

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Лабораторная работа №2.**  
**Синтез помехоустойчивого кода.**  
**Вариант №409856=95.**

Выполнил студент  
1-го курса гр. Р3131  
Чураков Александр Алексеевич

---

Преподаватель  
Авксентьева Елена Юрьевна,  
Доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург 2023

## Оглавление

Задание .....	3
Основные этапы вычисления .....	4
Задание 1–79 .....	4
Задание 2–9 .....	4
Задание 3–51 .....	5
Задание 4–91 .....	5
Задание 5–93 .....	6
Задание 6 – $(79 + 9 + 51 + 91 + 93) * 4 = 1292$ .....	6
Задание 7 .....	7
Контрольные вопросы .....	9
Вывод .....	10
Список использованной литературы .....	10

## Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т. е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4.** Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## Основные этапы вычисления

### Задание 1–79

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	0	1	1	0	1

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 111 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_4$$

Правильное сообщение: 0100

### Задание 2–9

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	0	1	0	0	0

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$s = (s_1, s_2, s_3) = 101 \Rightarrow$  ошибка в символе  $i_2$

Правильное сообщение: 0**1**00

### Задание 3–51

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	1	0	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	<b>i<sub>1</sub></b>	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X	-	X	-	X	-	X	$s_1$
2	-	X	X	-	-	X	X	$s_2$
4	-	-	-	X	X	X	X	$s_3$

$s = (s_1, s_2, s_3) = 110 \Rightarrow$  ошибка в символе  $i_1$

Правильное сообщение: **0**011

### Задание 4–91

1	2	3	4	5	6	7
r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	1	1	1	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	<b>i<sub>3</sub></b>	$i_4$	S
1	X	-	X	-	X	-	X	$s_1$
2	-	X	X	-	-	X	X	$s_2$

4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>
---	---	---	---	---	---	---	---	----------------

$s = (s_1, s_2, s_3) = 011 \Rightarrow$  ошибка в символе  $i_3$

Правильное сообщение: 1100

### Задание 5–93

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	X	X	X	X	X	s <sub>3</sub>
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s <sub>4</sub>

$s = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 1001 \Rightarrow$  ошибка в символе  $i_5$

Правильное сообщение: 11010010101

### Задание 6 – $(79 + 9 + 51 + 91 + 93) * 4 = 1292$

Информационных разрядов в передаваемом сообщении: 1292

Пусть будет  $r$  проверочных разрядов. Тогда всего бит в сообщении:  $2^r - 1$ , а информационных бит (т.е. разрядов)  $2^r - r - 1$ . Найдем  $r$  такое, что  $2^{r-1} - (r - 1) - 1 < 1292 \leq 2^r - r - 1$

Подходит  $r = 11$ :

$$2^{11} - 11 - 1 = 2036 > 1292 > 1013 = 2^{10} - 10 - 1$$

Значит, коэффициент избыточности  $= r / (i + r) = 11 / (1292 + 11) \approx$

0.00844205679201842

Ответ:  $r = 11$ , коэффициент избыточности  $\approx 0.00844205679201842$

## Задание 7

```
def validate_input(string):
    if bool(set(string) - {'1', '0'}) or len(string) != 7:
        print('Строка введена некорректно')
        exit(1)

def input_to_bits(string):
    return list(map(int, list(string)))

def syndrome(arr):
    s1 = (arr[0] + arr[2] + arr[4] + arr[6]) % 2
    s2 = (arr[1] + arr[2] + arr[5] + arr[6]) % 2
    s3 = (arr[3] + arr[4] + arr[5] + arr[6]) % 2
    return (s1, s2, s3)

def has_error(arr):
    return syndrome(arr) != (0, 0, 0)

def error_index(arr):
    return int(''.join(map(str, syndrome(arr)[::-1])), 2)

def error_symbol(arr):
    return {1: 'r1', 2: 'r2', 3: 'i1', 4: 'r3', 5: 'i2', 6: 'i3', 7: 'i4'}[error_index(arr)]

def inf_bits(arr):
    return [arr[2], arr[4], arr[5], arr[6]]

def make_result_message(bits):
    return ''.join(map(str, bits))

def fixed_message(arr):
    if not has_error(arr) or error_symbol(arr)[0] == 'r':
        return make_result_message(inf_bits(arr))

    ind = int(error_symbol(arr)[1]) - 1
    result = inf_bits(arr)
    result[ind] = (result[ind] + 1) % 2
    return make_result_message(result)

inp = input('Введите изначальное сообщение: ')
validate_input(inp)

bits = input_to_bits(inp)
if has_error(bits):
    print(f'Ошибка в бите: {error_symbol(bits)}')
else:
    print('Сообщение безошибочно')

print(f'Правильное сообщение: {fixed_message(bits)}')
```

Пример работы программы представлен на Рисунок 1 и Рисунок 2

```
Введите изначальное сообщение: 11111111  
Сообщение безошибочно  
Правильное сообщение: 1111
```

*Рисунок 1*

```
Введите изначальное сообщение: 0011011  
Ошибка в бите: i3  
Правильное сообщение: 1001
```

*Рисунок 2*



## Контрольные вопросы

1. Чем классический код Хэмминга отличается от неклассического кода Хэмминга?

В неклассическом коде Хэмминга значение некоторых информационных битов не влияет на содержание сообщения.

Классический код Хэмминга может обнаруживать и исправлять одиночные ошибки, то есть ошибки, которые затрагивают только один бит данных. Неклассический код Хэмминга может обнаруживать и исправлять несколько ошибок, в зависимости от его конкретной реализации.

2. Необходимо передать 20 информационных бит. Каким классическим кодом Хэмминга необходимо воспользоваться? Чем будут заполнены оставшиеся информационные биты?

Воспользуемся кодом (25, 20), в котором будет 5 проверочных бит, неиспользованных информационных бит не останется.

3. В результате выполнения некоторого алгоритма коэффициент сжатия получился равным 0,05. Что это означает?

Значит отношение несжатой информации к сжатой равняется 0,05.

4. Чем контрольная сумма отличается от бита чётности?

Бит чётности — это частный случай контрольной суммы, равной 1. Значение бита чётности равно 1, если в исходном сообщении нечетное кол-во 1 и равняется 0 если четное.

5. Для чего нужны различные способы обработки блоков данных, полученных с ошибкой в результате передачи?

Разные каналы связи проводят разное количество ошибок.

6. Что такое запрещённые комбинации?

Комбинации, в которых отношение информационных и проверочных битов невозможно.

7. Чем отличается коэффициент сжатия от коэффициента избыточности?

Коэффициент сжатия – отношение размера входного потока к выходному потоку.

Коэффициент избыточности – отношение числа проверочных разрядов( $r$ ) к общему числу разрядов( $n$ )

## Вывод

В процессе выполнения лабораторной работы я научился работать с кодом Хэмминга, что-то написал на питоне (давно этого не делал), научился вставлять в Word-файл код с подсветкой синтаксиса.

## Список использованной литературы

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. – 16 с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. – с.286