

The logo for ITMO University, featuring the letters 'ITMO' in a bold, white, sans-serif font. The 'I' and 'T' are connected, and the 'O' is a simple circle. The background is a dark purple grid with white wavy lines in the corners.

ITMO

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Расчет цепей постоянного тока

Никитина Мария Владимировна
mvnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург, 2025

Домашнее задание №1

Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений

Типовые эквивалентные преобразования

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований

Алгоритм расчета цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора

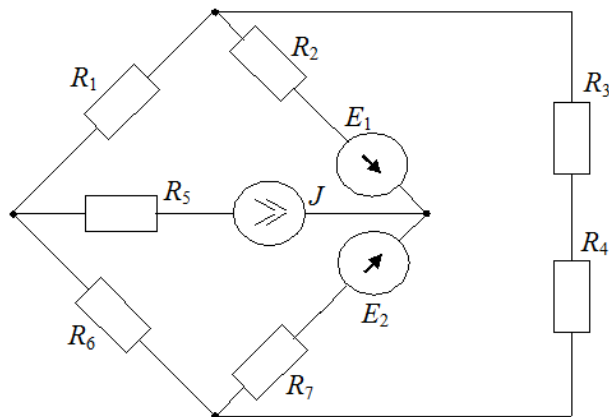
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора

Баланс мощностей

Расчет баланса мощностей



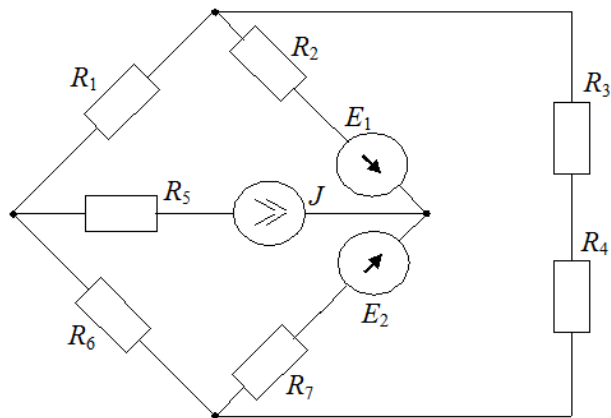
Домашнее задание №1



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: все неизвестные токи, используя **I)** законы Кирхгофа (ЗК), **II)** метод контурных токов (МКТ) *или* метод узловых напряжений (МУН); **III)** найти ток через любой источник ЭДС методом эквивалентных преобразований (МЭП) *или* методом эквивалентного генератора (МЭГ); **IV)** определить напряжение, приложенное к источнику тока, мощности всех элементов цепи, суммарную мощность источников, суммарную мощность потребителей, составить баланс мощностей.

I) Расчет по законам Кирхгофа

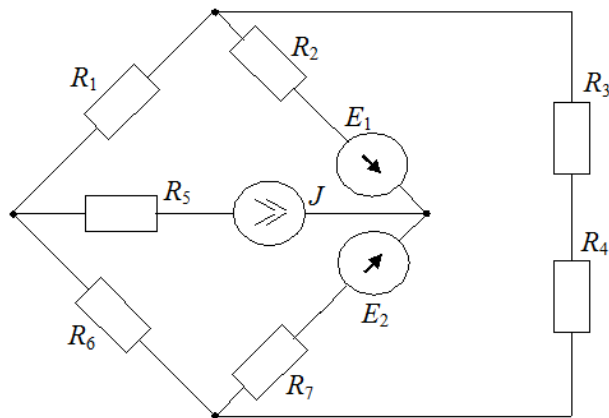


Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: все неизвестные токи, используя ЗК.

I) Расчет по законам Кирхгофа

Алгоритм и решение:



1. Определить топологию цепи

$p^*=6$ (общее количество ветвей),

$p_{\text{ит}}=1$ (количество ветвей с источниками тока),

$p=p^*-p_{\text{ит}}=6-1=5$ (количество неизвестных токов),

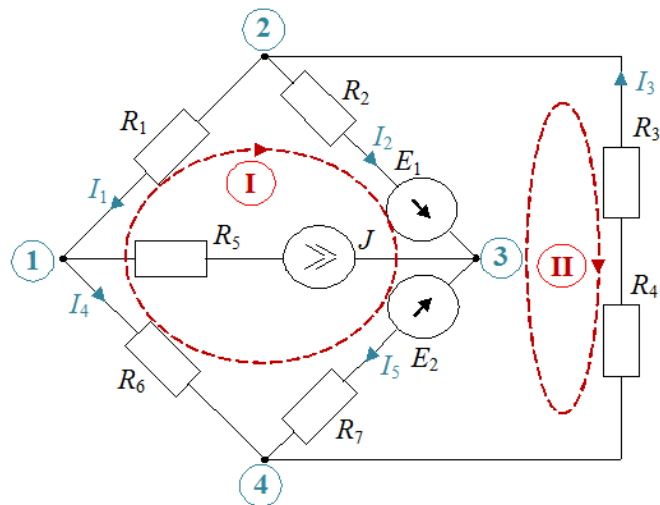
$q=4$ (количество узлов),



$n=p-(q-1)=5-(4-1)=2$ (количество независимых контуров),

$m_I=q-1=4-1=3$ (количество уравнений по ЗКИ),

$m_{II}=n=2$ (количество уравнений по ЗКII).

I) Расчет по законам Кирхгофа



Произвольно обозначить p неизвестных токов, q   узлов и n независимых контуров.

В любом месте ветви обозначается стрелка и имя искомого тока.

Рядом с узлом ставится порядковый номер (арабская цифра), обведенный окружностью.

Для выбранных контуров указывается направление их обхода и внутри контура указывается порядковый номер (римская цифра), обведенный окружностью.

Правила выбора независимых контуров:

- граница контура **не должна** скользить вдоль ветви с источником тока;
- каждый последующий контур должен отличаться от всех предыдущих хотя бы одной ветвью.

Проверяем себя – выбранные n контуров должны охватывать p ветвей с неизвестными токами!

I) Расчет по законам Кирхгофа

2. Составить систему уравнений из m_I уравнений по ЗКІ и m_{II} уравнений по ЗКІІ. Представить систему в матричной форме.

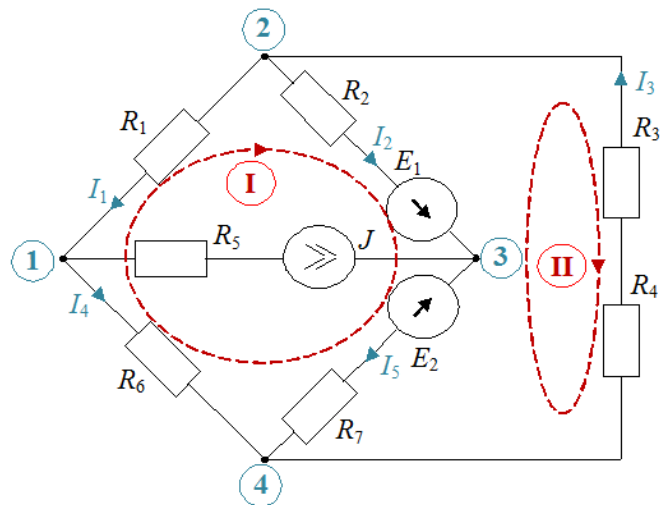


Для уравнений по ЗКІ: если ток направлен в узел (стрелка направлена в узел), то такой ток в уравнение ставится со знаком «+», в противном случае (ток направлен от узла) – со знаком «-»; все известные значения токов необходимо переносить справа от знака «=».

Для уравнений по ЗКІІ: если направление действия напряжения и ЭДС совпадает с направлением обхода контура, то такие напряжения и ЭДС в уравнение записываются со знаком «+», в противном случае (при несовпадении направлений) – со знаком «-».

