

---

## 第一章 绪论

概念：计算机图形学、图形、图像、点阵法、参数法、

图形的几何要素、非几何要素、数字图像处理；

计算机图形学和计算机视觉的概念及三者之间的关系；

计算机图形系统的功能、计算机图形系统的总体结构。

## 第二章 图形设备

图形输入设备：有哪些。

图形显示设备：CRT 的结构、原理和工作方式。

彩色 CRT：结构、原理。

随机扫描和光栅扫描的图形显示器的结构和工作原理。

图形显示子系统：分辨率、像素与帧缓存、颜色查找表等基本概念，分辨率的计算

## 第三章 交互式技术

什么是输入模式的问题，有哪几种输入模式。

## 第四章 图形的表示与数据结构

自学，建议至少阅读一遍

## 第五章 基本图形生成算法

概念：点阵字符和矢量字符；

直线和圆的扫描转换算法；

多边形的扫描转换：有效边表算法；

---

区域填充：4 / 8 连通的边界 / 泛填充算法；

内外测试：奇偶规则，非零环绕数规则；

反走样：反走样和走样的概念，过取样和区域取样。

### 5.1.2 中点 Bresenham 算法 ( P109 )

斜率 K	误差项 d	理想点 Q	取下一个点	d 更新
<1	<0	在中点上	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点下	取下点	$d-2\Delta y$
>1	<0	在中点右	取右点	$d-2\Delta x+2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点左	取左点	$d-2\Delta x$
<-1	<0	在中点左	取左点	$d-2\Delta x+2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点右	取右点	$d-2\Delta x$
>-1	<0	在中点下	取下点	$d+2\Delta x-2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点上	取上点	$d-2\Delta y$

### 5.1.2 改进 Bresenham 算法 ( P112 )

斜率 K	改进误差项 e	理想点 Q	取下一个点	e 更新
<1	<0	在中点上	取上点	$e-2\Delta x$
	$\geq 0$	在中点下	取下点	$e+2\Delta y$
>1	<0	在中点右	取右点	$e-2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点左	取左点	$e+2\Delta x$
<-1	<0	在中点左	取左点	$e-2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点右	取右点	$e+2\Delta x$
>-1	<0	在中点下	取下点	$e-2\Delta x$
	$\geq 0$	在中点上	取上点	$e+2\Delta y$

---

## 习题解答

### 习题 5 (P144)

5.3 试用中点 Bresenham 算法画直线段的原理推导斜率为负且大于 1 的直线段绘制过程

(要求写清原理、误差函数、递推公式及最终画图过程)。(P111)

解:  $k \leq -1$   $|\Delta y|/|\Delta x| \geq 1$   $y$  为最大位移方向

$$\text{故有 } \begin{cases} x_{i+1} = \begin{cases} x_i - 1 \\ x_i \end{cases} \\ y_{i+1} = y_i + 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{构造判别式: } d &= f(x_M, y_M) = f(x_i - 0.5, y_i + 1) \\ &= y_i + 1 - k(x_i - 0.5) - b \end{aligned}$$

推导  $d$  各种情况的方法(设理想直线与  $y=y_i+1$  的交点为  $Q$ ):

所以有:  $y_Q - kx_Q - b = 0$  且  $y_M = y_Q$

$$d = f(x_M - kx_M - b - (y_Q - kx_Q - b)) = k(x_Q - x_M)$$

所以, 当  $k < 0$ ,

$d > 0$  时,  $M$  点在  $Q$  点右侧 ( $Q$  在  $M$  左), 取左点  $P_l(x_i - 1, y_i + 1)$ 。

$d < 0$  时,  $M$  点在  $Q$  点左侧 ( $Q$  在  $M$  右), 取右点  $P_r(x_i, y_i + 1)$ 。

$d = 0$  时,  $M$  点与  $Q$  点重合 ( $Q$  在  $M$  点), 约定取右点  $P_r(x_i, y_i + 1)$ 。

$$\text{所以有 } \begin{cases} x_{i+1} = \begin{cases} x_i - 1 & (d > 0) \\ x_i & (d \leq 0) \end{cases} \\ y_{i+1} = y_i + 1 \end{cases}$$

