**Marika Toivola ja Tiina Härkönen**

AVOIN MATEMATIIKKA 7 lk.

Osio 3: Potensseja ja polynomeja

Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 3.0 -lisenssillä.

Osio 3: Potensseja ja polynomeja

[1. Samankantaisten potenssien tulo 4](#_Toc208472844)

[2. Samankantaisten potenssien osamäärä ja nolla eksponentti 10](#_Toc208472845)

[3. Potenssin potenssi 17](#_Toc208472846)

[4. Negatiivinen eksponentti 22](#_Toc208472847)

[5. Tulon potenssi 28](#_Toc208472848)

[6. Osamäärän potenssi 33](#_Toc208472849)

[7. Kymmenpotenssimuoto 41](#_Toc208472850)

[8. Potensseja laskimella 49](#_Toc208472851)

[9. Lukujärjestelmät\* 55](#_Toc208472852)

[10. Lausekkeita 60](#_Toc208472853)

[11. Polynomi 66](#_Toc208472854)

[12. Termien yhdistäminen ja järjestäminen 72](#_Toc208472855)

[13. Polynomien yhteen- ja vähennyslasku 78](#_Toc208472856)

[14. Monomin kertominen monomilla 83](#_Toc208472857)

[15. Polynomin kertominen monomilla 88](#_Toc208472858)

[16. Polynomin kertominen polynomilla 93](#_Toc208472859)

[17. Kertaustehtäviä 98](#_Toc208472860)

**Maapallon väestönkasvu**

Maapallolla asuu tällä hetkellä (2008) arviolta 6,7 miljardia ihmistä. Väkilukuun vaikuttaa tarkasteltavalla aikavälillä se, paljonko lapsia syntyy ja vastaavasti se, paljonko ihmisiä kuolee. Näiden kahden lukumäärien erotusta sanotaan positiivisessa tapauksessa luonnolliseksi väestön lisäykseksi ja negatiivisessa tapauksessa luonnolliseksi väestön vähenemiseksi.

Väestöennusteiden laatimiseen käytetään matemaattisia malleja. Maapallon väkiluvun sanotaan kasvavan eksponentiaalisesti eli korkoa korolle –periaatteen mukaisesti. Pienikin jatkuva kasvuvauhti kaksinkertaistaa väkiluvun yllättävän nopeasti. Esimerkiksi jos vuotuinen kasvu olisi 4,0 %, niin maailman väkiluku kaksinkertaistuisi 18 vuodessa. Viime vuosikymmenellä kasvunopeus asettui nykyiseen 1,2 prosenttiin vuodessa.

Suomen väestömäärä on kasvanut vuosittain 1700-luvun puolesta välistä lähtien, lukuun ottamatta muutamia poikkeuksellisia vuosia. Suurimmat väestönmenetykset olivat nälkävuosina 1866 – 1868 ja viimeisimmät väestötappiot koettiin vuosina 1969 ja 1970, jolloin monet suomalaiset muuttivat Ruotsiin. Viime vuosina väestönkasvu on hidastunut ja se näyttää vähitellen pysähtyvän, minkä jälkeen väkilukumme alkaa vuosittain pienentyä. Tulevaisuudessa Suomen väestönkehitys riippuukin merkittävästi maahanmuuttajien määrästä.

Äärellisellä maapallolla voi elää vain äärellinen määrä ihmisiä. Jos maapallon väestönkasvua ei saada pysähtymään, lisääntyy puute ravinnosta, juomakelpoisesta vedestä ja muista luonnonvaroista. Vahvemmat väestöryhmät tulevat puolustamaan omia etujaan ja tarvitsemaansa elintilaa, mikä johtaa heikompien alistamiseen ja pahimmassa tapauksessa toistuviin sotiin.

Puolet maailman väestönkasvusta tapahtuu kuudessa maassa, jotka ovat Intia, Kiina, Pakistan, Nigeria, Bangladesh ja Indonesia. Indonesiassa ja Kiinassa väestö kasvaa kuitenkin hitaammin kuin kehitysmaissa keskimäärin. Lähes kaikissa kehitysmaissa on ryhdytty toimeen, jotta väestönkasvu saataisiin käännettyä laskuun. Suhtautuminen perhesuunnitteluun on kuitenkin kulttuurisidonnaista. Esimerkiksi Intiassa perheen koko on varallisuutta mittaava ja perheen sosiaaliturvaa takaava tekijä. Kiinassa väestönkasvun hidastumista on tavoiteltu antamalla yksilapsisten perheiden vanhemmille palkankorotuksia ja eläke-etuja. Myös ainoat lapset ovat saaneet etuja opiskelupaikkojen haussa. Jos perheeseen on syntynyt enemmän lapsia, on siitä annettu sakkoja. Maaseudulla yhden lapsen periaatteesta on joustettu siinä tapauksessa, jos ensimmäinen lapsi on ollut tyttö. Tiukasta väestöpolitiikasta johtuen poikalasten osuus on kasvanut.

1. Samankantaisten potenssien tulo

Merkinnässä  lukua 2 sanotaan *kantaluvuksi*, lukua 4 *eksponentiksi* ja lukua 16 *potenssin arvoksi*. Potenssin kantaluvun kanssa on oltava tarkkana. Jos sulkeita ei käytetä, eksponentti vaikuttaa vain siihen lukuun, joka on suoraan eksponentin alla.

**Esimerkki 1**.

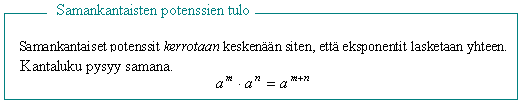
Sievennetään potenssit.

a)  Kantaluku on 2. Vastaus on negatiivinen, koska tulossa on pariton määrä (1) negatiivisia tekijöitä.

b)  Kantaluku on -2. Vastaus on positiivinen, koska tulossa on parillinen määrä (4) negatiivisia tekijöitä.

Tulossa  on molempien potenssien kantaluku sama. Merkintää kutsutaankin *samankantaisten potenssien tuloksi*.



****

**Esimerkki 1.**

Sievennetään potenssit.

1. 
2. 
3.  Ainoastaan samankantaiset potenssit voidaan yhdistää.

Samankantaisien potenssien kertolaskuissa on usein mukana muitakin tekijöitä, joita voidaan yhdistellä erikseen keskenään. Jos tulossa on muuttujia eli kirjaimia, kertomerkit jätetään merkitsemättä lukuarvon ja muuttujan väliin tai useamman muuttujan väliin.

**Esimerkki 2.**

Sievennetään potenssit.

a) 

b) 

c) 

d)  Luvut kerrotaan keskenään ja eksponentit lasketaan yhteen.

**Tehtäviä**

Kirjoita potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä on potenssin kantaluku?

1. 
2. 
3. 
4. 

Onko potenssin arvo positiivinen vai negatiivinen?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske luvun 5

1. neliö
2. kuutio.

Ilmaise yhden potenssimerkinnän avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä ja ilmoita vastaus potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

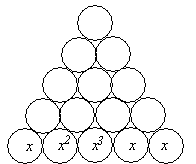
Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhteisen kantaluvun potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse vierekkäisten potenssien tulo niiden yllä olevaan ympyrään.



Merkitse ja sievennä potenssien tulo.

1.  ja 
2.  ja 
3.  ja 

Sievennä

1. 
2. 
3. 
4. 



Merkitse ja laske luvun -2

1. neljäs potenssi
2. neljännen potenssin vastaluku
3. neliö
4. kuutio

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

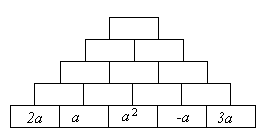
Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse vierekkäisten potenssien tulo niiden yllä olevaan ruutuun.





Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kun , laske päässä

1. 217
2. 215.

Taulukossa on potenssien 4*x* arvoja.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **4*x*** | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 | 16384 | 65536 | 262144 | 1048576 |

Päättele vastaukset taulukon avulla. Älä käytä laskinta.

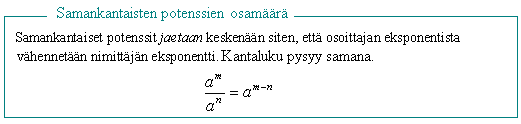
1. 
2. 
3. 

Keksi kaksi tehtävää, joissa käytetään edellisen tehtävän taulukkoa. Anna parisi ratkaista ne ja tarkista vastaukset.

1. Samankantaisten potenssien osamäärä ja nolla eksponentti

Osamäärää  kutsutaan *samankantaisten potenssien osamääräksi*.





**Esimerkki 1.**

Sievennetään potenssit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Myös samankantaisien potenssien osamäärässä on usein mukana muitakin tekijöitä, joten on syytä olla tarkkana kantaluvun kanssa.

**Esimerkki 2.**

Sievennetään potenssit.

a) 

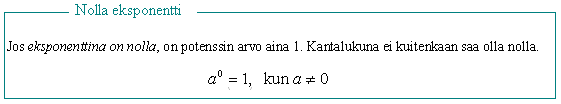
b) 

c)  Jaetaan luvut keskenään ja yhdistetään samankantaiset potenssit.

Tarkastellaan seuraavaksi jakolaskua  kahdella eri tavalla. Sievennetään lauseke samankantaisten potenssien osamäärän avulla sekä supistamalla.



Koska molemmat toimenpiteet ovat sallittuja, on lopputuloksien oltava yhtä suuret eli .



**Esimerkki 3.**

Sievennetään potenssit.

1. 
2. 
3.  ei voida laskea
4. 

**Tehtäviä**

Sievennä ja ilmoita vastaus potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Merkitse ja sievennä potenssien  ja 

1. tulo
2. osamäärä.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 

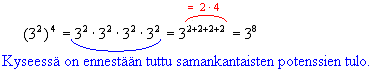
Sievennä.

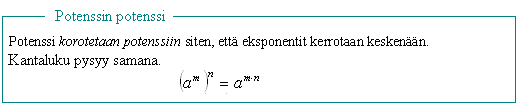
1. 
2. 
3. 

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1.  b) 
2. Potenssin potenssi

Merkinnällä  tarkoitetaan *potenssin potenssia*. Eksponenttina on luku 4 ja kantalukuna on sulkeiden sisältö eli 32. Käsitellään kantalukuna olevaa potenssia samoin kuin yksittäistä lukuakin. Potenssimerkintä voidaan kirjoittaa muodossa



****

**Esimerkki 1.**

Sievennetään potenssit.

1. 
2.  Ainoastaan *a*2 on potenssin kantaluku.
3.  Kyseessä ei ole potenssin potenssi!

**Esimerkki 2.**

Mihin potenssiin luku 3 on korotettava, jotta vastaus olisi yhtä suuri kuin luku 95 ? Eli mikä luku sopii *x*:n paikalle: ?

**Ratkaisu:**

Potenssin 95 kantalukuna on 9, joka saadaan luvun kolme potenssina seuraavasti: . Sijoittamalla tämä yhdeksikön paikalle ja sieventämällä saadaan .

Vastaus: Luku 3 on korotettava potenssiin 10.

**Tehtäviä**

Kirjoita yksinkertaisemmassa muodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Laske lausekkeen  arvo, kun

1. *x* = 1
2. *x* = 2
3. *x* = -2

Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Ilmoita luvut kahden potensseina.

1. 43
2. 87
3. 1616
4. 813

Merkitse ja sievennä lukujen neliöt.

1. 
2. 
3. 
4. 

Luvut 27 ja 81 ovat luvun kolme potensseja eli  ja . Anna tehtävien vastaukset luvun 3 potensseina.

1. 
2. 272
3. 
4. 

Merkitse ja sievennä lukujen kuutiot.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 



Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.



Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä luvun

1. 3 potenssi on yhtä suuri kuin luku 97
2. 2 potenssi on yhtä suuri kuin luku 45 ?

Taulukossa on potenssien 3*x* arvoja.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **3*x*** | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 | 6561 | 19683 | 59049 |

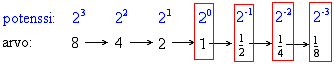
Sievennä lausekkeet käyttäen apuna oheista taulukkoa. Älä käytä laskinta.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kaksi tehtävää, joissa käytetään edellisen tehtävän taulukkoa. Anna parisi ratkaista ne ja tarkista vastaukset.

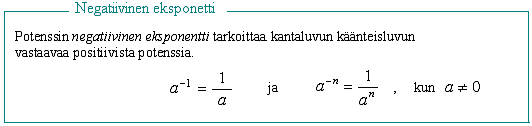
1. Negatiivinen eksponentti

Tarkastellaan luvun kaksi potensseja sekä potenssien arvoja.



Oikealta vasemmalle mentäessä luvun kaksi eksponentti pienenee yhdellä. Potenssin arvo saadaan jakamalla edellisen potenssin arvo kahdella. Samaa menettelyä voidaan jatkaa myös negatiivisten eksponenttien puolelle.

Verrataan keskenään potenssien 23 ja 2-3 arvoja ja havaitaan, että molemmissa esiintyy luku kahdeksan. Vastaavasti, jos eksponenttina on 2 tai –2, esiintyy arvossa luku 4. Merkitsemällä murtoluvut  muodossa , nähdään selvä yhteys vastaaviin positiivisiin eksponentteihin.



Potenssin laskusäännöt ovat voimassa myös negatiivisille eksponenteille.

**Esimerkki 1.**

Kirjoitetaan murtolukuna.

1. 
2. 
3. 

**Esimerkki 2.**

# Kirjoitetaan negatiivisen eksponentin avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 
5.  Ole tarkkana kantaluvun kanssa.

# Tehtäviä

Merkitse murtolukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske, ilmoita vastaus murtolukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse positiivisen eksponentin avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Kirjoita negatiivisen eksponentin avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mitkä laatikon lausekkeista on lausekkeen  kanssa yhtä suuret, kun *x* ei ole nolla.



Laske, anna vastaus murtolukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 



Mikä ero on käänteisluvulla ja vastaluvulla?

Määritä luvun käänteisluku.

1. 9
2. 
3. 
4. 

Määritä luvun vastaluku.

1. 9
2. 
3. 
4. 

Kirjoita positiivisen eksponenttien avulla ja laske potenssien arvot.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Laske käyttäen potenssikaavoja.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske lukujen  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Anna vastaus murtolukuna.

Sievennä ja anna vastaus potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä ja anna vastaus potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske käyttäen potenssikaavoja.

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Esitä yhden kymmenpotenssin avulla

1. 
2. 
3. 
4. 

Ovatko väittämä totta?

1. 
2. 
3. 
4. 



Päättele mikä luku sopii kirjaimen *n* paikalle.

1. 
2. 

Ilmoita luvun kaksi potensseina sievennetyssä muodossa.

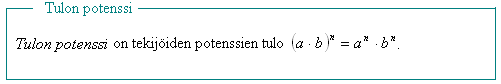
1. 
2. 
3. 
4. 

Laske . (yo kevät 1975)

1. Tulon potenssi

Jos potenssin kantalukuna on tulo , on kyseessä *tulon potenssi*, joka voidaan laskea normaaleja laskusääntöjä noudattaen . Tulon potenssilla on olemassa myös oma laskusääntönsä, jolla päädytään samaan lopputulokseen.