Матричная форма записи системы уравнений: $A \cdot X = F$, где матрица A – матрица коэффициентов при неизвестных токов размерностью $p \times p$, матрица X – матрица-столбец неизвестных токов размерностью $p \times 1$, матрица F – матрица-столбец источников размерностью $p \times 1$.

I) Расчет по законам Кирхгофа



$$\begin{cases} \text{ЗКЛ.1: } I_1 - I_4 - J = 0 \text{ или } I_1 - I_4 = J \\ \text{ЗКЛ.2: } -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ \text{ЗКЛ.3: } I_2 - I_5 + J = 0 \text{ или } I_2 - I_5 = -J \\ \text{ЗКП.1: } -R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_7 I_5 - R_6 I_4 = E_1 - E_2 \\ \text{ЗКП.2: } -R_7 I_5 - R_2 I_2 - (R_3 + R_4) I_3 = E_2 - E_1 \end{cases}$$

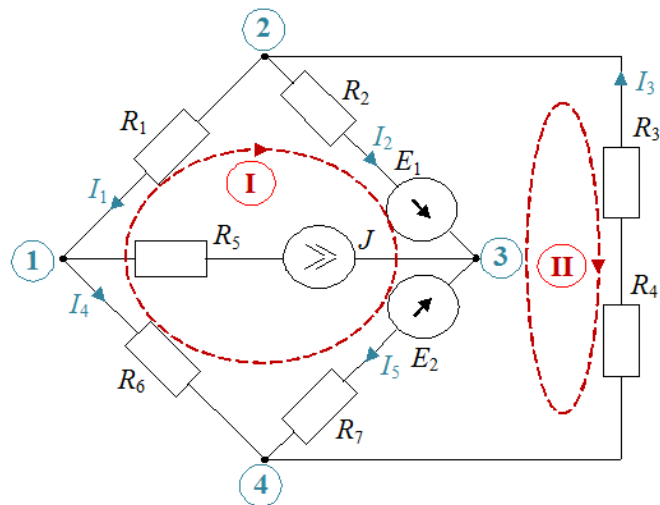
или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -R_1 & R_2 & 0 & -R_6 & R_7 \\ 0 & -R_2 & -(R_3 + R_4) & 0 & -R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ 0 \\ -J \\ E_1 - E_2 \\ E_2 - E_1 \end{bmatrix}$$



I) Расчет по законам Кирхгофа

Подставив численные значения, получим



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ -0.5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

I) Расчет по законам Кирхгофа

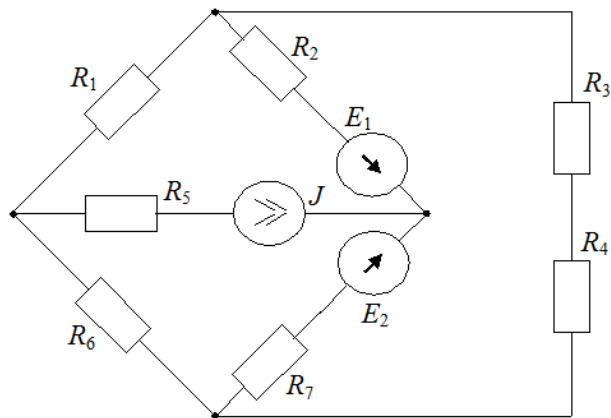
3. Решить систему уравнений



$$X := \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ -0.5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.75 \\ 1.75 \\ 1 \\ -1.25 \\ 2.25 \end{pmatrix}$$

Ответ: $I_1 = -0.75$ [A], $I_2 = 1.75$ [A], $I_3 = 1$ [A], $I_4 = -1.25$ [A], $I_5 = 2.25$ [A].

IIa) Расчет методом контурных токов (МКТ)



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: все неизвестные токи, используя МКТ.

IIa) Расчет методом контурных токов (МКТ)

Алгоритм и решение:



1. Определить топологию цепи

$p^*=6$ (общее количество ветвей),

$p_{\text{ит}}=1$ (количество ветвей с ист. тока),

$p=p^*-p_{\text{ит}}=6-1=5$ (количество неизвестных токов),

$q=4$ (количество узлов),

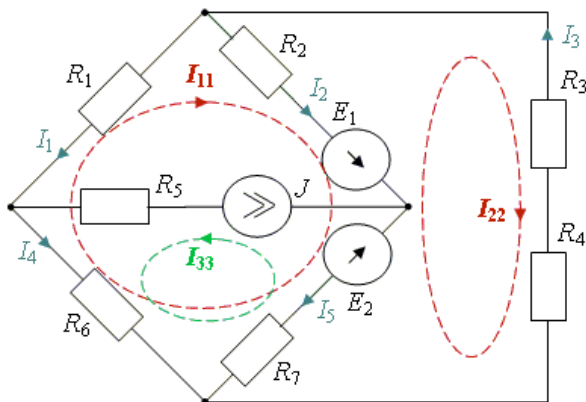
$n=p-(q-1)=5-(4-1)=2$ (количество неизвестных контурных токов),

$m=p_{\text{ит}}=1$ (количество известных контурных токов).

$s=n+m=2+1=3$ (общее количество контурных токов).

Произвольно обозначить p неизвестных токов, n неизвестных контурных токов и m известных контурных токов.

$$I_{33} = -J = -0,5 \text{ [A]}.$$



IIa) Расчет методом контурных токов (МКТ)

2. Составить и решить систему вида

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \dots + R_{1n}I_{nn} + \dots + R_{1s}I_{ss} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \dots + R_{2n}I_{nn} + \dots + R_{2s}I_{ss} = E_{22} \\ \vdots \\ R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \dots + R_{nn}I_{nn} + \dots + R_{ns}I_{ss} = E_{nn} \end{cases}$$

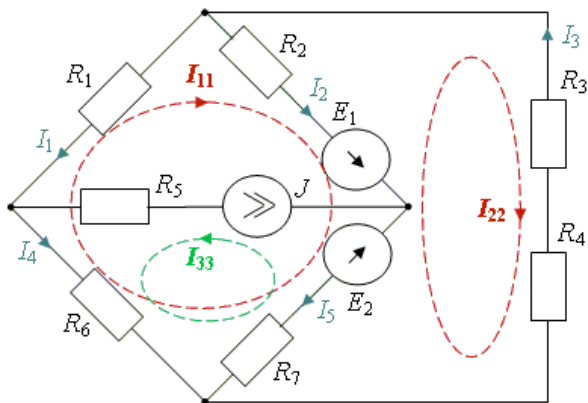
$R_{kl}=R_{lk}$ (для $k=1\dots s$, $l=1\dots s$, $k \neq l$) – общие сопротивления – сумма всех сопротивлений, охватываемых одновременно контурными токами I_{kk} и I_{ll} . Перед $R_{kl}=R_{lk}$ ставится знак «минус», если контурные токи протекают через него в разные стороны, в противном случае – знак «плюс».

R_{kk} (для $k=1\dots n$) – собственные сопротивления – сумма всех сопротивлений, охватываемых контурным током I_{kk} .

E_{kk} (для $k=1\dots n$) – контурная ЭДС – алгебраическая сумма ЭДС, охватываемых контурным током I_{kk} . Если направление контурного тока и ЭДС совпадают, то в E_{kk} такая ЭДС пишется со знаком «плюс», в противном случае «минус».



