavaa likiarvoa on mitattava, jotta summa saadaan varmasti oikein sadasosien tarkkuudella?

Kuinka tarkasti molemmat likiarvot on mitattava, jos niiden tuloon vaaditaan kahden merkitsevän numeron tarkkuus?

1. Laskintehtävä

Yhden ruuvin paino on noin 2,27 g. Ruuvipakkauksen paino on 4 890 g. Montako ruuvia on pakkauksessa?



Sinun on suoritettava kertolasku  . Miten pyöristät luvut, jotta tulos saadaan varmasti oikein

1. neljän
2. kolmen

merkitsevän numeron tarkkuudella?

**Kalenterin matematiikkaa**

Suomessa käytettiin 1700-luvulla Juliaanista kalenteria, joka on nimetty Julius Caesarin mukaan. Juliaanisessa kalenterissa vuodessa on 365 päivää, ja joka neljäs vuosi on karkausvuosi, johon lisätään karkauspäivä. Venäjällä kirkollisia juhlia vietetään edelleen juliaanisen kalenterin mukaisesti.

Maailmassa on käytössä noin 40 erilaista kalenteria. Gregoriaaninen kalenteri on näistä yleisin ja se on nykyisin myös meidän käytössämme. Kalenterimme on tällä hetkellä noin 13 vuorokautta Juliaanista kalenteria edellä. Gregoriaaninen kalenterivuosi on normaalisti pituudeltaan 365 päivää, mutta koska todellinen aurinkovuosi on 365,25 päivää pitkä, lisätään joihinkin vuosiin karkauspäivä 29. helmikuuta, jolloin kalenterivuoden pituudeksi tulee 366 päivää. Karkauspäivää vietetään neljällä jaollisina vuosina, lukuun ottamatta sadalla jaollisia vuosia, jotka eivät ole jaollisia 400:lla. Ongelma Gregoriaanisessa kalenterissa on etteivät viikonpäivät pysy samoina vuodesta toiseen, vaan siirtyvät vuodessa yleensä yhden päivän eteenpäin. Viikonpäivän voi laskea seuraavan kaavan avulla:

Huomaa, että kaavan jakolaskuissa kaikki luvut pyöristetään alaspäin!









*d* kertoo viikonpäivän: 0 = sunnuntai, 1 = maanantai, ...

Islamilaisissa maissa käytetään Gregoriaanisen kalenterin kanssa rinnakkain Hijra-kalenteria. Hijra-kalenterissa on 354 tai 355 päivää ja kaksitoista kuukautta, ja kuukaudessa on 29 tai 30 päivää. Jokainen uusi kuukausi alkaa uudenkuun myötä. Kuukausi vastaa siis kuun kierrosta. Koska uusikuu tulee näkyviin eri ajankohtina eri puolilla maapalloa, ei sama kuukausi ala kaikkialla samana päivänä. Saman kuukauden päivien määrä saattaa vaihdella vuodesta toiseen. Yhdeksäs kuukausi on nimeltään Ramadan ja se on paastokuukausi. Annettaessa päivämäärä Hijra-kalenterin mukaan on tapana kirjoittaa H vuosiluvun jälkeen.Gregoriaaninen vuosi (M) voidaan muuntaa likimäärin Hijra-vuodeksi (H) seuraavan kaavan avulla:



Kiinassa Gregoriaanisen kalenterin rinnalla käytetään kiinalaista kalenteria, jonka mukaan vietetään perinteisiä vuotuisia juhlia, kuten kiinalaista uuttavuotta. Kiinalainen kalenteri perustuu kuun ja auringon liikkeisiin. Kuun kierto on keskimäärin 29,5 päivän pituinen ja tietyin väliajoin kiinalaiseen kalenteriin lisätään ylimääräinen kuukausi, jotta se pysyisi auringon kulkuun perustuvan kalenterin tahdissa. Kiinalaisessa kalenterissa vuodet ovat nimetty 12 eläimen mukaan: rotta, härkä, tiikeri, jänis, lohikäärme, käärme, hevonen, lammas, apina, kukko, koira ja sika. Lisäksi käytössä on viisi elementtiä: vesi, tuli, maa, puu ja rauta. Näin kiinalainen kalenteri toistuu 60 vuoden välein (kaksitoista eri eläinten vuotta kertaa viisi eri elementtiä).

1. Aikaväli ja aikalaskut

Aika-käsitteen avulla pystytään laittamaan tapahtumahetket järjestykseen. Ensimmäiset ajanmääritykset perustuvat päivän ja yön vaihteluun sekä vuodenaikoihin. Minuutteja ja sekuntteja on käytetty 1600-luvulta lähtien. Tarve niille tuli vasta tähtitieteen kehittymisen myötä. Kymmenjärjestelmästä poikkeava tunnin ja minuutin jako kuuteenkymmeneen on peräisin babylonialaisilta.

Maailmanaikana käytetään Englannin Greenwichin aikaa (GMT = Greenwich Mean Time), jossa puolenpäivän hetki määrätään Lontoon läheltä kulkevan 0-pituuspiirin mukaan. Suomessa noudatetaan toista aikavyöhykettä Greenwichistä itään, jota kutsutaan Itä-Euroopan ajaksi (GMT + 2). Kun kello on Greenwichissä 12.00, on se meillä 14.00. Suomen virallinen aika saadaan Espoon Otaniemestä, Valtion teknillisen tutkimuskeskuksen sähkötekniikan laboratoriosta.

1 tunti = 60 minuuttia

1 minuutti = 60 sekuntia

1 vuosi = 52 viikkoa = 365 vuorokautta

**Esimerkki 1.**

Lasketaan paljonko on kolme viidesosaa  tunnista.

Luvusta otetaan tietty osa siten, että luku kerrotaan kyseisellä osalla.



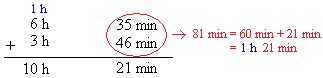
Tunnissa on 60 minuuttia, joten vastaus minuutteina saadaan ottamalla neljä viidestoistaosaa 60 minuutista.



Kellonaikalaskuja helpottaa tuntien ja minuuttien eritteleminen. Aikoja voidaan laskea allekkain yhteen ja vähentää toisistaan, kunhan muistetaan ettei kyseessä ole tuttu kymmenjärjestelmäkäytäntö vaan 1 h = 60 min. Lasku aloitetaan aina pienimmistä ajanmääreistä.

**Esimerkki 2.**

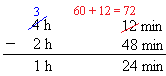
Juna lähtee asemalta 6.35 ja matka kestää 3 tuntia 46 minuuttia. Moneltako juna on perillä?



Vastaus: Juna on perillä kello 10.21.

**Esimerkki 3.**

Yöjuna saapui asemalle 4.12. Moneltako se lähti, jos matka kesti 2 tuntia 48 minuuttia?



Vastaus: Juna lähti kello 1.24.

**Tehtäviä**

Muunna sekunneiksi.

1. 4 min
2. 23 min 35 s
3. 2 h 55 min 13 s
4. 4 min 56 s
5. 12 h 4 s
6. 3 h 12 min 1 s

Ilmoita ajat sellaisessa muodossa, että siinä näkyy kokonaiset tunnit, minuutit ja sekunnit (esimerkiksi 1 h 12 min 9 s)

1. 3789 s
2. 370 s
3. 3490 s
4. 92 200 s
5. 410 s

Montako kuukautta on

1. 
2. 
3. ?

Montako minuuttia on

1. 
2. 
3. ?

Kuinka monta

1. minuuttia on 24 h
2. tuntia on 16 d 21 h
3. kuukautta on 18 a 6 kk
4. sekuntia on 1 viikko?

Täydennä.

1. 1 karkausvuosi = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta
2. 2 vuosisataa = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuotta
3. 8 minuuttia = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ sekuntia
4. 4 viikkoa = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta
5. 156 viikkoa = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuotta
6. 3 vuosituhatta = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuotta
7. 2 vuotta = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta



Amerikassa on käytössä 12-tuntinen kello. Muuta kellonajat 24-tuntisen kellon ajoiksi.