Tulon potenssien laskusääntöä ei välttämättä tarvitse käyttää pelkillä lukuarvoilla laskettaessa. Sen sijaan lausekkeita, joissa on mukana muuttujia, ei voida sieventää normaaleja laskusääntöjä noudattaen.

# Esimerkki 1.

Sievennetään potenssit.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Esimerkki 2.**

Merkitään yhtenä potenssina.

1. 
2. 

**Tehtäviä**

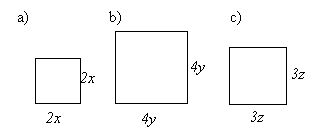
Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse neliön pinta-ala potenssimuodossa ja sievennä lauseke, kun neliön sivun pituus on

1. 8 m
2. 10 m.

Muodosta ja sievennä neliöiden pinta-alojen lausekkeet.



Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja sievennä potenssi, jonka

1. kantaluku on 2*x* ja eksponentti 2
2. kantaluku on *a2b* ja eksponentti 4
3. kantaluku on –3*a* ja eksponentti 3.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Laske luvun neliö.

1. 3
2. –5*a*
3. 2*a3*
4. –7*b*

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske luvun kuutio.

1. 3
2. –4
3. 
4. 
5. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

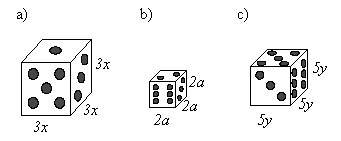
Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Merkitse ja sievennä potenssi, jonka

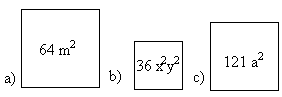
1. kantaluku on *a*2 ja eksponentti 4
2. kantaluku on 3*a*2*b* ja eksponentti 3
3. kantaluku on –2*x*2*y*3 ja eksponentti 5

Kuution tilavuus saadaan laskemalla särmän pituuden kuutio. Merkitse kuution tilavuus potenssimuodossa ja sievennä lauseke, kun kuution särmän pituus on

1. 3 m
2. 4 m

Muodosta ja sievennä arpakuutioiden tilavuuksien lausekkeet.

Päättele neliöiden sivujen pituudet.





Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Päättele puuttuva kantaluku.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Minkä lausekkeen neliö on

1. 
2. 
3. 
4. ?

Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle.

1. 
2. 

Sievennä.

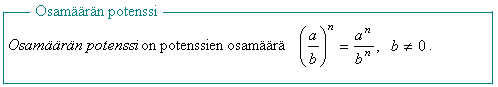


1. Osamäärän potenssi

Jos potenssin kantalukuna on osamäärä , kutsutaan merkintää *osamäärän potenssiksi*.

Potenssin arvo voidaan laskea normaaleja laskusääntöjä käyttäen  tai korottamalla ensiksi sekä osoittaja että nimittäjä toiseen potenssiin.





Osamäärän potenssien laskusääntöjä ei välttämättä tarvitse käyttää pelkillä lukuarvoilla laskettaessa. Sen sijaan lausekkeita, joissa on mukana muuttujia, ei voida sieventää normaaleja laskusääntöjä noudattaen.

**Esimerkki 1.**

Sievennetään lausekkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Esimerkki 2.**

Lasketaan lausekkeet sieventämällä ensiksi yhdeksi potenssiksi.

1. 
2. 

**Esimerkki 3.**

Merkitään yhtenä potenssina.

1. 
2. 

**Tehtäviä**

Mikä on eksponentin 3 kantaluku?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Muodosta ja sievennä lukujen  ja  osamäärän neliö.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Onko potenssin arvo positiivinen vai negatiivinen?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske sieventämällä ensiksi yhdeksi potenssiksi.

1. 
2. 
3. 



Merkitse ja sievennä luvun 

1. kuutio
2. neliö
3. neljäs potenssi.

Sievennä.

1. 
2. 

Kirjoita neliönä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske sieventämällä ensin yhdeksi potenssiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 



Kirjoita kuutiona.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 

Sievennä, ilmoita vastaus ilman negatiivista potenssia.



Päättele puuttuva kantaluku.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.



Potenssien laskusäännöt pitävät paikkansa myös silloin kuin eksponenttina on negatiivinen luku tai nolla. Korjaa kaavat oikeiksi.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Atomi**

Muodostumme kaikki atomeista. Itse asiassa ei meissä muuta olekaan. Kehossamme on erilaisia happi-, hiili-, vety-, typpi-, fosfori-, kalium- ym. atomeja yhteensä noin 4 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kappaletta (lausutaan 4000 kvadriljoonaa). Meissä on atomeja satoja kertoja enemmän kuin vesipisaroita maailman kaikissa merissä. Atomit ovat läpimitaltaan noin 0,0000000001 m eli kymmenesmiljardisosan suuruusluokkaa.

Atomin massa on keskittynyt atomin ytimeen. Sen koko on suuruusluokkaa 0,000 000 000 000 01 m ja tilavuus vain sadasmiljardisosa koko atomin tilavuudesta. Ytimen ympärillä on lähes tyhjää, vain siellä täällä viuhtoo pienempiä hiukkasia nimeltään elektronit, jotka määräävät miten aine käyttäytyy kemiallisesti. Laaja elektronipilvi koostuu vain muutamasta elektronista, jotka ovat niin pieniä, ettei niiden kokoa ole kyetty mittaamaan. Jos ydintä esittäisi 1 mm kokoinen nuppineulan pää, niin atomia oikeassa mittakaavassa esittäisi halkaisijaltaan 10-metrinen pallo. Koska lähes koko atomin massa sijaitsee ytimessä, on ytimen aine erittäin tiheää. Jos puristaisimme koko maapallon ydinaineen tiheyteen, sen halkaisija pienenisi 6 356 800 metristä noin 250 metriin.

Koko elollinen maailma rakentuu hiiliatomin ympärille. Jokaisen ihmisen, eläimen tai kasvin jokainen solu sisältää hiiliatomeja. Syömme hiiliatomeja jokaisella aterialla ja vedämme niitä keuhkoihimme jokaisella hengenvedolla. Mistä hiiliatomi tietää, että sen kuuluu juuri olla hiiltä eikä esimerkiksi kultaa? Atomin keskipisteessä oleva pienen pieni ydin koostuu ydinhiukkasista, joita on kahta lajia: protoneja ja neutroneja. Protonien lukumäärä määrää aineen tyypin. Vedyllä on yksi protoni, heliumilla kaksi, hiilellä kuusi, uraanilla 92, kullalla 79 jne. Herääkin kysymys, voisimmeko tehdä kultaa joistakin halvemmista aineista? Kenties yhdistämällä tinaa (50 protonia) ja kuparia (29 protonia)? Se että sekoitamme astiassa tinaa ja kuparia, ei saa aikaan kultaa, sillä molemmat atomit säilyvät ennallaan. Jos sen sijaan onnistumme pommittamaan tinaa kuparilla niin voimakkaasti, että kupari ydin tunkeutuu tinaytimeen, saamme aikaiseksi kultaa. Jyväskylän yliopiston fysiikanlaitoksella on erityisesti perehdytty sellaisten ytimien, joissa on paljon protoneita, tuotantoon hiukkaskiihdyttimien avulla. Ongelmia ytimien valmistamisessa aiheuttaa kuitenkin se, että toiset ytimet hajoavat saman tien ja vain joistain tulee pysyviä.

Ytimessä olevien neutronien lukumäärä vuorostaan ratkaisee, onko aine pysyvää vai ei. Pysyvät ydinmuodot ovat niitä, joita me kutsumme ”tavallisiksi” tai ”ei-radioaktiivisiksi”. Jotta ydin olisi pysyvä, on siinä neutroneja oltava suunnilleen saman verran tai enemmän kuin protoneja. Tällöin positiivisesti varautuneet protonit eivät pääse hylkimään toisiaan. Mutta jos ytimessä on väärä määrä neutroneja, se ”stressaantuu”. Tällainen ydin on niin jännittynyt, ettei se kerta kaikkiaan pysy kasassa. Mitä nurinkurisempi neutronimäärä, sitä voimakkaampi stressitila, ja sitä nopeammin ydin purkaa ylimääräisen energiansa säteilypulssin muodossa. Tällaista ainetta sanotaan radioaktiiviseksi. Radioaktiivisuus siis riippuu ytimen rakenteesta.

1. Kymmenpotenssimuoto

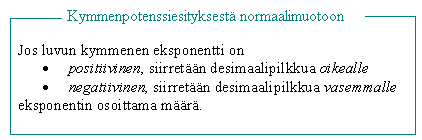
Suurten ja pienten lukujen merkitsemisessä käytetään kymmenpotensseja. Kehossamme olevien atomien määrä 4 000 000 000 000 000 000 000 000 000 voidaan esittää lyhyemmin kymmenpotenssimuodossa



Lukuja voidaan merkitä *kymmenpotenssimuodossa*

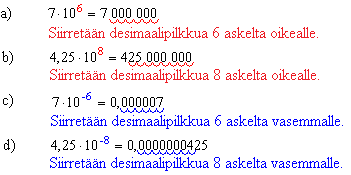


ja *n* positiivinen tai negtiivinen kokonaisluku.



**Esimerkki 1.**

Kirjoitetaan luvut normaalimuodossa ilman kymmenpotenssia

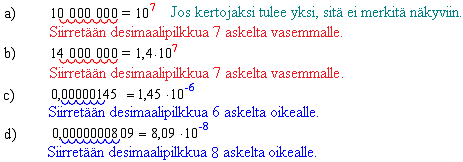


Luku 120 voidaan esittää muodossa . Kun kerrotaan sadalla, siirretään desimaalipilkkua *kaksi askelta oikealle*. Sama luku kymmenpotenssimuodossa on .

Luku 0,034 voidaan vastaavasti kirjoittaa muodossa . Kun kerrotaan sadasosalla, siirretään desimaalipilkkua *kaksi askelta vasemmalle*. Sama luku kymmenpotenssimuodossa on .

**Esimerkki 2.**

Kirjoitetaan luvut kymmenpotenssimuodossa.



Joillakin suurilla luvuilla on omat nimityksensä:

|  |  |
| --- | --- |
| **nimitys** | **nollien lukumäärä** |
| miljoona | 6 |
| miljardi | 9 |
| biljoona | 12 |
| triljoona | 18 |
| kvadriljoona | 24 |
| kvintiljoona | 30 |
| sekstiljoona | 36 |
| septiljoona | 42 |
| googol | 100 |

**Huom!** Triljoona on Euroopassa 1018, mutta USA:ssa 1012. Vastaavasti biljoona on Euroopassa 1012, mutta USA:ssa 109.

On olemassa myös yleisesti käytettäviä kerrannaisyksiköiden etuliitteitä, joille on valittu omat tunnukset. Eräs tunnetuimmista etuliitteistä on kilo (103). Usein käytetään yleisiä etuliitteitä kymmenpotenssimuotojen sijaan. Tällöin hyväksytään, että kertojaksi tulee myös suurempia lukuja kuin kymmenen ja pienempiä kuin ykkönen. Sanomme mieluummin jonkun massaksi 23 kg kuin 2,3⋅104 g tai matkan pituudeksi 17 km kuin 1,7⋅104 m.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nimi** | **Tunnus** | **Kerroin** |
| giga | G | 109 |
| mega | M | 106 |
| kilo | k | 103 |
| hehto | h | 102 |
| deka | da | 101 |
| desi | d | 10-1 |
| sentti | c | 10-2 |
| milli | m | 10-3 |
| mikro | μ | 10-6 |

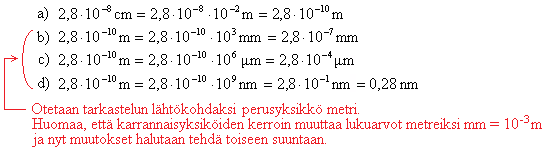
Lisää kerrannaisyksiköitä löydät kirjan lopusta taulukko-osiosta.

## Esimerkki 3.

Vesimolekyylin halkaisija on . Ilmoita halkaisija

* 1. metreinä
  2. millimetreinä
  3. mikrometreinä ja
  4. nanometreinä.

**Ratkaisu:**



**Tehtäviä**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Kirjoita numeroin

1. miljoona kuusisataatuhatta
2. neljämiljardia viisisataamiljoonaa
3. kaksisataatriljoonaa kolmebiljoonaa viisimiljoonaa kolme.

Sievennä ilman laskinta.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa.

1. 234
2. 10
3. 0,2968
4. 0,03
5. 1,20
6. 2 000 000

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa.

1. 0,0036
2. 0,000000012
3. 0,000000698
4. 0,0000000000000000091

Kirjoita ilman kymmenpotensseja.

1. 
2. 
3. 
4. 

Ilmoita desimaalilukuna.

1. 
2. 
3. 

Laske ilman laskinta ja ilmoita vastaus kymmenpotenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kirjoita kymenpotenssimuodossa

1. 1 000 000
2. 72 300 000 000
3. 0,000 000 052
4. –300 000 000
5. –0,000 000 001

Mikä tulee kantaluvun 10 eksponentiksi, jos luvut esitetään kymmenpotenssimuodossa

1. sata
2. kymmenen tuhatta
3. miljoona
4. sata miljoonaa
5. tuhat
6. kymmenen miljardia
7. kymmenen miljoonaa
8. biljoona

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa

1. 6 miljardia
2. 4,9 triljoonaa
3. 0,8 kvintiljoonaa
4. 1,02 googolia
5. 13 biljoonaa

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa

1. 4,2 biljoonaa
2. 6,8 miljoonaa
3. 0,3 miljardia
4. 17 miljoonaa

Mitä lukuyksikköä merkitään seuraavasti?

1. 10-2
2. 105
3. 109
4. 108
5. 10-3
6. 1012

Verihiutaleet auttavat verenvuodon tyrehdyttämisessä ja niitä on normaalisti 0,15 – 0,40 miljoonaa kappaletta yhdessä kuutiomillimetrissä verta. Kirjoita lukuarvot normaalina lukujen esitysmuotona.



Kirjoita ilman kymmenpotenssia ja laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Kirjoita luvut muodossa .

1. 6 000
2. 43 000
3. 23 540 000
4. 0,01
5. 0,000 002 012

Miehillä on litrassa verta 4,3 – 5,6 biljoonaa punasolua ja 3-10 miljardia valkosolua. Kirjoita lukuarvot kymmenpotenssimerkintää käyttäen.

Maapallon massa on 6 000 000 000 000 tonnia, säde 6378 km ja pinta-ala 500 000 000 km2. Ilmoita kymmenpotenssimuodossa Maan

1. massa kilogrammoina,
2. säde metreinä,
3. pinta-ala neliökilometreinä.

Laske ilman laskinta ja ilmoita vastaus kymmenpotenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 

Seuraavat kymmenpotenssimuodot eivät ole oikein, korjaa ne.

1. 
2. 
3. 
4. 