IIa) Расчет методом контурных токов (МКТ)



Для рассматриваемой схемы необходимо составить систему вида

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_7 + R_6)I_{11} - (R_2 + R_7)I_{22} - (R_6 + R_7)I_{33} = E_1 - E_2 \\ -(R_2 + R_7)I_{11} + (R_2 + R_3 + R_4 + R_7)I_{22} + R_7I_{33} = -E_1 + E_2 \end{cases}$$

Подставив численные значения

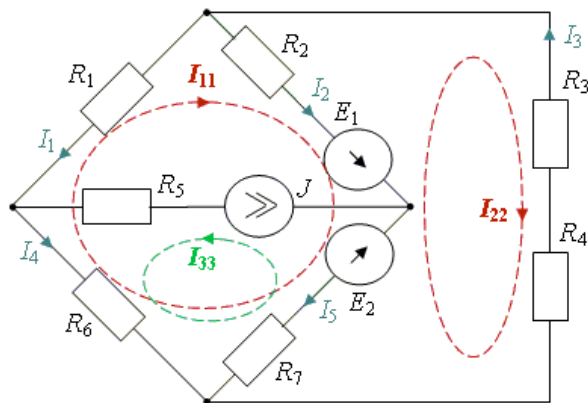
$$\begin{cases} 8I_{11} - 6I_{22} + 3 = 15 \\ -6I_{11} + 8I_{22} - 2,5 = -15 \end{cases}$$

и решая систему уравнений, получим

$$I_{11} = 0,75 \text{ [A]}, I_{22} = -1 \text{ [A]}.$$



IIa) Расчет методом контурных токов (МКТ)



3. Найти искомые токи через контурные токи

В общем случае ток в ветви является алгебраической суммой контурных токов, т.е. $I_x = \sum \pm I_{kk}$ ($k=1 \dots s$). Если контурный ток совпадает по направлению с направлением искомого тока, то в \sum перед ним ставится знак «плюс», в противном случае – знак «минус».

$$I_1 = -I_{11} = -0,75 \text{ [A]},$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 0,75 - (-1) = 1,75 \text{ [A]},$$

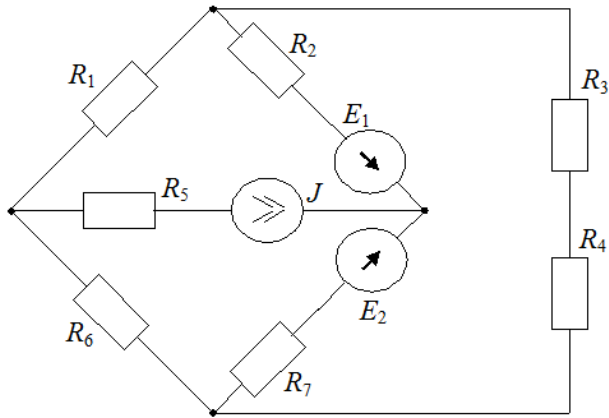
$$I_3 = -I_{22} = -(-1) = 1 \text{ [A]},$$

$$I_4 = -I_{11} + I_{33} = -0,75 + (-0,5) = -1,25 \text{ [A]},$$

$$I_5 = I_{11} - I_{22} - I_{33} = 0,75 - (-1) - (-0,5) = 2,25 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_1 = -0.75 \text{ [A]}$, $I_2 = 1.75 \text{ [A]}$, $I_3 = 1 \text{ [A]}$, $I_4 = -1.25 \text{ [A]}$, $I_5 = 2.25 \text{ [A]}$.

IIб) Расчет методом узловых напряжений (МУН) **ІІТМО**

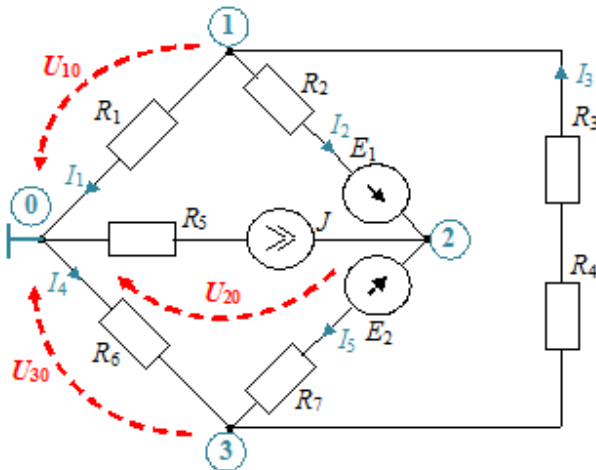


Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: все неизвестные токи, используя МУН.

IIб) Расчет методом узловых напряжений (МУН) **ІІТМО**

Алгоритм и решение:



1. Определить топологию цепи

$p^*=6$ (общее количество ветвей),
 $p_{\text{ит}}=1$ (количество ветвей с ист. тока),
 $p=p^*-p_{\text{ит}}=6-1=5$ (количество неизвестных токов),
 $q=4$ (количество узлов),
 $l=q-1=4-1=3$ (количество узловых напряжений).

Произвольно обозначить p неизвестных токов и l узловых напряжений (любой узел схемы заземляется (порядковый номер «0»), от оставшихся незаземленных узлов в сторону заземленного направляются узловые напряжения).

IIб) Расчет методом узловых напряжений (МУН) **ІІТМО**

2. Составить и решить систему вида

$$\begin{cases} g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} - \dots - g_{1l}U_{l0} = J_{11} \\ -g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} - \dots - g_{2l}U_{l0} = J_{22} \\ \vdots \\ -g_{l1}U_{10} - g_{l2}U_{20} - \dots + g_{ll}U_{l0} = J_{ll} \end{cases}$$

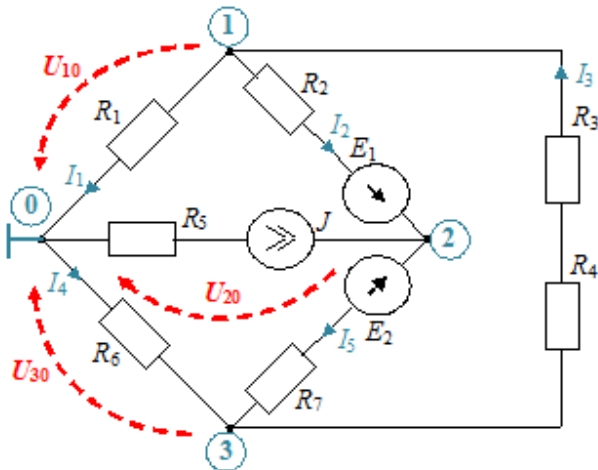
$g_{km}=g_{mk}$ (для $k=1\dots l$, $m=1\dots l$, $k\neq m$) – общие проводимости – сумма проводимостей всех ветвей, расположенных между узлами k и m (кроме проводимости ветви с источником тока).

g_{kk} (для $k=1\dots l$) – собственные проводимости – сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся в узле k (кроме проводимости ветви с источником тока).

$J_{kk}=\Sigma(\pm J) + \Sigma(\pm E/R)$ (для $k=1\dots l$) – «узловые токи», обусловленные наличием источников энергии в ветвях узла k – алгебраическая сумма токов от источников энергии, находящихся в ветвях узла k .



