

MCM daily

Yunlong Cheng

2019 年 7 月 6 日

1 model learning

1.1 马尔萨斯-指数增长模型

1. 背景: 今年人口 x_0 , 年增长率 r , 预测 k 年后人口。
2. 计算公式: $x_k = x_0(1 + r)^k$.
3. 推导:
 - 基本假设: 人口相对增长率 r 是常数。

$$\frac{dx}{dt} = rx$$

$$x(0) = x_0$$

$$x(t) = x_0 e^{rt}$$

$$x(t) = x_0(e^r)^t \approx x_0(1 + r)^t$$

1.2 阻滞增长模型 (Logistic 模型)

1. 背景: 人口增长到一定程度后, 增长率会下降。
2. 假设:
 - $r(x) = r - sx$ ($r, s > 0$), r 为与 x 有关的固有增长率。
 - x_m 为最大人口容量, 则有 $r(x_m) = 0$, $s = \frac{r}{x_m}$, $r(x) = r(1 - \frac{x}{x_m})$ 。

3. 推导:

$$\frac{dx}{dt} = r(x)x = rx(1 - \frac{x}{x_m})$$

$$x(t) = \frac{x_m}{1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)e^{-rt}}$$

1.3 线性规划

MATLAB 中的线性规划有标准形式:

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$$

其中 \mathbf{c} 和 \mathbf{x} 为 n 维列向量; \mathbf{b} 为 m 维列向量; \mathbf{A} 为 $m \times n$ 矩阵。

基本函数形式为 `linprog(c, A, b)`, 返回值为向量 x 的值。

`[x,fval] = linprog(c,A,b,Aeq,beq,Lb,Ub,X0,OPTIONS)`

例题:

求解下列线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

解:

见matlab 文件.

表 1: c for this LP problem

c
2
3
-5

2 algorithm learning

none

3 MATLAB 基础使用方法

3.1 创建符号变量

1. 创建符号变量 x 和 y :

```
syms x y % syms can insert many variables.  
% Equals to the next two lines.  
x=sym('x')  
y=sym('y')
```

2. 将 $a + b$ 转化为符号表达式:

```
sys('a+b')
```

3.2 数据读入与读出

- 与 excel 数据交互要安装 Spreadsheet Link，然后改动 excel 加载项。

3.3 数据拟合方法

1. polyfit(X, Y, N): 多项式拟合。
2. polyval(P, xi): 计算多项式的值。
3. fittype: 自定义拟合函数. 示例:

```
f=fittype('a*cos(k*t)*exp(w*t)', 'independent', 't',  
, 'coefficients', {'a', 'k', 'w'});
```

4. fit(x, y, f): 根据自定义拟合函数 f 拟合数据 x, y .