Muuta samaan kymmenpotenssimuotoon ja laske

1. 
2. 

Muuta samaan kymmenpotenssimuotoon ja laske.

1. 
2. 

Laske ja pyöristä vastaus oikeaan tarkkuuteen.

1. 
2. 

Kroisoksella on rahaa kuusituhatta sekstiljoonaa euroa ja Roopella on rahaa 1040 €. Kumpi on rikkaampi?

Kirjoita suureet kymmenpotenssimuotoja ja SI-järjestelmän perusyksiköitä käyttäen.

1. Auringosta Alfa Centaur tähdelle on matkaa 4 070 000 000 000 000 000 cm.
2. Vetyatomin massa on 0,000 000 000 000 000 000 000 001 670 g.

Suomen valtion budjetti on useita vuosia ollut noin 33 miljardia euroa. Jos tämä rahasumma jaettaisiin tasan kaikille suomalaisille, kuinka paljon kukin saisi? Suomen väkiluku on noin viisi miljoonaa. (yo kevät 2002)

Maan ja Kuun välinen keskimääräinen etäisyys on 384 000 km. Ilmaise etäisyys sopivaa etuliitettä käyttäen. (Etuliitteitä löytyy kirjan takaa taulukko-osiosta)

Kirjoita luvut käyttäen sopivia kerrannaisyksiköiden etuliitteitä.

1. 2360 A (ampeeri, sähkövirran yksikkö)
2. 756 000 nm
3. 3 458 000 000 mm
4. 0,000 78 km
5. 0,000 0045 Mm
6. Potensseja laskimella

Vaikka käytössäsi olisi laskin, on potenssien laskusäännöt hallittava. Jos potenssi on liian suuri laskimen käsiteltäväksi, on se osattava muuttaa sellaiseen muotoon, josta laskin selviää. Lisäksi laskimen näytön tulosteet on osattava tulkita oikein. Koska laskimia on niin monenlaisia, on käyttöohjeet syytä säilyttää myös myöhempiä toimintoja varten.

**Esimerkki 1.**

Lasketaan laskimella luvun 260 likiarvo. Montako numeroa luvussa 260 on?

Näppäilemällä laskimeen 

saadaan laskimesta riippuen näyttöön esimerkiksi 

Luku on liian suuri mahtuakseen kokonaan näyttöön, joten laskin näyttää sen likiarvon kymmenpotenssimuodossa. Tulos tulkitaan  ja tämä muutetaan normaalimuotoon seuraavasti:

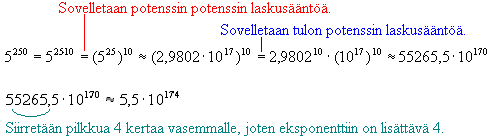


Likiarvo on  ja luvussa on yhteensä 19 numeroa.

**Esimerkki 2.**

Lasketaan luvun 5250 likiarvo kahden numeron tarkkuudella. Montako numeroa luvussa 5250 on?

Koska useimmat laskimet eivät pysty käsittelemään näin suuria potensseja, on potenssi jaettava osiin.



Likiarvo on  ja luvussa on 175 numeroa.

**Huom!** Muistathan, että kymmenpotenssin kerroin on välillä 1-10 oleva luku.

**Esimerkki 3.**

Lasketaan laskimella .

Kymmenpotenssit syötetään laskimeen yleensä EXP-näppäintä käyttämällä. Näppäilemällä laskimeen 

ilmestyy näyttöön  eli vastaus on .

**Tehtäviä**

Laske lukujen kuutiot.

1. 13
2. -22
3. 
4. 

Kirjoita lukujen likiarvot normaalimuodossa

1. 
2. 
3. 
4. 

Anna vastaus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

1. 1,219
2. 0,819
3. 1,119
4. 0,919

Montako numeroa luvuissa on?

1. 
2. 
3. 

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. *x* = 3
2. *x* = -1
3. *x* = -2
4. *x* = 8

Laske, anna vastaus kymmenpotenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske, anna vastaus kymmenpotenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske, anna vastaus kymmenpotenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 
3. 



Anna vastaukset desimaalilukuna ja murtolukuna.

1. (-5)-2
2. -2-2
3. -2-3

Laske lausekkeet ja anna vastaukset kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella, kun  ja .

1. 
2. 
3. 

Jos kantaluku on 2, mikä on suurin eksponentti, jolla laskimesi antaa vastaukseksi potenssin

1. tarkan arvon
2. likiarvon?

Saat ystävältäsi epäilyttävän ketjukirjeen, jossa on allekkain kuusi nimeä osoitteineen, ystäväsi nimi viimeisenä. Kirjeen mukaan sinun on lähetettävä listan ensimmäiselle henkilölle 10 €. Tämän jälkeen poistat ensimmäisen nimen listasta ja laitat oman nimesi viimeiseksi. Lopuksi lähetät kirjeen kuudelle ystävällesi.

1. Jos kukaan ei katkaise ketjukirjettäsi, niin monessako kirjeessä olet lopulta ensimmäisenä?
2. Kuinka paljon voit saada rahaa?
3. Miksi kymmenen nimen ketjukirje on mahdoton?

Arkkien koot on standardoitu siten, että A0-arkin ala on 1 m2. A1-arkin ala on puolet A0-arkin alasta. vastaavasti A2-arkin ala on puolet A1-arkin alasta jne. Laske A4-arkin ala käyttäen negatiivista eksponenttia.



Määritä potenssin 4200 likiarvo kahden numeron tarkkuudella. Montako numeroa kyseisessä luvussa on?

Määritä potenssin 3300 likiarvo kahden numeron tarkkuudella. Montako numeroa luvussa 5250 on?

Hehkulampun palaminen tarkoittaa itse asiassa elektronien virtaa ohuessa metallilangassa. Teholtaan 100 W –hehkulampussa kulkee keskimäärin 6 000 000 000 000 000 000 elektronia joka sekunti. Montako elektronia hehkulampussa virtaa vuorokauden aikana? Ilmoita vastaus kymmenpotenssimuodossa.

Minä vuonna täyttää 1983 syntynyt henkilö yhden gigasekunnin (=109 sekuntia)? Laskussa ei tarvitse ottaa huomioon karkausvuosia. (yo kevät 2002)

Shakkipeli keksittiin noin 2500 vuotta sitten Intiassa. Tarinan mukaan kuningas ihastui peliin niin paljon, että lupasi keksijälle palkinnoksi mitä tahansa. Vaatimattomana keksijä esitti toiveensa: Hän pyysi ensimmäiselle shakkipelin ruudulle yhden vehnänjyvän, toiselle kaksi, kolmannelle neljä, neljännelle kahdeksan jne. 64 ruudulle saakka.

1. Montako jyvää oli shakkilaudan viimeisellä ruudulla?
2. Yhden vehnäjyvän massa on noin 0,031 g. Mikä oli viimeisellä ruudulla olevan vehnämäärän massa?
3. Vehnää tuotetaan koko maailmassa noin 6,0108 tonnia. Monenko vuoden tuotanto oli viimeisellä ruudulla?

**Lukujärjestelmien kehittyminen**

Olisi hankalaa jatkaa laskemista loputtomasti antamalla jokaiselle uudelle luvulle uusi nimi, niinpä jokin tietty lukumäärä otetaan ns. kokoavaksi yksiköksi. Tämä idea on perustana kaikille lukujärjestelmille. Kokoavan yksikön suuruutta kutsutaan lukujärjestelmän kantaluvuksi. Ensimmäinen laskemisessa apuna käytetty väline lienee ollut sormemme. Tästä syystä käyttämämme lukujärjestelmän kantalukuna on kymmenen. Muitakin lukujärjestelmiä on ollut ja on edelleen käytössä, vaikka kymmenjärjestelmä onkin ylivoimainen muihin lukujärjestelmiin verrattuna. Kymmenjärjestelmässä laskutoimitukset ovat yksinkertaisia ja desimaalilukuja voidaan käsitellä samoin kuin muitakin lukuja. Yleisimmät kantaluvut ovat olleet viiden monikertoja tai näiden yhdistelmiä. Yhteys sormiin ja varpaisiin on selvä. Esimerkiksi luku kaksikymmentä voidaan ilmoittaa ”sormet ja varpaat”.

Useat Australian itäosien heimot ja Afrikan bushmannit käyttävät edelleenkin puhdasta kaksijärjestelmää, jossa lukumääriä lasketaan käyttämällä vain lukuja 1 ja 2 tarkoittavia sanoja. Kahta suurempia lukuja tarkoittavat sanat muodostetaan yhdistelemällä, esimerkiksi luku viisi esitetään muodossa ”kaksi-kaksi-yksi”. Kaksijärjestelmä on hyvin epäkäytännöllinen suuria lukuja ilmaistaessa.

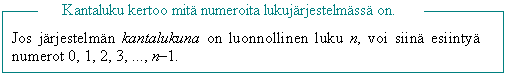
Tietokoneissa käytettyä binäärijärjestelmää sanotaan myös kaksijärjestelmäksi, mutta se poikkeaa olennaisesti edellä mainitusta. Binäärijärjestelmä perustuu paikkamerkintään ja se on vastaavanlainen kymmenkantaisen paikkajärjestelmämme kanssa, jossa numeron paikka luvussa ilmaisee, mitä lukuyksikköä numero tarkoittaa. Binäärijärjestelmässä kantaluvun 10 sijasta käytetään kantalukua 2. Ei ole todisteita siitä, että binääristä laskutapaa olisi käytetty jossakin kielessä.

Eräs mielenkiintoinen lukujärjestelmä on 60- eli seksagesimaalijärjestelmä, jonka kehittivät Mesopotamian sumerit noin 3000 eKr. On esitetty erilaisia teorioita sille, miksi juuri luku 60 oli niin tärkeä. Erään selityksen mukaan se valittiin helpottamaan jakolaskuja, koska 60 on jaollinen hyvin monella luvulla. Vaikka luku 60 kantalukuna tuntuukin omituiselta, vaikuttaa se edelleen meidänkin mittausjärjestelmässämme kulmayksiköissä, minuuteissa ja tunneissa.

Sormilla ja varpailla laskettaessa laskutoimituksista ei jäänyt muistiinpanoja, niinpä tuli tarpeen kehittää tapoja lukujen merkitsemiseksi. Lukuja esitettiin solmujen ja puun- tai luunpalasille kaiverrettujen lovien avulla. Lisäksi käytettiin myös erityisiä symboleja, joita kaiverrettiin kiveen tai puuhun tai kirjoitettiin saveen.

1. Lukujärjestelmät\*

Voivatko luvut 110101 ja 53 olla yhtä suuria? Tietenkään eivät, jos molemmat tulkitaan normaalisti käytettävän kymmenjärjestelmän luvuiksi. Tilanne on kuitenkin toinen, jos luvut edustavatkin eri lukujärjestelmiä. Lukujärjestelmät nimetään niiden *kantaluvun* mukaan. Kantaluku myös määrää, minkälaisista numeroista kyseisen lukujärjestelmän luvut voidaan muodostaa.



*Kymmen-* eli *desimaalijärjestelmä* on yleisin lukujärjestelmä. Järjestelmän kantalukuna on 10 ja siinä esiintyvät numerot 0...9. Kymmenjärjestelmässä jokainen luku voidaan kirjoittaa kymmenpotenssin avulla. Kymmenjärjestelmää merkitään laskimissa lyhenteellä DEC.

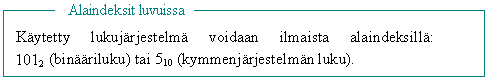
**Esimerkki 1.**

Luku 374 voidaan kirjoittaa muodossa

 eli 

*Binääri-* eli *kaksijärjestelmä* (BIN) on yleisesti käytössä tietotekniikassa. Tietokoneet pystyvät käsittelemään vain kahta eri tasoa: jännitteetöntä tai jännitteellistä tilaa, joita voidaan kuvata numeroilla 0 ja 1. Binäärijärjestelmän kantalukuna on 2 ja sen ainoat numerot ovat 0 ja 1. Binäärijärjestelmässä jokainen luku voidaan esittää luvun 2 potenssina. Nollan tai ykkösen paikka kertoo kuinka suuri luku on kyseessä.

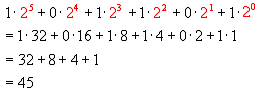
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **potenssimuoto** | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| **lukuarvo** | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |



**Huom!** Koska kymmenjärjestelmä on yleisin lukujärjestelmä, ei sen luvuissa käytetä yleensä alaindeksiä.

**Esimerkki 2.**

Muutetaan binääriluku 101101 kymmenjärjestelmän luvuksi.



Vastaus: 

**Esimerkki 3.**

Muutetaan kymmenjärjestelmän luku 83 binäärimuotoon.

* Otetaan ensiksi suurin sellainen kahden potenssi, joka on ≤ 83. 
* Vähennetään tämä muutettavasta luvusta 83 – 64 = 19.
* Suurin kahden potenssi, joka on ≤ 19, on .
* Vähennetään tämä muutettavasta luvusta 19 – 16 = 3.
* Suurin kahden potenssi, joka on ≤ 3, on .
* 3 – 2 = 1, joten viimeiseksi kahden potenssiksi tulee 
* Potenssien 26, 24, 21 ja 20 paikoille tulee binääriesityksessä luku 1 ja niiden väliin jääville paikoille tulee nolla.
* Binääriluku on 1010011

Vastaus: 

# Tehtäviä

Laske lausekkeen arvo.

1. 
2. 
3. 
4. 

Esitä luvut kymmenpotenssilausekkeena.

1. 4593
2. 600850
3. 4011009
4. 50100601

Luettele numerot, jotka ovat käytössä

1. viisijärjestelmässä
2. seitsemänjärjestelmässä.

Mikä lukujärjestelmä on kyseessä, jos siinä voi esiintyä ainoastaan numerot 0, 1, 2 ja 3?

Voiko luku 351 olla viisijärjestelmän luku? Perustele.

Jatka seuraavia lauseita

1. Kymmenjärjestelmää sanotaan myös…
2. Binääriluvussa voi esiintyä numerot…

Mikä on

1. pienin viisinumeroinen binääriluku
2. suurin kolminumeroinen binääriluku
3. suurin kahdeksannumeroinen binääriluku?

Luettele kymmenjärjestelmän luvut 0 - 10 binäärilukuina.

Esitä binäärimuodossa kymmenjärjestelmän luvut

1. 5
2. 9
3. 14
4. 23

Esitä kymmenjärjestelmämuodossa binääriluvut

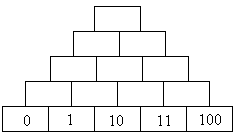
1. 10
2. 100
3. 1010
4. 10001

Ilmoita binääriluvut kymmenjärjestelmämuodossa.

1. 1111
2. 10011
3. 11011
4. 100001



Jäljennä kuvio vihkoosi. Laske sitten vierekkäisten binäärijärjestelmän lukujen summa ja merkitse se niiden yläpuolella olevaan ruutuun.



Muunna luvut binäärijärjestelmästä kymmenjärjestelmään.

