

MCM daily

Yunlong Cheng

2019 年 7 月 1 日

1 Model learning

1.1 非线性规划

1.1.1 非线性规划的MATLAB解法

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad f(x) \\ & \text{subject to} \\ & \quad \mathbf{Ax} \leq \mathbf{B} \\ & \quad Aeq \cdot \mathbf{x} = Beq \\ & \quad \mathbf{C}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \quad Ceq(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned}$$

使用命令:

`X = FMINCON(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON,OPTIONS)`

例:

$$\begin{aligned} & \min f(x) = x_1^2 + x_2^2 + 8 \\ & \text{subject to} \\ & \quad x_1^2 - x_2 \geq 0 \\ & \quad -x_1 - x_2^2 + 2 = 0 \\ & \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

解: fun1.m, fun2.m.

1.2 二次规划

目标函数为自变量 x 的二次函数, 约束条件全是线性的。使用命令:

$[X, FVAL] = \text{QUADPROG}(H, f, A, b, Aeq, beq, LB, UB, X0, OPTIONS)$

利用到线性代数中的二次型。

罚函数法

利用不等式构造带参数的增广目标函数, 将问题转化为无约束非线性规划问题。

1.3 整数规划

1.3.1 求解方法

1. 分枝定界法
2. 割平面法
3. 隐枚举法
4. 匈牙利法
5. 蒙特卡洛法

老老实实用LINGO。

1.4 灰色预测与模型

通过对原始数据进行整理, 变成有规律的时间序列数据, 再建立动态模型。常用的数据处理方式有两种: 累加和累减, 通常用累加。

灰色模型中，以灰色系统中单序列一阶线性微分方程模型 $GM(1,1)$ 模型最为常用。

1.4.1 GM(1,1) 模型

原始数据列：

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

基本步骤：

- (1) 得到新数据序列 $x^{(1)}(t)$
- (2) 建立新数据序列的一阶微分方程：

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$$

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} a \\ u \end{pmatrix}$$

- (3) 对累加生成数据做均值生成 B 与常数项向量 Y_n 。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.5(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) \\ 0.5(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) \\ \dots \\ 0.5(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) \end{bmatrix}, \mathbf{Y}_n = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T$$

- (4) 用最小二乘法求解灰参数 \hat{a} .
- (5) 将灰参数 \hat{a} 带入求解。

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-at} + \frac{u}{a}$$

- (6) 对 $\hat{x}^{(1)}(t+1)$ 及 $\hat{x}^{(1)}(t)$ 进行离散。
- (7) 检验灰色模型。
- (8) 利用模型进行预测。

2 Algorithm learning

2.1 遗传算法(Genetic algorithm)

2.1.1 编码

二进制编码：设某一参数取值范围为 (L, U) ,使用长度为 k 的二进制编码表示该参数。

$$\begin{aligned} 000000000000000000 &= 0 \rightarrow L \\ 000000000000000001 &= 1 \rightarrow L + \delta \\ 000000000000000010 &= 2 \rightarrow L + 2\delta \\ 000000000000000011 &= 3 \rightarrow L + 3\delta \\ &\dots\dots \\ 111111111111111111 &= 2^k - 1 \rightarrow U \end{aligned}$$

易知：

$$\delta = \frac{U - L}{2^k - 1}$$

2.1.2 解码

$$x = L + \left(\sum_{i=1}^k b_i 2^{i-1} \right) \frac{U - L}{2^k - 1}$$

2.1.3 交配

用随机数产生一个或多个交配点位置，然后两个个体在交配点位置互换部分基因码，形成两个子个体。

2.1.4 突变

“突变运算”是使用基本位进行基因突变。对于二进制的基因码组成的个体种群，实行基因码的小几率翻转，对于二进制编码即 0 变为 1，而 1 变为 0。

2.1.5 倒位

倒位是指一个染色体某区段正常排列顺序发生180°的颠倒，造成染色体内的 DNA 序列重新排列，它包括臂内倒位和臂间倒位。

2.1.6 个体适应度评估

2.1.7 复制

复制运算是根据个体适应度大小决定其下代遗传的可能性。若设种群中个体总数为 N ，个体 i 的适应度为 f_i ，则个体 i 被选取的几率：

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{k=1}^N f_k}$$

2.1.8 拓展：协同进化遗传算法

2.1.9 Matlab实现

伪代码:

Algorithm 1: pseudo code for Genetic algorithm

```
1  $t \leftarrow 0$ ;  
2 初始化 $P(t)$ ;  
3 计算 $P(t)$ 的适应值;  
4 while 不满足准则 do  
5    $t \leftarrow t + 1$ ;  
6   从 $P(t-1)$ 中选择 $P(t)$ ;  
7   重组 $P(t)$ ;  
8   计算 $P(t)$ 的适应值;
```

安装 Global Optimization Toolbox. GA401.m

多约束非线性规划问题可以用 GA 和 Lingo 求解。