递推公式的推导:

$$d_2 = f(x_{i-1.5}, y_i + 2)$$

当  $d > 0$  时,

$$\begin{aligned}d_2 &= y_i + 2 - k(x_i - 1.5) - b \quad \text{增量为 } 1 + k \\&= d_1 + 1 + k\end{aligned}$$

当  $d < 0$  时,

$$\begin{aligned}d_2 &= y_i + 2 - k(x_i - 0.5) - b \quad \text{增量为 } 1 \\&= d_1 + 1\end{aligned}$$

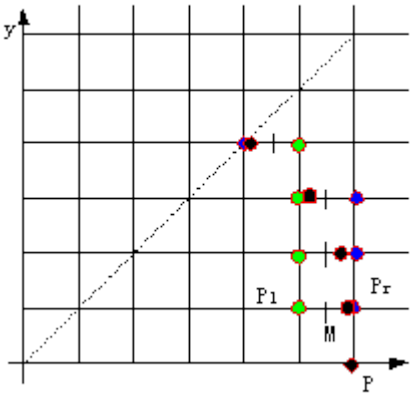
当  $d = 0$  时,

$$\begin{aligned}d_0 &= f(x_0 - 0.5, y_0 + 1) \\&= y_0 + 1 - k(x_0 - 0.5) - b \\&= y_0 - kx_0 - b + 1 + 0.5k = 1 + 0.5k\end{aligned}$$

5.7 利用中点 Bresenham 画圆算法的原理，

推导第一象限  $y = 0$  到  $y = x$  圆弧段的扫描转换算法

(要求写清原理、误差函数、递推公式及最终画图过程)。(P115)



y 坐标	圆心角 $\alpha$	误差项 d	理想点 Q	取下一个点	d 更新
y=0	$0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$< 0$	在中点右	取右点	$d + 2y + 3$
		$\geq 0$	在中点左	取左点	$d - 2(y - x)$

y=x					+5
y=x	$45^\circ \leq \alpha \leq 90$	<0	在中点上	取上点	d+2x+3
v=1		>=0	在中点下	取下点	d-2(x-y) +5

解：在  $x=y$  到  $y=0$  的圆弧中， $(R,0)$  点比在圆弧上，算法从该点开始。

最大位移方向为  $y$ ，由  $(R,0)$  点开始， $y$  渐增， $x$  渐减，每次  $y$  方向加 1， $x$  方向减 1 或减 0。

设  $P$  点坐标  $(x_i, y_i)$ ，下一个候选点为右点  $Pr(x_i, y_i+1)$  和左点  $Pl(x_i-1, y_i+1)$ ，

取  $Pl$  和  $Pr$  的中点  $M(x_i-0.5, y_i+1)$ ，设理想圆与  $y=y_i+1$  的交点  $Q$ ，

构造判别式：

$$d=f(x_M, y_M)=(x-0.5)^2+(y_i+1)^2-R^2$$

当  $d<0$  时， $M$  在  $Q$  点左方（ $Q$  在  $M$  右），取右点  $Pr(x_i, y_i+1)$

当  $d>0$  时， $M$  在  $Q$  点右方（ $Q$  在  $M$  左），取左点  $Pl(x_i-1, y_i+1)$

当  $d=0$  时， $M$  与  $Q$  点重合，约定取左点  $Pl(x_i-1, y_i+1)$

$$\text{所以有: } \begin{cases} y_{i+1} = y_i + 1 \\ x_{i+1} = \begin{cases} x_i - 1 & (d \geq 0) \\ x_i & (d < 0) \end{cases} \end{cases}$$

推导判别式：

$d \geq 0$  时，取左点  $Pl(x_i-1, y_i+1)$ ，下一点为  $(x_i-1, y_i+2)$  和  $(x_i-2, y_i+2)$

