

## الأعداد المركبة

العدد التخيلي **ت** هو العدد الذي مربعه يساوي ١-

$$ت^2 = ١- \leftarrow ت = \sqrt{١-}$$

أمثلة

$$ت^٢ = \sqrt{٤-}$$

$$ت^٣ = \sqrt{٩-}$$

$$ت^٢\sqrt{٢} = \sqrt{٢-}$$

$$\sqrt{٧}ت = \sqrt{٧-}$$

القوي الصحيحة للعدد ت

ت

$$ت^٠ = ت \times ت^٤ = ت \times ١ = ت$$

$$ت^٢ = ١-$$

$$ت^٦ = ت^٢ \times ت^٤ = ١- \times ١ = ١-$$

$$ت^٣ = ت^٢ \times ت = ١- \times ت = -ت$$

$$ت^٧ = ت^٣ \times ت^٤ = -ت \times ١ = -ت$$

$$ت^٤ = ت^٢ \times ت^٢ = ١- \times ١- = ١$$

$$ت^٨ = ت^٤ \times ت^٤ = ١ \times ١ = ١$$

العدد المركب	الجزء الحقيقي	الجزء التخيلي
ت <sup>٢</sup> +ت <sup>٣</sup>	٢	ت <sup>٣</sup>
ت <sup>٤</sup> -	صفر	ت <sup>٤</sup> -
٥	٥	صفر
ت <sup>٥</sup> +٠	صفر	ت <sup>٥</sup> -
١+ت <sup>٧</sup> -	١	ت <sup>٧</sup> -

حل المعادلة ٣ س<sup>٢</sup>+٢٧ = صفر

$$٩- = \frac{-٢٧}{٣} \pm \sqrt{\frac{٢٧^2}{٣^2}}$$

$$س = \sqrt{٩-} \pm ٣ ت$$

$$م. ح = \{ت^٣-, ت^٣\}$$

حل المعادلة  $س^3 + ١٢ = ٠$  صفر

$$س^3 = -١٢ \Rightarrow س = \sqrt[3]{-١٢}$$

$$س = \sqrt[3]{-١٢} = -\sqrt[3]{١٢}$$

$$م. ح = \{-٢, ٢\}$$

تساوي عددين مركبين

أوجد قيمة س، ص التي تحقق

$$(س + ١) + ٤ص = ١٢ - ٥$$

$$٣ - ٤ص = \frac{١٢}{٤}$$

$$٥ = ١ + س^٢$$

$$١ - ٥ = س^٢$$

$$٢ = \frac{٤}{٢} = س$$

العمليات على الأعداد المركبة

$$(٢ + ٣ت) + (١ - ٤ت)$$

$$= ٢ + ٣ت + ١ - ٤ت =$$

$$= ٣ - ت$$

$$(٢ + ٣ت) - (١ - ٤ت)$$

$$= ٢ + ٣ت - ١ + ٤ت =$$

$$= ١ + ٧ت$$

العدد التخيلي **ت** هو العدد الذي هـ

$$١ - \sqrt{-١} = ت \leftarrow ١ - ٢ = ت^2$$

$$(٢ + ٣ت)(١ - ٤ت) = ٢ - ٨ت + ٣ - ١٢ت^٢ =$$

$$= ١٢ - ٢ + ٣ - ٨ت =$$

$$= ١٠ - ٨ت = ٥ - ٤ت$$

$$\frac{(2t+3)(2t-3)}{1-\cancel{t+1}-\cancel{t+1}t-\cancel{t+1}t^2}$$

$$13=9+4 \quad \text{عدد حقيقي}$$

العدد المركب	مرافقه	حاصل الضرب
$2t+3$	$2t-3$	$9-4t^2 = 9+4 = 13$
$-1-t$	$-1+t$	$1-t^2 = 1-(1-)= 2$
$-t+1$	$t+1$	$-t^2+1 = 1+(1-)= 2$
$5$	$5$	$25$
$-2t$	$2t$	$-4t^2 = -4 \times 1 = -4$

ملحوظة

العدد المركب  $\times$  مرافقه = عدد حقيقي

$$\frac{5}{2t+3} \text{ ضع في أبسط صورة}$$

نضرب في مرافقه المقام  $2t-3$  بسطا ومقاما

$$\frac{5(2t-3)}{9-4t^2} = \frac{2t-3}{2t-3} \times \frac{5}{2t+3}$$

$$\frac{5(2t-3)}{9+4} =$$

$$\frac{10t-15}{13} =$$

$$= \frac{10}{13}t - \frac{15}{13}$$

ضع على صورة أ + ب ت

$$(1+2t)(2+3t+4t^2)$$

$$= 2+3t+4t^2+4t+6t^2+8t^3+8t^2+12t^3+16t^4$$

$$= 2+8t+16t^2+20t^3+8t^4$$

$$= 4+(t-8)+8t$$

$$= 4+7t$$

## تحديد نوع جزري للمعادلة التربيعية

المعادلة التربيعية في متغير واحد تكون على صورة

$$أ س^2 + ب س + ج = \text{صفر}$$

حيث أ ≠ صفر، أ، ب، ج = ح

يكون حلها باستخدام: (1) التحليل

(2) القانون العام

القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أ ج}}{2أ}$$

المميز =  $ب^2 - 4أ ج$  ← موجب ← الجزران حقيقيان مختلفان

(أكبر من صفر)

