Алгоритм проверки и оценивания задач по СЛАУ

1. РЕШЕНИЕ СЛАУ МЕТОДОМ КРАМЕРА

Класс задач-1. $detA \neq 0, \ \ n = 3.$

Генерирование СЛАУ

1. Выбрать x_i, $i = \overline{1,3}$, $x_1 \neq 0$; *например,* $x_1 \in [1,5]$, $x_2 \in [-7,4]$, $x_3 \in [-3,8]$
2. Выбрать b_i, $i = \overline{1,3}$; *например,* $b_1 \in [0,12]$, $b_2 \in [1,8]$, $b_3 \in [-5,5]$
3. Выбрать a_{12}, a_{13}, *например,* $a_{12} \in [-3,3]$, $a_{13} \in [1,5]$
4. Вычислить $a_{11} = \dfrac{1}{x_1}[b_1 - x_2 a_{12} - x_3 a_{13}]$,
5. Выбрать a_{22}, a_{23}, *например,* $a_{22} \in [1,5]$, $a_{23} \in [-4,4]$
6. Вычислить $a_{21} = \dfrac{1}{x_1}[b_2 - x_2 a_{22} - x_3 a_{23}]$,
7. Выбрать a_{32}, a_{33}, *например,* $a_{32} \in [1,5]$, $a_{33} \in [-1,4]$
8. Вычислить $a_{31} = \dfrac{1}{x_1}[b_3 - x_2 a_{32} - x_3 a_{33}]$
9. Вычислить $detA$
10. If $detA == 0$,
    1. Если $a_{1j} == 0$ хотя бы при одном из $i = \overline{1,3}$, то выбрать новое значение для любого из $a_{1j} == 0$, $i = \overline{2,3}$ (достаточно для одного из них) и повторить шаги 4 и 9-10 (в этом случае 10.2 и 10.3 не делаем);
    2. Если $a_{2j} == 0$ хотя бы при одном из $i = \overline{1,3}$, то выбрать новое значение для любого из $a_{2j} == 0$, $i = \overline{2,3}$ (достаточно для одного из них) и повторить шаги 6 и 9-10 (в этом случае 10.3 не делаем);
    3. Если $a_{3j} == 0$ хотя бы при одном из $i = \overline{1,3}$, то выбрать новое значение для любого из $a_{2j} == 0$, $i = \overline{2,3}$ (достаточно для одного из них) и повторить шаги 8 и 9-10.
    4. Если ни одно из 10.1-10.3 не выполняется, то меняем любое из b_i, $i = \overline{1,3}$ и
        a. при выборе нового b_1 повторить шаги 4 и 9-10,
        b. при выборе нового b_2 повторить шаги 6 и 9-10,
        c. при выборе нового b_3 повторить шаги 8-10.

[вероятность случая $detA == 0$ маленькая, следовательно, выполнение шага 10 в большинстве случаев не потребуется].

Далее будем использовать следующие обозначения:

	значение, введенное студентом	корректное значение
определитель матрицы A	Δ	$det\ A$
определители	$\Delta_j,\ \ j = \overline{1,3}$	$det_j,\ \ j = \overline{1,3}$
решение	$x_i,\ \ i = \overline{1,3}$	$sol_i,\ \ i = \overline{1,3}$
подстановка решения в систему	$(AX)_i,\ \ \ i = \overline{1,3}$	$b_i,\ \ \ i = \overline{1,3}$

Постановка задачи. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) правилом Крамера:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2,$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3.$$

Вопросы [каждый следующий вопрос появляется после ввода ответа на заданный вопрос и нажатия на кнопку со стрелкой]

1. Вычислите определитель Δ матрицы A данной системы и введите: [поле ввода с меткой Δ] [кнопка со стрелкой]
2. Известно, что по формуле Крамера решение СЛАУ определяется с использованием определителя матрицы Δ и определителей Δ_j, вычисляемых по матрице и свободным членам системы. Вычислите $\Delta_j,\ \ j = \overline{1,3},$ и введите:

   [3 поля ввода, рядом с которыми метки $\Delta_1,\ \ \Delta_2,\ \ \Delta_3$] [кнопка со стрелкой]
3. Введите решение системы $X = (x_1, x_2, x_3)$

   [3 поля ввода, рядом с которыми метки $x_1,\ \ x_2,\ \ x_3$] [кнопка со стрелкой]
4. Вычислите AX и введите его значение [1 поле ввода и возможность добавить поле ввода]

[кнопка *Перейти к следующей задаче* либо *Отправить* взависимости от количества задачи, заданного преподавателем, и порядкового номера задачи]

Проверка решения задач (класса 1) на решение СЛАУ методом Крамера

Ответ студента сравнивается с

1. значением $detA$ [т.е. должно быть $\Delta = detA$]

   $(detA = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32})$
2. значениями $det_j,\ \ j = \overline{1,3},$ где

$$det_1 = det \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \qquad det_2 = det \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{pmatrix}, \qquad det_3 = det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{pmatrix}.$$

т.е. $det_k = det\ C_k,\ \ k = \overline{1,3},$ где $c_{ij}^k = a_{ij},\ \ j \neq k,\ \ c_{ik}^k = b_i,\ \ i, j = \overline{1,3}$

3. $sol_i,\ \ i = \overline{1,3},$ где $sol_i = \dfrac{det_i}{detA},\ \ i = \overline{1,3},$ [т.е. должно быть $x_i = sol_i,\ \ i = \overline{1,3}$]

4. вектором b покоординатно [т.е. должно быть $(AX)_i = b_i,\ \ i = \overline{1,3}$]

После отправки своих ответов студент получает **отчет** (в конце) в виде

N	**Вопрос**	**максимальный балл, %**	**баллы студента, %**
1	определитель Δ	10	
2	Δ_1	10	
	Δ_2	10	
	Δ_3	10	
3	x_1	10	
	x_2	10	
	x_3	10	
4	$(AX)_1$	10	
	$(AX)_2$	10	
	$(AX)_3$	10	
	Итого баллов в %	100	X

Ваша итоговая оценка XX баллов (X %) из max.

Запись результатов

1. Название группы
2. Данные студента: ФИ, номер варианта, итоговая оценка в % и баллах
3. Максимальный балл
4. Постановка задачи: SLAE, $detA \neq 0,\ \ n = 3.$
5. Значения параметров: $a_{ij},\ \ i, j = \overline{1,3}$ в виде

$$[a_{11}\ \ a_{12}\ \ a_{13}],$$

$$[a_{21}\ \ a_{22}\ \ a_{23}],$$

$$[a_{31} \quad a_{32} \quad a_{33}]$$

6. Значение $detA$, а также Δ, введенный студентом, и балл по вопросу
7. Значения det_j, $j = \overline{1,3}$, а также Δ_j, введенные студентом, и балл по вопросу
8. Значения sol_i, $i = \overline{1,3}$, а также x_i, введенные студентом, и балл по вопросу
9. b_i, $i = \overline{1,3}$, а также $(AX)_i$, $i = \overline{1,3}$, введенные студентом, и балл по вопросу.