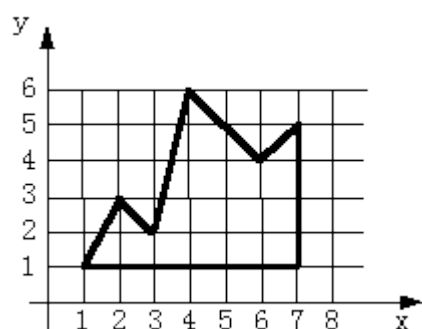
$$\begin{aligned} d_2 &= F(x_i-1.5, y_i+2) \\ &= (x_i-1.5)^2 + (y_i+2)^2 - R^2 \\ &= (x_i-0.5)^2 - 2(x_i-0.5) + 1 + (y_i+1)^2 + 2(y_i+1) + 1 \\ &= d_1 - 2x_i + 2y_i + 5 \end{aligned}$$

$d < 0$  时，取右点  $Pr(x_i, y_i+1)$ ，下一点为  $(x_i, y_i+2)$  和  $(x_i-1, y_i+2)$

$$\begin{aligned}
 d_2 &= F(x_i - 0.5, y_i + 2) \\
 &= (x_i - 0.5)^2 + (y_i + 2)^2 - R^2 \\
 &= (x_i - 0.5)^2 + (y_i + 1)^2 + 2(y_i + 1) + 1 \\
 &= d_1 + 2y_i + 3
 \end{aligned}$$

$$d_0 = f(R - 0.5, 1) = R^2 - R + 0.25 + 1 - R^2 = 1.25 - R$$

5.11 如图 5-59 所示多边形，若采用扫描转换算法（ET 边表算法）进行填充，试写出该多边形的边表 ET 和当扫描线  $Y = 4$  时的有效边表 AET（活性边表）。（P125）



解：

1) 边表 ET 表

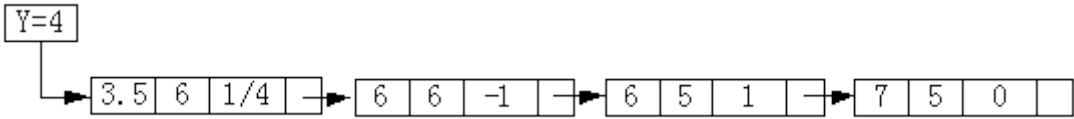
x <sub>i</sub>   y <sub>i</sub> m <sub>i</sub>	y <sub>m</sub>	1/k	next
n	ax		t

1	→	1	3	1/2	→	7	5	0	↘
2	→	3	3	-1	→	3	6	1/4	↘
3									
4	→	6	6	-1	→	6	5	1	↘
5									
6									

2)  $y = 4$  时的有效边表 AET

x	y <sub>m</sub>	1/k	next
---	----------------	-----	------

	ax		
--	----	--	--



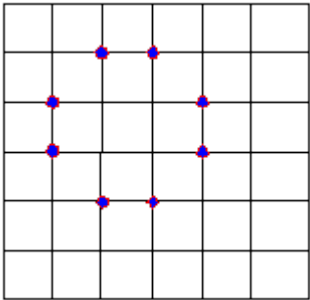
注意：水平线不用计算。

5.22 构造两个例子，一个是 4-连通图，其边界是 8-连通的，

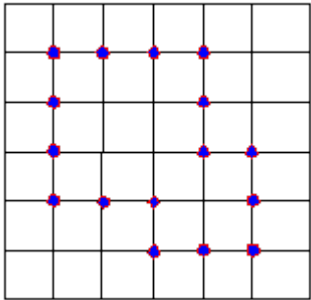
另一个是 8-连通图，其边界是 4-连通的。（P132）

解：

4-连通区域



8-连通区域



## 第六章 二维变换及二维观察

概念：齐次坐标，窗口，视区，二维观察流程，

字符裁减的三种策略，外部裁减

计算：二维几何变换

直线裁减：区域编码法和梁友栋算法

多边形裁减：逐边裁减法和双边裁减法

### 6.1.3 二维变换矩阵(P147)

3 阶二维变换矩阵	子矩阵功能
-----------	-------

a b p	abcd 比例旋转 pq 投影变换
c d q	
l m s	lm 平移变换 s 整体比例

6.2.3 旋转变换(P149)