IIб) Расчет методом узловых напряжений (МУН) **ІІТМО**



Для рассматриваемой схемы необходимо составить систему вида

$$\begin{cases} g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} - g_{13}U_{30} = J_{11} \\ -g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} - g_{23}U_{30} = J_{22} \\ -g_{31}U_{10} - g_{32}U_{20} + g_{33}U_{30} = J_{33} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} (1/R_1 + 1/R_2 + 1/(R_3 + R_4))U_{10} - (1/R_2)U_{20} - (1/(R_3 + R_4))U_{30} = -E_1/R_2 \\ - (1/R_2)U_{10} + (1/R_2 + 1/R_7)U_{20} - (1/R_7)U_{30} = E_1/R_2 + J + E_2/R_7 \\ - (1/(R_3 + R_4))U_{10} - (1/R_7)U_{20} + (1/R_6 + 1/R_7 + 1/(R_3 + R_4))U_{30} = -E_2/R_7 \end{cases}$$

Подставив численные значения, получим

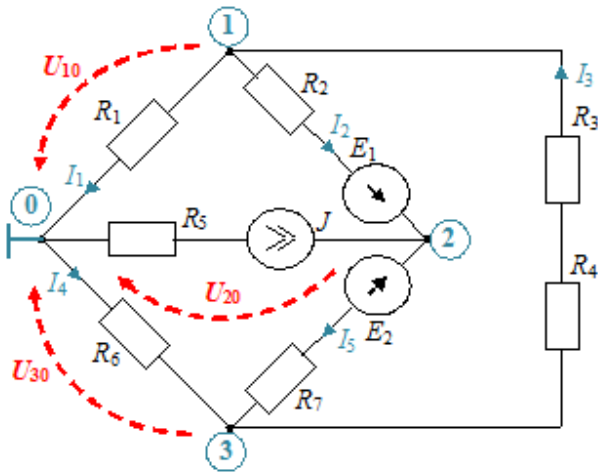
$$\begin{cases} 2,5U_{10} - U_{20} - 0,5U_{30} = -20 \\ -U_{10} + 1,2U_{20} - 0,2U_{30} = 21,5 \\ -0,5U_{10} - 0,2U_{20} + 1,7U_{30} = -1 \end{cases}$$

Решение системы уравнений:

$$U_{10} = -0,75 \text{ [В]}, U_{20} = 17,5 \text{ [В]}, U_{30} = 1,25 \text{ [В]}.$$



IIб) Расчет методом узловых напряжений (МУН) ИТМО



3. Определить искомые токи через узловые напряжения

Ток в ветви определяется с использованием обобщенного закона Ома, т.е. $I = (\sum(\pm U) + \sum(\pm E)) / \sum R$, где «+» у U и E в Σ ставится в случае совпадения направления искомого тока и соответствующих U и E , в противном случае – «-».

Для рассматриваемой схемы искомые токи будут определяться:

$$I_1 = U_{10} / R_1 = -0,75 / 1 = -0,75 \text{ [A]},$$

$$I_2 = (U_{10} - U_{20} + E_1) / R_2 = (-0,75 - 17,5 + 20) / 1 = 1,75 \text{ [A]},$$

$$I_3 = (-U_{10} + U_{30}) / (R_3 + R_4) = (-(-0,75) + 1,25) / (1 + 1) = 1 \text{ [A]},$$

$$I_4 = -U_{30} / R_6 = -1,25 / 1 = -1,25 \text{ [A]},$$

$$I_5 = (U_{20} - U_{30} - E_2) / R_7 = (17,5 - 1,25 - 5) / 5 = 2,25 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_1 = -0.75 \text{ [A]}$, $I_2 = 1.75 \text{ [A]}$, $I_3 = 1 \text{ [A]}$, $I_4 = -1.25 \text{ [A]}$, $I_5 = 2.25 \text{ [A]}$.

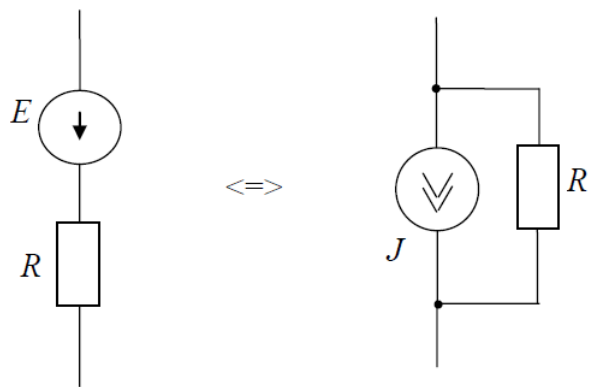
Ша) Типовые эквивалентные преобразования

Суть метода эквивалентных преобразований (МЭП) заключается в применении **типовых эквивалентных преобразований** к исходной схеме для ее сведения к одноконтурной относительно ветви с искомым током.



1. Преобразования источников энергии

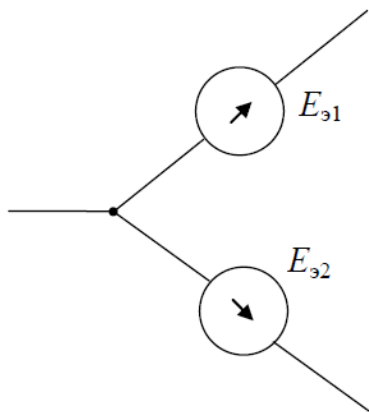
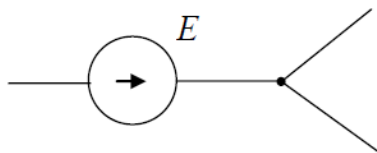
а) преобразование реальных источников энергии друг в друга



$$J = E/R \quad \Leftrightarrow \quad E = J \cdot R$$

Ша) Типовые эквивалентные преобразования

б) расщепление идеальных источников ЭДС

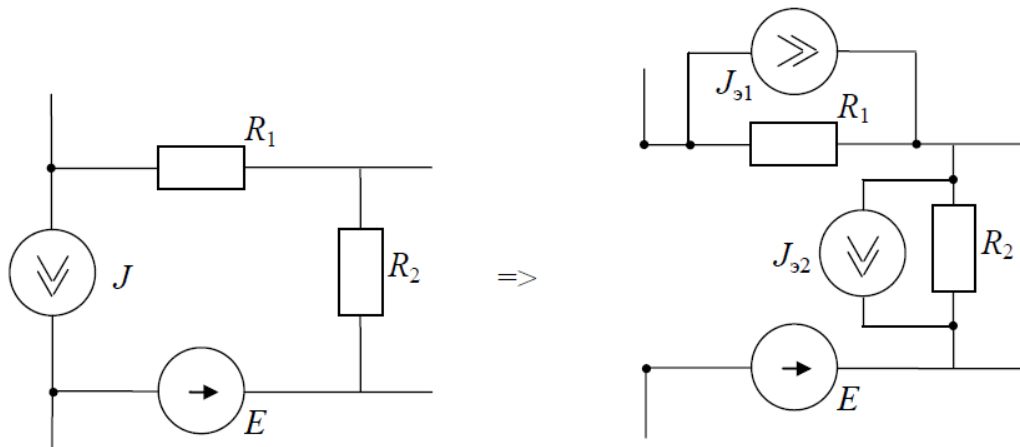


$$E_{\text{э1}} = E_{\text{э2}} = E$$



Ша) Типовые эквивалентные преобразования

в) расщепление идеальных источников тока



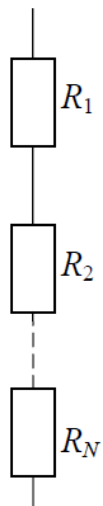
$$J_{\text{э1}} = J_{\text{э2}} = J$$

Ша) Типовые эквивалентные преобразования

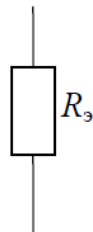
2. Преобразование последовательно соединенных элементов