1. 10.30 am
2. 1.45 pm
3. 7.55 am
4. 11.30 pm

Muuta 24-tuntisen kellon ajat 12-tuntisen kellon ajoiksi.

1. 14.17
2. 05.10
3. 17.20
4. 03.03

Helmin koulupäivä alkaa 8.15 ja päättyy 14.45. Montako tuntia Helmi viettää koulussa?

Laske.

1. 2 h 30 min + 4 h 30 min
2. 6 h 20 min + 5 h 19 min
3. 12 h 44 min + 8 h 12 min
4. 6 h 34 min + 7 h 39 min

Laske.

1. 12 h 30 min - 7 h 16 min
2. 19 h 46 min - 6 h 39 min
3. 7 h 23 min - 4 h 41 min
4. 10 h 50 min - 5 h 56 min

Vanhin ihminen, jonka iästä on kiistaton todiste, on ollut Ranskalainen Jeanne Calment. Hän syntyi 21.2.1875 ja kuoli 4.8.1997. Kuinka vanhaksi hän eli?

Matka junalla Birminghamista Oxfordiin kestää 1 h 42 min. Laske mihin aikaan juna on perillä Oxfordissa, jossa juna lähtee Birminghamista kello

1. 8.30
2. 9.43
3. 11.06
4. 13.18
5. 15.26.

Laske kuinka pitkä aika on seuraavien kellonaikojen välissä.

1. 7.00 ja 13.05
2. 8.45 ja 15.55
3. 10.24 ja 18.00
4. 15.35 ja 21.40
5. 22.05 ja 23.55



1. Montako päivää olet elänyt?
2. Montako tuntia olet elänyt?
3. Oletko eläny vielä miljoona minuuttia?
4. Kuinka monta sekuntia olet elänyt, kun olet 60 vuotias?

Jos viime torstai oli 25.9, mikä viikonpäivä oli syyskuun ensimmäinen päivä?

Montako vuotta on vuosien 3 eKr. ja 3 jKr. välissä?

Kreikkalainen filosofi Platon syntyi vuonna 427 eKr. ja kuoli vuonna 349 eKr.

1. Minkä ikäisenä hän kuoli?
2. Montako vuotta on kulunut hänen syntymästään?

Muunna Gregoriaaniset vuodet Hijra-vuodeksi (muunnoskaavan löydät kappaletta edeltävästä tarinasta)

1. 1970
2. 2008

Lasketaan mikä viikonpäivä oli (muunnoskaavan löydät kappaletta edeltävästä tarinasta)

1. 9.6.2008
2. 18.6.2009
3. Kertaustehtäviä

**Lukujoukot ja laskutoimitukset**

Muodosta ja laske lukujen 36 ja 6

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Esitä lukusuoran avulla seuraavat lukujoukot

1. reaaliluvut
2. luonnolliset luvut
3. kokonaisluvut

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

1. -6
2. 
3. 0.239781...
4. 0,25
5. 5

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

1. \_ + 4 = 12
2. 26 - \_ = 18
3. 80 : \_ = 16
4. \_  3 = 54

Päättele mikä on luku *x*, kun luvun 78 ja luvun *x*

1. summa on 90
2. tulo on 234
3. erotus on 69
4. osamäärä on 39.

Kun eräs luku kerrotaan luvulla 10, on se 21 suurempi kuin sama luku kerrottuna luvulla 3. Mikä luku on kyseessä?

Kahden luvun summa on 112 ja erotus 36. Mitkä luvut ovat kyseessä?

Tarhassa on yhteensä 22 eläintä, kanoja ja kaniineja. Niillä on yhteensä 68 jalkaa. Montako kumpaakin lajia on?

**Lukujen suuruusvertailua**

Järjestä luvut suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

1. 0,6 6,6 6,06 0,006 6,006
2. 3,13 3,113 31,13 311,3 0,3113
3. 1,7 1,07 1,007 7,01 7,001

Valitse sopiva merkki: < tai >

1. 2 \_ 2.1
2. -5 \_ -4
3. 0,9999 \_ 1
4. 16 \_ 16,001
5. 1,99 \_ 1,98

Päättele puuttuva luku.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Onko väite tosi vai epätosi?

1. 1 ≥ 4
2. 7 < 3
3. 3 ≥ -3
4. 2 ≥ 2
5. 1 ≠ 4
6. 5 ≤ 8

Merkitse lukusuoralle ne reaaliluvut, jotka ovat

1. lukujen 1 ja 5 välissä
2. suurempia kuin luku –3
3. positiivisia
4. suuruudeltaan enintään 3.

Mitkä luvuista -1, 4, 8 ja 12 toteuttavat ehdon

1. 
2. 
3. 
4. ?

Mitkä luonnolliset luvut *x* totetuttavat ehdon

1. 
2. 
3. 
4. ?

Taulukossa on aikuisten painoindeksiluokat.

|  |  |
| --- | --- |
| **Painoindeksi P** | **Tulkinta** |
| P≤18,4 | Normaalia alhaisempi paino |
| 18,4 < P ≤ 24,9 | Normaali paino |
| 24,9 < P ≤ 29,9 | Lievä lihavuus |
| 29,9 < P ≤ 34,9 | Merkittävä lihavuus |
| 34,9 < P ≤ 39,9 | Vaikea lihavuus |
| P > 39,9 | Sairaalloinen lihavuus |

Mitä voit sanoa henkilön painosta, jos hänen painoindeksinsä on

1. 24,9
2. 25
3. 32
4. 18,1?

**Itseisarvo ja vastaluku**

Määritä lukujen etäisyys nollasta.

1. 5
2. –8
3. 0
4. -12
5. *x*

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä puuttuvat luvut.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **luku** | **vastaluku** | **itseisarvo** |
|  |  |  |
|  |  |  |
| -12 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja laske lukujen -9 ja 6 itseisarvojen

1. summa
2. erotus
3. tulo.

Luettele ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon .

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Mitkä ovat lukujen vastaluvut?

1. 2,1
2. 5*a*
3. –6
4. *a*-1

Lauseke  ilmaisee luvun *x* etäisyyden luvusta *a*. Tutki lukusuoran avulla, mitkä luvut toteuttavat

1. ehdon 
2. ehdon 

**Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku**

Kirjoita lukusuoralla kuvatut laskutoimitukset lausekkeena ja suorita ne.

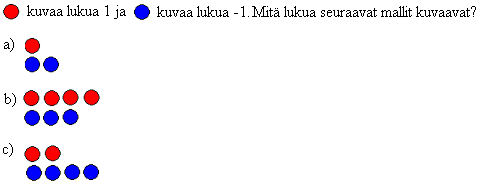
1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä lämpötila on kolme astetta enemmän kuin

1. 
2. 
3. 
4. ?

Mikä lämpötila on viisi astetta vähemmän kuin

1. 
2. 
3. 
4. ?



Kirjoita laskulauseke ja ratkaise loppulämpötila.

1. Lämpötila kohoaa –2 asteesta 5 astetta.
2. Lämpötila laskee -4 asteesta 8 astetta.
3. Lämpötila laskee 3 asteesta 12 astetta.
4. Lämpötilöa kohoaa 1 asteesta 9 astetta.

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

1. \_ - 4 = -15
2. 3 - \_ = -5
3. -5 + \_ = 2
4. \_ + 8 = -15

Käyttötilin saldo oli kuukauden alussa 921,95 €. Laske tilin saldo kuukauden lopussa, kun tilitapahtumat oli seuraavat:

talletus 150 €

otto 60 €

otto 220 €

otto 40 €

talletus 1258,80 €

otto 612 €

otto 319 €

otto 60 €

Laske seuraavien lukujen summa: voitto 7000 euroa ja tappio 5400 euroa.