逆时针变换矩阵	顺时针变换矩阵
cosθ sinθ 0	cosθ -sinθ 0
-sinθ cosθ 0	sinθ cosθ 0
0 0 1	0 0 1

6.2.5 相对任一参考点的二维几何变换(P155)

例如：相对(xf,yf)点的旋转变换

平移到 坐标原点	旋转角度 θ	反平移回 原来位置
1 0 0	cosθ sinθ 0	1 0 0
0 1 0	-sinθ cosθ 0	0 1 0
-xf -yf 1	0 0 1	xf yf 1

习题 6 ( P177 )

6.7 求四边形 ABCD 绕 P(5,4)旋转 45 度的变换矩阵和端点坐标，



---

画出变换后的图形。(P147 P148 P155)

解：变换的过程包括：

1)平移：将点 P(5,4)平移至原点(0,0),

2)旋转：图形绕原点（0点）旋转 45 度,

3)反平移：将 P 点移回原处(5,4),

4)变换矩阵：平移—旋转—反平移

$$T = T_t \bullet T_R \bullet T_t^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 - 9\sqrt{2}/2 & 1 \end{bmatrix}$$

5)变换过程：四边形 ABCD 的规范化齐次坐标(x,y,1) \* 3 阶二维变换矩阵

$$P' = P \bullet T = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \\ 7 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 - 9\sqrt{2}/2 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 5 + \sqrt{2} & 4 - 2\sqrt{2} & 1 \\ 5 + 3\sqrt{2}/2 & 4 + \sqrt{2}/2 & 1 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 + 5\sqrt{2}/2 & 1 \\ 5 - 2\sqrt{2} & 4 - 2\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$

由旋转后四边形 ABCD 的规范化齐次坐标(x',y',1)可写出顶点坐标：

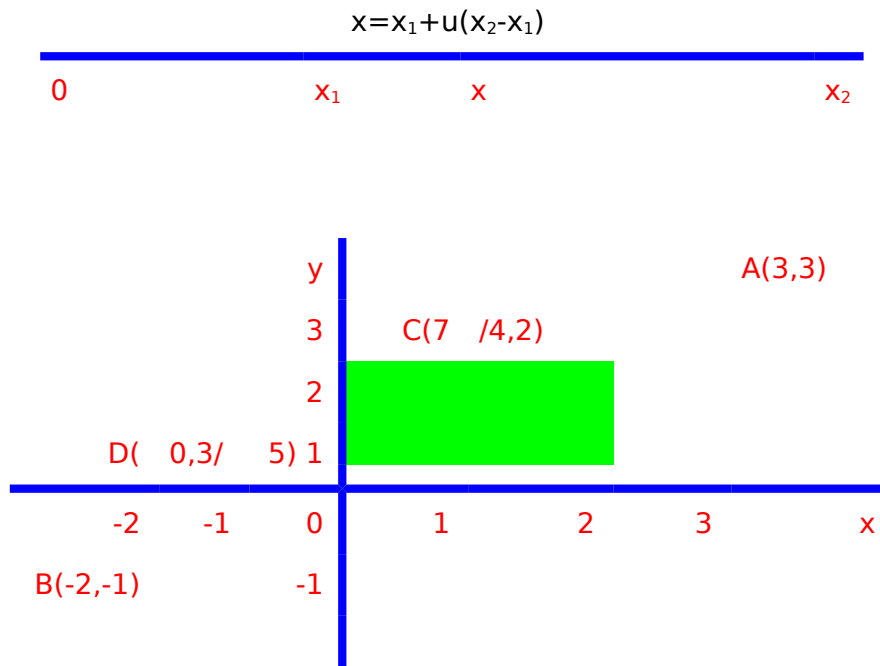
A'(6.4,1.2) B'(7.1,4.7) C'(4.3,8.5) D'(2.2,1.2)

6.15 用梁友栋算法裁减线段 AB，B 点的坐标改为(-2,-1) ( P170 )

