Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего

образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Расчётно-графическая работа №1 «Последовательность и её предел» по дисциплине:**

**«Математический анализ»**

Выполнили студенты

1-го курса, поток 13.3:

Чураков Александр Алексеевич, Садовников Олег Юрьевич, Леонтьев Виктор Александрович, Королев Артём Викторович.

Преподаватель:

Трушихина Ирина Петровна.

Санкт-Петербург 2023

Оглавление

[Задания 3](#_Toc147765390)

[Задание 1.4 Метод математической индукции 3](#_Toc147765391)

[Условие: 3](#_Toc147765392)

[Решение: 3](#_Toc147765393)

[Задание 3.5 Исследование сходимости 3](#_Toc147765394)

[Условие: 3](#_Toc147765395)

[Решение: 3](#_Toc147765396)

[Оценочный лист 7](#_Toc147765397)

# Задания

## Задание 1.4 Метод математической индукции

### Условие:

Пользуясь методом математической индукции, докажите, что при любом 𝑛∈ℕ:

{"mathml":"<math style=\"font-family:stix;font-size:16px;\" xmlns=\"http://www.w3.org/1998/Math/MathML\"><mstyle mathsize=\"16px\"><mn>1</mn><mo>&#xB7;</mo><mn>2</mn><mo>&#xA0;</mo><mo>+</mo><mo>&#xA0;</mo><mn>2</mn><mo>&#xB7;</mo><mn>5</mn><mo>&#xA0;</mo><mo>+</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>.</mo><mo>.</mo><mo>.</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>+</mo><mo>&#xA0;</mo><mi>n</mi><mfenced><mrow><mn>3</mn><mi>n</mi><mo>-</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced><mo>&#xA0;</mo><mo>=</mo><mo>&#xA0;</mo><msup><mi>n</mi><mn>2</mn></msup><mfenced><mrow><mi>n</mi><mo>+</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced></mstyle></math>","origin":"MathType for Microsoft Add-in"}

### Решение:

1. (База индукции) Равенство выполняется при n=1:
2. (Индукционное предположение) При n = k равенство принимает вид:
3. (Шаг индукции) При n = k+1:

Из п.2 получаем

Что и требовалось доказать.

Вывод: благодаря методу математической индукции мы доказали, что исходное равенство выполняется.

## Задание 3.5 Исследование сходимости

### Условие:

Дана последовательность 𝑎𝑛. Исследуйте её поведение при 𝑛 → ∞.

1. Вычислите предел 𝐴 последовательности при 𝑛 → ∞.
2. Постройте график общего члена последовательности в зависимости от номера 𝑛.
3. Проиллюстрируйте сходимость (расходимость) последовательности:
   1. вспомните определение предела последовательности, запишите его через 𝜀, 𝑛0 и неравенство;
   2. выберите три различных положительных числа 𝜀1> 𝜀2> 𝜀3;
   3. для каждого такого числа изобразите на графике соответствующую 𝜀-окрестность предела 𝐴 («𝜀-трубу»);
   4. для каждого выбранного 𝜀 найдите на графике номер 𝑛0 = 𝑛0(𝜀), после которого все члены последовательности попадают в 𝜀-окрестность, или установите, что такого номера нет.

### Решение:

1. Найдем предел последовательности
2. Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

   Автоматически созданное описание
3. Проиллюстрируем сходимость последовательности

a) Докажем существование этого предела по определению

b) Пусть , пусть , пусть , выберем именно такие , потому что при них получается действительно большим и т. д. Тогда .

c) Изобразим на графике соответствующие .Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

d) Для каждого выбранного 𝜀 найдите на графике номер 𝑛0 = 𝑛0(𝜀), после которого все члены последовательности попадают в 𝜀-окрестность.

Вывод: при решении мы нашли предел последовательности и доказали его существование по определению, через , , и неравенство. Построили график общего члена и .

# Оценочный лист

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Имя | Чураков Александр | Садовников Олег | Леонтьев Виктор | Королёв Артём |
| Вклад, % | 100 | 100 | 100 | 100 |