一、实验目的

1. 掌握抽样定理，验证抽样定理；
2. 掌握利用$Matlab$完成信号抽样的方法，并对抽样信号的频谱进行分析；
3. 了解运用$Matlab$对抽样信号进行恢复的方法。

二、实验原理

略，见指导文档文档

三、实验设备（环境）

操作系统$Windows 11/10/9/8/7$
编程软件：推荐$Matlab$，版本不低于2016版本。

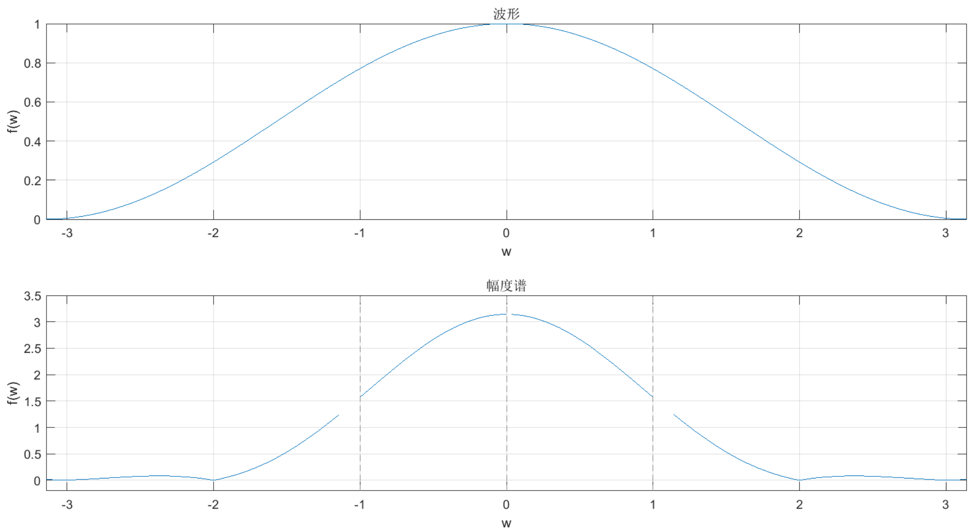
四、实验内容

实验1：抽样定理验证实验

已知连续信号为$f(t)=0.5(1+\cos t), -\pi \le t \le \pi.$

1.1 绘制$f(t)$时域波形和频谱

波形和频谱图



源代码

```
clc;
dt=1e-3;
t=-10:dt:10;
ft=0.5*(1+cos(t));
syms x w   ;
f=@(x) sin(pi*x)/(x*(1-x^2));
fw=abs(f(w));
```

```
subplot(211),
plot(t,ft),grid on
axis([-pi pi 0 1])
xlabel('w'),ylabel('f(w)')
title('波形');
subplot(212),
fplot(fw),grid on
axis([-pi pi -0.2 3.5])
xlabel('w'),ylabel('f(w)')
title('幅度谱');
```

1.2 分别绘制抽样间隔为$0.5s$、$1s$、$2s$时的抽样信号的时域波形和频谱

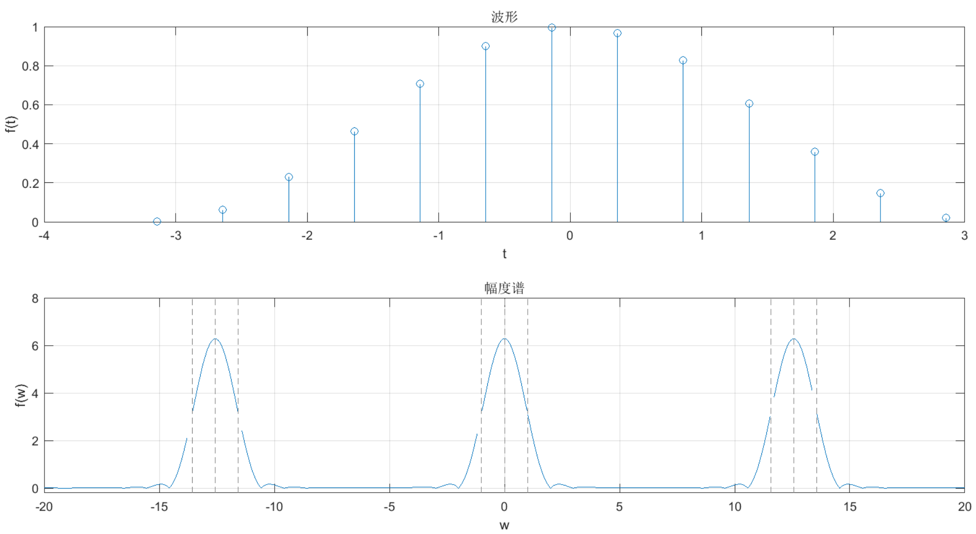
由$f(t)$傅里叶变换$F(j\omega)=\frac{8\pi^2\sin(T\omega/2)}{\omega(4\pi^2-T^2\omega^2)}=\frac{\sin\pi\omega}{\omega(1-\omega^2)}$,及抽样函数公式$F_\delta(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F[j(\omega-k\omega_s)]$

1.2.1 间隔$0.5s$

抽样周期$T=0.5s$，抽样频率$\omega_s=\frac{2\pi}{T}=4\pi$,抽样频谱为$F_\delta(j\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F[j(\omega-4\pi k)]$.

