

BAモデルおよび修正版BAモデル で生成されるネットワークの Uncorrelated性について

5410001 阿部光太郎

5410042 大谷舞

目次

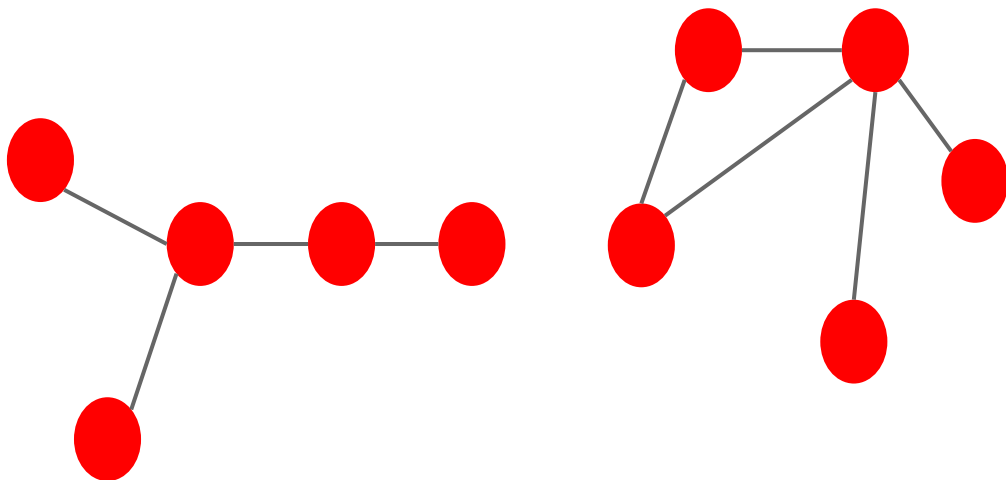
- 1章 ネットワークとは
- 2章 背景・目的
- 3章 スケールフリーネットワーク
- 4章 ネットワーク生成モデル
- 5章 Uncorrelated ネットワーク
- 6章 実験方法
- 7章 実験結果
- 8章 今後の課題

1章 ネットワークとは

ネットワークとは

ネットワークの対象

点が線で結ばれた下図のようなもの



【定義】

頂点の集合: $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$

枝の集合: $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$

から構成される

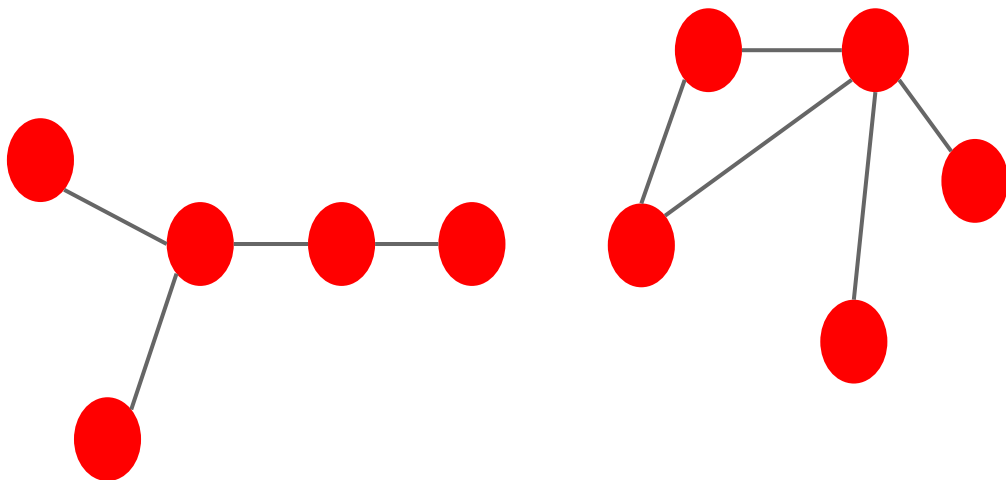
グラフ $G = (V, E)$ をさす.

枝の表し方 $e_i = \{(v_a, v_b)\}$

ネットワークとは

ネットワークの対象

点が線で結ばれた下図のようなもの



例.