解：以 A ( 3, 3 ) 为起点，B(-2, -1)为终点

所以有 x1=3, y1=3, x2=-2, y2=-1, wxl=0, wxr=2, wyb=0, wyt=2

构造直线参数方程：



$$x = x_1 + u(x_2 - x_1) \quad (0 \leq u \leq 1)$$

$$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$$

把  $x_1=3$ ,  $y_1=3$ ,  $x_2=-2$ ,  $y_2=-1$  代入得

$$x = 3 - 5u$$

$$y = 3 - 4u$$

计算各个  $p$  和  $q$  值有：

$$p_1 = x_1 - x_2 = 5 \quad q_1 = |x_1 - x_2| = 5$$

$$p_2 = x_2 - x_1 = -5 \quad q_2 = |x_2 - x_1| = 5$$

$$p_3 = y_1 - y_2 = 4 \quad q_3 = |y_1 - y_2| = 4$$

$$p_4 = y_2 - y_1 = -4 \quad q_4 = |y_2 - y_1| = 4$$

根据,  $u_k = q_k / p_k$  算出

$$p_k < 0 \text{ 时: } u_2 = 1/5 \quad u_4 = 1/4$$

$$p_k > 0 \text{ 时: } u_1 = 3/5 \quad u_3 = 3/4$$

$$u_{\max} = \max(0, u_2, u_4) = \max(0, 1/5, 1/4) = 1/4 \quad (\text{取最大值})$$

$$u_{\min} = \min(u_1, u_3, 1) = \min(3/5, 3/4, 1) = 3/5 \quad (\text{取最小值})$$

由于  $u_{\max} < u_{\min}$ ，故此直线 AB 有一部分在裁减窗口内，

$p_k < 0$  时，将  $u_{\max} = 1/4$  代入直线参数方程

$$x = x_1 + u(x_2 - x_1)$$

$$x = 3 + 1/4 * (-5) = 3 - 5/4 = 7/4$$

$$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$$

$$y = 3 + 1/4 * (-4) = 2$$

求出直线在窗口内部分的端点 C(7/4, 2)

$p_k > 0$  时，将  $u_{\min} = 3/5$  代入直线参数方程

$$x = x_1 + u(x_2 - x_1)$$

$$x = 3 + 3/5 * (-5) = 0$$

$$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$$

$$y = 3 + 3/5 * (-4) = 3/5$$

求出直线在窗口内部分的端点 D(0, 3/5)。

所以，直线在窗口内部分的端点为 C(7/4, 2)，D(0, 3/5)。

## 第七章 三维变换及三维观察

概念：几何变换、投影变换、透视投影、平行投影、灭点

平面几何投影的分类以及分类原则

计算：三维几何变换、三视图

### 7.2 三维几何变换 (P180)

4 阶三维变换矩阵	子矩阵功能
a b c p	

d e f q	abcdefghi 比例旋转 pqr 透视投影
g h i r	
l m n s	lmn 平移变换 s 整体比例

整体比例变换 ( P182 )

$s > 1$  时，整体缩小，如 2 表示 2:1 缩小。

$s < 1$  时，整体放大，如 1/2 表示 1:2 放大。

### 7.3.1 正投影

#### 1.主视图 V ( P191 )

##### 4 阶三维变换矩阵

y 轴方向投影			
1	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

#### 2.俯视图 H

4 阶三维变换矩阵			
1	0	0	0
0	0	-1	0
0	0	0	0
0	0	-z0	1

z 轴方向投影	绕 x 轴旋转-90 度	z 轴方向平移-1
1 0 0 0	<b>1</b> 0 0 0	1 0 0 0
0 1 0 0	0 $\cos(-90^\circ)$ $\sin(-90^\circ)$ 0	0 1 0 0
0 0 <b>0</b> 0	0 $-\sin(-90^\circ)$ $\cos(-90^\circ)$ 0	0 0 1 0
0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 <b>-z0</b> 1