а) R

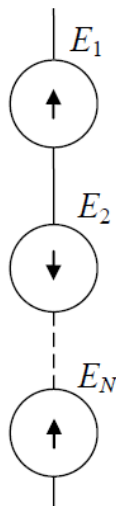


\Rightarrow

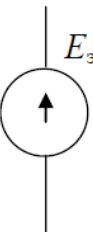


$$R_3 = \sum R_n$$

б) E

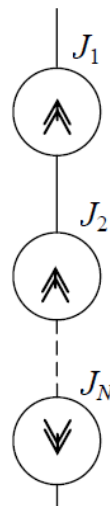


\Rightarrow



$$E_3 = \sum \pm E_n$$

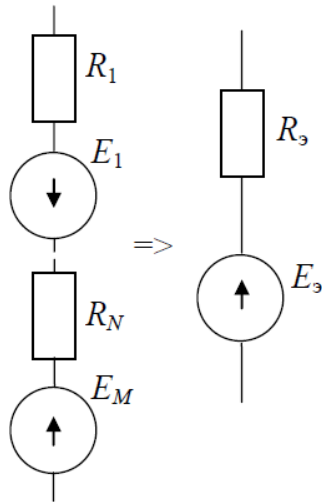
в) J



НЕВОЗМОЖНОЕ СОЕДИНЕНИЕ

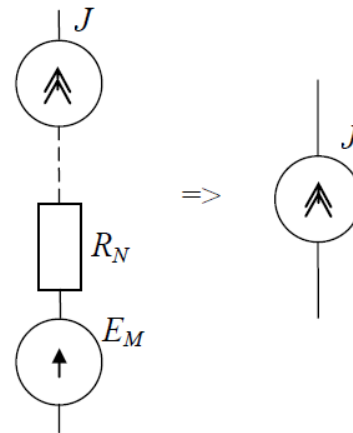
Ша) Типовые эквивалентные преобразования

г) R, E



$$R_3 = \sum R_n, \quad E_3 = \sum \pm E_m$$

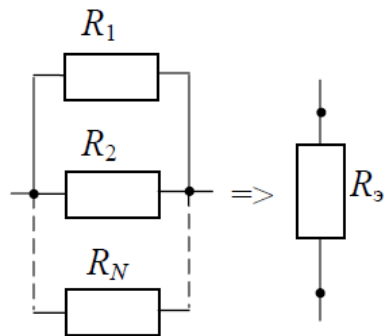
д) R, E, J



IIIa) Типовые эквивалентные преобразования

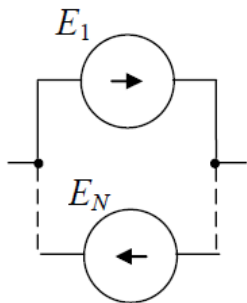
3. Преобразование параллельно соединенных элементов

а) R



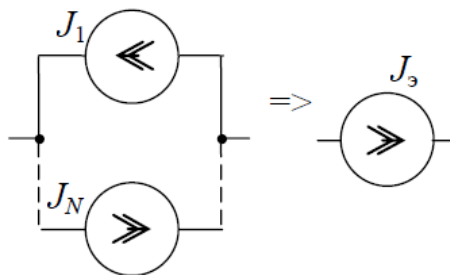
$$R_3 = 1 / \sum (1/R_n)$$

б) E



невозможное
соединение

в) J

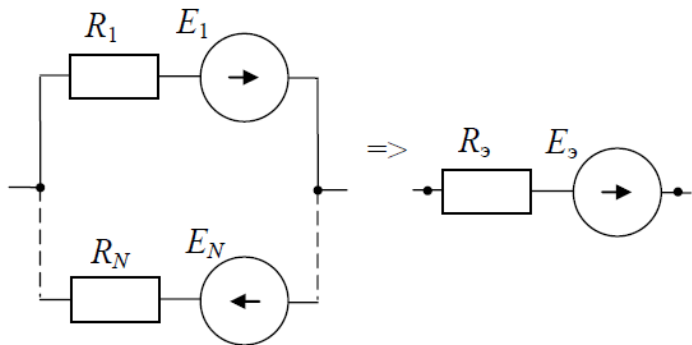


$$J_3 = \sum \pm J_n$$



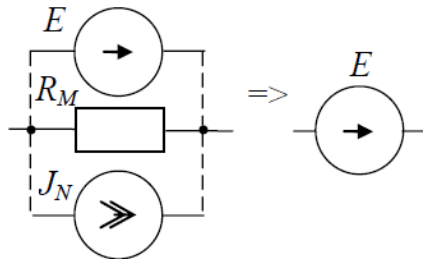
IIIa) Типовые эквивалентные преобразования

г) R, E



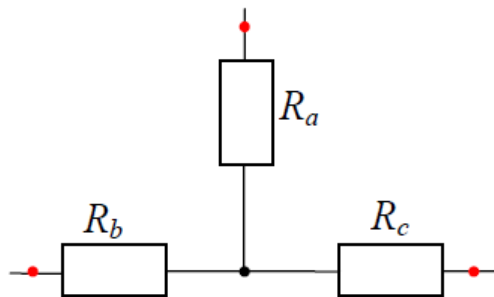
$$R_3 = 1 / \sum (1/R_n)$$
$$E_3 = R_3 \cdot \sum (\pm E_n / R_n)$$

д) R, J, E

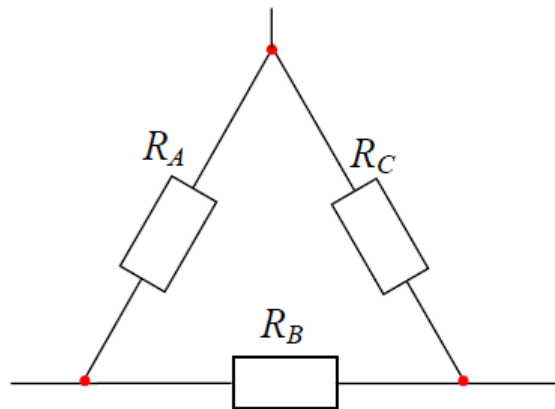


Ша) Типовые эквивалентные преобразования

4. Преобразование треугольник-звезда и обратно



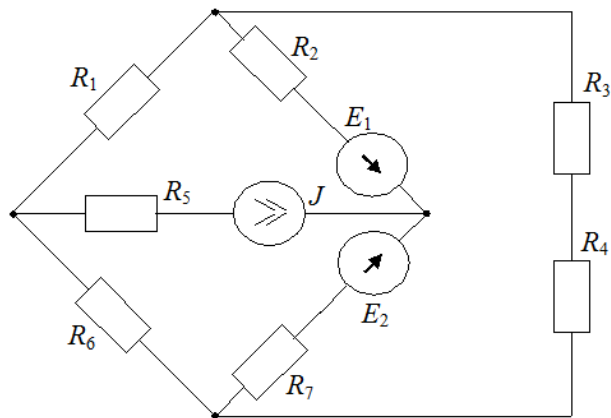
\Leftrightarrow



$$\begin{aligned}R_a &= R_A \cdot R_C / (R_A + R_B + R_C) \\ R_b &= R_A \cdot R_B / (R_A + R_B + R_C) \\ R_c &= R_B \cdot R_C / (R_A + R_B + R_C)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_A &= R_a + R_b + R_a \cdot R_b / R_c \\ R_B &= R_c + R_b + R_c \cdot R_b / R_a \\ R_C &= R_a + R_c + R_a \cdot R_c / R_b\end{aligned}$$

Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)



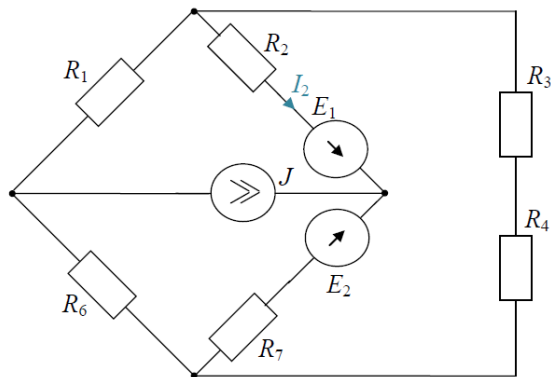
Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: найти ток через любой источник ЭДС МЭП (I_2).

Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)

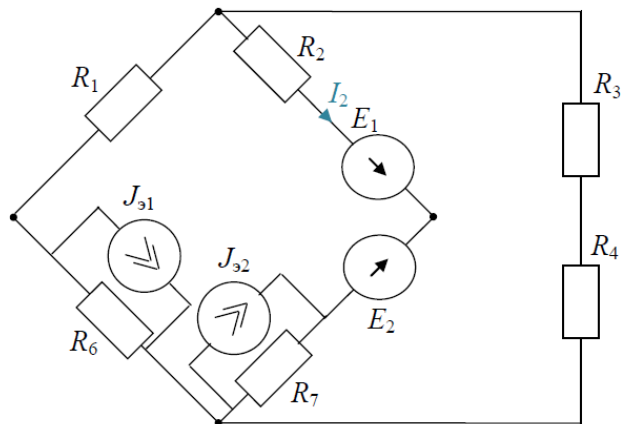


Решение:



1. R_5 посл. J удаляем [2д].

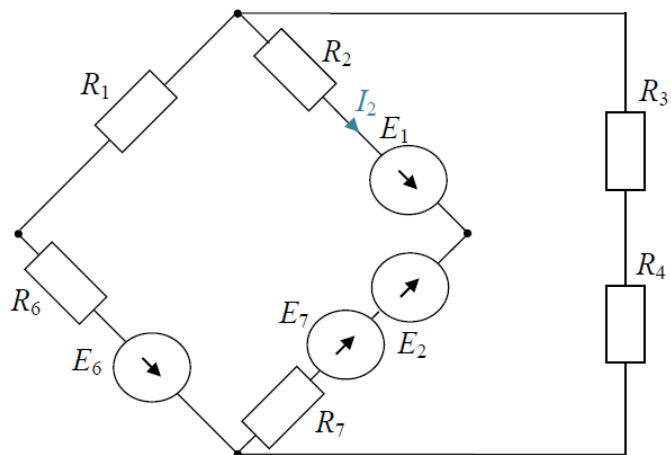
Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)



2. Расщепляем J на R_6 , R_7 , E_2 [1В].

$$J_{31} = J_{32} = J = 0,5 \text{ [A]}$$

Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)

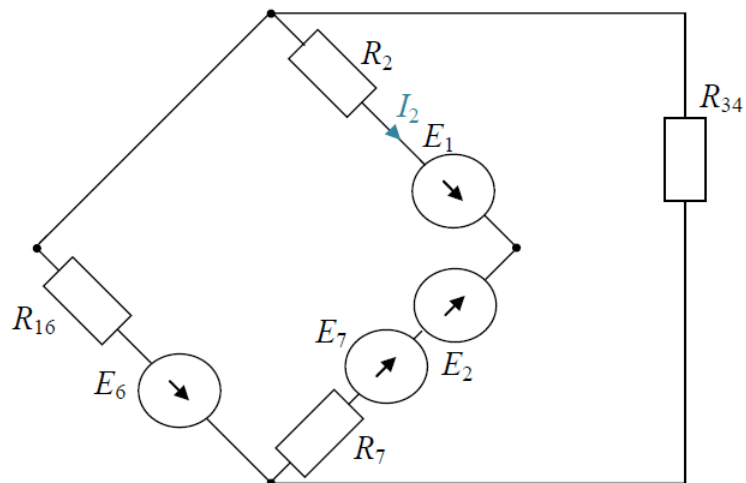


3. $J_{\text{з1}}$ парал. $R_6 \rightarrow E_6$ посл. R_6 [1а],
 $J_{\text{з2}}$ парал. $R_7 \rightarrow E_7$ посл. R_7 [1а].

$$E_6 = R_6 \cdot J_{\text{з1}} = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ [В]},$$

$$E_7 = R_7 \cdot J_{\text{з2}} = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ [В]}.$$

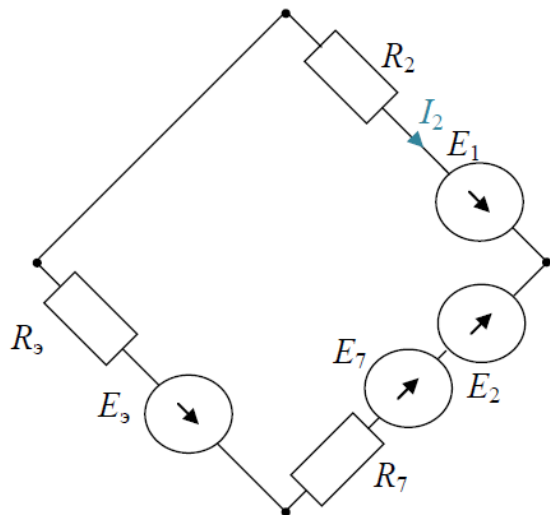
Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)



4. R_1 посл. $R_6 \rightarrow R_{16} [2a]$,
 R_3 посл. $R_4 \rightarrow R_{34} [2a]$.

$$R_{16} = R_1 + R_6 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]},$$
$$R_{34} = R_3 + R_4 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]}.$$

Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)

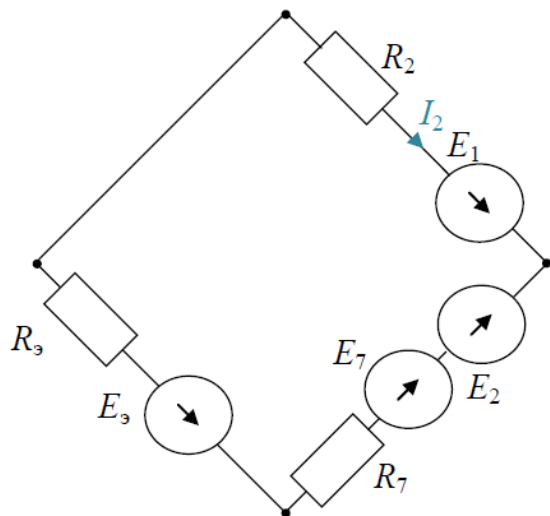


5. $(R_{16} \text{ посл. } E_6) \text{ парал. } R_{34} \rightarrow R_9 \text{ посл. } E_9 [3\Gamma].$

$$R_9 = 1 / (1/R_{16} + 1/R_{34}) = 1 / (1/2 + 1/2) = 1 [\text{Ом}],$$

$$E_9 = R_9 \cdot (E_6/R_{16}) = 1 \cdot (0,5/2) = 0,25 [\text{В}].$$

Ша) Расчет методом эквивалентных преобразований (МЭП)



6. Схема сведена к одноконтурной относительно ветви с искомым током.

Искомый ток I_2 определим с использованием ЗКП.

$$(R_2 + R_7 + R_3) \cdot I_2 = E_1 - E_2 - E_7 - E_3$$

$$I_2 = (E_1 - E_2 - E_7 - E_3) / (R_2 + R_7 + R_3)$$

$$I_2 = (20 - 5 - 2,5 - 0,25) / (1 + 5 + 1) = 12,25 / 7 = 1,75 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_2 = 1,75 \text{ [A]}.$

IIIб) Алгоритм расчета методом эквивалентного генератора

1. Определить ЭДС генератора (E_r).

Составить цепь холостого хода и определить напряжение между точками подключения ветви с искомым током (U_{xx}). Цепь холостого хода формируется из исходной путем удаления ветви с искомым током. ЭДС генератора равна найденному напряжению ($E_r = U_{xx}$).

2. Определить сопротивление генератора (R_r).

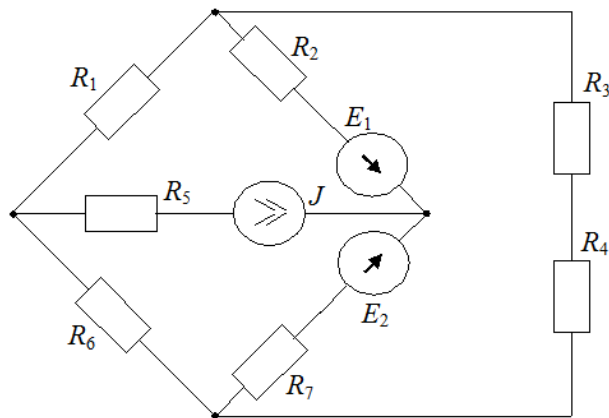
Составить пассивную цепь и определить эквивалентное сопротивление между точками подключения ветви с искомым током ($R_{э\text{кв}}$). Пассивная цепь формируется из цепи холостого хода путем удаления из последней источников энергии (источники ЭДС закорачиваются (заменяются проводником), источники тока обрываются). Сопротивление генератора равно найденному эквивалентному сопротивлению ($R_r = R_{э\text{кв}}$).

