

Стратегия решений задач по асимптотике

0. Постановка задачи: доказать, что $f(n) = \Theta(g(n))$

1. Вначале написать, что мы хотим доказать (т.е. написать неравенство)

2. Найти n_0 , c_1 и c_2

Пример: докажите, что

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n = \Theta(n^2)$$

*интуитивно ясно, но нужно
доказать формально*

Мы хотим доказать, что:

$$c_1 \times n^2 \leq \frac{1}{2}n^2 - 3n \leq c_2 \times n^2$$

Разделим все части на n^2 :

для $\forall n \geq n_0$

$$c_1 \leq \frac{1}{2} - \frac{3}{n} \leq c_2$$

Решение:

$$c_1 = \frac{1}{14}, c_2 = \frac{1}{2}, n_0 = 7$$

Стратегия решений задач по асимптотике

0. Постановка задачи: доказать, что $f(n) = \Theta(g(n))$

1. Вначале написать, что мы хотим доказать (т.е. написать неравенство)

2. Найти n_0 , c_1 и c_2

Пример: докажите, что

$$6n^3 \neq \Theta(n^2)$$

*интуитивно ясно, но нужно
доказать формально –
«от обратного»*

Если утверждение истинно, то $\exists c_2, n_0$:

$$6n^3 \leq c_2 \times n^2$$

для $\forall n \geq n_0$

Из этого следует, что (разделив на n^2):

$$n \leq \frac{c_2}{6}$$

для $\forall n \geq n_0$

Невозможно подобрать такое c_2

Задача решена.