取$k=0,\pm1,\pm2,\pm3$,得:

波形和频谱图



源代码

```
clc;
n=-pi:0.5:pi;
Y=0.5*(1+cos(n));
syms x w   ;
f=@(x) 2*sin(pi*x)/(x*(1-x^2));
X=0;
for k = -3:3
    X = X + f(w+4*pi*k);
```

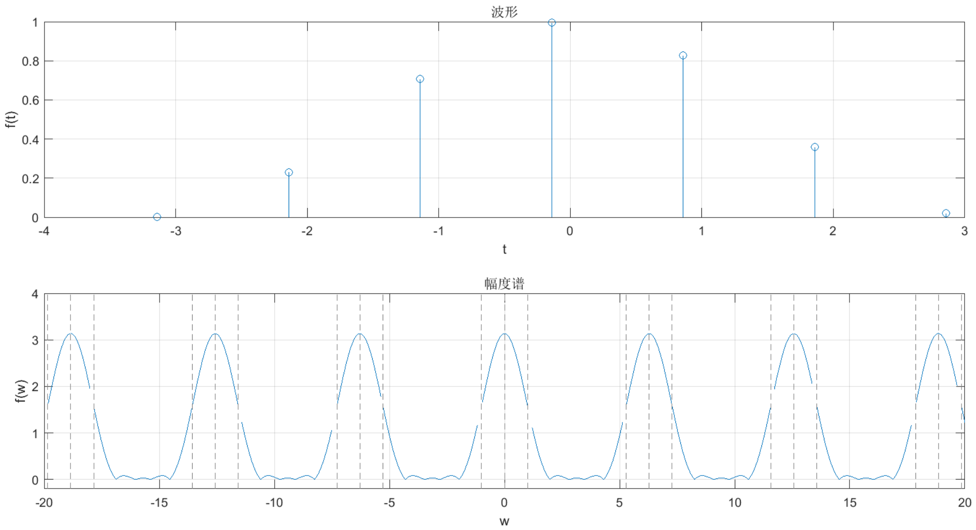
```
end
fw=abs(X);

subplot(211),
stem(n,Y);
grid on
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('波形');

subplot(212),
fplot(fw,[-20,20]),grid on
axis([-20 20 -0.2 8])
xlabel('w'),ylabel('f(w)')
title('幅度谱');
```

1.2.2 间隔$1s$

抽样周期$T=1s$，抽样频率$\omega_s=\frac{2\pi}{T}=2\pi$,抽样频谱为$F_\delta(j\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F[j(\omega-2\pi k)]$.

取$k=0,\pm1,\pm2,\pm3$,得:

波形和频谱图



源代码

```
clc;
n=-pi:1:pi;
Y=0.5*(1+cos(n));
syms x w   ;
f=@(x) sin(pi*x)/(x*(1-x^2));
X=0;
for k = -3:3
    X = X + f(w+2*pi*k);
end
fw=abs(X);

subplot(211),
```

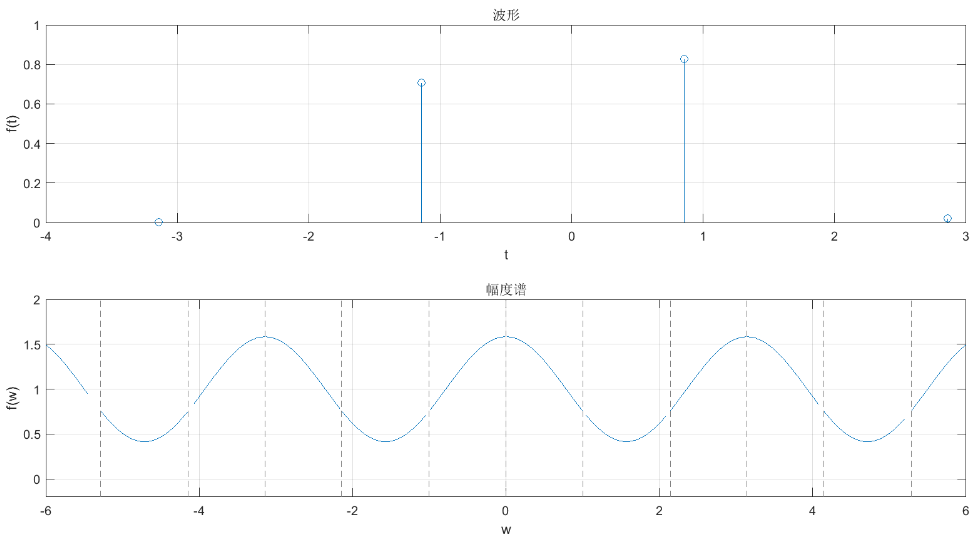
```
stem(n,Y);
grid on
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('波形');

subplot(212),
fplot(fw,[-20,20]),grid on
axis([-20 20 -0.2 4])
xlabel('w'),ylabel('f(w)')
title('幅度谱');
```

