

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2.
Синтез помехоустойчивого кода.
Вариант №409856=95.

Выполнил студент

1-го курса гр. Р3131

Чураков Александр Алексеевич

Преподаватель

Авксентьева Елена Юрьевна,

Доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург 2023

Оглавление

Задание	3
Основные этапы вычисления.....	4
Задание 1–79.....	4
Задание 2–9	4
Задание 3–51.....	5
Задание 4–91.....	5
Задание 5–93.....	6
Задание 6 – $(79 + 9 + 51 + 91 + 93) * 4 = 1292$	6
Задание 7	7
Контрольные вопросы	9
Вывод	10
Список использованной литературы.....	10

Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т. е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4.** Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Основные этапы вычисления

Задание 1–79

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	0	1	1	0	1

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 111 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_4$$

Правильное сообщение: 0100

Задание 2–9

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	0	1	0	0	0

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$s = (s_1, s_2, s_3) = 101 \Rightarrow$ ошибка в символе i_2

Правильное сообщение: 0**1**00

Задание 3–51

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	1	0	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s_1
2	-	X	X	-	-	X	X	s_2
4	-	-	-	X	X	X	X	s_3

$s = (s_1, s_2, s_3) = 110 \Rightarrow$ ошибка в символе i_1

Правильное сообщение: **0**011

Задание 4–91

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	1	1	1	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s_1
2	-	X	X	-	-	X	X	s_2

4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃
---	---	---	---	---	---	---	---	----------------

$s = (s_1, s_2, s_3) = 011 \Rightarrow$ ошибка в символе i_3

Правильное сообщение: 1100

Задание 5–93

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	r4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	X	X	X	X	X	s ₃
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s ₄

$s = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 1001 \Rightarrow$ ошибка в символе i_5

Правильное сообщение: 11010010101

Задание 6 – $(79 + 9 + 51 + 91 + 93) * 4 = 1292$

Информационных разрядов в передаваемом сообщении: 1292

Пусть будет r проверочных разрядов. Тогда всего бит в сообщении: $2^r - 1$, а информационных бит (т.е. разрядов) $2^r - r - 1$. Найдем r такое, что $2^{r-1} - (r - 1) - 1 < 1292 \leq 2^r - r - 1$

Подходит $r = 11$:

$$2^{11} - 11 - 1 = 2036 > 1292 > 1013 = 2^{10} - 10 - 1$$

Значит, коэффициент избыточности $= r / (i + r) = 11 / (1292 + 11) \approx$

0.00844205679201842

Ответ: $r = 11$, коэффициент избыточности $\approx 0.00844205679201842$

Задание 7

```
def validate_input(string):
    if bool(set(string) - {'1', '0'}) or len(string) != 7:
        print('Строка введена некорректно')
        exit(1)

def input_to_bits(string):
    return list(map(int, list(string)))

def syndrome(arr):
    s1 = (arr[0] + arr[2] + arr[4] + arr[6]) % 2
    s2 = (arr[1] + arr[2] + arr[5] + arr[6]) % 2
    s3 = (arr[3] + arr[4] + arr[5] + arr[6]) % 2
    return (s1, s2, s3)

def has_error(arr):
    return syndrome(arr) != (0, 0, 0)

def error_index(arr):
    return int(''.join(map(str, syndrome(arr)[::-1])), 2)

def error_symbol(arr):
    return {1: 'r1', 2: 'r2', 3: 'i1', 4: 'r3', 5: 'i2', 6: 'i3', 7: 'i4'}[error_index(arr)]

def inf_bits(arr):
    return [arr[2], arr[4], arr[5], arr[6]]

def make_result_message(bits):
    return ''.join(map(str, bits))

def fixed_message(arr):
    if not has_error(arr) or error_symbol(arr)[0] == 'r':
        return make_result_message(inf_bits(arr))

    ind = int(error_symbol(arr)[1]) - 1
    result = inf_bits(arr)
    result[ind] = (result[ind] + 1) % 2
    return make_result_message(result)

inp = input('Введите изначальное сообщение: ')
validate_input(inp)

bits = input_to_bits(inp)
if has_error(bits):
    print(f'Ошибка в бите: {error_symbol(bits)}')
else:
    print('Сообщение безошибочно')

print(f'Правильное сообщение: {fixed_message(bits)}')
```

Пример работы программы представлен на Рисунок 1 и Рисунок 2

```
Введите изначальное сообщение: 11111111  
Сообщение безошибочно  
Правильное сообщение: 1111
```

Рисунок 1

```
Введите изначальное сообщение: 0011011  
Ошибка в бите: i3  
Правильное сообщение: 1001
```

Рисунок 2

Контрольные вопросы

1. Чем классический код Хэмминга отличается от неклассического кода Хэмминга?

В неклассическом коде Хэмминга значение некоторых информационных битов не влияет на содержание сообщения.

2. Необходимо передать 20 информационных бит. Каким классическим кодом Хэмминга необходимо воспользоваться? Чем будут заполнены оставшиеся информационные биты?

Воспользуемся классическим кодом (31, 26), неиспользованные информационные биты будут заполнены 0 или 1 в зависимости от договоренности.

3. В результате выполнения некоторого алгоритма коэффициент сжатия получился равным 0,05. Что это означает?

Значит отношение несжатой информации к сжатой равняется 0,05.

4. Чем контрольная сумма отличается от бита чётности?

Бит чётности — это частный случай контрольной суммы, равной 1. Значение бита чётности равно 1, если в исходном сообщении нечетное кол-во 1 и равняется 0 если четное.

5. Для чего нужны различные способы обработки блоков данных, полученных с ошибкой в результате передачи?

Разные каналы связи проводят разное количество ошибок, для выявления разного кол-ва ошибок можно применять разные алгоритмы.

6. Что такое запрещённые комбинации?

Комбинации, в которых отношение информационных и проверочных битов невозможно.

7. Чем отличается коэффициент сжатия от коэффициента избыточности?

Коэффициент сжатия – отношение размера входного потока к выходному потоку.

Коэффициент избыточности – отношение числа проверочных разрядов(r) к общему числу разрядов(n)

Вывод

В процессе выполнения лабораторной работы я научился работать с кодом Хэмминга, что-то написал на питоне (давно этого не делал), научился вставлять в Word-файл код с подсветкой синтаксиса.

Список использованной литературы

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. – 16 с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. – с.286