1. 11110
2. 11100000

Ilmoita binäärilukuna

1. oma ikäsi
2. luokkasi oppilaiden määrä.

Laske ja ilmoita vastaus kymmenjärjestelmässä

1. 
2. 
3. 

Internetiin liitetyt tietokoneet erotetaan toisistaan IP-osoitteiden perusteella. Jokaisella Internetiin liitetyllä koneella on oma yksilöllinen IP-osoitteensa. Esitä tietokoneen IP-osoitteet kymmenjärjestelmässä.

1. 10001010.11001011.00101100.00111101
2. 11101000.01101010.00101001.00001001

Muuta IP-osoitetteet binäärimuotoon.

1. 128.10.2.30
2. 201.45.87.129



Onko lasku laskettu oikein?

1. 
2. 
3. 
4. 

Ranskassa on käytetty kymmenjärjestelmän sijasta 20-järjestelmää. Nykyisin Ranska on siirtynyt kymmenjärjestelmän käyttöön, mutta lukujen nimissä on jäänteitä 20-järjestelmän käytöstä.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **luku** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **nimitys** | un | deux | trois | quatre | cinq | six | sept | huit | neuf | dix |
| **luku** | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| **nimitys** | onze | douze | treize | quatorze | quinze | seize | dix-sept | dix-huit | dix-neuf | vingt |

Kirjoita kymmenjärjestelmän luvut ranskan lukusanalla.

1. 28
2. 83
3. 97

Sano jokin luku ranskaksi ja pyydä vierustoveriasi muuttamaan se kymmenjärjestelmän luvuksi.

Oktaali- eli kahdeksanjärjestelmässä kantalukuna on 8 ja siinä esiintyvät numerot 0…7. Ilmoita

1. oktaaliluku 432 kymmenjärjestelmässä,
2. kymmenjärjestelmän luku 100 oktaalilukuna,
3. oma ikäsi oktaalilukuna.

Binaarilukujen eli kaksijärjestelmän yhteenlaskusäännöt ovat

, , .

Mitkä ovat vastaavat kertolaskusäännöt? Laske binaarijärjestelmässä yhteen- ja kertolaskusääntöjen avulla  ja . (Laske allekkain.) (yo kevät 2000)

Lausu 5-järjestelmän luku 20314 10-järjestelmässä. (yo syksy 1994)

1. Lausekkeita

Suomessa lämpötilat ilmoitetaan celsiusasteina, mutta esimerkiksi USA:ssa lämpötilojen yhteydessä käytetään fahrenheitasteita. Eri lämpötila-asteikkojen välillä vallitsee tietty yhteys, joka voidaan ilmoittaa matemaattisena lausekkeena. Celsiusasteet voidaan muuttaa fahrenheitasteiksi lausekkeen



avulla, missä F on lämpötila fahrenheitasteina ja C lämpötila celsiusasteina.

Fahrenheitasteiden lauseketta voidaan käyttää yhä uudestaan sijoittamalla C:n paikalle eri lämpötiloja. Tämä on esimerkki *muuttujalausekkeesta*. Kirjain C edustaa *muuttujaa*, joka voi saada eri arvoja. Muutttujalausekkeissa kertomerkki jätetään merkitsemättä luvun ja muuttujan tulosa tai useampien muuttujien tulossa. Kertomerkki on ehdottomasti muistettava merkitä, kun muuttujan paikalle sijoitetaan jokin lukuarvo. Lisäksi, jos muuttujan arvo on negatiivinen, on se sijoitettava sulkeissa. Kahta laskutoimitusmerkkiä ei voi esiintyä peräkkäin ilman sulkeita.

**Esimerkki 1.**

Lasketaan, mitä fahrenhaeitasteikkoinen lämpötilamittari näyttää, jos lämpotila celsiusasteina on a) 5 °C, b) –15 °C?

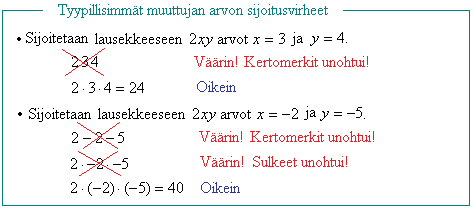
1. Sijoitetaan luku 5 muuttujan C paikalle ja lasketaan lausekkeen arvo.



1. Sijoitetaan luku -15 muuttujan C paikalle ja lasketaan lausekkeen arvo.



Vastaus**:** 5 °C on fahrenheitasteina 41 °F ja -15 °C on fahrenheitasteina 5 °F.



Kirjaimilla laskeminen voi aluksi tuntua kummalliselta, mutta niiden avulla tosielämän ilmiöistä voidaan tehdä matemaattisia malleja. Yleensä matemaattiset mallit ovat niin monimutkaisia, ettei niiden kuvaamiseen riitä yksi muuttuja. Esimerkiksi maapallon väestonkasvumallissa ovat muuttujina *A* = väkiluku alussa, *t* = aika vuosina ja *k* = kasvukerroin. Väkiluku *V*, kun on kulunut *t* vuotta on



Kasvukertoimeen *k* vaikuttavat monet tekijät, kuten taudit, sodat ja nälänhätä. Siksi sen arvioiminen etukäteen on hankalaa. Tiedetään kuitenkin että maapallon väestönkasvu on hidastumassa, 1960-luvulla kasvukerroin oli 1,02 (tämä tarkoittaa että väestö lisääntyi 2 % vuodessa) ja vuoden 1990 lopussa se oli 1,015. On ennustettu, että vuoteen 2015 mennessä kasvukerroin laskee lukuun 1,01.

**Esimerkki 2.**

Lasketaan arvio maapallon väkiluvulle 20 vuoden kuluttua, kun tällä hetkellä se on 6,7 miljardia (vuonna 2008). Lasketaan arvio käyttämällä ensin kasvukerrointa 1,015 ja sitten kasvukerrointa 1,01.

Listataan kaikki tehtävässä annetut muuttujat:

*A =* 6,7 miljardia

*k =* 1,015

*t* = 20 vuotta

Sijoitetaan muuttujat lausekkeeseen ja lasketaan lausekkeen arvo:



Lasketaan toinen arvio käyttämällä kasvukerrointa 1,01.



Vastaus: Arvio maapallon väkiluvulle 20 vuoden kuluttua on 9,0 miljardia (kasvukerroin 1,015) tai 8,2 miljardia (kasvukerroin 1,01).

**Tehtäviä**

1. Laskintehtävä

Muunna lämpötilat fahrenheitasteiksi.

1. Kakku paistetaan 175 celsiusasteen lämpötilassa.
2. Jään sulamispiste on 0 °C.
3. Absoluuttinen nollapiste on noin –273 °C.
4. Laskintehtävä

Ihmisen aikaansaama kuumin lämpötila on 510 miljoonaa oC eli 30 kertaa kuumempaa kuin auringon ytimessä. Se synnytettiin 27.5.1994 Tokamak-koefuusioreaktorissa Princetonin yliopistossa (New Jersey, USA) käyttämällä deuterium-tritium-plasmasekoitusta. Paljonko lämpötila on fahrenheitasteina?

1. Laskintehtävä

Kun halutaan muuntaa fahrenheitasteet celsiusasteiksi, käytetään lauseketta ****.

Muunna lämpötilat celsiusasteiksi.

1. 
2. 
3. 

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Laskintehtävä

Olet varmaan havainnut, että helteellä kuuluu paljon heinäsirkan siritystä. Ilman lämpötilaa voikin arvioida heinäsirkan sirityksen avulla:



Laske lämpötila, kun heinäsirkka sirittää minuutissa

1. 160 kertaa
2. 100 kertaa
3. 30 kertaa

Arvioi, antaako lauseke todellisia tuloksia.

Kullakin hampaalla on kaksinumeroinen tunnuslukunsa. Ensimmäinen numero tarkoittaa leukapuoliskoa, jotka ovat pysyvälle hampaimistolle seuraavat:

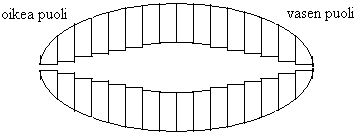
1 = yläleuan oikea puoli (suun omistajan suunnasta katsottuna)

2 = yläleuan vasen puoli

3 = alaleuan vasen puoli

4 = alaleuan oikea puoli

Toinen numero hampaan paikkaa: Etuhampaat ovat ykkösiä ja viisaudenhampaat kahdeksikkoja. Kirjoita hampaistoon edestä katsottuna tunnusluvut.



Maitohampaisto kirjoitetaan edestä katsottuna seuraavasti:

55 54 53 52 51 61 62 63 64 65

85 84 83 82 81 71 72 73 74 75

1. Millä numerolla merkitään yläleuan oikeaa puolta?
2. Millä numerolla merkitään alaleuan vasempaa puolta?
3. Montako maitohampaita on yhteensä?
4. Laskintehtävä

Ihmisen pituus senttimetreinä voidaan laskea kyynärluun tai sääriluun perusteella:

|  |  |
| --- | --- |
| **Naiset** | **Miehet** |
| pituus = 3,88 ⋅ kyynärluu + 73,50 | pituus = 3,65 ⋅ kyynärluu + 80,41 |
| pituus = 2,53 ⋅ sääriluu + 72,57 | pituus = 2,39 ⋅ sääriluu + 81,69 |

Mittaa oman kyynär- ja sääriluusi pituus ja laske oma pituutesi niiden perusteella. Kummalla tavalla pääsit lähemmäksi oikeaa pituuttasi? Vertaile tuloksia toisten kanssa.

Laske lausekkeiden arvot, kun *x* saa arvon -3.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske lausekkeen arvo, kun

1. *a* = 3 ja *b* = 3
2. *a* = -2 ja *b* = 4
3. *a* = 4 ja *b* = -8
4. *a* = -5 ja *b* = -6

Kirjoita matemaattisena lausekkeena

1. 3 enemmän kuin *x*
2. 5 vähemmän *x*
3. *x* lisättynä lukuun 6
4. 4 vähennettynä luvusta *x*
5. 7 kerrottuna *x*
6. *x* jaettuna 2
7. 3 jaettuna *x*
8. *x* kerrottuna itsellään

Laske edellisen tehtävän lausekkeiden arvot, kun *x* = -1.

Kynäkotelossa on *n* kappaletta kyniä. Montako kynää sinne jää, kun otat pois kynistä

1. 2
2. 5
3. *n*?



Kirjoita matemaattisena lausekkeena.

a) Vähennä lukujen *a* ja *b* tulosta luku 9.

b) Lisää lukujen *a* ja *b* osamäärään luku 3.

c) Jaa lukujen *a* ja *b* summa lukujen *a* ja *b* erotuksella .

d) Jaa lukujen 9 ja *a* erotus luvulla b.

Laske edellisen tehtävän kausekkeiden arvot, kun *a* = -4 ja *b* = 2.

Yhdessä laatikossa on 24 omenaa. Paljonko omenoita on yhteensä, jos laatikoita on

1. *a* kappaletta?
2. 10 kappaletta?

Koiria on tarhassa *n* kappaletta. Mitä voitaisiin kuvat lausekkeella

1. *n*
2. 2*n*
3. 4*n* ?

Koordinaatistoon piirrettyä suoraa voidaan kuvata lausekkeen (yhtälön) avulla. Jokaisella suoralla on omanlaisensa lauseke. Erään suoran lauseke on . Lausekkeessa *x* kuvaa suoralla olevan pisteen *x*-koordinaatin arvoa ja vastaavasti *y* kuvaa saman pisteen *y*-koordinaatin arvoa. Laske lausekkeen avulla y-koordinaatin arvo, kun

1. 
2. 
3. 
4. Miten voit piirtää suoran  koordinaatistoon?



1. Laskintehtävä

Määritä lausekkeen  tarkka arvo, kun . (yo kevät 1985)

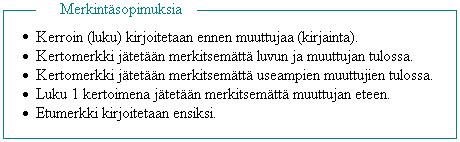
Määritä lausekkeen  arvo, kun  ja *x* on kolmasosa *b*:stä. (yo syksy 1999)

1. Polynomi

Kertoimen ja muuttujaosan tuloa sanotaan *termiksi.*



Termeissä esiintyvät kirjaimet eli muuttujat tarkoittavat käytännössä joitakin lukuarvoja saavia asioita. Tällaisia ovat tuntipalkka, lämpötila, auton nopeus jne. Jos esimerkiksi litra mansikoita maksaa 2 €, voimme kuvata mansikoiden hintaa termillä 2*x*. Termi 2*x* ilmoittaa hinnan muodostumisen mansikoiden määrän *x* mukaan. Jos mansikoita ostetaan 4 litraa, saadaan niiden hinnaksi 8 € sijoittamalla *x*:n paikalle 4.



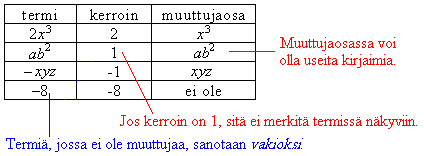
**Esimerkki 1.**

Sievennetään lausekkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

**Esimerkki 2.**

Tarkastellaan mikä osa termistä on kerroin ja mikä muuttujaosa.



Kun termejä lasketaan yhteen, muodostuu *polynomi*. Polynomia, jossa on vain yksi termi sanotaan *monomiksi*, kaksitermistä *binomiksi* ja kolmitermistä *trinomiksi*. *Polynomin asteluvulla* tarkoitetaan sen asteluvultaan korkeimman termin astelukua.

Polynomin käsitteen ymmärtäminen on perusta yhtälöiden (matemaattisten lausekkeiden) muodostamiselle ja ratkaisemiselle.

Esimerkki 3.

1. Polynomi  on trinomi ja sen asteluku on 3.
2. Polynomi  on monomi ja sen asteluku on 1.
3. Polynomi  on binomi ja sen asteluku on 2.

**Esimerkki 4.**

Lasketaan trinomin arvo, kun *a* = 4 ja *b* = -3.

Sijoitetaan muuttujien *a* ja *b* arvot trinomiin vastaavien muuttujien paikalle

.

**Tehtäviä**

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä puuttuvat tiedot.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **termi** | **kerroin** | **muuttujaosa** | **asteluku** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | -1 |  |  |
|  | 6 |  |  |
|  | 1 |  |  |

Onko kyseessä monomi, binomi vai trinomi?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske binomin *x* – 5 arvo, kun *x* on

1. 0
2. 11
3. 2
4. –5.

Laske monomin –3*a* arvo, kun *a* on

1. 0,1
2. 
3. 
4. –4.

Mikä on polynomin asteluku?

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske monomin 4*a*2*b* arvo, kun

1. *a* = 2 ja *b* = -1
2. *a* = -3 ja *b* = 2.

Laske binomin  arvo, kun

1. 
2. .

Onko väite totta?