1.2.3 间隔$2s$

抽样周期$T=2s$，抽样频率$\omega_s=\frac{2\pi}{T}=\pi$,抽样频谱为$F_\delta(j\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F[j(\omega-\pi k)]$.

取$k=0,\pm1,\pm2,\pm3$,得:

波形和频谱图



源代码

```
clc;
n=-pi:2:pi;
Y=0.5*(1+cos(n));
syms x w   ;
f=@(x) sin(pi*x)/(x*(1-x^2));
X=0;
for k = -3:3
    X = X + 0.5*f(w+pi*k);
end
fw=abs(X);

subplot(211),
stem(n,Y);
grid on
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('波形');
```

```
subplot(212),
fplot(fw,[-20,20]),grid on
axis([-6 6 -0.2 2])
xlabel('w'),ylabel('f(w)')
title('幅度谱');
```

1.3 观察抽样信号的频谱混叠程度，总结实验现象，验证抽样定理

该系统理想抽样后相邻频谱不发生重叠，当且仅当抽样频率$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} \geq 2\omega_s = 4$，即$T_s \leq \frac{\pi}{2} \approx 1.57$。因此当抽样间隔为$0.5s$和$1s$时应不重叠，抽样间隔为$2s$时应发生重叠。由图像可验证，当抽样时间间隔$T_s = 0.5s, 1s$时，抽样后的频谱图像未发生重叠，而当$T_s = 2s$时，相邻的频谱周期发生了混叠。因此抽样定理正确。

实验2：信号恢复实验

2.1

对实验1中的信号，观察到$\omega_m = 2$。对于抽样之后的信号，采用截止频率为$\omega_c = 1.2\omega_m$的$ILPF$进行信号恢复。

问题：画出三种抽样间隔下抽样信号通过$ILPF$后的信号时域波形图；绘制三种抽样间隔下的恢复信号与原信号的绝对误差图，观察并总结抽样间隔对于信号恢复过程的影响。

理论上，在抽样频率约束下，将抽样信号通过一个截止频率为ω_c、增益为T的理想低通滤波器（Ideal Low-Pass Filter, $ILPF$)，可以不失真的恢复出原信号，通过$ILPF$后的输出为：

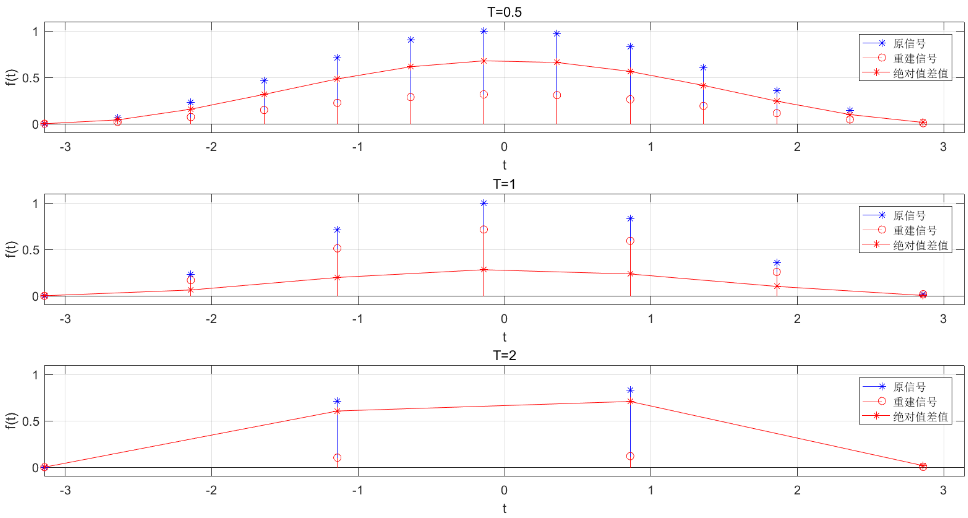
$$f(t) = T\frac{\omega_c}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\mathrm{Sa}(\omega_c(t-kT))$$

