

# MCM daily

Yunlong Cheng

2019 年 7 月 10 日

## 1 高温作业专用服装设计

### 1.1 问题重述

高温作业服共有三层，其中第 1 层和外界环境接触，第 3 层与皮肤之间为第 4 层。解决下列问题：

1. 服装参数由附件 1 给出，针对数据建立数学模型，计算温度分布。
2. 环境温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 、第四层的厚度为  $5.5\text{ mm}$  时，确定第 2 层最优厚度，确保工作 60 分钟，假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟。
3. 当环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$  时，确定第二层和第四层的最优厚度，确保工作 30 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟。

## 2 问题分析与建模

### 2.1 问题分析

1. 问题一：本质就是建立热传导方程，其中要意识到实验室环境和第一层之间以及第四层和皮肤之间存在对流换热。通过给定的温度数据计算相应的

对流换热系数  $h_1, h_2$ 。确定热传导方程组。对  $h_1$  赋值，确定最佳情况的  $h_1$ ，进而确定  $h_2$ 。

2. 问题二：隔热服应该尽可能地轻便，节约材料，而问题二给出了第四层的厚度，实际上就是单变量优化的问题，求第二层的最小厚度。
3. 问题三：该问要考虑第二层和第四层的厚度，是双变量优化问题，但是在现实生活中，第四层不影响研发成本，所以主要优化在于减小第二层的厚度。注意：第三问是判断国赛名次的重要问题，要有自己的创新方法。通过大范围枚举搜索估算两个厚度符合条件的范围，再利用小步长搜索符合条件，得到最优解。

## 2.2 模型建立

### 2.2.1 确立热传导方程

三维等方向均匀介质中的热传导方程为：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{c\rho} q$$

将分层看为无限大平板，并且因为分层中没有热源，所以方程简化为：

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}$$

### 2.2.2 确定边界条件

热量传递主要有三种形式：热传导、对流和热辐射。需要注意的是，实验室与第一层之间、第四层与假人皮肤之间的热量传递方式为对流方式换热。所以各边界条件为：

$$\begin{cases} T_i|_{x=x_i} = T_{i+1}|_{x=x_i} & (i = 1, 2, 3) \\ k_i \frac{\partial T_i}{\partial x}|_{x=x_i} = k_i \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x}|_{x=x_{i+1}} & (i = 1, 2, 3) \\ -k_i \frac{\partial T_1}{\partial x}|_{x=x_0} + h_1 T_1|_{x=x_0} = h_1 T_s & \text{热对流 1} \\ k_4 \frac{\partial T_4}{\partial x}|_{x=x_4} + h_2 T_4|_{x=x_4} = h_2 T_r & \text{热对流 2} \\ x_i = \sum_{j=1}^i d_j & (i = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

## 3 参数求解

### 3.1 模型参数值确定

使用 *Crank – Nicholson* 方法进行数值求得  $h_1$ ，再通过关系式计算得  $h_2$ 。

### 3.2 问题二求解

对附件 1 给定的  $d_2$  取值区间进行步长为  $2mm$  的定步长搜索，确定  $d_2$  大致范围并进一步减小搜索步长和范围，确定最优厚度。

### 3.3 问题三求解

因为第四层为空气层，第二层为材料层，所以只考虑第二层的成本，所以要先使第二层的厚度尽可能薄。之后采取区域搜索策略，找出所有满足条件的  $(d_2, d_4)$  组。

## 4 模型评价

### 4.1 灵敏度分析

考虑到实际生产中做工存在偏差，各分层的厚度可能与预期不同，调整各层的厚度，得到厚度变化对皮肤外侧平衡温度的影响。

然后对对流换热系数  $h_1$  进行调整得到其对第二层最优厚度的影响。

## 4.2 优缺点分析

## 5 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 学习

- 上下标在正上下方:  $\sum_i^j \rightarrow \sum_i^j$
- 微分算符:  $\mathrm{d}t \rightarrow dt$
- 用 `minipage` 命令排列多张图片:



(a) pic1.



(b) pic2.



(c) pic3.



(d) pic4.

图 1: what