**Merkkiyhdistelmien sieventäminen**

Sievennä

1. + (-7)
2. + (+2)
3. - (+ 8)
4. - (-2)

Laske

1. 1 + (+1)
2. 1+ (-1)
3. 1- (+ 1)
4. 1-(-1)

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **+** | **3** | **-5** | **-10** |
| **-2** |  |  |  |
| **6** |  |  |  |
| **-9** |  |  |  |

Osoita laskemalla, että luvut ovat toistensa vastalukuja.

1. 4 ja –4
2. –7 ja 7
3. –99 ja 99
4. 1000 ja -1000

Merkitse ja laske lukujen –12 ja – 4

1. summa
2. erotus
3. vastalukujen erotus.

Merkitse ja laske lukujen erotus.

1. 9, -7 ja –3
2. –12, -5 ja 4

**Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku**

Onko vastaus positiivinen vai negatiivinen?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske edellisten tehtävän laskutoimitukset.

Päättele puuttuva luku.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **kertaa** | **6** | **-4** | **-9** |
| **-3** |  |  |  |
| **5** |  |  |  |
| **-8** |  |  |  |

Mikä on vastaus, kun

1. lukujen 6 ja -3 tuloon listään -2?
2. lukujen -20 ja -2 osamäärä kerrotaan luvulla -3?
3. lukujen -7 ja -8 tulosta vähennetään lukujen -8 ja 2 osamäärä?

Täydennä puuttuvat luvut.

1. 
2. 
3. 

Keksi

1. kertolasku, jonka tulos on -18
2. jakolasku, jonka tulos on -3.

Etsi kaksi sellaista lukua, joiden

1. summa on -7 ja tulo 12
2. summa on -1 ja tulo on -6

**Potenssimerkintä**

Kopioi taulukko vihkoosi ja täydennä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **potenssimuoto** | **kantaluku** | **eksponentti** | **normaalimuoto** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 

Merkitse ja laske.

1. luvun 5 neliö
2. luvun 5 kuutio
3. luvun 5 vastaluvun neliö
4. luvun 5 neliön vastaluku

Onko väittämä tosi vai epätosi?

1. Luvun kaksi kuutio on neljä.
2. Kokonaislukuja on enemmän kuin luonnollisia lukuja.
3. Minkä tahansa luonnollisen luvun kuutio on aina positiivinen.
4. Kahden samanmerkkisen luvun tulo on aina positiivinen.
5. Negatiivisen luvun neliö on aina negatiivinen.
6. Mikä luku tahansa korotettuna potenssiin yksi on yhtä kuin yksi.

Merkitse ja laske.

1. luvun -3 neliö
2. luvun -3 kuutio
3. luvun -3 vastaluvun kuutio
4. luvun -3 kuution vastaluku

Laske.

1. (-4)2
2. -42
3. (-4)3
4. –(-4)3

Laske.

1. 
2. 
3. 

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

1. (-5)2
2. (-9)3
3. -*p*3
4. –*ab*6
5. (-*xyz*)4

**Monikerrat ja jaollisuus**

Luettele lukujen neljä ensimmäistä monikertaa.

1. 1
2. 3
3. 8
4. 10

Mitkä luvuista 20, 33, 54 ja 550 ovat jaollisia

1. kahdella
2. kolmella
3. viidellä
4. kuudella
5. kymmenellä?

Kopioi taulukko vihkoosi ja rastita, jos luku jaollinen ensimmäisellä rivillä olevalla luvulla.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Luku** | **2** | **3** | **5** | **6** | **9** | **10** |
| 175 |  |  |  |  |  |  |
| 1836 |  |  |  |  |  |  |
| 10000 |  |  |  |  |  |  |
| 12003 |  |  |  |  |  |  |
| 22401 |  |  |  |  |  |  |

Ohessa on lista luvun 5 monikerroista, täydennä puuttuvat luvut.



Täydennä seuraavat lauseet.

1. Parillinen luku on aina jaollinen...
2. Jos luvun viimeinen numero on 0 tai 5, luku on jaollinen...
3. Jos luvun numeroiden summa on jaollinen kolmella, luku on jaollinen...
4. Jos luku päättyy numeroon 0, on luku jaollinen...
5. Jos luku on jaollinen sekä luvuilla 2 että 3, on luku jaollinen myös...

Olen negatiivinen luku, suurempi kuin -8 ja jaollinen luvulla 5. Mikä luku olen?

Keksi neljä lukua, jotka ovat jaollisia sekä kahdella että kolmella.

Keksi kolme lukua, jotka ovat jaollisia luvuilla 2, 5 ja 7.

**Luvun jakaminen tekijöihin**

Onko jälkimmäinen luku ensimäisen luvun tekijä?

1. 10, 5
2. 16, 8
3. 7, 21
4. 82, 9
5. 169, 13

Täydennä puuttuva tekijä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä on pienin luku, jonka alkutekijät ovat 2, 3, 5 ja 7?

1. Mikä luku on kaikkien lukujen tekijä?
2. Kuinka monta tekijää on alkuluvuilla?
3. Luettele kolme sellaista lukua, jotka ovat suurempia kuin 4 ja joilla on vain kaksi tekijää.

Jaa luvut tekijöihin.

1. 13
2. 17
3. Mitä lukuja nämä ovat?

Jaa luvut alkutekijöihin.

1. 98
2. 33
3. 525
4. 38

Pakkauksessa on 348 kukan taimea. Koulun myyjäisiä varten taimet pakataan pienempiin pakkauksiin. Meneekö taimet tasan, jos kuhunkin pakkaukseen laitetaan

1. 6
2. 14

kukan taimea?

Noora toi juhliin 30 donitsia. Luettle miten hän voi järjestää donitsit tarjottimelle riveihin, niin että jokaisessa rivissä on sama määrä donitseja?

**Murtoluvut**

Muunna sekaluvuiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muunna epämurtoluvuksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muunna epämurtoluvuksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Supista murtoluvut.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Supista murtoluvut.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Järjestä murtoluvut suuruusjärjestykseen .

Täydennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Lavenna samannimisiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Määritä lukujen  ja 

1. summa
2. erotus.

Laske .

Keksi murtolukujen

1. yhteenlasku,
2. vähennyslasku,

jonka tulos on .

Mehutiivisteestä saadaan mehua sekoittamalla yhteen osan tiivistettä viisi osaa vettä. Kuinka paljon mehua saadaan  litran pullollisesta tiivistettä?

Laske.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

**Murtolukujen kertolasku**

Kerro luku  luvulla

1. 2
2. 10
3. 
4. .

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Montako desilitraa on

1. 
2. 
3. ?

Auto kulkee 1 litralla bensiiniä 8 km. Kuinka monta kilometriä auto kulkee  litralla polttoainetta?

Koulussa on 400 oppilasta ja heistä :lla on sisaruksia. Monnellako oppilaalla ei ole siskoa tai veljeä?

Laske, paljonko on

1. neljäsosa 96 eurosta
2. viidesosa 475 eurosta
3. kaksi kolmasosaa 16,5 kilogrammasta.

Laske.

1. 
2. 
3. 

**Murtolukujen jakolasku**

Muodosta lukujen käänteisluvut.

1. 
2. -5
3. 
4. 9

Muodosta lukujen käänteisluvut.

1. 6
2. 
3. -5
4. 

Jaa  luvulla

1. 2
2. 3
3. 
4. 

Jaa seuraavat luvut luvulla  .

1. 2
2. 3
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Määritä lukujen  ja 

1. tulo
2. osamäärä.

Määritä lukujen osamäärä

1.  ja 
2.  ja 
3.  ja  .

**Laskujärjestys**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laske.
6. 
7. 
8. 
9. 

Laske .

Laske .

**Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot**

Kirjoita desimaalilukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kirjoita murtolukuna supistetussa muodossa.

1. 0,75
2. 0,8
3. 0,105
4. 2,03
5. 15,21

Pyöristä sadasosien tarkkuuteen.