← سالب ← الجزران مركبان مترافقان

(أصغر من صفر)

← صفر ← جزران حقيقيان متساويان

(جزر مكرر)

بين نوع جزري المعادلة

$$س^2 - س + 1 = \text{صفر}$$

$$أ = 1, ب = -1, ج = 1$$

$$\text{المميز} = ب^2 - 4أج$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 =$$

$$= 1 - 4 = -3 < \text{صفر}$$

الجزران مركبان مترافقان

$$س^3 + 10س^2 - 4س = \text{صفر}$$

$$أ = 3, ب = 10, ج = -4$$

$$\text{المميز} = ب^2 - 4أج$$

$$= 10^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 100 - 4 \times 3 \times (-4) =$$

$$= 148 > \text{صفر}$$

الجزران حقيقيان مختلفان

$$س^2 - 10س + 25 = \text{صفر}$$

$$أ = 1, ب = -10, ج = 25$$

$$\text{المميز} = ب^2 - 4أج$$

$$= (-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 100 - 4 \times 1 \times 25 = 0$$

الجزران حقيقيان متساوية (جزر مكرر)

أوجد قيمة ك إذا كان جزر المعادلة

$$س^2 + ٤س + ك = ٠ \text{ حقيقيان مختلفين}$$

أ = ١، ب = ٤، ج = ك

المميز = ب<sup>٢</sup> - ٤أ ج < صفر

$$٤ = ٤ - ٤ \times ١ \times ك < \text{صفر}$$
$$١٦ - ٤ك < \text{صفر}$$
$$\frac{-١٦}{-٤} < \frac{ك}{-٤}$$
$$٤ < ك$$

∴ ك ∈ [٤، ∞]

ك س<sup>٢</sup> - ٨س + ١٦ = ٠ مركبين غير حقيقيين

أ = ك، ب = -٨، ج = ١٦

المميز = ب<sup>٢</sup> - ٤أ ج > صفر

$$= (-٨) - ٤ \times ك \times ١٦ > \text{صفر}$$
$$= ٦٤ - ٦٤ك > \text{صفر}$$
$$= ٦٤ - ٦٤ك > ٠$$
$$\frac{-٦٤}{-٦٤} > \frac{ك}{-٦٤}$$
$$١ > ك$$

∴ ك ∈ ]١، ∞ -]

$$\text{س}^2 - \text{ك} \text{ س} + ١٦ = ٠ \text{ متساويان}$$

$$\text{أ} = ١, \text{ب} = \text{ك}, \text{ج} = ١٦$$

بما أن الجزران متساويان

$$\text{المميز} = \text{ب}^2 - ٤ \text{ أ ج} = \text{صفر}$$

$$= (-\text{ك})^2 - ٤ \times ١ \times ١٦ = \text{صفر}$$

$$= (-\text{ك})^2 - ٦٤ = \text{صفر}$$

$$\text{ك}^2 = ٦٤$$

$$\text{ك} = \pm \sqrt{٦٤} = \pm ٨$$

## العلاقة بين جزري المعادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها

إذا كان ل، م جزري المعادلة

$$\text{أ س}^2 + \text{ب س} + \text{ج} = \text{صفر}$$

فإن

$$\frac{\text{مجموع الجزرين} = - \text{معامل س}}{\text{معامل س}^2}$$

$$\therefore \frac{\text{ل} + \text{م} = - \text{ب}}{\text{أ}}$$

$$\frac{\text{حاصل ضرب الجزرين} = \text{الحد المطاق}}{\text{معامل س}^2}$$

$$\therefore \frac{\text{ل م} = \text{ج}}{\text{أ}}$$

إذا كان حاصل ضرب جزري المعادلة  $3س^2 + 10س - ج = 0$  صفر هو  $-\frac{8}{3}$  فأوجد قيمة ج

$$\frac{3}{2} = \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}^2} = \text{حاصل ضرب الجزري}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{-ج}{2} =$$

$$ج = -\frac{8}{3} =$$

$$ج = 8$$

إذا كان مجموع جزري المعادلة  $2س^2 + بس - 5 = 0$  صفر هو  $-\frac{3}{2}$  فأوجد قيمة ب

$$\frac{3}{2} = \frac{\text{معامل س}^2}{\text{معامل س}} = \text{مجموع الجزرين}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{-ب}{2} =$$

$$ب = -\frac{3}{2} =$$

$$ب = 3$$