Estatística e Probabilidades

Lista 02

Entrega em 20/08/2020

Para todas as questões, a construção do resultado (através dos cálculos, explicações, comentários, etc.) deve ser apresentada. Respostas sem esse tipo de justificativa **não** serão pontuadas.

A questão de *desafio* vale dois pontos extras na primeira prova (limitado ao valor máximo da avaliação) para o(a) **primeiro(a)** aluno(a) que submeter a solução correta. Por fim, o nível de dificuldade desse tipo de questão **não** será repetido na prova. Fiquem tranquilos!

Exercício 0.1. Considere um teste para um determinado tipo de doença tal que 95% dos doentes reagem positivamente à avaliação; enquanto que 3% dos indivíduos testados e que não apresentam a doença também têm resultado positivo. Além disso, sabe-se que apenas 1% da população possui a doença. Nesse cenário, um indivíduo, escolhido ao acaso, realizou o teste e obteve resultado positivo. Sobre essa pessoa, qual a probabilidade de que ele(a) esteja, de fato, doente?

Exercício 0.2 (James, Barry R. Probabilidade: um curso em nível intermediário). Pedro quer enviar uma carta a Maria. A probabilidade de que Pedro escreva a carta é de 0.8. A probabilidade de que os Correios não a perca é de 0.9. A probabilidade de que os Correios entregue a carta é de 0.9. Dado que Maria não recebeu a carta, qual a probabilidade condicional de que Pedro não a tenha escrito?

Exercício 0.3. Considere um experimento aleatório que sorteia, de maneira uniforme, um número inteiro conjunto $\{1, 2, \dots, 9, 10\}$. Seja X a variável aleatória que indica o número sorteado e Y a variável aleatória que indica a quantidade de divisores que o número sorteado possui. Nesse caso,

- (a) Determine $f_X(x)$ e $f_Y(y)$; isto é, a função (massa) de probabilidade de X e Y, respectivamente;
- (b) Determine $F_X(x)$ e $F_Y(y)$; isto é, a função de distribuição acumulada de X e Y, respectivamente;

- (c) Calcule $F_X(5)$ e $F_Y(2)$; isto é, $\mathbb{P}(X \leq 5)$ e $\mathbb{P}(Y \leq 2)$, respectivamente; e
- (d) Faça o esboço do gráfico de $F_Y(y)$.

Desafio 0.1 (O problema de *Monty Hall*). Suponha que um convidado está em um programa de televisão e deve escolher entre três portas (A, B e C), uma das quais esconde (de maneira *uniforme*) um automóvel e as outras duas escondem dois bodes (um em cada porta). O convidado escolhe uma das portas. Em seguida, o apresentador, que sabe o que as portas escondem, abre uma das duas portas restantes — revelando um bode. Então ele pergunta ao convidado: "*Você quer trocar de porta?*". O problema é: é vantajoso para o convidado trocar sua escolha? Se o fizer, qual sua probabilidade de ganhar o automóvel?