3 класса задач

Алгоритм проверки и оценивания задач на вычисление определителя

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ

методом понижения порядка

Генерирование матрицы-1

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

$a \neq 0, \quad a \neq -1,$

Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

Вопросы [каждый следующий вопрос появляется после ввода ответа на заданный вопрос и нажатия на кнопку со стрелкой]

Вычислите определитель матрицы **методом понижения порядка**.

1. Разложите определитель по элементам 4-ого столбца. Введите результат разложения:

Форма для ввода должна выглядеть так:

$detA =$ раскрывающийся список с "+" и "-" $\square \cdot \begin{vmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{vmatrix}$ [кнопка добавить форму для ввода следующего слагаемого]

Формат добавляемого поля:

раскрывающийся список с "+" и "-" $\square \cdot \begin{vmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{vmatrix}$

[но так, чтобы можно было удалить форму, если она добавлена по ошибке] [при этом добавлять можно не более n раз, где n - размеренность исходной матрицы, для этой задачи n=4]

2. Введите значение алгебраического дополнения элемента a_{14} (ответ запишем в A_{14})

3. Введите значение минора элемента a_{44} (ответ запишем в M_{44})

4. Введите определитель матрицы $detA$ (ответ запишем в $sdetA$, «student's detA»)

Проверка решения задач на ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ методом понижения порядка
(желательно сохранить эти обозначения в коде)

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

Ответ студента на 1-ый вопрос должен выглядеть так:

$$detA = -1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} + a \cdot \begin{vmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{vmatrix}$$

Сохраним введенные данные в следующих обозначениях (для использования при проверке):

$$detA = -\, s_1 \cdot det_1 + s_2 \cdot det_2,$$

где. $\quad det_1 = detB_1, \quad det_2 = detB_2$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B_2 = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

1. **Проверка разложения:**
   A. Количество слагаемых (*или* это то же, что и количество использованных форм ввода, *или* это 1+[количество добавлений форм ввода]) должно быть равно 2 (для этой задачи. В общем случае, это количество ненулевых элементов столбца, выбранного для разложения. В этой задаче требуется разложить по элементам 4-го столбца)
   B. Проверка 1-го слагаемого:
   Должно быть $s_1 = a_{14}$ (т.е. равен 1)
   либо (если студент ввел, поменяв местами слагаемые) $s_1 = a_{44}$ (т.е. равен a)
   a) Если $s_1 = a_{14}$, то
      1. Знак 1-го слагаемого должен быть «—» (минус) [так как $(-1)^{1+4}$]
      2. Должно быть $B_1 = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (это результат вычеркивания 1-ой строки и 4-го столбца матрицы A)

b) иначе если $s_1 = a_{44}$, то

1. Знак 1-го слагаемого должен быть «+» (плюс) [так как $(-1)^{4+4}$]
2. Должно быть $B_1 = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$ (это результат вычеркивания 1-ой строки и 4-го столбца матрицы A)

C. Проверка 2-го слагаемого:

Должно быть $s_2 = a_{44}$ (т.е. равен a)

либо (если студент ввел, поменяв местами слагаемые) $s_2 = a_{14}$ (т.е. равен 1)

a) Если $s_2 = a_{44}$, то

1. Знак 2-го слагаемого должен быть «+» (плюс) [так как $(-1)^{4+4}$]
2. Должно быть $B_2 = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$ (это результат вычеркивания 4-ой строки и 4-го столбца матрицы A)

b) иначе если $s_2 = a_{14}$, то

1. Знак 2-го слагаемого должен быть «—» (минус) [так как $(-1)^{1+4}$]
2. Должно быть $B_2 = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (это результат вычеркивания 1-ой строки и 4-го столбца матрицы A)

2. Должно быть $A_{14} = (-1)^{1+4} a_{14} M_{14}$, **где** $M_{14} = det \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

3. Должно быть $M_{44} = det \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$