将条件$\omega_c = 1.2\omega_m = 2.4$带入，得

$$f(t) = T\frac{2.4}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\mathrm{Sa}(2.4*(t-kT))$$

绘图如下：

波形图



源代码

```
clc;
syms x    ;
f=@(x) 0.5*(1+cos(x));
X1=0;X2=0;X3=0;
n1=-pi:0.5:pi;
n2=-pi:1:pi;
n3=-pi:2:pi;

for k = -100:100
    X1 = X1+(1.2/pi)*f(0.5*k).*sinc(2.4*(n1-0.5*k));
    X2 = X2+(2.4/pi)*f(k).*sinc(2.4*(n2-k));
    X3 = X3+(4.8/pi)*f(2*k).*sinc(2.4*(n3-2*k));
end

subplot(311),
Y=0.5*(1+cos(n1));
stem(n1,Y,'-*b');
hold on
stem(n1,X1,'-or');
hold on
plot(n1,abs(Y-X1),'-*r');
grid on
axis([-pi pi -0.1 1.1])
legend('原信号','重建信号','绝对值差值')
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('T=0.5');

subplot(312),
Y=0.5*(1+cos(n2));
stem(n2,Y,'-*b');
hold on
stem(n2,X2,'-or');
hold on
plot(n2,abs(Y-X2),'-*r');
grid on
axis([-pi pi -0.1 1.1])
legend('原信号','重建信号','绝对值差值')
```

```
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('T=1');

subplot(313),
Y=0.5*(1+cos(n3));
stem(n3,Y,'-*b');
hold on
stem(n3,X3,'-or');
hold on
plot(n3,abs(Y-X3),'-*r');
grid on
axis([-pi pi -0.1 1.1])
legend('原信号','重建信号','绝对值差值')
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('T=2');
```

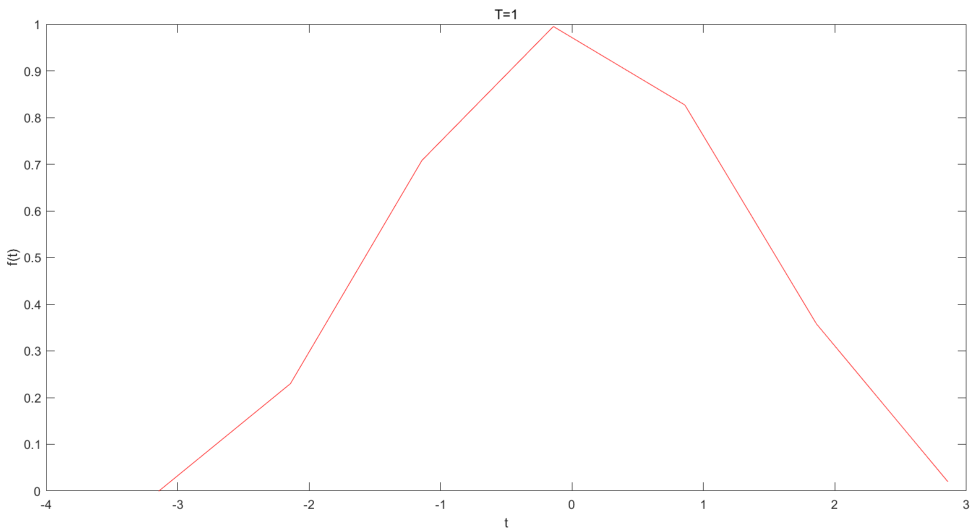
对于信号恢复过程的影响(结论):

由差值图可知，当抽样间隔越小，其重建函数与原函数之间的误差越小。

2.2

对实验1中的信号，绘制抽样间隔为$1s$下的抽样信号经过DAC一阶保持器后的恢复信号时域波形，体会一阶保持器的基本原理和作用。

波形图



源代码

```
clc;
x=-pi:pi;
Y=0.5*(1+cos(x));
xx=-pi:1:pi;
Y1=interp1(x,Y,xx,'linear');
plot(xx,Y1,'r')
xlabel('t'),ylabel('f(t)')
title('T=1');
```

五、实验体会、感悟和总结

本次实验内容较前两次少，学会了$Matlab$绘制离散抽样信号的波形、频谱图像和信号的恢复。主要问题在于$Matlab$使用仍不熟练，具体表现为实验2.1花费了大量时间在将数学公式转换为$Matlab$代码并让其正确运行上，下次希望尝试使用其他高级语言（如$python$）完成实验。