1. Polynomiksi sanotaan summalauseketta, jonka yhteenlaskettavat ovat monomeja.
2. Vakiotermi ei ole monomi.
3. Myös pelkät monomit ovat polynomeja.
4. On olemassa termejä, joilla ei ole kerroinosaa.
5. On olemassa termejä, joilla ei ole muuttujaosaa.

Nimeä polynomit termien lukumäärän mukaan.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi itse jokin

1. monomi
2. binomi
3. trinomi.

Luettele polynomin 

1. termit
2. termien kertoimet
3. vakiotermit.

Jäljennä taulukko vihkoosi ja laske polynomin –2*x* + 4 arvo taulukossa olevilla *x*:n arvoilla.

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | **–2*x* + 4** |
| 2 |  |
| 1 |  |
| 0 |  |
| -1 |  |
| 2 |  |



Ota riittävä määrä seuraavista termeistä ja muodosta niistä jokin



1. monomi
2. binomi
3. trinomi
4. polynomi.

Laske polynomin  arvo, kun

1. 
2. 
3. 

Laske polynomin arvo, kun  ja 

1. 
2. 
3. 

Suorakulmion piiri lasketaan kaavalla , jossa *a* ja *b* ovat sivujen pituudet. Laske suorakulmion piiri, kun

1. *a* = 2,3 cm ja *b* = 4,1 cm
2. *a* = 57 mm ja *b* = 23 mm

Mitkä ovat monomien asteluvut?

1. 3*z*
2. 4*x*2*y*
3. *ab*
4. 12*a*²*b*³*c*

Mikä on vakiotermin asteluku?

Millä muuttujan *x* arvolla binomi  saa arvon

1. –2
2. 0
3. 4
4. -11

Laske polynomin arvo, kun

1. *x* = 1
2. *x* = 2
3. *x* = 0.

Laske polynomin  arvo, kun

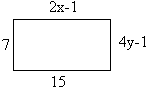
1. *y* = 1 ja *z* = -1
2. *y* = 2 ja *z* = 1
3. *y* = -1 ja *z* = 0.



Määritä polynomien asteluku.

1. 
2. 
3. 

Mitkä on oltava *x*:n ja *y*:n arvot, jotta kuvassa olisi suorakulmio?



Millä *x*:n arvolla polynomit  ja  saavat saman arvon?

1. Termien yhdistäminen ja järjestäminen

Termit ovat *samanmuotoisia*, jos niillä on täsmälleen sama kirjainosa. Myös vakiot ovat keskenään samanmuotoisia.

Vain keskenään samanmuotoiset termit voidaan yhdistää yhteen- ja vähennyslaskussa. Yhdistettäessä samanmuotoisia termejä lasketaan kertoimien summa tai erotus ja kirjainosa pysyy samana.

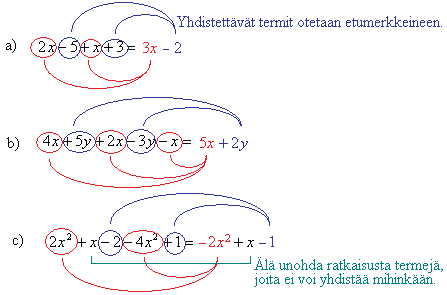
**Esimerkki 1.**

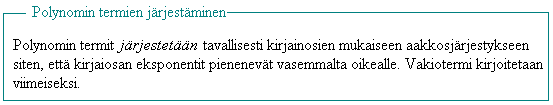
Sievennetään lausekkeet, jos mahdollista.

1. 
2. 
3. 
4. 18 cm + 101 € Ei voida yhdistää, koska termeillä on eri kirjanosat.
5.  Ei voida yhdistää, koska termeillä on eri kirjanosat.

# Esimerkki 2.

Sievennetään lausekkeet.





# Esimerkki 3.

# Järjestetään polynomit.

1. 
2. 

# Tehtäviä

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Laske.

1. 5 kg + 11 kg
2. 51 € + 6 €
3. 
4. 

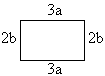
Laske.

1. 3 koiraa + 4 kissaa + 6 koiraa
2. 6 km – 3 min + 7 min
3. 5 cm + 4 € - 2 cm + 6 €
4. 10*x* + 4*y* + 9*y* - 2*x*

Paljonko sinulla on rahaa jäljellä, jos ostoksille lähtiessä sinulla oli

1. 20 € ja ostokset maksoivat 14 €?
2. 30 € ja ostokset maksoivat *x* €?
3. *x* € ja ostokset maksoivat 23 €?
4. 4*x* € ja ostokset maksoivat *x* €?

Muodosta ja sievennä suorakulmion piirin lauseke.



Yhdistä samanmuotoiset termit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 2*a* + 3*a*
2. 2*b* – 3*b*
3. 5 + *c* – 2*c*
4. 2*a* + *b* + 2

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Järjestä polynomit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Järjestä polynomit.

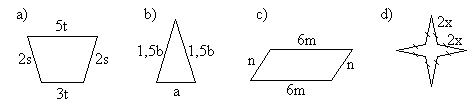
1. 
2. 
3. 
4. 



Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske kuvioiden piirit.



Mitkä seuraavista termeistä ovat keskenään samanmuotoisia?

1. 
2. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 

Keksi kaksi monomia, joiden summa on

1. 
2. 
3. 

Merkitse kirjainlausekkeena oheisen tasokuvion piiri. (pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen, kevät 1994)



1. Polynomien yhteen- ja vähennyslasku

Polynomien yhteen- ja vähennyslaskuissa on oltava tarkkana, kun sulkeita poistetaan. Sulkeiden edessä oleva plusmerkki ei aiheuta muutoksia termien etumerkkeihin, kun sulkeet poistetaan. Jos sulkeiden edessä on miinusmerkki, on kaikkien termien etumerkit vaihdettava vastakkaisiksi sulkeita poistettaessa. Jos et muista, miten kahden etu- ja laskumerkin yhdistelmät korvataan yhdellä merkillä, palauta ne mieleen seuraavasta taulukosta. Nämä on osattava.

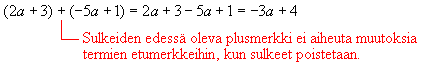
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **merkkiyhdistelmä** | **korvataan merkillä** | **esimerkki** |
| + ( + | + | + ( +2 ) = 2 |
| - ( + | - | - ( +2 ) = -2 |
| + ( - | - | + ( -2) = -2 |
| - ( - | + | - ( -2) = 2 |

Kahta polynomia, joiden summa on nolla, sanotaan toistensa *vastapolynomeiksi*. Polynomin vastapolynomi saadaan vaihtamalla polynomin jokaisen termin etumerkki.

**Esimerkki 1.**

Muodostetaan ja sievennetään polynomien  ja  summa.

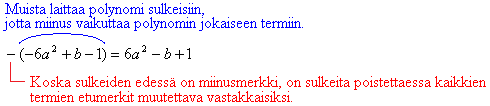
Summa merkitään .



**Esimerkki 2.**

Muodostetaan ja sivennetään polynomin  vastapolynomi.

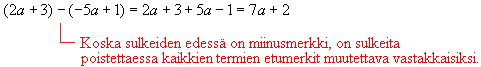
Vastapolynomi muodostetaan kuten vastaluku eli laitetaan polynomin eteen miinusmerkki.



**Esimerkki 3.**

Muodostetaan ja sievennetään polynomien  ja  erotus.

Polynomit vähennetään toisistaan lisäämällä ensimmäiseen polynomiin jälkimmäisen polynomin vastapolynomi.



**Esimerkki 4.**

Lasketaan polynomin  arvo, kun *a* = 10.

Ennen muuttujan arvon sijoittamista, kannattaa polynomi sieventää!



Sijoitetaan sievennettyyn lausekkeeseen  muuttujan *a* paikalle 10



**Tehtäviä**

Poista sulkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta ja sievennä polynomien vastapolynomit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Vähennä binomista 

1. monomi 
2. binomi 
3. trinomi 

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. *a* = 1
2. *a* = 3
3. *a* = -2

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 



Laske binomien  ja 

1. summa
2. erotus.

Vähennä trinomista  binomien  ja  erotus.

Laske edellisen tehtävän polynomin arvo, kun

1. *x* = 2
2. *x* = -2.

Muodosta polynomin 

1. vastapolynomi
2. vastapolynomin vastapolynomi.

Sievennä.

1. 
2. 

Poista sulkeet ja yhdistä samanmuotoiset termit.

1. 
2. 
3. 

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. *a* = 1, *b* = 1
2. *a* = -2, *b* = 3
3. *a* = -3, *b* = -4

Sievennä ja laske polynomin arvo, kun .

1. 
2. 

Mikä on puuttuva polynomi?

1. 
2. 
3. 



Laske kahden parillisen kokonaisluvun 2*m* ja 2*n* neliöiden summa.

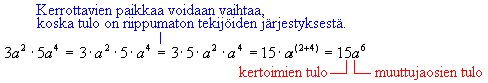
Sievennä.

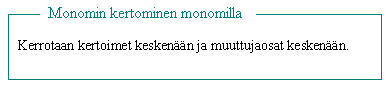
1. 
2. 

Laske lausekkeen arvo, kun

1. *x* = 1423
2. *x* = -100
3.  .
4. Monomin kertominen monomilla

Tarkastellaan kahden monomin 3*a*2 ja 5*a*4 tuloa. Molemmat termeistä muodostuvat kertoimen ja muuttujaosan tulosta, joten  voidaan kirjoittaa muodossa





Jos monomeissa on muuttujina samoja kirjaimia, sovelletaan niiden kertolaskussa potenssien laskusääntöjä. Jos muuttujina on eri kirjaimia, jää ne vastaukseen kertolaskumuotoisena eikä niitä voida yhdistää.

**Esimerkki 1.**

Sievennetään lausekkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Esimerkki 2.**

Lasketaan monomien tulot.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

**Tehtäviä**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Muodosta ja sievennä monomien  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo.

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja laske monomien tulo.

1.  ja 
2.  ja 
3.  ja 
4.  ja 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Paljonko maksaa yhteensä

1. 5 ruusua, kun yhden hinta on 1 €
2. *x* ruusua, kun yhden hinta on 2 €
3. 4 ruusua, kun yhdne hinta on *x* €
4. *y* ruusua, kun yhden hinta on *x* € ?

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Päättele puuttuva monomi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kaksi monomia, joiden tulo on

1. 
2. 
3. .

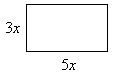
Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

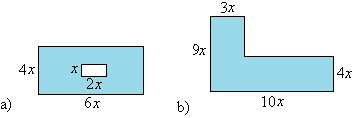
1. 
2. 
3. 
4. 

Laske suorakulmion



1. piiri
2. pinta-ala.

Mikä on tummennetun alueen pinta-ala?





Päättele puuttuva monomi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

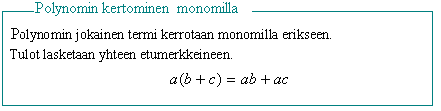
Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

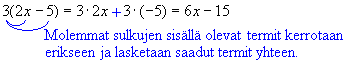
1. 
2. 
3. Polynomin kertominen monomilla

Normaaleja laskusääntöjä noudattaen lauseke , joka siis tarkoittaa samaa kuin , sievennetään seuraavasti: . Samaan tulokseen päädytään myös kertomalla ensiksi molemmat yhteenlaskettavat erikseen . Jos lausekkeessa on mukana muuttujia, mitkä estävät suluissa olevan summan sieventämisen, antaa jälkimmäinen tapa mahdollisuuden sulkujen poistamiseen.



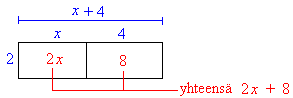
**Esimerkki 1.**

Kerrotaan polynomi monomilla.



**Esimerkki 2.**

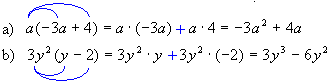
Lasketaan . Päättelyn apuna voidaan käyttää suorakulmiota, jonka sivujen pituudet ovat 2 ja (*x* + 4). Vastaus saadaan suorakulmion pinta-alasta.



Vastaus: 2*x* + 8

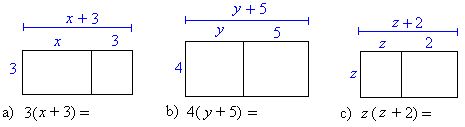
**Esimerkki 3.**

Kerrotaan polynomit monomilla.

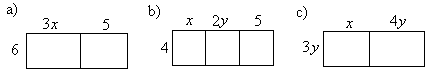


# Tehtäviä

Sievennä käyttäen apuna suorakulmion pinta-alamallia.



Muodosta pinta-alojen lausekkeet ja sievennä ne.



Laske edellisen tehtävän pinta-alojen arvot, kun  ja .

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske edellisen tehtävän lausekkeiden arvot, kun .

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Täydennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Päättele puuttuva monomi.

1. 
2. 
3. 

Päättele puuttuva binomi.

1. 
2. 
3. 

Aikuisen lippu taidegalleriaan maksaa *x* euroa, lasten lippu maksaa 2 euroa vähemmän.

1. Kirjoita lauseke, joka kuvaa lasten lipun hintaa.
2. Antti vei kolme lastansa taidegalleriaan. Kuinka paljon hänen ja lasten liput tulivat kokonaisuudessaan maksamaan?



Laske kahden peräkkäisen kokonaisluvun *n* ja *n* + 1 summan ja erotuksen tulo.

Merkitse ja laske lausekkeet, kun  ja .

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

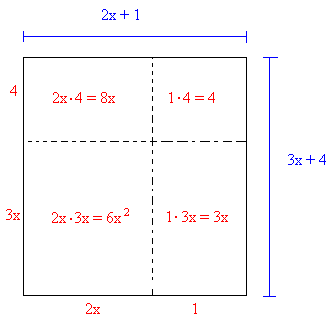
Millä *x*:n arvoilla tulo  saa negatiivisia arvoja? (yo kevät 1995)

Osoita, että kaikki kolminumeroiset luvut, joiden keskimmäinen numero on yhtä suuri kuin muiden summa, ovat jaollisia yhdellätoista. Tällaisia lukuja ovat esimerkiksi 110, 385, 594 ja 990.

1. Polynomin kertominen polynomilla

**Esimerkki 1.**

Määritetään suorakulmion pinta-ala, kun sen sivujen pituudet ovat  ja 



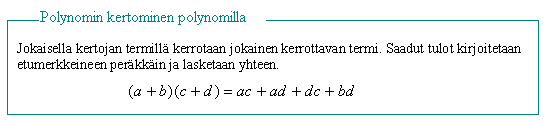
Pinta-ala on neljän pienemmän suorakulmion alojen summa



Toisaalta pinta-ala saadaan lasketuksi myös suorakulmion sivujen pituuksien tulona.



Vastaus: Suorakulmion pinta-ala on 

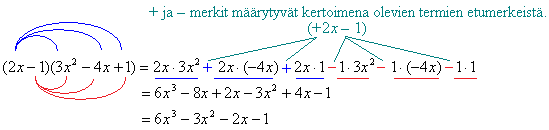


**Huom!** Termit kerrotaan siis tässä järjestyksessä keskenään: ensimmäiset, uloimmat, sisimmät ja viimeiset.

Polynomien kertolaskuissa tulee helposti huolimattomuusvirheitä. Muista, että jokaiseen termiin kuuluu myös sen edessä oleva etumerkki.