4. Должно быть $sdetA$=$detA$

После отправки своих ответов студент получает **отчет** (в конце) в виде

N	Вопрос	максимальный балл, %	баллы студента, %
1	Разложение	50	
	Знак в 1-ом слагаемом	10	
	Коэффициент в 1-ом слагаемом	5	
	Минор в 1-ом слагаемом	10	
	Знак во 2-ом слагаемом	10	
	Коэффициент во 2-ом слагаемом	5	
	Минор во 2-ом слагаемом	10	
2	Алгебраическое дополнение	20	
3	Минор	10	
4	$detA$	10	
	Итого баллов в %	100	X

Ваша итоговая оценка XX баллов (X %) из max

max устанавливается преподавателем

Запись результатов

1. Название группы
2. Данные студента: ФИ, номер варианта, итоговая оценка в % и баллах
3. Максимальный балл
4. Постановка задачи

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

5. Значение параметра a
6. Значение $(-1)^{1+4}$, а также знак, указанный студентом, и балл по вопросу
7. Значения a_{14} и s_1, а также знак балл по вопросу
8. Матрица B_1, а также знак балл по вопросу
9. Значение $(-1)^{4+4}$, а также знак, указанный студентом, и балл по вопросу

10. Значения a_{44} и s_2, а также знак балл по вопросу
11. Матрица B_2, а также знак балл по вопросу
12. Числа A_{14} ***и*** $(-1)^{1+4}a_{14}M_{14}$, а также балл по вопросу
13. Числа M_{44} ***и*** $det\begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$, балл по вопросу

14. Числа $detA$ ***и*** $sdetA$, а также балл по вопросу

Генерирование матрицы-2

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & x & x & x \\ 1 & a & x & x \\ 1 & 0 & a & x \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$a \neq 0, \quad a \neq -1, \quad a \neq x, \quad x \neq 0,$

Выберем $a \in [1,4], \quad x \in [-4,12], \; x \neq a, \; x \neq 0.$

$detA = a^4 + (a-x)^3$**.**

Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & x & x & x \\ 1 & a & x & x \\ 1 & 0 & a & x \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

Вычислите определитель матрицы **методом понижения порядка**.

Для вопросов определим значения параметров k, p, q, X, Y по следующему алгоритму:

0. $z_{row} = 0, z_{col} = 0, \quad d_{row} = 0, \quad d_{col} = 0$
1. Найти все строки с наибольшим количеством нулей. Если их несколько, то выбираем из них ту, где наибольшее количество единиц. При одинаковом количестве единиц, выбор делается произвольно. Если строки с наибольшим количеством нулей не содержат единиц, то выбор делается произвольно. Обозначим номер выбранной строки через k, через z_{row} - количество нулей, через d_{row} - количество единиц в ней. Переменной X присвоить «строк», Y присвоить *«столбц»*.
2. Найти все столбцы с наибольшим количеством нулей z_{col}.

   Если $z_{col} > z_{row}$, то {

   Если столбцов с наибольшим количеством нулей z_{col} несколько, то выбираем из них тот, где наибольшее количество единиц (+1 и -1 вместе взятых). При одинаковом

количестве единиц, выбор делается произвольно. Если в столбцах с наибольшим количеством нулей z_{col} нет единиц, выбор делается произвольно.
Обозначим номер выбранного столбца через k. Переменной X присвоить «столбц», Y присвоить «строк».}

Если $z_{col} = z_{row}$, то {
среди столбцов с z_{col} нулями выберем тот, где наибольшее количество единиц d_{col}. Если таких столбцов несколько, выбор делается произвольно.
Если $d_{col} > d_{row}$, то { обозначим номер выбранного столбца через k. Переменной X присвоить «столбц», Y присвоить «строк».}
}

3. Пусть p - наименьший номер Yа(и) такого, что
   $a_{kp} \neq 0$, **если** X==строк, ***или***
   $a_{pk} \neq 0$**, если** X==столбц
4. Пусть q - наибольший номер Yа такого, что
   $a_{kq} \neq 0$, **если** X==строк, ***или***
   $a_{qk} \neq 0$**, если** X==столбц

Вопросы:

Если *X*==строк

Вопрос-**1:** Разложить по элементам k-ой строки.

