Расчетно-графическая работа №2 по дисциплине «Математический анализ»

Выполнили студенты 1 курса, поток 13.3:
Чураков А. А., Садовников О.Ю., Леонтьев В.А., Королев А.В.

1 декабря 2023 г.

1 Блок I

1.1 Задание 3.4

Найти указанные пределы

$\lim_{x\to -2} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$

Решение:

Подставив $x = -2$ получим неопределенность вида $\left[\frac{0}{0}\right]$
Преобразуем, домножив на сопряженное:

$\lim_{x\to -2} \frac{(\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6})}{x^2-x-6} \frac{(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}{(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})} =$

$= \lim_{x\to -2} \frac{2-x-x-6}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})} =$

$= \lim_{x\to -2} \frac{-2x-4}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})} =$

Сократим повторяющиеся члены

$\lim_{x\to -2} \frac{-2(x+2)}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})} =$

$= \lim_{x\to -2} \frac{-2}{(x-3)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})} =$

$= \lim_{x\to -2}(\frac{-2}{-5*0}) =$

$= \lim_{x\to -2}(\frac{-2}{-\infty}) = +\infty$

Ответ: $\lim_{x\to -2} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6} = +\infty$

1.2 Задание 5.4

Найти предел

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{2-3x}.$$

Решение:

Преобразуем выражение, чтобы воспользоваться вторым замечательным пределом

Аннотация

Лемма: второй замечательный предел

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{2-3x}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{-x}\right)^{2-3x}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{-x}\right)^{-x\frac{2-3x}{-x}}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{2-3x}{-x}}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}e^{-\frac{2}{x}+3}=e^{3}$$

Ответ:

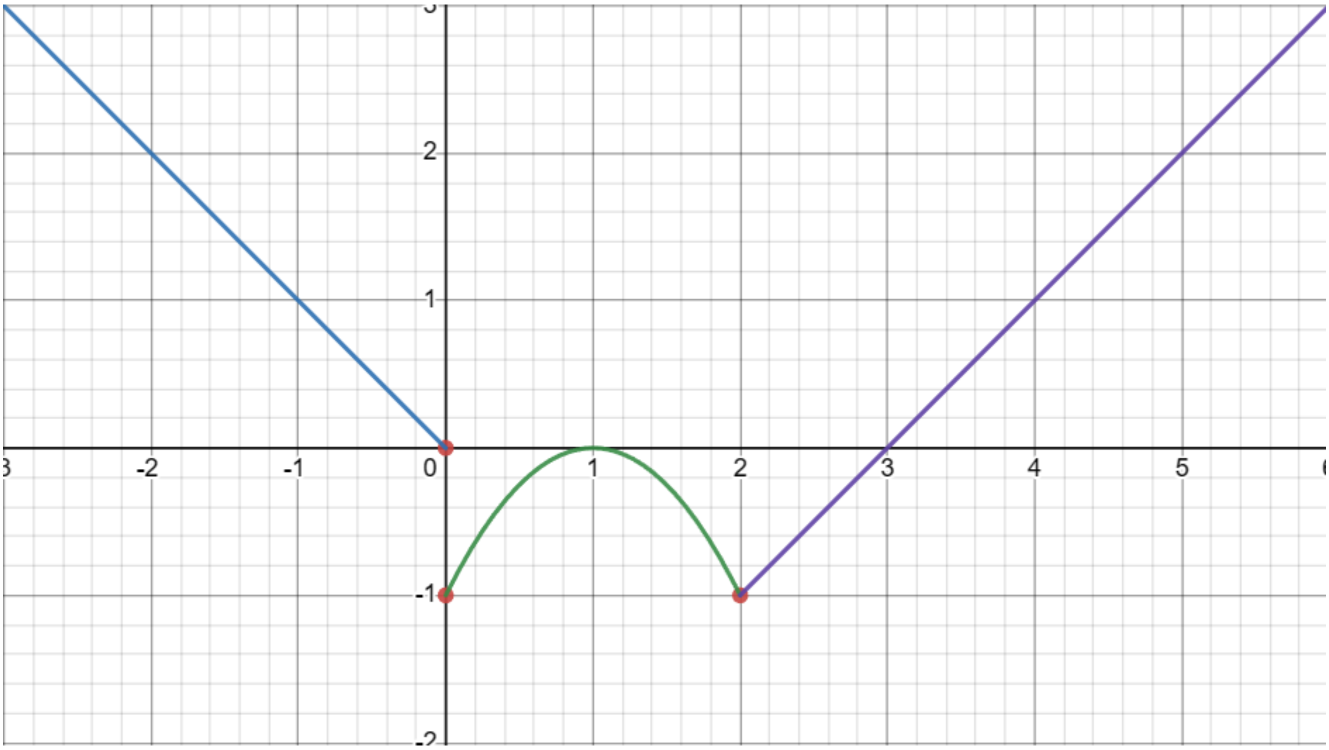
$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{2-3x}=e^{3}$$

2 Блок II

2.1 Задание 3.4

Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее графики

$$f(x)=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ -(x-1)^2, & 0<x<2,\\ x-3, & x\ge 2.\end{cases}$$



У этой функции существует 2 точки, подозреваемые на разрыв.
Это точки $x_0 = 0$ и $x_0 = 2$
Проверим, являются ли они разрывными:
1)$x_0 = 0$

$$\lim_{x \to +0} -(x-1)^2 = -(+0-1)^2 = -1 \tag{1}$$

$$\lim_{x \to -0} -x = +0 \tag{2}$$

Правосторонний и левосторонний пределы в данной точке конечны, но отличаются друг от друга, поэтому эта точка является точкой разрыва 1 рода (скачок)

2)$x_0 = 2$

$$\lim_{x \to 2-0} -(x-1)^2 = -(2-0-1)^2 = -1 \tag{3}$$

$$\lim_{x \to 2+0} -(x-3) = 2+0-3 = -1 \tag{4}$$

Право- и левосторонний пределы равны, значит в данной точке у функции существует предел, равный им, и эта точка не является точкой разрыва.

Ответ: функция имеет разрыв 1 рода (скачок) в точке $x_0 = 0$