

Evaluation model

Yunlong Cheng

2019 年 7 月 16 日

1 模型概念学习

见此。

2 模型实例分析

2.1 层次分析法 (AHP)

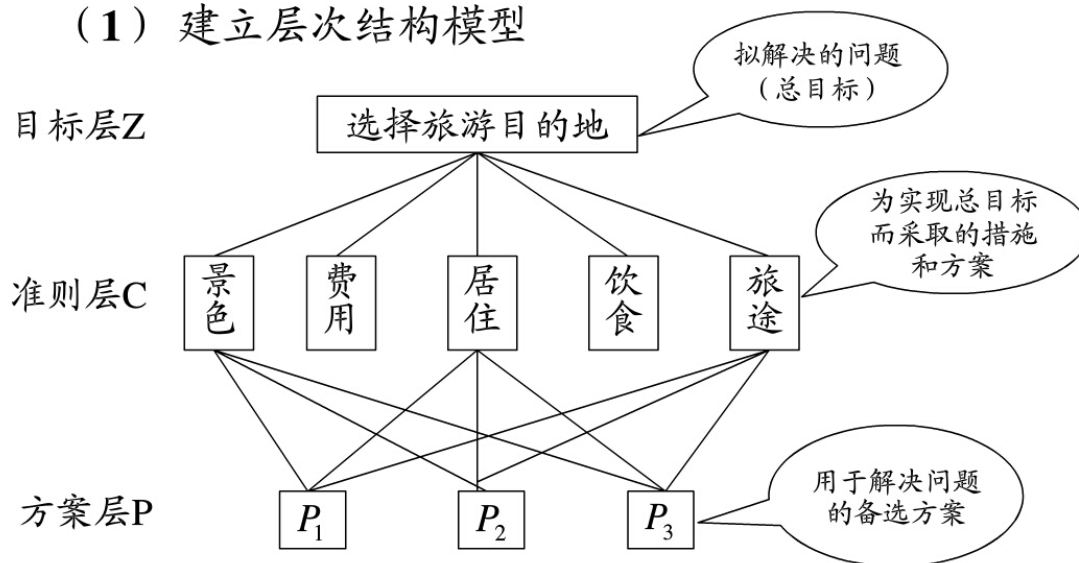
问题：

假期某人想要出去旅游，现有三个目的地（方案）：风光绮丽的杭州（P1）、迷人的北戴河（P2）和山水甲天下的桂林（P3）。假如选择的标准和依据（行动方案准则）有 5 个：景色，费用，饮食，居住和旅途。

解答：

1.

(1) 建立层次结构模型



选择旅游地的层次结构

2. 构造判断矩阵。

选择旅游目的地

	景色	费用	居住	饮食	旅途
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
C ₁	1	1/2	4	3	3
C ₂	2	1	7	5	5
C ₃	1/4	1/7	1	1/2	1/3
C ₄	1/3	1/5	2	1	1
C ₅	1/3	1/5	3	1	1

$A = C_3 \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & 5 \\ 1/4 & 1/7 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/5 & 2 & 1 & 1 \\ 1/3 & 1/5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

图 1: 目标-准则层判断矩阵 (成对比较矩阵)

图二见下。

3. 层次单排序: 对上一层因素而言, 本层次各因素的重要性的排序。

计算方法: 求矩阵 A 的最大特征根与特征向量。其中 $\lambda_{max} = 5.073$ 对应的正规化特征向量为:

$$\omega^{(2)} = (0.263, 0.475, 0.055, 0.099, 0.110)^T$$

4. 一致性检验: $CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{5.073 - 5}{5 - 1} = 0.01825$

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} \text{相对于景色} \\ P_1 \quad P_2 \quad P_3 \\ B_1 = P_1 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1/2 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} &
\begin{array}{c} \text{相对于费用} \\ P_1 \quad P_2 \quad P_3 \\ B_2 = P_1 \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/8 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{array} &
\begin{array}{c} \text{相对于居住} \\ P_1 \quad P_2 \quad P_3 \\ B_3 = P_1 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
\end{array}$$

(a) 方案-景色判断矩阵 (b) 方案-费用判断矩阵 (c) 方案-居住判断矩阵

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} \text{相对于饮食} \\ P_1 \quad P_2 \quad P_3 \\ B_4 = P_1 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1/3 & 1 & 1 \\ 1/4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} &
\begin{array}{c} \text{相对于旅途} \\ P_1 \quad P_2 \quad P_3 \\ B_5 = P_1 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/4 \\ 1 & 1 & 1/4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
\end{array}$$

(d) 方案-饮食判断矩阵 (e) 方案-旅途判断矩阵

图 2: 方案-准则层判断矩阵

查表知平均随机一致性指标 RI , 则

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.01825}{1.12} = 0.016295 < 0.1$$

检验通过。同理第二层一致性检验也通过。

5. 得到的权重举证可以轻易结合到任何模型中去。

2.2 灰色关联分析与评价

问题:

利用灰色关联分析对 6 位教师工作状况进行综合分析。

解答:

1. 分析指标包括: 专业素质、外语水平、教学工作量、科研成果、论文、著作与出勤。
2. 对原始数据经处理后得到以下数值, 见下表:

编号	专业	外语	教学量	科研	论文	著作	出勤
1	8	9	8	7	5	2	9
2	7	8	7	5	7	3	8
3	9	7	9	6	6	4	7
4	6	8	8	8	4	3	6
5	8	6	6	9	8	3	8
6	8	9	5	7	6	4	8

3. 确定参考序列: $\{x_0\} = \{9, 9, 9, 9, 8, 9, 9\}$

4. 计算 $|x_0(k) - x_i(k)|$, 见下表:

编号	专业	外语	教学量	科研	论文	著作	出勤
1	1	0	1	2	3	7	0
2	2	1	2	4	1	6	1
3	0	2	0	3	2	5	2
4	3	1	1	1	4	6	3
5	1	3	3	0	0	6	1
6	1	0	4	2	2	5	1

5. 求最值:

$$\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| = \min(0, 1, 0, 1, 0, 0) = 0$$

$$\max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)| = \max(7, 6, 5, 6, 6, 5) = 7$$

6. 分辨系数 θ 取 0.5, 计算 r_{ij} , 得:

编号							
1	0.778	1.000	0.778	0.636	0.467	0.333	1.000
2	0.636	0.778	0.636	0.467	0.636	0.368	0.778
3	1.000	0.636	1.000	0.538	0.538	0.412	0.636
4	0.538	0.778	0.778	0.778	0.412	0.368	0.538
5	0.778	0.538	0.538	1.000	0.778	0.368	0.778
6	0.778	1.000	0.467	0.636	0.538	0.412	0.778

7. 计算每个人的各指标关联系数的均值:

$$r_{01} = \frac{0.778 + 1.000 + 0.778 + 0.636 + 0.467 + 0.333 + 1.000}{7} = 0.713$$

$$r_{02} = 0.614 \quad r_{03} = 0.680 \quad r_{04} = 0.599 \quad r_{05} = 0.683 \quad r_{06} = 0.658。$$

8. 考虑各指标权重, 比较优劣。