3. Определить искомый ток (I_x).

Составить одноконтурную цепь, содержащую ветвь с искомым током и последовательное соединение E_r и R_r . Используя второй закон Кирхгофа вывести формулу для определения искомого тока.



IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

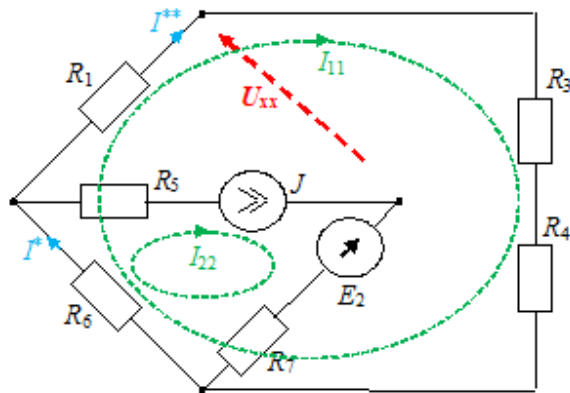
Найти: найти ток через любой источник ЭДС МЭГ (I_2).

IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)

Решение:



1. Определение E_r



а) по ЗКП для контура $R_1, U_{xx}, E_2, R_7, R_6$: $R_1 I^{**} - U_{xx} + R_7 J + R_6 I^* = -E_2$, следовательно, $U_{xx} = R_1 I^{**} + R_7 J + R_6 I^* + E_2$.

б) I^* и I^{**} ищем МКТ: $I_{22} = J = 0,5$ [A].

$$(R_1 + R_3 + R_4 + R_6) I_{11} + R_6 I_{22} = 0,$$

тогда $I_{11} = -R_6 I_{22} / (R_1 + R_3 + R_4 + R_6) = -1 \cdot 0,5 / (1 + 1 + 1 + 1) = -0,125$ [A].

$$I^* = I_{11} + I_{22} = -0,125 + 0,5 = 0,375$$
 [A], $I^{**} = I_{11} = -0,125$ [A].

в) итак,

$$E_r = U_{xx} = R_1 I^{**} + R_7 J + R_6 I^* + E_2 = 1 \cdot (-0,125) + 5 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,375 + 5 = 7,75$$
 [B].

IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)

2. Определение R_r

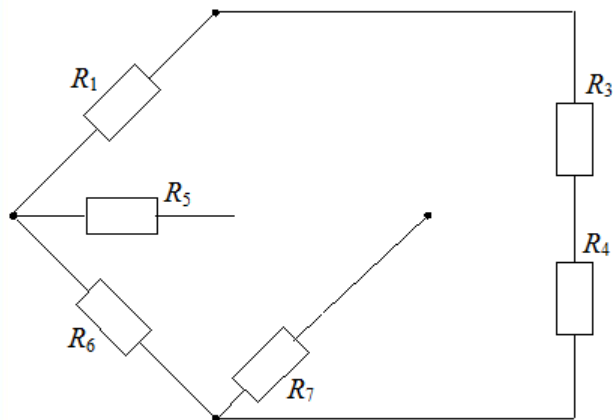


а) R_5 удаляем

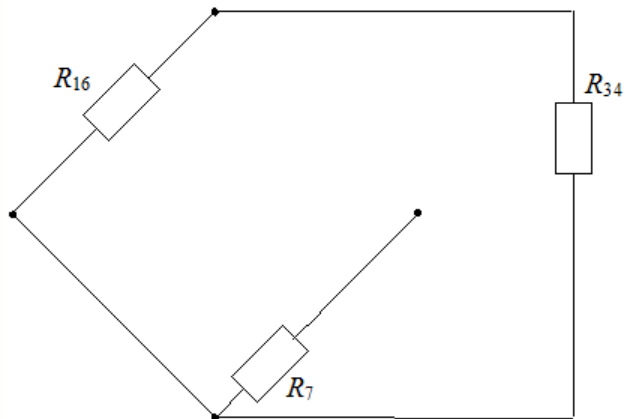
б) R_1 посл. $R_6 \rightarrow R_{16}$, R_3 посл. $R_4 \rightarrow R_{34}$

$$R_{16} = R_1 + R_6 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]}.$$



IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)

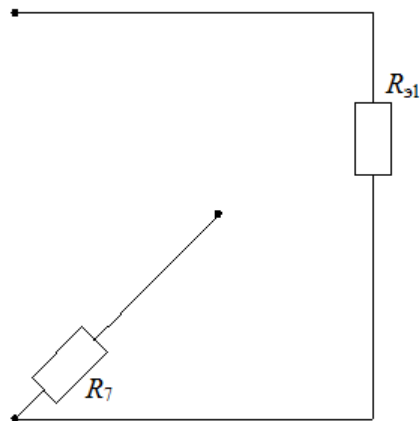


в) R_{16} парал. $R_{34} \rightarrow R_{91}$

$$R_{91} = 1 / (1/R_{16} + 1/R_{34}) = 1 / (1/2 + 1/2) = 1 \text{ [Ом]}$$



IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)



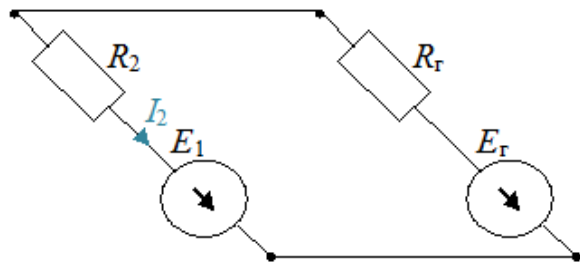
г) $R_{\text{э1}}$ послед. $R_7 \rightarrow R_{\text{эKB}}$

$$R_{\Gamma} = R_{\text{эKB}} = R_{\text{э1}} + R_7 = 1 + 5 = 6 \text{ [Ом]}$$

IIIб) Расчет методом эквивалентного генератора (МЭГ)



3. Определение I_2



По ЗКП: $(R_2 + R_r) \cdot I_2 = E_1 - E_r$

$$I_2 = (E_1 - E_r) / (R_2 + R_r) = (20 - 7,75) / (1 + 6) = 1,75 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_2 = 1,75 \text{ [A]}$.

IV) Баланс мощностей

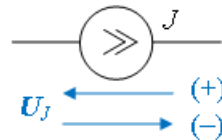
На основании закона сохранения энергии мощность, развиваемая источниками электрической энергии в цепи должна быть равна мощности преобразуемой в другие виды энергии в нагрузке:

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}} \quad \text{или} \quad \sum \pm P_J + \sum \pm P_E = \sum P_R,$$

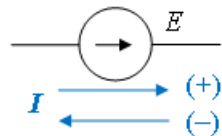
где $P_{\text{и}}$ – суммарная мощность источников энергии, $P_{\text{п}}$ – суммарная мощность потребителей (нагрузки), P_J – мощность источника тока, P_E – мощность источника ЭДС, P_R – мощность резистивного элемента.