### 3.侧视图 W ( P192 )

4 阶三维变换矩阵
0 0 0 0
-1 0 0 0
0 0 1 0
<b>-x0</b> 0 0 1

x 轴方向投影	绕 z 轴旋转 90 度	x 轴方向平移-1
<b>0</b> 0 0 0	0 $\cos 90^\circ$ $\sin 90^\circ$ 0	1 0 0 0
0 1 0 0	0 $-\sin 90^\circ$ $\cos 90^\circ$ 0	0 1 0 0
0 0 1 0	0 0 <b>1</b> 0	0 0 1 0
0 0 0 1	0 0 0 1	<b>-x0</b> 0 0 1

### 习题 7 ( P213 )

7.5 求空间四面体关于点 P(2,-2,2)整体放大 2 倍的变换矩阵，

画出变换后的图形。( P182 )

解：关于点 P(2,-2,2)整体放大两倍，

变换矩阵：点 P(2,-2,2)平移至原点--比例变换放大两倍--反平移回点 P(2,-2,2)。

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1/2 \end{bmatrix}$$

变换过程：空间四面体 ABCD 的规范化齐次坐标(x,y,z,1) \* 4 阶三维比例变换矩阵

$$P' = P \cdot T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1/2 \\ 1 & 3 & -1 & 1/2 \\ -1 & 3 & -1 & 1/2 \\ 1 & 3 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}$$

空间四面体 ABCD 的齐次坐标(x',y',z',1/2)转换成规范化齐次坐标

顶点	x y z 1
A	2, 2, -2, 1
B	2, 6, -2, 1
C	-2, 6, -2, 1
D	2, 6, 2, 1

由比例变换后规范化齐次坐标(x',y',z',1)可写出顶点坐标：

A'(2,2,-2) B'(2,6,-2) C'(-2,6,-2) D'(2,6,2)

7.7 求空间四面体 ABCD 三视图的变换矩阵（平移矢量均为 1），并作出三视图。（P180）

解：

1)主视图 V(P191)

空间四面体 ABCD 的规范化齐次坐标矩阵 \* Y 轴方向投影矩阵（不需要平移）

$$P' = P \cdot T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

## 2)俯视图 H(P191)

Z 轴方向投影矩阵 \* 绕 X 轴旋转-90 度矩阵 \* Z 轴方向平移-1 矩阵

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

空间四面体 ABCD 的规范化齐次坐标矩阵 \* 投影变换矩阵 (可以直接写出)

$$P' = P \cdot T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

## 3)侧视图 W(P192)

X 轴方向投影矩阵 \* 绕 Z 轴旋转 90 度矩阵 \* X 轴方向平移-1 矩阵

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

空间四面体 ABCD 的规范化齐次坐标矩阵 \* 投影变换矩阵 (可以直接写出)

$$P' = P \cdot T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4)画图注意：三个图画在同一坐标系中，点与点的连接关系以及直线的可见性问题。

## 试题分析

### 《计算机图形学》考试试题

#### 一、填空

2. 帧缓存 (P42) :  $(1024 \times 768 \times 8/8)/1024 = 768\text{kB}$

颜色位面数 (P43) : 24

总颜色数:  $(2^8)^3 = 2^{24} = (2^4) \times (2^{20}) = 16\text{MB}$

#### 二、名词解释

#### 三、简答与计算

3. 边标志算法 (P128)

解: 打标记:  $x_1, x_2, x_3, x_4$

填充:  $x_1$  与  $x_2, x_3$  与  $x_4$  扫描线区间的像素点。

5. 正则集合运算 (P88)

解: 通常意义下的集合求交运算:  $C = A \cap B$  有一条弧立边

正则集合运算:  $C = A \cap B$  无弧立边

#### 四、计算作图题

1. 中点 Bresenham 算法 (P109)

斜率 K	误差项 d	理想点 Q	取下一个点	d 更新
<1	<0	在中点上	取上点	$d + 2\Delta x - 2\Delta y$
	>=0	在中点下	取下点	$d - 2\Delta y$