1. 23,4567
2. 99,9999
3. 100,4445
4. 12,01
5. 180,125456

Pyöristä lähimpään sataan.

1. 53
2. 12345
3. 8552
4. 12
5. 49,999

Tarkastellaan lukua 0,050508. Ilmoita luku

1. 1 desimaalin
2. 1 merkitsevän numeron
3. 4 desimaalin
4. 4 merkitsevän numeron

tarkkuudella.

1. Laskintehtävä

Laske laskimella potenssien likiarvot ja anna vastaukset kahden desimaalin tarkkuudella.

1. 6,74
2. –4,62
3. (-3,09)2
4. 1,09-3

Montako merkitsevää numeroa on likiarvoissa?

1. 200
2. 0,0040
3. 120,09
4. 0,238
5. 1800

Montako merkitsevää numeroa on luvuissa?

1. 3000
2. 
3. 0,0150
4. 2,009

Osoita, että luvut  ja –2,8 ovat toistensa vastalukuja.

**Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt**

Montako desimaalia tulee yhteen- ja vähennyslaskujen vastauksiin?

1. 2,345 + 3,2
2. 1,568 + 1,05 + 2,03333
3. 50,125 – 25,3
4. 100 – 23,5 – 44,23
5. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän laskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

Kolmen laatikon massat ovat 2,5 kg, 3,46 kg ja 8,9 kg. Paljonko laatikot painavat yhteensä?

Suorakulmion pituus on 8,987 m ja leveys 3,7 m. Laske suorakulmion ympärysmitta.

Montako merkitsevää numeroa tulee kertolaskujen vastaukseen?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän kertolaskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

Montako merkitsevää numeroa tulee jakolaskujen vastaukseen?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän jakolaskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

**Aikaväli ja aikalaskut**

Täydennä lauseet

1. Vuodessa on \_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta.
2. Karkausvuodessa on \_\_\_\_\_\_\_\_ vuoruokautta.
3. Vuodessa on \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ viikkoa.
4. Tunnissa on \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ minuuttia.
5. Minuutissa on \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ sekuntia.
6. Tunnissa on \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_sekuntia.

Montako minuuttia on

1. 
2. 
3. 
4. ?

Montako minuuttia on

1. 0,5 h
2. 0,2 h
3. 0,1 h
4. 0,3 h?

Montako tuntia on (ilmoita vastaus murtolukuna)

1. 45 min
2. 120 min
3. 10 min
4. 12 min?

Täydennä.

1. 3 vuotta = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta
2. 2 karkausvuotta = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuorokautta
3. 5 vuosisataa = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuotta
4. 9 minuuttia = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ sekuntia
5. 312 viikkoa = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vuotta

Paljonko kello on

1. 20 minuuttia kello 10.30 jälkeen
2. 15 minuuttia ennen kello 5. 45
3. 3 tuntia ennen kello 21.10
4. 32 minuuttia kello 17.44 jälkeen
5. 10 minuuttia ennen kello 18?

Kuinka pitkä aika on kellonaikojen välissä?

1. 22.00 ja 23.30
2. 3.30 ja 5.20
3. 5.10 ja 18.00
4. 11.23 ja 23.11
5. 1.20 ja 19.12

Ari Ahkera nukkui arkipäivisin noin  vuorokaudesta. Opintoihin häneltä kului aikaa  vuorokaudesta.

1. Kuinka suuren osan vuorokaudesta hän kulutti muihin toimiin?
2. Montako tuntia Arilla oli aikaa käytettävänä muuhun kuin nukkumiseen tai opiskeluun?

# Harjoituskoe I (kappaleet 2 - 10)

Merkitse ja laske lukujen 10 ja -5

1. erotus
2. osamäärä
3. tulo.

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

1. 
2. 
3. 

Kirjoita potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 

Onko väite tosi vai epätosi? Jos väite on epätosi, korjaa se.

1. Luku 6 kuuluu rationaalilukujen joukkoon.
2. Jos kertolaskussa on pariton määrä negatiivisia tekijöitä, tulo on positiivinen.
3. Luvun itseisarvo on aina postiivinen.
4. Luku 20 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti 

Laske.

1. -5 – 6
2. 9 – 14
3. -8 + 5
4. 
5. 
6. 

Poista sulkeet ja laske.

1. 
2. 
3. 
4. Mitä ovat alkuluvut?
5. Jaa luku 105 alkutekijöihin.

# Harjoituskokeen I ratkaisut

1. 
2. 
3. 

1. Koska potenssimerkinnässä on sulkeet, on kantalukuna 
2. 
3. Koska lausekkeessa ei ole sulkuja, korotetaan pelkkä *x* potenssiin 8, joten kantalukuna on *x*.
4. 
5.  Miinusmerkki ei kuulu kantalukuun.
6. 
7. tosi
8. epätosi, Jos kertolaskussa on pariton määrä negatiivisia tekijöitä, tulo on negatiivinen.
9. tosi
10. epätosi, 
11. -5 – 6 = - 11
12. 9 – 14 = -5
13. -8 + 5 = -3
14. 
15. 
16. 

Poista sulkeet ja laske.

1. 
2. 
3. 
4. Alkuluku on lukua 1 suurempi luonnollinen luku, joka on jaollinen ainoastaan luvulla 1 ja itsellään.
5. 

**Harjoituskoe II (kappaleet 11 – 18)**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta ja laske lukujen  ja 

1. tulo
2. osamäärä.
3. Kannussa on 1,75 litraa vettä. Jos juomalasin tilavuus on  litraa, montako lasillista vettä kannusta saa kaadetuksi?
4. Samilla on 18 kappaletta  litran juomatölkkiä. Montako litraa juomaa on yhteensä?

Laske ja kiinnitä huomiota vastausten oikeaan tarkkuuteen.

1. 5,2345 + 2,25 – 1,436
2. 
3. 
4. Montako minuttia on 0,4 h?
5. Montako tuntia on 12 min? (Ilmoita vastaus murtolukuna.)
6. Laske 4 h 15 min – 2 h 38 min.

Laske.

1. 
2. 

**Harjoituskokeen II ratkaisut**

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. Muunnetaan 1,75 ensin murtoluvuksi , vastaus saadaan jakolaskulla  lasillista
8. Vastaus saadaan kertolaskulla

 litraa

1. 5,2345 + 2,25 – 1,436 = 6,0485 

Vastaukseen kaksi desimaalia, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi desimaalia.

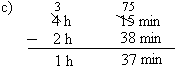
1. 

Vastaukseen kaksi merkitsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi merkitsevää numeroa.

1. 

Vastaukseen kaksi merkitsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi merkitsevää numeroa.

1. 
2. 



Vastaus: 1 h 37 min

1. 
2. 

**Vastaukset**

-

Ottamalla kaapista 4 kenkää ja 3 sukkaa.

Asetetaan vaakaan kummallekin puolelle aluksi 3 sormusta ja punnitaan. Kolmas kolmen ryhmä on vaa'an ulkopuolella. Rihkamasormus kuuluu punnittavista ryhmistä kevyempään. Jos vaaka on tasapainossa, rihkamasormus on siinä ryhmässä, joka ei ole punnituksessa mukana. Nyt tiedetään, missä kolmen ryhmässä rihkamasormus on. Asetetaan näistä kolmesta sormuksesta kaksi vaa'alle, jolloin kevyin sormus löytyy.

Pikkumyy ja Muumi (2 min), Muumi takaisin (1 min), Nipsu ja Niiskuneiti (5 min), Pikkumyy takaisin (2 min), Pikkumyy ja Muumi (2 min). Yhteensä 12 min.

Paimen tietää, että ainoa vaaraton ratkaisu on jättää susi ja kaali keskenään. Siis hän tekee näin: vie lampaan joen yli, palaa ja vie kaalin (aikomuksenaan jättää kaali ja susi toiselle puolelle), tuo lampaan takaisin, vie suden, jättää suden ja kaalin ja palaa hakemaan lampaan.