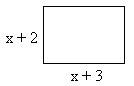
**Esimerkki 2.**

Kerrotaan binomi ja trinomi keskenään.



# Tehtäviä

Laske kuvion



1. piiri
2. pinta-ala

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Laske suorakulmion pinta-ala kun sen sivujen pituudet ovat

1.  ja 
2.  ja 
3.  ja 

Neliön sivun pituus on y + 6. Muodosta ja sievennä neliön

1. piirin
2. pinta-alan lauseke.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

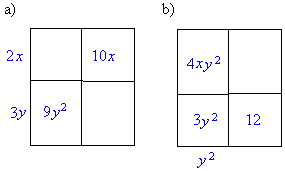
1. 
2. 
3. 

Muodosta ja sievennä binomien  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo.



Muodosta suorakulmioiden pinta-alojen lausekkeet.



Sievennä edellisen tehtävän lausekkeet.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Kerro monomien  ja 2*x* summa monomien –5*x* ja erotuksella.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Merkitse ja sievennä lukujen *a* ja *b* summan ja erotuksen tulo.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 



Sievennä.



Sievennä 

Sievennä.

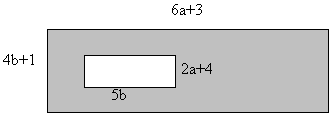
1. 
2. 
3. 
4. 

Osoita, että .

Sievennä.

1. 
2. 

Muodosta ja sievennä varjostetun alueen pinta-alan lauseke.



Lausu polynomina lauseke , missä . (yo kevät 1987)

Osoita, että luku  on jaollinen kahdeksalla, kun *n* on kokonaisluku. (yo syksy 1995)

1. Kertaustehtäviä

**Samankantaisten potenssien tulo**

Onko potenssin arvo positiivinen vai negatiivinen?

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja laske luvun -3

1. viides potenssi
2. viidennen potenssin vastaluku
3. neliö
4. kuutio.

Sievennä ja ilmoita vastaus potenssimuodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja sievennä potenssien

1.  ja 
2.  ja 
3.  ja 

tulo.

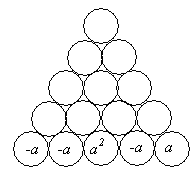
Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse vierekkäisten potenssien tulo niiden yllä olevaan ympyrään.

****

Päättele mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 

**Samankantaisten potenssien osamäärä ja nolla eksponetti**

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhtenä potenssina ja laske.

1. 
2. 
3. 

Merkitse ja sievennä potenssien  ja 

1. osamäärä
2. tulo.

Sievennä ja laske lausekkeen arvo, kun .

1. 
2. 

Päättele puuttuva termi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

**Potenssin potenssi**

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Päättele, mikä luku sopii *x*:n paikalle?

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä .

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Mikä luvun

1. 4 potenssi on yhtä suuri kuin 163
2. 5 potenssi on yhtä suuri kuin 258
3. 8 potenssi on yhtä suuri kuin 649

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Negatiivinen eksponentti**

Merkitse murtolukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse positiivisen eksponentin avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Laske, ilmoita vastaus murtolukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske lukujen  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä.

Anna vastaus murtolukuna.

Kirjoita positiivisen eksponentin avulla.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Ilmoita luvun kaksi potensseina sievennetyssä muodossa.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Tulon potenssi**

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse neliön pinta-ala potenssimuodossa ja sievennä lauseke, kun neliön sivun pituus on

1. 6 m
2. 9 m.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse ja sievennä potenssi, jonka

1. kantaluku on 3*x* ja eksponentti 2
2. kantaluku on *bcd* ja eksponentti 5
3. kantaluku on –4*a* ja eksponentti 2
4. kantaluku on ja eksponentti 3.

Minkä lausekkeen kuutio on

1. 
2. 
3. 
4. 
5. ?

Päättele puuttuva kantaluku.

1. 
2. 
3. 
4. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Osamäärän potenssi**

Mikä on eksponentin 4 kantaluku?

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Muodosta ja sievennä lukujen  ja  osamäärän kuutio.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Merkitse yhtenä potenssina.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä. Vastauksissa ei saa saa esiintyä negatiivisia eksponentteja.

1. 
2. 
3. 

**Kymmenpotenssimuoto**

Kirjoita kymmenpotenssien avulla

1. sata
2. tuhat
3. miljoona

Kirjoita normaalimuodossa ilman kymmenpotensseja.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa.

1. 2300
2. 345 000 000
3. 18 000
4. 930 000

Kirjoita kymmenpotenssimuodossa.

1. 180
2. 575 000
3. 12 000
4. 13 500 000

Kirjoita massat kymmenen potenssin avulla.

1. 0,005 kg
2. 0,000 002 kg
3. 0,000 000 000 007 kg.

Ilmoita luvut kymmenpotenssimuodossa.

1. 8 000 000
2. 34 000 000
3. 0,0007
4. 0,00000365

Seuraavat kymmenpotenssimuodot eivät ole oikein, korjaa ne.

1. 
2. 
3. 
4. 

Kuinka monta nollaa on luvussa (10100)100, jos se kirjoitetaan muotoon 100...00? (yo kevät 1988)

**Potensseja laskimella**

Laske lukujen kuutiot.

1. -9
2. 12
3. -30
4. 25

Laske ja anna vastaus kokonaislukuna tai desimaalilukuna.

1. 
2. 
3. 
4. 

Anna vastaukset kymmenpotenssimuodossa kahden desimaalin tarkkuudella.

1. 822
2. -126
3. (-7)12
4. (-0,033)9

Anna vastaus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

1. 1,216
2. 0,816
3. 1,116
4. 0,916

Montako numeroa luvuissa on?

1. 
2. 
3. 

Laske.

1. 
2. 

Laske lausekkeet ja anna vastaukset kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella, kun  ja .

1. 
2. 
3. 

Määritä potenssin 7200 likiarvo kahden numeron tarkkuudella. Montako numeroa kyseisessä luvussa on?

**Lausekkeita**

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. 
2. 
3. 
4. 

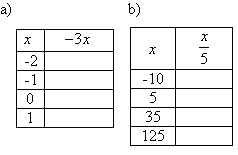
Laske lausekkeen  arvo, kun

1. 
2. 
3. 
4. 

Jonossa on alunperin *n* poikaa. Montako poikaa on jonossa, jos

1. jonoon tulee 4 poikaa lisää
2. 6 poikaa lähtee jonosta
3. 2 tyttöä tulee jonoon
4. *x* poikaa lähtee jonosta ja *y* tyttöä tulee jonoon?

Kopioi taulukot vihkoosi ja täydennä lausekkeen arvot.



Laske lausekkeen arvo, kun

1. *a* = 2 ja *b* = 3
2. *a* = -1 ja *b* = 5
3. *a* = 3 ja *b* = -4
4. *a* = -4 ja *b* = -2

Ihmisen verenpaine vaihtelee sydämen toiminnan mukaan. Kun sydän supistuu, verenpaine on suurimmillaan. Tätä sanotaan systoliseksi paineeksi. Kun sydän laajenee, on verenpaine pienimmillään. Tätä painetta sanotaan diastoliseksi paineeksi. Verenpaineen yksikkönä käytetään elohopeamillimetriä (mmHg). Systolisen verenpaineen normaaliarvo voidaan laskea lausekkeella



Laske, mikä on systolisen paineen normaaliarvo

1. ikäiselläsi
2. 49-vuotiaalla
3. 30-vuotiaalla
4. 98 vuotiaalla

Kirjoita lausekkeena: Lukujen -6 ja *x* tulo jaetaan luvulla 2 ja osamäärään lisätään lukujen *x* ja 3 erotus.

Laske edellisten tehtävän lausekkeen arvo, kun *x* = -4.

**Polynomi**

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä puuttuvat tiedot.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **monomi** | **kerroin** | **kirjainosa** |
|  | -1 |  |
|  | 0 |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  | 18 |  |
|  | 5 |  |

Kirjoita polynomi, jonka termit ovat

1. 2*x* ja -6
2. 7*x*, 2*x*2 ja 5
3. -4*x*, 4 ja -*y*

Montako termiä on

1. binomissa
2. monomissa
3. trinomissa?

Mikä on polynomin asteluku?

1. 
2. 
3. 
4. 

Mikä on polynomin 

1. neljännen
2. toisen
3. ensimmäisen asteen termin kerroin?

Keksi polynomi, jonka asteluku on

1. 1
2. 100
3. *k*

Laske polynomin  arvo, kun

1. *x* = 1, *y* = 2 ja *z* = 3
2. *x* = 2, *y* = -1 ja *z* = 4

Millä *x*:n arvolla polynomit  ja  saavat saman arvon?

**Termien yhdistäminen ja järjestäminen**

Katariina sievensi lausekkeen . Hän ei ymmärrä, miksi vastaus on väärin. Korjaa hänen virheensä ja selitä mikä hänen vastauksessaan on väärin.

Järjestä polynomit

1. 
2. 

Järjestä polynomit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kolme muuta termiä, jotka ovat samanmuotoisia kuin

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 5*a* + 3*a*
2. 10*b* – 5*b*
3. 8 +3 *c* – 2*c*
4. 4*a* + *b* + *a*

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Yhdistä samanmuotoiset termit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä ja järjestä termit.

1. 2*a* + 3*a*2 – *a*
2. 2*b* – 3*b+ b*2
3. 5 + *c* – 3*c*2
4. 2*a* + *b* + 2*a*

**Polynomien yhteen- ja vähennyslasku**

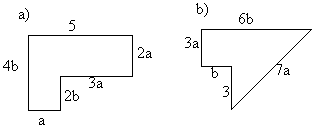
Poista sulkeet.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä monikulmioiden piirien lausekkeet.



Muodosta ja sievennä polynomien vastapolynomit.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kaksi binomia, joiden

1. summa on 
2. erotus on 

Lisää monomien  ja  summaan monomien erotus. Muodosta lauseke ja sievennä se.

Laske lausekkeen  arvo, kun

1. *a* = 1, *b* = 1
2. *a* = -2, *b* = 3
3. *a* = -3, *b* = -4

Sievennä ja laske polynomin arvo, kun .

1. 
2. 

**Monomin kertominen monomilla**

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

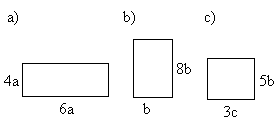
Laske.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä suorakulmioiden pinta-alojen lausekkeet.



Päättele puuttuva monomi.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kaksi monomia, joiden

1. summa on 
2. erotus on 
3. tulo on

Sievennä.

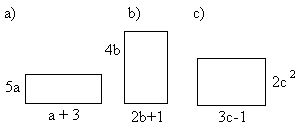
1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

**Polynomin kertominen monomilla**

Muodosta ja sievennä suorakulmioiden pinta-alojen lausekkeet.



Piirrä suorakulmio, joka kuvaa lauseketta .

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Elokuvalippu maksoi aiemmin *a* euroa, nyt se maksaa 2 euroa enemmän.

1. Kirjoita lauseke, joka kuvaa elokuvalipun nykyistä hintaa.
2. Paljonko maksaa kuusi elokuvalippua?

Täydennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet ja sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Poista sulkeet ja sievennä.

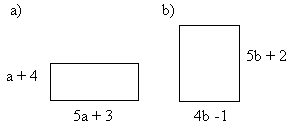
1. 
2. 
3. 
4. 

**Polynomin kertominen polynomilla**

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

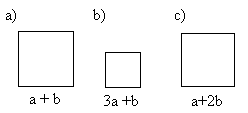
Sievennä suorakulmioiden pinta-alojen lausekkeet.



Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Sievennä neliöiden pinta-alojen lausekkeet.



Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Keksi kaksi binomia, joiden tulo on .

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 

Pariton luku merkitään yleisesti , missä *n* on kokonaisluku. Muodosta lauseke kahden peräkkäisen parittoman luvun tulosta ja sievennä se.

**Harjoituskoe I (Kappaleet 1-8)**

Sievennä.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

Kirjoita normaalimuodossa ilman kymmenpotensseja.

1. 
2. 
3. 

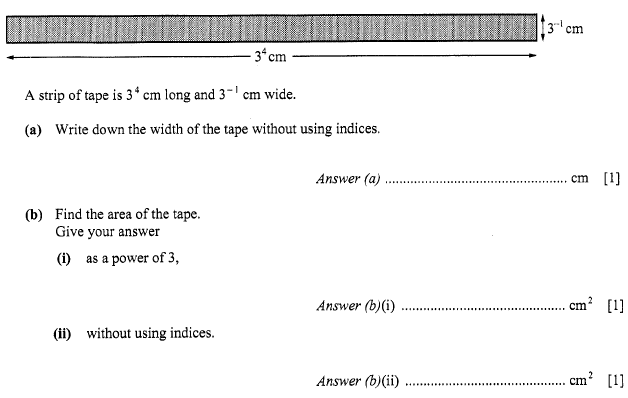
Kirjoita luvut kymmenpotenssimuodossa.

1. 3 miljoonaa
2. 5 tuhannesosaa
3. 460 000
4. 0,0000084
5. 
6. 

Muodosta ja sievennä potenssien  ja 

1. osamäärä
2. tulo.

Teipinpalan pituus oncm ja leveys cm.



1. Ilmoita teipin pituus ja leveys ilman potenseja.
2. Laske teipin pinta-ala ja ilmoita vastaus sekä luvun kolme potensseina että ilman potensseja.

Sievennä. Vastauksissa saa esiintyä vain positiivisia eksponetteja.

1. 
2. 
3. 
4. **Lisätehtävä\***

Muunna kymmenjärjestelmän luku 42 binäärijärjestelmän luvuksi.

**Harjoituskokeen I ratkaisut**

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6.  siirretään desimaalipilkkua oikealle 6 askelta
7.  siirretään desimaalipilkkua vasemmalle 4 askelta
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 

Muodosta ja sievennä potenssien  ja 

1. 
2. 
3. cm = 81 cm, 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. **Lisätehtävä\***

* Otetaan ensin suurin kahden potenssi, joka on ≤ 42. 
* Vähennetään tämä alkuperäisestä luvusta: 42 – 32 = 10.
* Suurin kahden potenssi, joka on ≤ 10 on .
* Vähennetään tämä aiemmin saadusta erotuksesta: 10 - 8 = 2.
* Suurin kahden potenssi, joka on ≤ 2, on .
* Potenssien 25, 23, 21 paikoille tulee binääriesityksessä ykköset ja niiden väliin jääville paikoille ja loppuun tulee nolla.

Binääriluku on 101010.

**Harjoituskoe II (Kappaleet 10-17 )**

Muodosta ja sievennä binomien  ja 

1. summa
2. erotus
3. tulo.

Kirjoita matemaattisena lausekkeena.