解: 直线斜率:  $k = (6-1)/(9-1) = 5/8$   $0 < k < 1$

计算初值:  $\Delta x = 9-1=8$   $\Delta y = 6-1=5$   $d = \Delta x - 2\Delta y = 8 - 2 \times 5 = -2$

取上点:  $2\Delta x - 2\Delta y = 2 \times 8 - 2 \times 5 = 6$   $d + 2\Delta x - 2\Delta y = -2 + 6 = 4$

取下点:  $2\Delta y = 2 \times 5 = 10$   $d - 2\Delta y = 4 - 10 = -6$



x	y	误差项 d	取下一个点	d 更新
1	1	<0	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y=4$
2	2	>0	取下点	$d-2\Delta y=-6$
3	2	<0	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y=0$
4	3	=0	取下点	$d-2\Delta y=-10$
5	3	<0	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y=-4$
6	4	<0	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y=2$
7	5	>0	取下点	$d-2\Delta y=-8$
8	5	<0	取上点	$d+2\Delta x-2\Delta y=-2$
9	6			

2.改进的有效边表算法 ( P125 )

解：1)边表 ET：交点 x ( 最小 y 坐标 y<sub>min</sub> )

x y <sub>min</sub>	y <sub>max</sub>	1/k	next
n	ax		t

x 坐标

1		CB 边		CA 边
2	→	6 5 -4/3	→	6 9 -2/7 /
3				
4		BA 边		
5	→	2 9 -1/2 /		
6				
7				
8				
9				

2)y=4 的有效边表 AET: 交点 x

x	ym ax	1/k	next
---	----------	-----	------



3)y=4 时的填充交点对: (3.3,4) (5.4,4)

3.求三角形绕 B 点(2,5)旋转  $\theta$  的变换矩阵。

求三角形绕 B 点顺时针旋转 90 度后各端点坐标。( P125 )

解: 1)三角形绕 B 点(2,5)旋转  $\theta$  的变换矩阵

$$T = T_t * T_R * T_t^{-1}$$

平移到 坐标原点	旋转角度 $\theta$	反平移回 原来位置
1 0 0	$\cos\theta \sin\theta 0$	1 0 0
0 1 0	$-\sin\theta \cos\theta 0$	0 1 0
-2 -5 1	0 0 1	2 5 1

2)三角形绕 B 点顺时针旋转 90 度的变换矩阵,  $\theta = -90^\circ$

$$T = T_t * T_R * T_t^{-1}$$

平移至 坐标原点	旋转角度 $\theta$	反平移回 原来位置
1 0 0	$\cos 90^\circ$ $-\sin 90^\circ$ 0	1 0 0
0 1 0	$\sin 90^\circ$ $\cos 90^\circ$ 0	0 1 0
-2 -5 1	0 0 1	2 5 1

变换过程：三角形 ABC 的规范化齐次坐标(x,y,1) \* 3 阶二维变换矩阵

$$P = P * T$$

得到三角形 ABC 变换后的规范化齐次坐标(x',y',1)

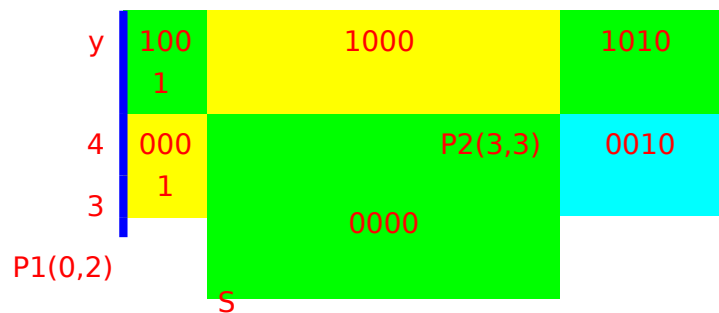
顶点	x y 1
A	4.6 2 1
B	2 5 1
C	0 -1 1

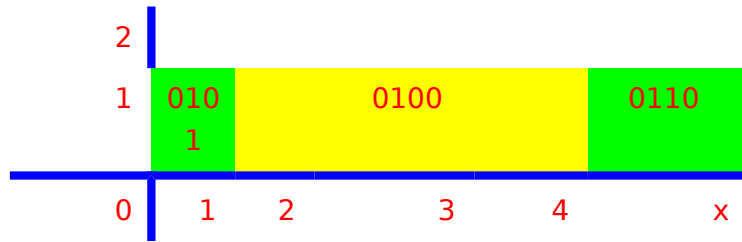
可以写出顶点坐标：A'(4.6,2) B'(2,5) C'(0,-1)