Ota 9 l astia täyteen vettä. Kaada 9 l astiasta 4 l vettä pienempään astiaan ja kaada 4 l pois. Toista kohta 2 uudelleen ja näin sinulle jää 9 l astiaan 1 l vettä. Siirrä 1 l vettä 4 l:n astiaan. Täytä 9 l astia uudelleen vedellä ja kaada vesi 4 l astiaan, jossa on ennestään 1 l vettä. Näin isompaan astiaan jää 6 l vettä.

Pulman juju on siinä, että kupit **vaihtavat** paikkaa. Niitä ei arvota satunnaisesti uuteen järjestykseen. Näin ollen keskimmäisessä kupissa on joko kaksi mustaa tai kaksi valkoista palloa. Poimi siitä yksi pallo. Jos se on musta, kupit ovat (VM), (MM), (VV). Jos se on valkoinen, kupit ovat (MM), (VV), (VM).

Ongelman idea on, että hehkulamppu hehkuu, eli tuottaa valon lisäksi lämpöä. Laita katkaisija A päälle. Odota viisi minuuttia. Laita A pois ja B päälle. Mene yläkertaan. Katkaisijaan A kytketty lamppu on sammuksissa mutta lämmin, B on päällä, C on sammuksissa ja viileä.

Koska alkuoletuksessa kahdeksan apinaa syö kahdeksan banaania, jokainen apina syö yhden banaanin. Siten apinalta kuluu aikaa banaanin syömiseen kahdeksan minuuttia (olettaen, että kaikki apinat syövät samalla nopeudella). Jokainen neljästä apinasta syö yhden banaanin, joten aikaa kuluu kahdeksan minuuttia. Apina syö kahdeksassa minuutissa yhden banaanin. Kuudessatoista minuutissa apina ehtii siis popsia kaksi banaania. Siten tarvitaan kahdeksan apinaa 16 banaanin syömiseen.

1. 
2. 
3. kaikki
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. kokonaisluvut
13. luonnolliset luvut
14. reaaliluvut

Kaikki

1. 12
2. 45
3. 14
4. 0
5. Ei mahdollinen
6. reaali- ja rationaaliluvut
7. reaali- ja rationaaliluvut
8. reaali-, rationaali- ja kokonaisluvut
9. reaaliluvut
10. reaali-, rationaali-, kokonais- ja luonnolliset luvut
11. 15
12. 2
13. 5
14. 11

luonnollisten lukujen joukko (positiivisten tai negatiivisten kokonaislukujen joukot ovat vieläkin suppeampia, koska niissä ei ole nollaa mukana)

1. reaali-, rationaali- ja kokonaisluvut
2. reaali-, rationaali-, kokonais- ja luonnolliset luvut
3. reaali- ja rationaaliluvut
4. reaaliluvut
5. 17
6. 15
7. 19
8. 44
9. 16
10. 13468
11. 86431
12. 999
13. 99999
14. 99999999

8, huolimatta siitä, minkä seitsemännumeroisen luvun valitsit.

1. 18, 21, 24, 27, 30
2. 35, 42, 49, 56, 63
3. 28, 24, 20, 16, 12

13,6 m

179 €

263,80 €

1. 41
2. 5
3. 11
4. 30

888+88+8+8+8

(25,0,0), (20,5,0), (10,10,5), (10,8,7), (9,9,7) ja (9,8,8)



42 290 €

10 776 €



Hiirellä on koloonsa matkaa 50 hiiren askelta ja kissalla on hiiren koloon matkaa 50 hiiren askelta + 10 kissan askelta eli yhteensä 100 hiiren askelta. Samassa ajassa kun hiiri juoksee 50 hiiren askelta, juoksee kissa 16,7 kissan askelta eli 83,3 hiiren askelta. Hiiri ehtii kololleen ennen kissaa.

Numerot on aakkosjärjestyksessä.

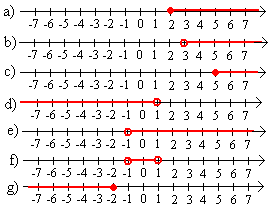
-

1. 3,4 < 4,3
2. 0,81 < 1,1
3. 0,05 > 0,0015
4. –4 < 3
5. –98 > -100
6. Savi
7. Siltti
8. Hiekka
9. Sora
10. Kivet
11. 7 ja 8
12. 16, 17, 18
13. sellaisia lukuja ei ole olemassa
14. epätosi
15. tosi
16. tosi
17. tosi
18. tosi
19. epätosi
20. 3 < 6
21. 3 > 1
22. 1 > 0
23. –1 < 0
24. 2 ≠ 3
25. hinta ≤ 100 €
26. matka ≥ 2 km
27. lämpötila ≤ -20 oC, tai pakkasta ≥ 20 oC
28. 15 oC ≤ lämpötila ≤ 25 oC
29. 0 ja 3
30. 3 ja 5
31. 3, 5 ja 7





1. 0, 1, 2, 3, 4, 5
2. 0, 1, 2, 3
3. 2, 3, 4
4. 78, 79, 80, 81, 82





1. epätosi
2. tosi
3. epätosi
4. epätosi
5. tosi
6. epätosi
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 1, 3, 5, 7
12. 2, 4, 6, 8

6,81 6,82 6,83 6,84 6,85 6,86 6,87 6,88 6,89 6,90



4 €

Vähintään 369 laatikkoa.

Vuokraamon A perimä vuokra: .

Vuokraamon B perimä vuokra: , joten vuokraamo A on edullisempi.

Lasketaan litrahinnat

A: 

B: 

Vastaus: B on edullisempaa.

1. Alas
2. Pohjoiseen
3. Länteen
4. Hävitä 100 euroa
5. Neljä kerrosta ylös
6. Lyhentää 50 cm
7. 60 m meren tason alapuolella
8. 4
9. 6
10. 0
11. 3
12. 58
13. 5
14. 7
15. 0
16. 16,7
17. 
18. 
19. 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **luku** | **vastaluku** | **itseisarvo** |
| 75 | -75 | 75 |
| -23 | 23 | 23 |
| -6 | 6 | 6 |
| 34 | -34 | 34 |
| - (- 4) | -4 | 4 |

1. 2
2. –8
3. 1020
4. –256 d
5. –200 €
6. 9,81 m/s2
7. –80 km/h
8. 22
9. –9
10. yhtä suuret
11. 9,02
12. 14
13. –9
14. –25
15. 8,91
16. 7
17. 7
18. 4
19. 4



1. –5
2. –(+5)
3. –(-5)
4. –13
5. 
6. –5,5
7. 0
8. 
9. 
10. 9
11. 23
12. 256
13. 
14. 
15. 

Luvut –5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

1. 29
2. 13
3. 9

kaikki kokonaisluvut jotka ovat pienempiä tai yhtäsuuria kuin –4 tai kaikki kokonaisluvut jotka ovat suurempia tai yhtäsuuria kuin 4

luvut 2, 3, 4, 5, 6, 7 sekä luvut –2, -3, -4, -5, -6, -7

1. -1, 0, 1
2. 0
3. -5, -6, 5, 6
4. -95, -96, -97, -98, 95, 96, 97
5. 
6. 
7. 

