

# *Estatística e Probabilidades*

## Lista 03

Entrega em 27/08/2020

Para todas as questões, a construção do resultado (através dos cálculos, explicações, comentários, etc.) deve ser apresentada. Respostas sem esse tipo de justificativa **não** serão pontuadas.

**Exercício 0.1** (James, Barry R. *Probabilidade: um curso em nível intermediário*). Um jogador vai lançar uma moeda honesta. Ele para depois de jogar ou duas caras sucessivas ou duas coroas sucessivas. Qual a esperança do número de lançamentos?

**Sugestão:** Para resolver essa questão, lembre-se de que, sobre séries de potências,

1. Se  $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n x^n$  tiver raio de convergência  $r > 0$ , então  $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n x^n$  é diferenciável em  $(-r, r)$  e vale que  $f'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot c_n x^{n-1}$ ; e
2.  $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ , para  $|x| < 1$ .

**Exercício 0.2.** Mostre que se a variável aleatória  $X$  tem distribuição geométrica com parâmetro  $p$ ; isto é, se  $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x) = (1 - p)^{x-1} p$ , com  $x \in \{1, 2, \dots\}$ , então  $X$  tem a propriedade de “*perda de memória*”. Em outras palavras, mostre que  $\mathbb{P}(X > s + t | X > t) = \mathbb{P}(X > s)$ , para  $s, t$  números inteiros não-negativos.

**Sugestão:** Determine  $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$  e veja que  $\mathbb{P}(X > x) = 1 - F_X(x)$ . Para isso, note que a soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica com primeiro termo  $a$  e razão  $r$  é dada por  $S_n(a, r) = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ .

**Exercício 0.3.** João trabalha com vendas por telefone. A probabilidade de ele conseguir efetuar uma venda em um primeiro contato com o cliente (isto é, de ele ter *sucesso*) é de

0.4. Dado que as ligações são independentes, determine:

- (a) Qual a probabilidade de ele ter tido exatamente 5 fracassos antes de conseguir sua segunda ligação de sucesso?
- (b) Qual a probabilidade de ele ter tido menos que 5 fracassos antes de conseguir sua segunda ligação de sucesso?