4.用编码裁剪算法裁剪线段 P1(0,2)P2(3,3)。要求写出：（164）

- 1)窗口边界划分的 9 个区间的编码原则；
- 2)线段端点的编码；
- 3)裁剪的主要步骤；
- 4)裁剪的输出结果。

解：线段 P<sub>1</sub>(0,2)P<sub>2</sub>(3,3)的编码裁剪





1)窗口边界划分的 9 个区间的编码原则；

编码	D3	D2	D1	D0
窗口外	上边 top	下边 bottom	右边 right	左边 left
条件	$y > wyt$ $wyt=4$	$y < wyb$ $wyb=1$	$x > wxr$ $wxr=4$	$x < wxl$ $wxl=1$
取值	D3=1	D2=1	D1=1	D0=1

2)线段端点的编码；

$P_1$  code1=0001,  $P_2$  code2=0000

3)裁剪的主要步骤；

输入  $P_1(0,2)$ ,  $P_2(3,3)$ ,  $wyt=4$ ,  $wyb=1$ ,  $wxr=4$ ,  $wxl=1$ ；

$P_1$  code1=0001,  $P_2$  code2=0000；

code1|code2 $\neq$ 0 不能简取；code1&code2=0 不能简弃；

求线段  $P_1(0,2)P_2(3,3)$ 和 窗口左界  $wxl=1$  的交点，

把  $wxl=1$  代入直线方程求出  $y=kx+b=(1/3)*x+2=2.3$

交点坐标  $S(1,2.3)$ 替换端点坐标  $P_1(0,2)$ ，使  $P_1$ 坐标为 $(1,2.3)$ ；

去掉  $P_1S$  线段，输出线段  $P_1P_2$ 。

4)裁剪的输出结果： $P_1(1,2.3)P_2(3,3)$ 。

5.用改进 Bresenham 算法画直线段的原理，

推导斜率  $K > 1$  的直线段的扫描转换算法。（P112）

斜率 K	改进误差项 e	理想点 Q	取下一个点	e 更新
$> 1$	$< 0$	在中点右	取右点	$e - 2\Delta y$
	$\geq 0$	在中点左	取左点	$e + 2\Delta x$

解：  $k > 1$   $y$  为最大位移方向

故有

$y_{i+1}$ =	$y_i + 1$
$x_{i+1}$ =	$x_i + 1$ ( $d > 0.5$ 取右点 Pr)
	$x_i$ ( $d \leq 0.5$ 取左点 Pl)

误差项  $d$  的初值为 0  $d = d + 1/k$

当  $x$  方向走一步  $d - 1$

令  $e = d - 0.5$

$y_{i+1}$ =	$y_i + 1$
$x_{i+1}$ =	$x_i + 1$ ( $e > 0$ 取右点 Pr)
	$x_i$ ( $e \leq 0$ 取左点 Pl)

改进误差项  $e$  的初值为  $e = d - 0.5 = 0 - 0.5 = -0.5$ ;

避免计算小数和除法，改进误差项  $e$  用  $2e\Delta y$ 。

算法步骤：

1) 输入：  $P_0(x_0, y_0)$   $P_1(x_1, y_1)$ ;

2) 计算初值：  $\Delta x, \Delta y$ ,  $e = 2e\Delta y = 2 * (-0.5)\Delta y = -\Delta y$ ,  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ 。

3) 画点：  $P(x, y)$

---

4)改进误差项 e 更新:

斜率 K	改进误差项 e	理想点 Q	取下一个点	e 更新
>1	<0	在中点右	取右点	$e-2\Delta y$
	>=0	在中点左	取左点	$e+2\Delta x$