-12 C, -3 C, 0 C, +1 C ja +5 C

1. Ada 9 € velkaa
2. Sinä 1 € velkaa
3. 
4. 

5 €

2 C

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. –13 C
10. –5 C
11. +4 C
12. -3
13. -1
14. -8
15. 3
16. 3
17. –4
18. –6
19. -2
20. –3
21. 4
22. 2
23. -1
24. 2 - 5 = -3
25. -1 – 4 = -5
26. -4 + 9 = 5
27. -7 + 4 = -3
28. -2
29. -7
30. –5
31. -4
32. –49
33. 28
34. –66
35. -42
36. –11
37. 0
38. –2
39. -14
40. –9
41. –2
42. –1
43. 11
44. –15
45. 1
46. -23
47. – 13
48. – 10
49. – 88
50. 4
51. 2
52. 0
53. -1
54. -2

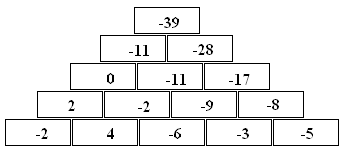
-10

5. kerroksessa

1. –3 + 7 = 4
2. 3 - 7 = -4
3. –3 – 7 = -10

7. kerroksessa

1. 
2. 
3. 
4. 9
5. –15
6. -24
7. –5
8. 
9. -24
10. 6
11. –4
12. 24
13. -14
14. 10
15. 13
16. –5
17. -22
18. –8
19. –3
20. 7
21. -6
22. –
23. +
24. –
25. +
26. 2
27. 10
28. –10
29. -2
30. 5
31. 21
32. 22
33. 2
34. -18
35. –5
36. 7
37. -2



kaikissa –

1. -10 + (-12) = - 22
2. -10 – (-12) = 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **+** | **4** | **-7** | **-11** |
| **-3** | 1 | -10 | -14 |
| **8** | 12 | 1 | -3 |
| **-12** | -8 | -19 | -23 |

-3 + (-1) + 2= -2

-5-(-6)-2 = -1

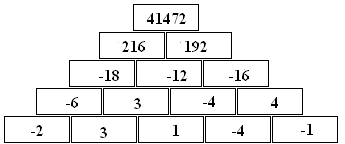
Kaikkissa lukujen summa on 1.



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Luvut ovat toistensa vastalukuja.

1. -1
2. 13
3. -3
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 2, 4, 6, 8, 10
9. 1, 3, 5, 7, 9
10. positiivinen
11. negatiivinen
12. positiivinen
13. positiivinen
14. positiivinen
15. negatiivinen
16. negatiivinen
17. negatiivinen
18. positiivinen
19. 4
20. 4
21. -4
22. -4
23. -8
24. 16
25. –7
26. 0
27. –12
28. 0
29. 1
30. 8
31. 24
32. –6
33. 200
34. –6
35. 1
36. 0
37. –104
38. 96
39. –400
40. 400



1. positiivinen
2. negatiivinen
3. positiivinen
4. negatiivinen
5. negatiivinen
6. positiivinen
7. –2
8. 4
9. –3
10. –6
11. 10
12. –5
13. –10
14. 20
15. –1
16. -6
17. -18
18. –3
19. 9
20. 
21. 
22. 
23. 

Kun negatiivisen luvun kertoja pienenee, tulo suurenee.

1. <
2. >
3. =
4. –10
5. 6
6. –32

-

1. epätosi
2. tosi
3. epätosi
4. tosi
5. tosi
6. epätosi
7. –10
8. –4
9. 5
10. 4
11. 4
12. 12
13. –14
14. –4

luvut ovat –4 ja –7

 ja , luvut ovat 24 ja –6

 ja , luvut ovat 6 ja –7

1. 25
2. 1
3. 8
4. 10000
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 93
14. 32
15. 85
16. 74
17. 
18. 
19. 33
20. 122
21. 104
22. 113
23. *a*3
24. *e*5
25. 24
26. 103
27. 112
28. 48
29. a3
30. y6
31. 100
32. 
33. 
34. 
35. on
36. ei
37. ei
38. -3
39. –2
40. 3
41. 1
42. –1
43. 25
44. –25
45. –125
46. 125
47. 9
48. –8
49. –27
50. –1
51. 1
52. –32
53. –81
54. –1
55. 1
56. 
57. 
58. 
59. 
60. 
61. 216
62. 243
63. 810000
64. 625
65. 3375
66. 476
67. 100000000
68. 
69. 
70. 
71. 2
72. 
73. 
74. 
75. a
76. 49
77. 59
78. 101
79. 123

8 ja 9

1. 
2. 
3. *x* = 2
4. *x* = 4
5. *x* = 10
6. *x* = 3
7. 4
8. –8
9. 16

Rahaa on 12 viikon jälkeen säästössä , sillä rahamäärällä saa montakin sohvaa!

96 000

59049 kerroksesta

1. On
2. Ei
3. On
4. On
5. Ei
6. 0, 0, 0
7. 2, 3, 4
8. 6, 9, 12
9. 24, 36, 48
10. 30, 45, 60
11. 4, 6, 8, 10
12. 10, 15, 20, 25
13. 18, 27, 36, 45
14. 22, 33, 44, 55
15. 26, 39, 52, 65

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 2 | 2, 4, 6, 8, 10 |
| 5 | 5, 10, 15, 20, 25 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 3 | 3, 6, 9, 12, 15 |
| 4 | 4, 8, 12, 16, 20 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Monikerrat** |
| 6 | 6, 12, 18, 24, 30 |
| 8 | 8, 16, 24, 32, 40 |
| 12 | 12, 24, 36, 48, 60 |

1. 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80
2. 7, 14, 21, 28, 35

a), c) ja e)

a), b), e) ja f)

b) ja e)

b), c), e)

1. on
2. on
3. ei
4. on
5. ei
6. 1, 5
7. 1, 2, 3, 6
8. 1, 2, 4, 8
9. 1, 2, 5, 10

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Luku** | **2** | **3** | **5** | **6** | **9** | **10** |
| 386 | X |  |  |  |  |  |
| 483 |  | X |  |  |  |  |
| 2520 | X | X | X | X | X | X |
| 7338 | X | X |  | X |  |  |
| 9270 | X | X | X | X | X | X |

1. mikä tahansa luvun 36 monikerta käy vastaukseksi
2. mikä tahansa luvun 12 monikerta käy vastaukseksi
3. 0
4. 1
5. 0
6. 1
7. 1
8. 1, 2, 3, 4, 6, 12
9. 1, 2, 3, 6, 9, 18
10. 1, 3, 7, 21
11. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
12. 1, 2, 4, 8, 16, 32
13. 1, 3, 13, 39
14. 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
15. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
16. Esimerkiksi 39 ja 282.
17. Koska 12 on luvun 3 monikerta, ovat luvut jaollisia kolmella.
18. Esimerkiksi 297 ja 8604
19. Koska 18 on luvun 3 monikerta, ovat luvut jaollisia kolmella. Ja koska 18 on myös luvun 9 monikerta, ovat luvut jaollisia myös luvulla 9.

-

1. parillinen
2. parillinen
3. pariton
4. parillinen

Esimerkiksi 30, 60, 90, 120 (mikä tahansa luvun 30 monikerta käy vastaukseksi)

1. 0
2. 1
3. 4
4. 5
5. 15

**-**

60

1. 5
2. 11
3. Mies, 1990, M
4. Nainen, 1970, Y
5. Mies, 2002, 3
6. Nainen, 1899, R
7. On
8. On
9. Ei
10. Ei
11. On
12. On

2, 3, 5, 7, 11, 13,17, 19, 22 ja 23.

47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 101

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 3
6. 6
7. 9
8. 7
9. 4
10. 11

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 6 | 1, 2 ,3, 6 |
| 8 | 1, 2, 4, 8 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 10 | 1, 2, 5, 10 |
| 20 | 1, 2, 4, 5, 10, 20 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Luku** | **Tekijät** |
| 9 | 1, 3, 9 |
| 12 | 1, 2, 3, 4, 6, 12 |
| 24 | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 |

1. 1, 2, 3, 6, 9 18
2. 1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100
3. 1, 29
4. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48,72,144
5. 1, 3, 7, 9, 21, 63
6. 1, 2, 4, 8
7. 1, 2, 3, 4, 6, 12
8. 1, 2, 4
9. 12
10. 675
11. 315
12. 210
13. alkuluku
14. 
15. alkuluku
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 

Luvut ovat alkulukuja.