1. Lukujen 2 ja *a* tulon ja luvun 3 erotus.
2. Lukujen *a* ja *b* osamäärän ja luvun 5 summa.
3. Laske a) ja b) kohdassa muodostamiesi lausekkeiden arvot, kun *a* = 6 ja *b* = -3.

Tarkastellaan polynomia .

1. Mikä on polynomin asteluku?
2. Mikä on vakiotermi?
3. Järjestä polynomi.

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Sievennä.

1. 
2. 
3. 

Aikuisen elokuvalippu maksaa *a* euroa, lasten lippu maksaa 2 euroa vähemmän.

1. Kirjoita lauseke, joka kuvaa lasten lipun hintaa.
2. Johanna vei kolme lastansa elokuviin. Kirjoita lauseke, joka kuva kuinka paljon hänen ja lasten liput tulivat yhteensä maksamaan?
3. Jos aikuisen elokuvalipun hinta on 7 euroa, paljonko liput tulivat yhteensä maksamaan?

**Harjoituskokeen II ratkaisut**

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. Sijoitetaan muuttjien arvot *a* = 6 ja *b* = -3 ylläoleviin lausekkeisiin:





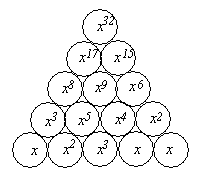
Tarkastellaan polynomia .

1. Suurin muuttujan potenssi ilmoittaa asteluvun, joten se on 2.
2. Vakiotermi on pelkkä luku, joten se on 3.
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. Sijoitetaan b) kohdan lausekkeeseen muuttujan *a* paikalle 7.

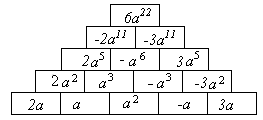
 euroa

**Vastaukset:**

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 4
6. -2
7. 81
8. 5
9. +
10. +
11. –
12. +
13. 25
14. 125
15. 28
16. 88
17. 45
18. 75
19. 76
20. 510
21. 46
22. *a*12
23. *a*9
24. *b*10
25. *c*28
26. *d*9
27. 
28. 
29. 
30. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 6
20. 8
21. 5
22. 
23. ei sievene
24. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 131072
6. 32768
7. 16384
8. 262144
9. 1048576

-

1. 
2. 
3. 1
4. 5
5. 1
6. 0
7. 6
8. 54
9. 72
10. 47
11. 1
12. 8
13. 8
14. 16
15. 49
16. 4
17. 
18. 
19. 
20. 1
21. 2
22. 
23. 1
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 1
29. 1
30. –1
31. 3
32. 
33. *x*3
34. *x*4
35. 
36. *x*4
37. 
38. 
39. 
40. 
41. 1
42. 1
43. 1
44. 1
45. 
46. 
47. –5
48. 1
49. 
50. 9
51. 4
52. 9
53. 1
54. 0,1
55. 
56. 
57. d
58. ei sievene
59. –0,9
60. –8,4
61. 
62. 
63. 
64. 
65. 
66. 
67. 
68. 
69. 
70. 
71. 
72. 
73. 11
74. 3
75. 
76. 
77. 
78. 3
79. 4
80. 518
81. 78
82. 615
83. 3-12
84. 106
85. *y*8
86. *a*9
87. 56
88. 312
89. 710
90. 1
91. 5
92. 1
93. *a*
94. *b*
95. 1
96. 64
97. 64
98. 3
99. 2
100. 5
101. 3
102. 
103. 
104. 
105. 26
106. 221
107. 264
108. 239
109. 
110. 
111. 
112. 
113. 37
114. 36
115. 315
116. 311
117. 
118. 
119. 
120. 
121. 
122. 
123. 
124. 
125. 
126. 
127. 3
128. 3
129. 10
130. 10



1. 2
2. 4
3. 6
4. 4
5. 314
6. 210
7. 729
8. 6561
9. 19683
10. 59049

-

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 



1. 
2. 
3. 
4. 

Kun luku kerrotaan sen käänteisluvulla, saadaan tulokseksi yksi. Kun lukuun lisätään sen vastaluku, saadaan tulokseksi nolla.

1. 
2. –13
3. 
4. 
5. -9
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 3
16. 1
17. 4
18. 49
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 8-3
24. 76
25. 1
26. 5-8
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 36
34. 1
35. 16
36. –2
37. 2
38. 0
39. 2 tai -2
40. 
41. 
42. 
43. 
44. ei
45. kyllä
46. kyllä
47. ei
48. *n* = 0
49. *n* = -3
50. 2-12
51. 26
52. 2-12
53. 20



1. 100
2. 1296
3. 1600
4. 27000
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 16*a*2
18. 243*a*5
19. –1000
20. 100*x*6*y*8
21. 9
22. 25*a*2
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. -
29. 27
30. –64
31. 
32. 
33. 
34. 152
35. 104
36. 1010
37. 120
38. 
39. 
40. 
41. 32*x*5
42. *a*20
43. *b*11
44. 
45. 
46. 
47. 
48. 
49. 
50. 
51. 
52. 
53. 
54. 
55. 
56. 
57. 
58. 8 m
59. 
60. 
61. (2*a*)2
62. -(*ab*)4
63. (4*ab*)5
64. (*abc*)6
65. 3*a* tai –3*a*
66. 2*z* tai –2*z*
67. –2*x*
68. tai 
69. (2*a*)2
70. (2*b*)3
71. (5*ab*)2
72. (*-*3*c*)3
73. 
74. 
75. 
76. 
77. 
78. 
79. 
80. 2
81. 5

-

1. 
2. 2
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 



1. 
2. –10000
3. –0,00001
4. 
5. +
6. –
7. +
8. –
9. 16
10. 25
11. 1
12. 
13. 
14. 
15. -1
16. 4
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 8
26. 9
27. 16
28. 16
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 8
37. 



1. 
2. 
3. 
4. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 36 500
6. 7 000
7. 42 500
8. 0,415
9. 0,006
10. 0,000013
11. 1 600 000
12. 4 500 000 000
13. 200 000 003 000 005 000 003
14. 20000
15. 5000
16. 5000
17. -200000
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 0,0000512
29. 0,0000000014
30. 0,00000000000000061
31. 0,00000000000000000000000025
32. 0,0001
33. 0,1
34. 0,0000001
35. 
36. 
37. 
38. 
39. 
40. 
41. 
42. 
43. 
44. 2
45. 4
46. 6
47. 8
48. 3
49. 10
50. 7
51. 12
52. 
53. 
54. 
55. 
56. 
57. 
58. 
59. 
60. 
61. sadasosa
62. satatuhatta
63. miljardi
64. sata miljoonaa
65. tuhannesosa
66. biljoona

150000 – 400000

1. 52315
2. 700460
3. 9003001
4. 2,018
5. 0,6002
6. 0,00423
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 

 ja 

1. 6⋅1015 kg
2. 6,38⋅106 m
3. 5⋅108 km2
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 

Kroisoksen rahat: 6000  1036 = 6  1039, tämä luku on pienempi kuin 1040, joten Roope on rikkaampi.

1. 4,071016 m
2. 1,67010-24 kg

6600 €

384 Mm tai 0,384 Gm

1. 2,36 kA
2. 756 µm
3. 3,458 Mm
4. 0,78 m
5. 4,5 m
6. 2197
7. -10648
8. 
9. 
10. 34 359 730 000
11. 470 184 900 000
12. 18 014 390 000 000 000
13. 22 539 340 000 000 000 000 000 000
14. 31,9
15. 0,0144
16. 6,12
17. 0,135
18. 25
19. 13
20. 20
21. 729
22. 1
23. 64
24. 262144
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 262144
37. 33554432
38. 81
39. 512
40. 256
41. 1 887 589
42. 
43. 
44. 
45. 0,165
46. -0,000654
47. 0,0270

-

1.  kirjeessä
2. 466 560 €
3. Olisit ensimmäisenä 1010 kirjeessä eli 10 miljardissa ja Maapallon väkiluku on vain 6,5 miljardia (vuonna 2006).





Vastaus: Likiarvo on  ja luvussa on 121 numeroa.



Vastaus: Likiarvo on  ja luvussa on 144 numeroa.

5,1841023 elektronia

vuonna 2015

1. 263
2. 2,91011 t
3. 480 vuoden
4. 4262
5. 5007103
6. 20941000
7. 1010601
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 0, 1, 2, 3, 4
13. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

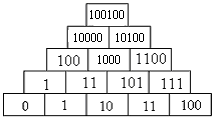
neljäjärjestelmä

ei, viisijärjestelmässä esiintyy vain luvut 0 - 4

1. desimaalijärjestelmäksi
2. 0 ja 1
3. 00000
4. 111
5. 11111111

0, 01, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010

1. 101
2. 1001
3. 1110
4. 10111
5. 2
6. 4
7. 10
8. 17
9. 15
10. 19
11. 27
12. 33



1. 30
2. 224

-

1. 
2. 
3. 
4. 138.203.44.61
5. 232.106.41.9
6. 10000000.00001010.00000010.00011110
7. 11001001.00101101.01010111.10000001
8. ei
9. on
10. on
11. ei
12. vingt-huit
13. quatre-vingt-trois
14. quatre-vingt-dix-sept

-

1. 282
2. 144
3. -

Kertolaskusäännöt ovat: , , 

Lasketaan allekkain:

:



:



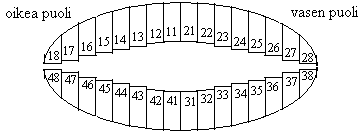
Vastaus: , ,  ja , 



1. 347 °F
2. 32 °F
3. -459,4 °F

918 miljoonaa ˚F

1. 
2. 
3. 
4. 8
5. 6
6. 2
7. 12
8. 3
9. 15
10. -4
11. 3*b*+3
12. 27 °C
13. 18,6 °C
14. 9 °C



1. 5
2. 7
3. 20

-

1. -2
2. –9
3. 6
4. -8
5. 18
6. 16
7. -8
8. 7
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 7*x*
14. 
15. 
16. *x*2
17. *2*
18. – 6
19. 5
20. -5
21. -7
22. 
23. -3
24. 1
25. *n* – 2
26. *n* – 5
27. 0
28. 
29. 
30. 
31. 
32. -17
33. 1
34. 
35. 
36. 24*a*
37. 240
38. kuonojen määrää, häntien määrää
39. silmien määrää, korvien määrää
40. jalkojen määrää
41. *y* = 1
42. *y* = 3
43. *y* = -2
44. Sijoitetaan saadut koordinaattipisteet (0,1), (2,3) ja (-3,-2) koordinaatistoon ja piirretään niiden kautta suora.



Sijoitetaan *a*:n ja *x*:n arvo lausekkeeseen.



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **termi** | **kerroin** | **muuttujaosa** | **asteluku** |
|  | 7 |  | 5 |
|  | 1 |  | 1 |
|  | -5 |  | 3 |
|  | -1 |  | 4 |
|  | 6 |  | 1 |
|  | 1 |  | 7 |

1. trinomi
2. monomi
3. binomi
4. binomi
5. –5
6. 6
7. –3
8. –10
9. –0,3
10. 
11. –3000
12. 12
13. 4
14. 1
15. 32
16. *n*
17. -16
18. 72
19. -40
20. -1
21. kyllä
22. ei
23. kyllä
24. ei. Jos kerroin on yksi, sitä ei merkitä näkyviin.
25. kyllä
26. trinomi
27. monomi
28. binomi
29. binomi

-

1. 2*a*3, 8*a*, 3*ab*, -4*b*2, -6
2. 2, 8, 3,-4, -6
3. -6

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | **–2*x* + 4** |
| 2 | 0 |
| 1 | 2 |
| 0 | 4 |
| -1 | 6 |
| 2 | 8 |

-

1. 1
2. 5
3. 25
4. –7
5. –24
6. 1
7. 12,8 cm
8. 160 mm
9. 1
10. 2
11. 1
12. 3

nolla

1. 2
2. 3
3. 5
4. -2,5
5. –3
6. –40
7. –8
8. 5
9. 8
10. 4
11. 6
12. 6
13. 3

*x* = 8 ja *y* = 2



1. –3
2. 2
3. –5
4. 4
5. 12
6. –37
7. –12
8. 60
9. 10
10. 16 kg
11. 57 €
12. 
13. 17*x*
14. 9 koiraa + 4 kissaa
15. 6 km + 4 min
16. 3 cm + 10 €
17. 8*x* + 13*y*

**Huom!** Kissat ja koirat voidaan periaatteessa laskea yhteen, jos halutaan tietää paljonko eläimiä on yhteensä. Sen sijaan kilometrejä ja minuutteja eikä senttimetrejä ja euroja voida laskea yhteen. Viime vuodelta tulisi muistaa, että eri suureita voidaan ainoastaan kertoa ja jakaa keskenään. Vaikka kohdan b ja c lausekkeet voidaan sieventää, ei niissä ole käytännössä järkeä.

1. 6 €
2. 
3. 
4. 3*x* €

2b + 2b + 3a + 3a = 6a + 4b

1. 14*x*
2. 11*a*
3. 24*c*
4. 17*x*2
5. 5*a*
6. –*b*
7. – *c* + 5
8. ei sievene
9. 5*x*
10. –6*x*
11. –8*a*
12. –4*c*
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 4*s* + 8*t*
26. *a* + 3*b*
27. 12*m* + 2*n*
28. 16*x*
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 
37. 
38. 2*a*
39. -3*a* + 6*b*
40. 3*a* + 2*b* – *c*
41. 
42. 

-



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. -6
7. 0
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 10
25. 22
26. -8
27. -2
28. 4*a*
29. 0
30. 



1. 21
2. -3
3. 
4. 
5. 
6. 
7. - 6*a* + *b*
8. *x* – *y*
9. 16*x* – *y* - 9
10. 7
11. -12
12. -26
13. 14
14. -26
15. 
16. 
17. 



1. 
2. 
3. 2844
4. -200
5. 
6. 20
7. -42
8. -72
9. 88
10. 3*b*
11. 7*g*
12. 15*f*2
13. 18*ef*
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 5 €
34. 2*x* €
35. 4*x* €
36. *xy* €
37. 
38. 
39. 
40. 
41. 
42. 
43. 
44. 
45. 
46. 
47. 
48. 

-

1. 
2. 0
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 16*x*
10. 15*x*2
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 66
33. 52
34. 126
35. 
36. 
37. 
38. 
39. 
40. 
41. 
42. 
43. 
44. 
45. 
46. 
47. -4
48. -16
49. -6
50. 68
51. 
52. 
53. 
54. 
55. 
56. 
57. 
58. 
59. 15
60. 
61. 
62. 
63. 
64. 
65. 
66. 
67. 
68. 
69. 
70. 
71. *x*, *y*
72. 2*x*, *y*
73. 3*x*, 4*y*
74. *x*, 3
75. 
76. 
77. 
78. 
79. 
80. 
81. 
82. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

kun 

Merkitään luvun ensimmäistä numeroa *x*:llä, jonka paikka vastaa lukua 100*x*, ja viimeistä *y*:llä. Keskimmäinen numero on tällöin , joka vastaa lukua . Koko luku voidaan tällöin merkitä muodossa , joka sievenee muotoon . Jokainen näistä luvuista on siten jaollinen luvulla 11, jolloin osamääräksi tulee .