Вопрос-2: Введите значение алгебраического дополнения элемента a_{kp} (ответ запишем в A_{kp})

Вопрос-3: Введите значение минора элемента a_{kq} (ответ запишем в M_{kq})

Вопрос-4: Введите определитель матрицы $detA$ (ответ запишем в $sdetA$, «student's detA»)

Если *X*==столбц

Вопрос-**1:** Разложить по элементам k-го столбца.

Вопрос-2: Введите значение алгебраического дополнения элемента a_{pk} (ответ запишем в A_{pk})

Вопрос-3: Введите значение минора элемента a_{qk} (ответ запишем в M_{qk})

Вопрос-4: Введите определитель матрицы $detA$ (ответ запишем в $sdetA$, «student's detA»)

Ответы:

Ответ-**1:** Значения k и ***X*** определяются по алгоритму, описанному выше (для данной матрицы должно получится k=4 и ***X***=строк).

Ответ-2: Значение p определяется по алгоритму, описанному выше (для данной матрицы должно получится p=1),

значение алгебраического дополнения элемента a_{kp}:

$A_{kp}=(-1)^{k+p}\cdot$ [определитель матрицы, получающейся после вычеркивания *k-ой строки и p-го столбца*], Для данной задачи это

$$A_{kp}=(-1)^{k+p}det\begin{pmatrix} x & x & x \\ a & x & x \\ 0 & a & x \end{pmatrix}$$

Ответ-3: Значение q определяется по алгоритму, описанному выше (для данной матрицы должно получится q=4),

Значение минора элемента a_{kq}:

M_{kq} - [определитель матрицы, получающейся после вычеркивания *k-ой строки и q-го столбца*]. Для данной задачи это

$$M_{kq}=det\begin{pmatrix} a+1 & x & x \\ 1 & a & x \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

Ответ-4: Значение определителя матрицы $detA$

После отправки своих ответов студент получает **отчет** (в конце) в виде

N	Вопрос	максимальный балл, %	баллы студента, %
1	A_{pk}	33	
	M_{qk}	33	
	$detA$	34	
	Итого баллов в %	100	X

Ваша итоговая оценка XX баллов (X %) из max

max устанавливается преподавателем

Запись результатов

1. Название группы
2. Данные студента: ФИ, номер варианта, итоговая оценка в % и баллах
3. Максимальный балл

4. Постановка задачи

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & x & x & x \\ 1 & a & x & x \\ 1 & 0 & a & x \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

5. Значение параметра a
6. Значения параметров k, p, q, X, Y
7. Значение A_{pk} корректное и введенное студентом, и балл по вопросу
8. Значение M_{qk} корректное и введенное студентом, и балл по вопросу
9. Числа $detA$ ***и*** $sdetA$, а также балл по вопросу

Генерирование матрицы-3

$$A = \begin{pmatrix} x & a & a & a \\ b & x & 0 & 0 \\ b & 0 & x & 0 \\ b & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

$a, b, x \neq 0, \quad a \neq b, \quad a \neq x, \quad b \neq x$

Выберем $x \in [1,5], \quad a \in [-5, -1], \quad b \in [6,10], \quad x^2 \neq 3ab.$

$detA = x^4 - 3abx^2 = x^2(x^2 - 3ab)$**.**

Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} x & a & a & a \\ b & x & 0 & 0 \\ b & 0 & x & 0 \\ b & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

Вычислите определитель матрицы **методом понижения порядка**.

Вопросы и ответы для матрицы-3, а также отчет и запись результатов формируются аналогично случаю матрицы-2.