4, 6, 8, 9, 18

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36,54, 108

1. 
2. 
3. 2
4. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
5. 29, 31, 37
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 

127, 131, 137, 139

1. ei
2. kllä
3. kyllä

2, 3, 4, 6, 8, 12 tai 24 vierasta

1. 11
2. 1089





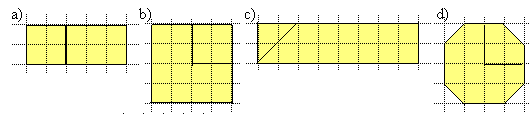
1. 13 + 3
2. 23 + 23
3. 37 + 43
4. 97 + 3
5. 
6. 
7. 

-

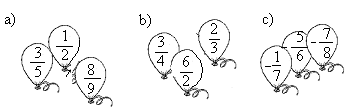
1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 

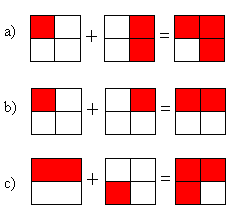


1. 
2. 
3. 
4. 

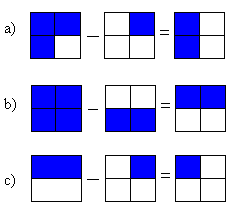




1. 
2. 
3. 
4. 
5. -2
6. 2
7. -1
8. -20
9. 2
10. 3
11. 1
12. 2
13. *a* = 35 *b* = 42
14. *a* = 12 *b* = 21
15. *a* = 16 *b* = 18
16. *a* = 24 *b* = 54
17. 5 ja 1
18. 7 ja 5
19. 
20. 
21. 
22. 



1. 
2. 
3. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 1
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 

 kg

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 

16

1. 
2. 
3. 11 kupillista
4. 3 litraa
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 1
20. 1
21. 1
22. 1
23. 1
24. 1
25. 1
26. 1
27. 
28. 
29. 
30. 
31.  €
32.  €
33. 9 €
34. 15 €
35. 
36. 
37. 1
38. 
39. 
40. 
41. 
42. 
43. 
44. 

4 litraa

-

1. 2
2. -1
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. tuntia
10. 57.85 euroa

8 litraa

480



16 l

80 kolikkoa



1. 
2. 4
3. 
4. 

Koska 5 on kuudesosa 30:stä, Alku tekee 5 minuutissa kuudesosan työstä. Siis Kelpo tekee viidessä minuutissa viisi kuudesosaa. Koko työhön häneltä kuluisi siten 6 minuuttia.

Maan sisällä oleva osa = 

Vedessä oleva osa = 

Veden pinnalla oleva osa = 

 pylväästä on 70 cm, joten pylvään kokonaismitta on .



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 4
6. 6
7. 10
8. 18
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 9
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 6
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 

9

1. 
2. 
3. 
4. 2

-

1. 
2. 
3. 
4. -6
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 



1. 22 pulloa
2. 5 dl
3. on
4. ei
5. on
6. 
7. 
8. 
9. 

-

1. 
2. 
3.  ja 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 2*b*
9. 
10. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 35
10. 23
11. 45
12. 93
13. 
14. 
15. 6
16. 
17. 3
18. 4
19. 36
20. 147
21. –13
22. 2
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. –15
30. 1
31. 100
32. 1296
33. 1
34. 
35. 
36. 
37. 
38. 
39. 10
40. 52
41. -7
42. 146
43. 26
44. 42
45. 66
46. 
47. 
48. 
49. 
50. 130
51. 13
52. 263
53. 160

Esimerkiksi 

1. 328
2. –2
3. 9
4. 17
5. –45
6. 5
7. 1
8. epätosi
9. tosi
10. tosi
11. tosi
12. 
13. 
14. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 3,25
9. 1,08
10. 0,04
11. 0,125
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. kymmenien
21. sadasosien
22. tuhansien
23. ykkösten
24. kymmenien
25. tuhansien
26. tuhansien
27. tuhannesosien
28. 4,25
29. 30,086
30. 0,0021
31. 12,000014
32. 3,3
33. 200,555
34. 0,7
35. 0,7
36. 6,6
37. 5,9
38. 3,5
39. 9,1
40. 0,8
41. 0,23
42. 0,729
43. 0,536
44. 1,0
45. 120,0
46. 4685,1
47. 25 578,0
48. 5,47
49. 3,00
50. 0,01
51. 100,00
52. 15,48
53. 0
54. 2
55. 104
56. 1
57. 700
58. 0
59. 100
60. 8900
61. 12,35 €
62. 801,35 €
63. 2,10 €
64. 7,35 €
65. 92,85 €
66. 1,60 €
67. 470
68. 14800
69. 5000
70. 17745.258
71. 198.15
72. 1,0
73. 1,05
74. 1,046
75. 1,0456
76. 1,04563
77. 0,7
78. 0,65
79. 0,655
80. 0,6546
81. 0,65458
82. 5 300 500
83. 5 300 000
84. 14 390 €
85. 14 400 €
86. 10 000 €
87. 100
88. 3,0
89. 0,029
90. 0,0012
91. viisi
92. kaksi
93. kolme
94. kuusi
95. neljä
96. 148,04
97. 94,76
98. 33138,02
99. 1,05
100. 116882,00

299 800 000 m/s

-

-

1. 
2. 

97,25 m – 97,75 m

Jos luvut ovat toistensa vastalukuja, on niiden summa 0.

Muutetaan –3,4 murtolukumuotoon: 

 eli luvut ovat toistensa vastalukuja

Jos luvut ovat toistensa käänteislukuja, on niiden tulo 1.

Muutetaan 0,6 murtolukumuotoon: 

.

1. 4
2. 1
3. 5
4. 3
5. 2
6. 8,16
7. 17,36
8. Neljä desimaalia, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on neljä desimaalia.
9. Neljä meritsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on neljä merkitsevää numeroa.
10. 1
11. 2
12. 1
13. 0,2
14. 14,58
15. -9,1
16. 
17. 
18. 8001 km
19. 

4046 kg

1. 1
2. 1
3. 2
4. 2
5. 6
6. 0,3
7. 0,071
8. 2,0
9. 2
10. 3
11. 1
12. 30,7
13. 210 000
14. 7,48

304 500 km2

1. 2 kpl omenoita, 37,5g voita, 0,75 dl fariinisokeria, 1 rkl vehnäjauhoja, 1 rkl maitoa, 35 g mantelilastuja
2. 6 kpl omenoita, 112,5g voita, 2,25 dl fariinisokeria, 3 rkl vehnäjauhoja, 3 rkl maitoa, 105 g mantelilastuja.

101 kg

tuhannesosien tarkkuudella

Kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

2154 ruuvia

1. 
2. 
3. 240 s
4. 1415 s
5. 10513 s
6. 296 s
7. 43204 s
8. 11521 s
9. 1 h 3 min 9 s
10. 6 min 10 s
11. 58 min 10 s
12. 25 h 36 min 40 s
13. 6 min 50 s
14. 6 kuukautta
15. 2 kuukautta
16. 9 kuukautta
17. 
18. 
19. 
20. 1440 min
21. 405 h
22. 222 kk
23. 604800 s
24. 366
25. 200
26. 480
27. 28
28. 3
29. 3000
30. 730
31. 10.30
32. 13.45
33. 07.55
34. 23.30
35. 2.17 pm
36. 5.10 am
37. 5.20 pm
38. 3.03 am

6,5 h

1. 7 h
2. 11 h 39 min
3. 20 h 56 min
4. 14 h 13 min
5. 5 h 14 min
6. 13 h 7 min
7. 2 h 42 min
8. 4 h 54 min

122-vuotiaaksi

1. 10.12
2. 11.25
3. 12.48
4. 15.00
5. 17.08
6. 6 h 5 min
7. 7 h 10 min
8. 7 h 36 min
9. 6 h 5 min
10. 1h 50 min

-

maanantai

5 vuotta, ajanlaskussamme ei ole vuotta nolla

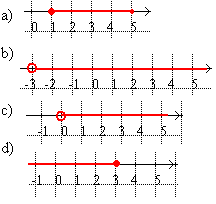
1. 78-vuotiaana
2. 2434 vuotta (vuonna 2008)
3. 1389
4. 1428
5. keskiviikko
6. torstai
7. 42
8. 30
9. 216
10. 6
11. 
12. 
13. 
14. Reaalil-, rationaali-ja kokonaislukuihin
15. Reaali- ja rationaalilukuihin
16. Reaalilukuihin
17. Reaali- ja rationaalilukuihin
18. Reaalil-, rationaali-, kokonais- ja luonnollisiin lukuihin
19. 8
20. 8
21. 5
22. 18
23. 12
24. 3
25. 9
26. 2

3

74 ja 38

10 kanaa ja 12 kania.