1. 4*x* + 10
2. *x*2 + 5*x* + 6
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 4(*y* + 6) = 4*y* + 24
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 



1. 
2. 
3. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 





1. 
2. 
3. 
4. 

-

1. 
2. 

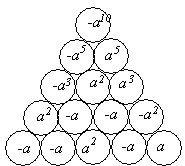






Koska 8*n* ja 16 ovat 8:lla jaollisia, myös niiden summa on 8:lla jaollinen.

1. –
2. +
3. +
4. –
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 59
10. 711
11. *a*7
12. *b*12
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 

****

1. 10
2. 14
3. 9
4. 8
5. 7
6. 16
7. 9
8. ei ole määritelty
9. 1
10. –1
11. 2
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 8
18. 
19. -3
20. 
21. 
22. -2
23. 4
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 66
32. 38
33. 129
34. 
35. 
36. 
37. 
38. 3
39. 3
40. ei mikään
41. 3
42. 105 = 100000
43. 4
44. 1,5
45. *x*24
46. 
47. 
48. 
49. 
50. 
51. 
52. 46
53. 516
54. 818
55. 
56. 
57. 
58. 
59. 
60. 
61. 
62. 
63. 
64. 
65. 
66. 
67. 
68. 
69. 
70. 
71. 
72. 
73. 
74. 
75. 
76. 
77. 
78. 
79. 
80. 1
81. 
82. 
83. 6
84. 10
85. 
86. 1
87. 
88. 2-8
89. 2-6
90. 2-8
91. 20
92. 
93. 
94. 
95. 
96. 
97. 
98. 
99. 
100. 
101. 
102. 
103. 
104. 
105. 
106. 
107. 
108. 
109. 
110. 
111. 2*b* tai –2*b*
112. –0,5*c*
113. Mahdoton tapaus
114.  tai 
115. (3*a*)2
116. (4*b*)3
117. (9*ab*)2
118. (*-*5*c*)3
119. 64*x*3
120. 106 = 1000000
121. 
122. 
123. 
124. 2
125. 1
126. 
127. 
128. 
129. 
130. 
131. 
132. 
133. 1
134. 
135. 
136. 



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 3 000 000
15. 2 500
16. 0,006
17. 0,000 002 15
18. 0,000 000 000 009 81
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 
37. 

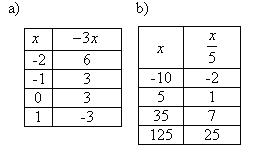
, joten luvussa on 10 000 nollaa.

1. -729
2. 1728
3. -27000
4. 15325
5. 5000000
6. 0,0008
7. 4666,666...
8. 0,02555...
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 18,5
14. 0,0281
15. 4,59
16. 0,185
17. 24
18. 12
19. 22
20. 1200
21. 
22. 7,17
23. 11900
24. 35000



Vastaus: Likiarvo on  ja luvussa on 170 numeroa.

1. 5
2. 2
3. -4
4. 11
5. 2
6. -2
7. 4
8. -*b* + 2
9. *n* + 4
10. *n* – 6
11. *n*
12. *n* - *x*



1. -10
2. -31
3. 51
4. -52
5. –
6. 135 mmHg
7. 125 mmHg
8. 159 mmHg



5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **monomi** | **kerroin** | **kirjainosa** |
|  | -1 |  |
| 0 | 0 |  |
|  | 1 |  |
|  | 8 |  |
|  | 18 |  |
|  | 5 |  |

1. 
2. 
3. 
4. kaksi
5. yksi
6. kolme
7. 3
8. 1
9. 12
10. *m*
11. 5
12. –7
13. 1

**-**

1. 1
2. 17



vastauksen pitäisi olla 6*a*

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

-

1. 8*a*
2. 5*b*
3. *c* + 8
4. 5*a* + *b*
5. 3*m*
6. –8*y*
7. 3*n* + 1
8. -15*x* + 7*y*
9. -4*x*
10. 6*a*
11. 11*c*
12. 15*x*2 + 2
13. 3*a*2 + *a*
14. *b*2 – *b*
15. – 3*c*2 + *c* + 5
16. 4*a* + *b*
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 6
23. 0
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 

-



1. 4
2. 5
3. -10
4. 10
5. -18
6. 3*x*
7. -3*x*2
8. 15*x*5
9. -18*x*2*y*
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 

-

1. 
2. 0
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 

-

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 2*b*, 1
12. *b*, 1
13. 1, *b*
14. 2*a*, 3
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. 
25. 
26. 
27. 
28. 
29. 
30. 
31. 
32. 
33. 
34. 
35. 
36. 
37. 
38. 



1. 
2. 
3. 
4. 



**Taulukko-osio**

**Reaalilukujen laskulait**

 vaihdantalaki

 liitäntälaki

 osittelulaki

 luvun *a* vastaluku –*a*

 luvun *a* käänteisluku  

 itseisarvo

Graafinen tulkinta: = luvun *a* vastinpisteiden etäisyys nollasta 

**Murtolukujen laskutoimitukset**

 laventaminen (→) ja supistaminen (←)

 yhteenlasku (lavennus samannimisiksi)

 vähennyslasku (lavennus samannimisiksi)

 kertolasku

 jakolasku

**Potenssi**

 *n* tekijää, *a* = kantaluku, *n* = eksponentti

 *a* ≠ 0, 00 ei ole määritelty

 *a* ≠ 0

 *a* ≠ 0

Laskusääntöjä

 samankantaisten potenssien tulo

 samankantaisten potenssien osamäärä

 tulon potenssi

 osamäärän potenssi

 potenssin potenssi

**Polynomin jakaminen tekijöihin**

 yhteinen tekijä

 ryhmittely

 muistikaavat



**Neliöjuuri**

Jos  (pätee myös toisinpäin).

Laskusääntöjä









**Lukujonot**

Aritmeettinen lukujono

*d* = *a2* – *a1* erotusluku

 yleinen termi

Geometrinen lukujono

 suhdeluku

 yleinen termi

**Toisen asteen yhtälö**

Normaalimuoto 

Ratkaisukaava: 

Paraabelin aukamissuunta ja muoto:

* + Jos *a* > 0, paraabeli aukeaa ylöspäin.
  + Jos *a* < 0, paraabeli aukeaa alaspäin.
  + Jos  on pieni, paraabeli on leveä.
  + Jos  on suuri, paraabeli on kapea.

Vaillinaiset toisen asteen yhtälöt

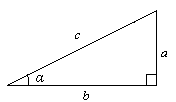
Yhtälön  ratkaisujen määrä riippuu vakiosta *c*:

* + *c* < 0: kaksi ratkaisua, ratkaisut toistensa vastalukuja
  + *c* = 0: ainoa ratkaisu *x* = 0
  + *c* > 0: ei ratkaisua

Yhtälön  ratkaisut:

* + aina kaksi ratkaisua, toinen on aina *x* = 0

**Suorakulmaisen kolmion trigonometria**



 (Pythagoraan lause)



Trigonometriset funktiot

, , 

**Suora**

Pisteiden ja  kautta kulkevan suoran kulmakerroin:



Suora on

* nouseva, jos *k* > 0
* laskeva, jos *k* < 0
* *x*-akselin suuntainen, jos *k* = 0
* *y*-akselin suuntainen, jos *k*:ta ei voida määrittää.

Tarkastellaan suoria *s1* ja *s2*, joiden kulmakertoimet ovat *k*1 ja *k*2.

* Suorat ovat yhdensuuntaiset eli , jos  tai suorat ovat *y*-akselin suuntaiset.
* Suorat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan eli, jos  tai toinen suora on *x*-akselin ja toinen *y*-akselin suuntainen.

Suoran yhtälön yleinen muoto:



Suoran yhtälön ratkaistu muoto:

, missä *k* on kulmakerroin ja *b* vakiotermi (suoran ja *y*-akselin leikkauspisteen *y*-koordinaatti).

*x*- akselin suuntaisen suoran yhtälö:

, missä *t* on suoran ja *y*-akselin leikkauspisteen *y*-koordinaatti

*y*-akselin suuntaisen suoran yhtälö:

, missä *u* on suoran ja *x*-akselin leikkauspisteen *x*-koordinaatti

**Tasokuvioita**

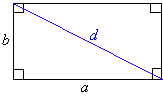
Neliö



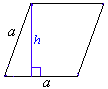


Suorakulmio



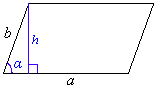


Neljäkäs



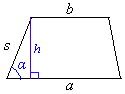


Suunnikas





Puolisuunnikas





Kolmio





Ympyrä

****



Sektori



 (kaaren pituus)



**Avaruuskappaleita**

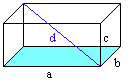
Kuutio



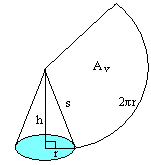


Suorakulmainen särmiö



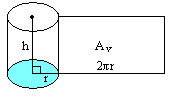


Suora ympyräkartio





Suora ympyrälieriö





Pallo





**π:n likiarvo 500 ensimmäisen desimaalin tarkkuudella**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3, | 14159 | 26535 | 89793 | 23846 | 26433 | 83279 | 50288 | 41971 | 69399 | 37510 |
|  | 58209 | 74944 | 59230 | 78164 | 06286 | 20899 | 86280 | 34825 | 34211 | 70679 |
|  | 82148 | 08651 | 32823 | 06647 | 09384 | 46095 | 50582 | 23172 | 53594 | 08128 |
|  | 48111 | 74502 | 84102 | 70193 | 85211 | 05559 | 64462 | 29489 | 54930 | 38196 |
|  | 44288 | 10975 | 66593 | 34461 | 28475 | 64823 | 37867 | 83165 | 27120 | 19091 |
|  | 45648 | 56692 | 34603 | 48610 | 45432 | 66482 | 13393 | 60726 | 02491 | 41273 |
|  | 72456 | 70066 | 06315 | 58817 | 48815 | 20920 | 96282 | 92540 | 91715 | 36436 |
|  | 78925 | 90360 | 01133 | 05305 | 48820 | 46652 | 13841 | 46951 | 94151 | 16094 |
|  | 33057 | 27036 | 57595 | 91953 | 09218 | 61173 | 81932 | 61179 | 31051 | 18548 |
|  | 07446 | 23799 | 62749 | 56735 | 188857 | 52724 | 89122 | 79381 | 83011 | 94912 |

**Tilastomatematiikka**

**Keskilukuja**

keskiarvo 

painotettu keskiarvo , missä *q*1,*q*2,...,*q*n  ovat painokertoimia

Moodi eli tyyppiarvo tarkoittaa yleisintä, useimmin esiintyvää muuttujan arvoa.

Mediaani tarkoittaa keskimmäistä arvoa (tai kahden keskimmäisen arvon keskiarvoa), kun aineisto on järjestetty suuruusjärjestykseen.

**Hajontalukuja**

Keskihajonta ilmoittaa, kuinka kaukana muuttujan arvot ovat keskimäärin keskiarvosta.

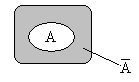
Vaihteluvälikertoo millä välillä havainnot vaihtelevat.

Vaihteluvälin pituus on muuttujan suurimman ja pienimmän arvon erotus.

**Todennäköisyyslaskenta**

Klassinen todennäköisyys 

Vastatapahtuman todennäköisyys 

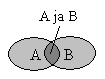


Yhteenlaskusääntö

Kun A ja B erillisiä tapauksia 



Kun A ja B eivät ole erillisiä 



Kertolaskusääntö

Kun A ja B ovat riippumattomia 

Kun A ja B ovat riippuvia (yleinen kertosääntö) 

**SI-järjestelmä**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Kerrannaisyksiköiden etuliitteet** | | | | | |
| **Nimi** | **Tunnus** | **Kerroin** | **Nimi** | **Tunnus** | **Kerroin** |
| eksa | E | 1018 | desi | d | 10-1 |
| peta | P | 1015 | sentti | c | 10-2 |
| tera | T | 1012 | milli | m | 10-3 |
| giga | G | 109 | mikro | μ | 10-6 |
| mega | M | 106 | nano | n | 10-9 |
| kilo | k | 103 | piko | p | 10-12 |
| hehto | h | 102 | femto | f | 10-15 |
| deka | da | 101 | atto | a | 10-18 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Lisäyksiköitä** | | | |
| **Suure** | **Yksikkö** | **Tunnus** | **Vastaavuus** |
| aika | minuutti | min | 1 min = 60 s |
| tunti | h | 1 h = 60 min |
| vuorokausi | d | 1 d = 24 h |
| vuosi | a | 1 a ≈ 365 d |
| tasokulma | aste | ˚ | 1˚ = 60′ |
| minuutti | ′ | 1′ = 60″ |
| sekunti | ″ |  |
| tilavuus | litra | l | 1 l = 1 dm3 |
| massa | tonni | t | 1 t = 1000 kg |
| atomimassayksikkö | u | 1 u = 1,6605402·10-27 kg |
| pituus | tähtitieteellinen yksikkö | AU | 1 AU = 0,1495979·1012 m |
| parsek | pc | 1 pc = 30,85678·1015 m |

|  |  |
| --- | --- |
| **Muuntokertoimia** | |
| **Pituus** | 1″ = 1 in = 1 tuuma = 25,40 mm |
| 1′ = 1 ft = 1 jalka = 0,3048 m |
| 1 yd = 1 jaardi = 0,9144 m |
| 1 mi = 1 maili = 1,609344 km |
| 1 mpk = 1 M = 1 meripeninkulma = 1852 m |
| 1 vv = 1 valovuosi = 9,46055·1015 m |
| 1 AU = tähtitieteellinen yksikkö = 149,5979·109 m |
| **Massa** | 1 ka = 1 karaatti = 0,2 g |
| 1 u = 1,6605402·10-27 kg |
| 1 lb = 1 naula = 0,4536 kg |
| 1 oz = 1 unssi =28,35 g |
| **Tasokulma** | 1˚ = 2π/360 rad |
| **Pinta-ala** | 1 b = 1 barn = 10-28 m2 |
| 1 acre = 1 eekkeri = 4,0469·103 m2 |
| **Tilavuus** | 1 l = 1 dm3 = 0,001 m3 |
| 1 bbl = 1 barreli = 0,1589873 m3 |
| 1 gal = 1 gallona (UK) = 4,546092 l |
| 1 gal = 1 gallona (US) = 3,785412 l |
| **Nopeus** | 1 solmu = 1 mpk/h = 1,852 km/h = 0,5144 m/s |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Luonnonvakioita** | | |
| **Nimi** | **Tunnus** | **Lukuarvo ja yksikkö** |
| putoamiskiihtyvyys | *g* | 9,80665 m/s2 |
| valon nopeus | *c* | 2,99792458·108 m/s |
| elektronin massa | *me* | 9,1093897·10-31 kg |
| protonin massa | *mp* | 1,6726231·10-27 kg |
| neutronin massa | *mn* | 1,6749286·10-27 kg |