Мощность источника тока $P_J = \pm U_J \cdot J$

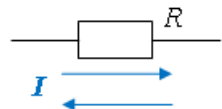
(U_J направляется произвольно и определяется с использованием ЗКП)



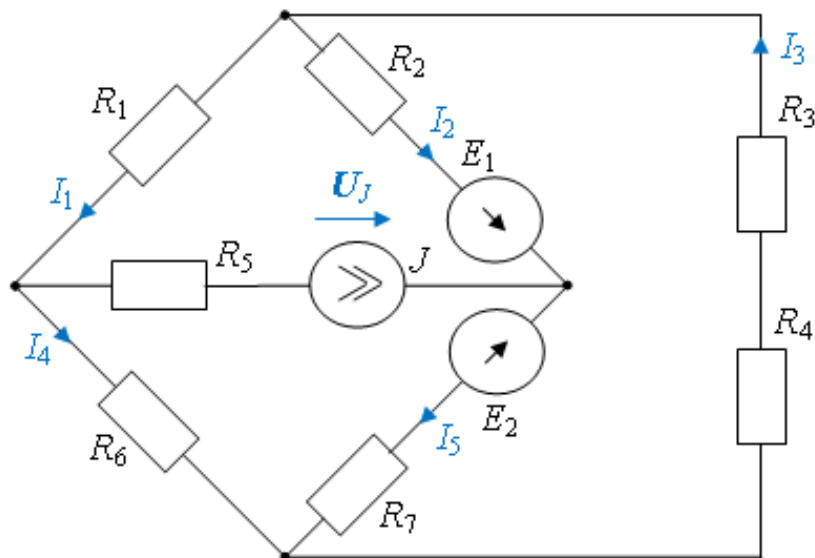
Мощность источника ЭДС $P_E = \pm E \cdot I$



Мощность резистивного элемента $P_R = R \cdot I^2$



IV) Расчет баланса мощностей (БМ)

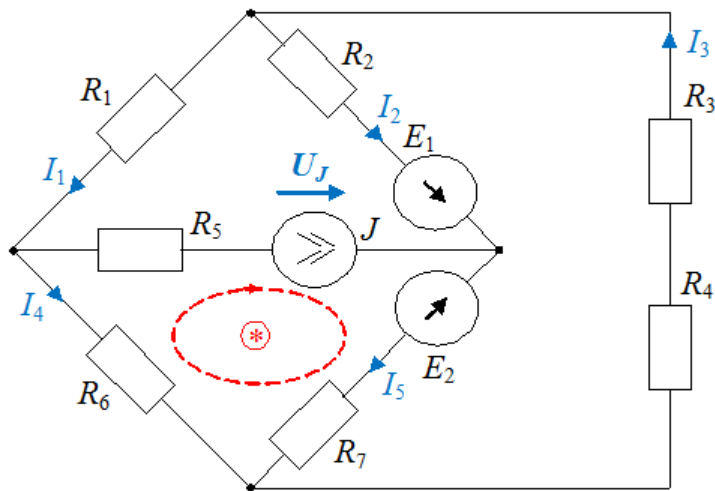


Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_5=4$ [Ом], $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_7=5$ [Ом], $I_1=-0,75$ [А], $I_2=1,75$ [А],
 $I_3=1$ [А], $I_4=-1,25$ [А], $I_5=2,25$ [А].

Найти: U_J , мощности всех элементов цепи, суммарные мощности источников и приемников, показать, что соблюдается БМ.

IV) Расчет баланса мощностей (БМ)

Решение:



1) Определение U_J по ЗКП для контура (*)

$$R_5 \cdot J + U_J + R_7 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_4 = -E_2$$

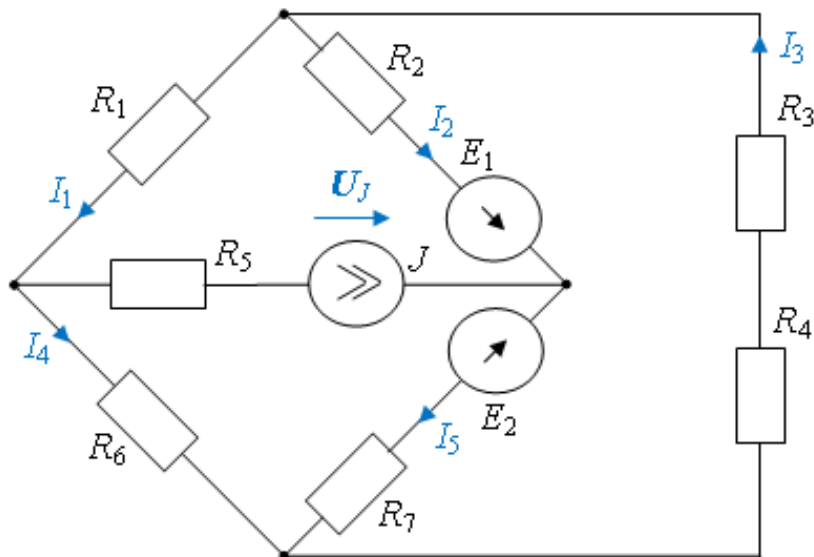
тогда

$$U_J = -E_2 - R_5 \cdot J - R_7 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_4$$

$$U_J = -5 - 4 \cdot 0,5 - 5 \cdot 2,25 + 1 \cdot (-1,25) = -19,5 \text{ [В]}.$$

IV) Расчет баланса мощностей (БМ)

2) Определение мощностей элементов



$$P_J = -U_J \cdot J = -(-19,5) \cdot 0,5 = 9,75 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E1} = E_1 \cdot I_2 = 20 \cdot 1,75 = 35 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E2} = -E_2 \cdot I_5 = -5 \cdot 2,25 = -11,25 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 1 \cdot (-0,75)^2 = 0,5625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R2} = R_2 \cdot I_2^2 = 1 \cdot (1,75)^2 = 3,0625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R3} = R_3 \cdot I_3^2 = 1 \cdot (1)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R4} = R_4 \cdot I_3^2 = 1 \cdot (1)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R5} = R_5 \cdot J^2 = 4 \cdot (0,5)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R6} = R_6 \cdot I_4^2 = 1 \cdot (-1,25)^2 = 1,5625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R7} = R_7 \cdot I_5^2 = 5 \cdot (2,25)^2 = 25,3125 \text{ [Вт]}$$

IV) Расчет баланса мощностей (БМ)

3) Баланс мощностей

- суммарная мощность источников

$$P_{\text{и}} = P_J + P_{E1} + P_{E2} = 9,75 + 35 + (-11,25) = 33,5 \text{ [Вт]}$$

- суммарная мощность потребителей

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7} = \\ &= 0,5625 + 3,0625 + 1 + 1 + 1 + 1,5625 + 25,3125 = 33,5 \text{ [Вт]} \end{aligned}$$

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 33,5 \text{ [Вт]} \text{ баланс мощностей сошелся}$$

Ответ: $I_1 = -0,75 \text{ [A]}$, $I_2 = 1,75 \text{ [A]}$, $I_3 = 1 \text{ [A]}$, $I_4 = -1,25 \text{ [A]}$, $I_5 = 2,25 \text{ [A]}$, $U_J = -19,5 \text{ [В]}$,
 $P_J = 9,75 \text{ [Вт]}$, $P_{E1} = 35 \text{ [Вт]}$, $P_{E2} = -11,25 \text{ [Вт]}$, $P_{R1} = 0,5625 \text{ [Вт]}$, $P_{R2} = 3,0625 \text{ [Вт]}$, $P_{R3} = 1 \text{ [Вт]}$,
 $P_{R4} = 1 \text{ [Вт]}$, $P_{R5} = 1 \text{ [Вт]}$, $P_{R6} = 1,5625 \text{ [Вт]}$, $P_{R7} = 25,3125 \text{ [Вт]}$, $P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 33,5 \text{ [Вт]}$.



Спасибо за внимание!

ITMO *re than a*
UNIVERSITY

Никитина Мария Владимировна,
mvnikitina@itmo.ru