1. 0,006 0,6 6,006 6,06 6,6
2. 0,3113 3,113 3,13 31,13 311,3
3. 1,007 1,07 1,7 7,001 7,01
4. <
5. <
6. <
7. <
8. >
9. 10
10. 80
11. 9
12. 0
13. 100
14. epätosi
15. epätosi
16. tosi
17. tosi
18. tosi
19. tosi



1. -1
2. -1, 4 ja 8
3. 8 ja 12
4. -1, 4 ja 12
5. 0, 1, 2, 3
6. 0, 1, 2, 3
7. 0, 1
8. 0, 1, 2, 3, 4
9. Normaalipainoinen
10. Lievästi lihava
11. Merkittävästi lihava
12. Paino on normaalia alhaisempi
13. 5
14. 8
15. 0
16. 12
17. 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **luku** | **vastaluku** | **itseisarvo** |
|  |  |  |
|  |  |  |
| -12 | 12 | 12 |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. 3
2. -2
3. –7
4. -9
5. 
6. 
7. 

Luvut -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

1. 
2. 
3. 
4. mahdoton
5. –2,1
6. –5*a*
7. 6
8. 1-*a*
9. 
10. 
11. 6 – 10 = -4
12. -5 + 9 = 4
13. 5 - 4 = 1
14. -2 – 3 = -5
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. -1
24. 1
25. -2
26. –2 + 5 = 3
27. -4 - 8 = -12
28. 3 – 12 = -9
29. 1 + 9 = 10
30. -11
31. 8
32. 7
33. -23

1019,75 €

1600 euroa

1. -7
2. 2
3. -8
4. +2
5. 2
6. 0
7. 0
8. 2
9. 10
10. 25
11. 9
12. 5
13. –21
14. –8
15. 4
16. -6

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **+** | **3** | **-5** | **-10** |
| **-2** | 1 | -7 | -12 |
| **6** | 9 | 1 | -4 |
| **-9** | -6 | -14 | -19 |

Kaikkissa lukujen summa on 1.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. Positiivinen
7. Negatiivinen
8. Negatiivinen
9. Postiivinen
10. 90
11. -1080
12. -3
13. 2
14. -8
15. -24
16. 40
17. -20
18. -10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **kertaa** | **6** | **-4** | **-9** |
| **-3** | -18 | 12 | 27 |
| **5** | 30 | -20 | -45 |
| **-8** | -48 | 32 | 72 |

1. -20
2. -30
3. 60
4. -6
5. -4
6. 4

-

1. -3 ja -4
2. -3 ja 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **potenssimuoto** | **kantaluku** | **eksponentti** | **normaalimuoto** |
|  | 3 | 4 | 81 |
|  | 0 | 16 | 0 |
|  | 1 | 25 | 1 |
|  | 10 | 3 | 1000 |
|  | 4 | 3 | -64 |
|  | -5 | 2 | 25 |
|  | -6 | 3 | -216 |

1. 8
2. -4
3. 4
4. -8
5. 9
6. 27
7. -9
8. 
9. 
10. 
11. 
12. epätosi
13. tosi
14. tosi
15. tosi
16. epätosi
17. epätosi
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 16
23. –16
24. –64
25. 64
26. 1
27. 1000
28. 28
29. -5
30. –9
31. *p*
32. *b*
33. –*xyz*
34. 1, 2, 3, 4
35. 3, 6, 9, 12
36. 8, 16, 24, 32
37. 10, 20, 30, 40
38. 20, 54, 550
39. 33, 54
40. 20, 550
41. 54
42. 20, 550

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Luku** | **2** | **3** | **5** | **6** | **9** | **10** |
| 175 |  |  | X |  |  |  |
| 1836 | X | X |  | X | X |  |
| 10000 | X |  | X |  |  | X |
| 12003 |  | X |  |  |  |  |
| 22401 |  | X |  |  | X |  |

15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

1. kahdella
2. viidellä
3. kolmella
4. kymmenellä
5. kuudella

-5

Kaikki kuuden monikerrat käy vastaukseksi.

Kaikki luvun 70 monikerrat käy vastaukseksi.

1. on
2. on
3. ei
4. ei
5. on
6. 7
7. 11
8. 7
9. 7

210

1. 1
2. 2
3. 5, 7 ja 11
4. 1, 13
5. 1, 17
6. alkulukuja
7. 
8. 
9. 
10. 
11. kyllä
12. ei

1 rivi: 30 donitisia rivillä, 2 riviä: 15 donitisia rivillä, 3 riviä: 10 donitisia rivillä, 5 riviä: 6 donitisia rivillä, 6 riviä: 5 donitsia rivillä, 10 riviä: 3 donitsia rivillä, 15 riviä: 2 donitisia rivillä, 30 riviä: 1 donitsi rivillä

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. Ei voi supistaa
15. 10
16. 
17. 
18. -5
19. 
20. 
21. Ei voi supistaa
22. 



1. 7
2. 200
3. 32
4. 4
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 



-

2 l

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 3
8. 15
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 13
18. 
19. 
20. 
21. 

28 km

50

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 3
6. 
7. 6
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 9
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 11
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 93
37. 
38. 109
39. 304
40. 32
41. 154
42. 30
43. 
44. 25
45. 8
46. 62
47. 144
48. -10
49. 4
50. 0
51. –4
52. 23
53. 15
54. 19
55. -38
56. 
57. 
58. 
59. 



Tehtävässä on käytetty hyväksi sitä, että välillä 1 ... 999 on parittomia lukuja 1000/2=500 kappaletta. Näistä saadaan kahden luvun pareja 500/2=250 kappaletta.



Tehtävässä on käytetty hyväksi sitä, että välillä 1 ... 999 on parittomia lukuja 1000/2=500 kappaletta. Näistä saadaan kahden luvun pareja 500/2=250 kappaletta.

1. 0,6
2. 0,89
3. 9,03
4. 6,5
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 23,46
11. 100,00
12. 100,44
13. 12,01
14. 180,13
15. 100
16. 12300
17. 8600
18. 0
19. 0
20. 0,1
21. 0,05
22. 0,0505
23. 0,05051
24. 2014,11
25. -21,16
26. 9,55
27. 0,77
28. 1
29. 2
30. 5
31. 3
32. 2
33. 1
34. 1
35. 3
36. 4

Muutetaan –2,8 murtolukumuotoon: .

, joten luvut ovat toistensa vastalukuja.

1. 1
2. 2
3. 1
4. 0
5. 5,5
6. 4,65
7. 24,8
8. 32

14,9 kg

25,4 m

1. 2
2. 1
3. 1
4. 1
5. 2400
6. 50
7. 10
8. 80
9. 2
10. 3
11. 1
12. 2
13. 1000
14. 8,33
15. 300
16. 300
17. 365
18. 366
19. 52
20. 60
21. 60
22. 3600
23. 30 min
24. 45 min
25. 10 min
26. 12 min
27. 30 min
28. 12 min
29. 6 min
30. 18 min
31. 
32. 2 h
33. 
34. 
35. 1095
36. 732
37. 500
38. 540
39. 6
40. 10.50
41. 5.30
42. 18.10
43. 18.16
44. 17.50
45. 1 h 30 min
46. 1 h 50 min
47. 12 h 50 min
48. 11 h 48 min
49. 17 h 52min
50. 
51. 6,4 h