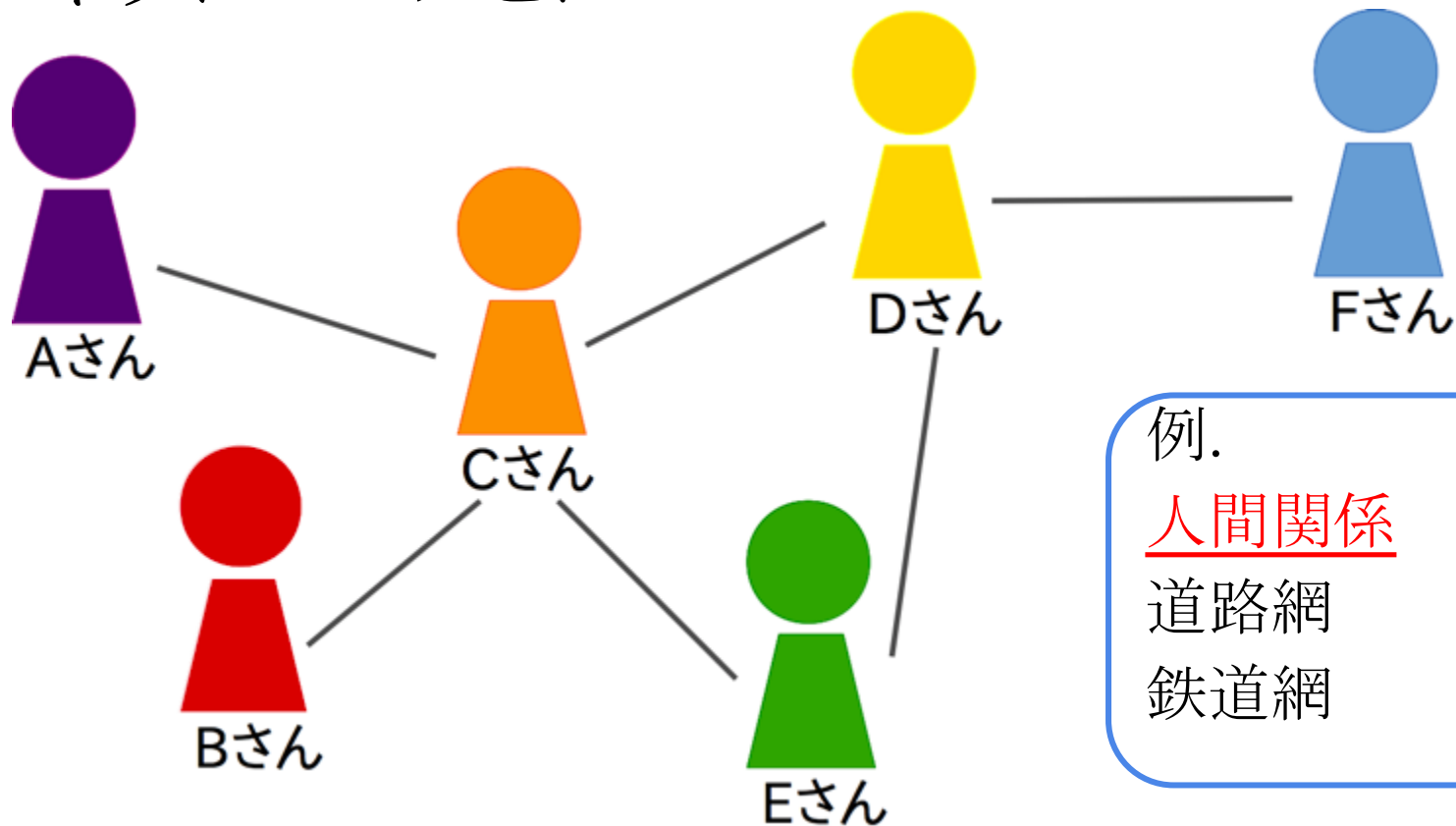
人間関係

道路網

鉄道網

など

ネットワークとは



例.

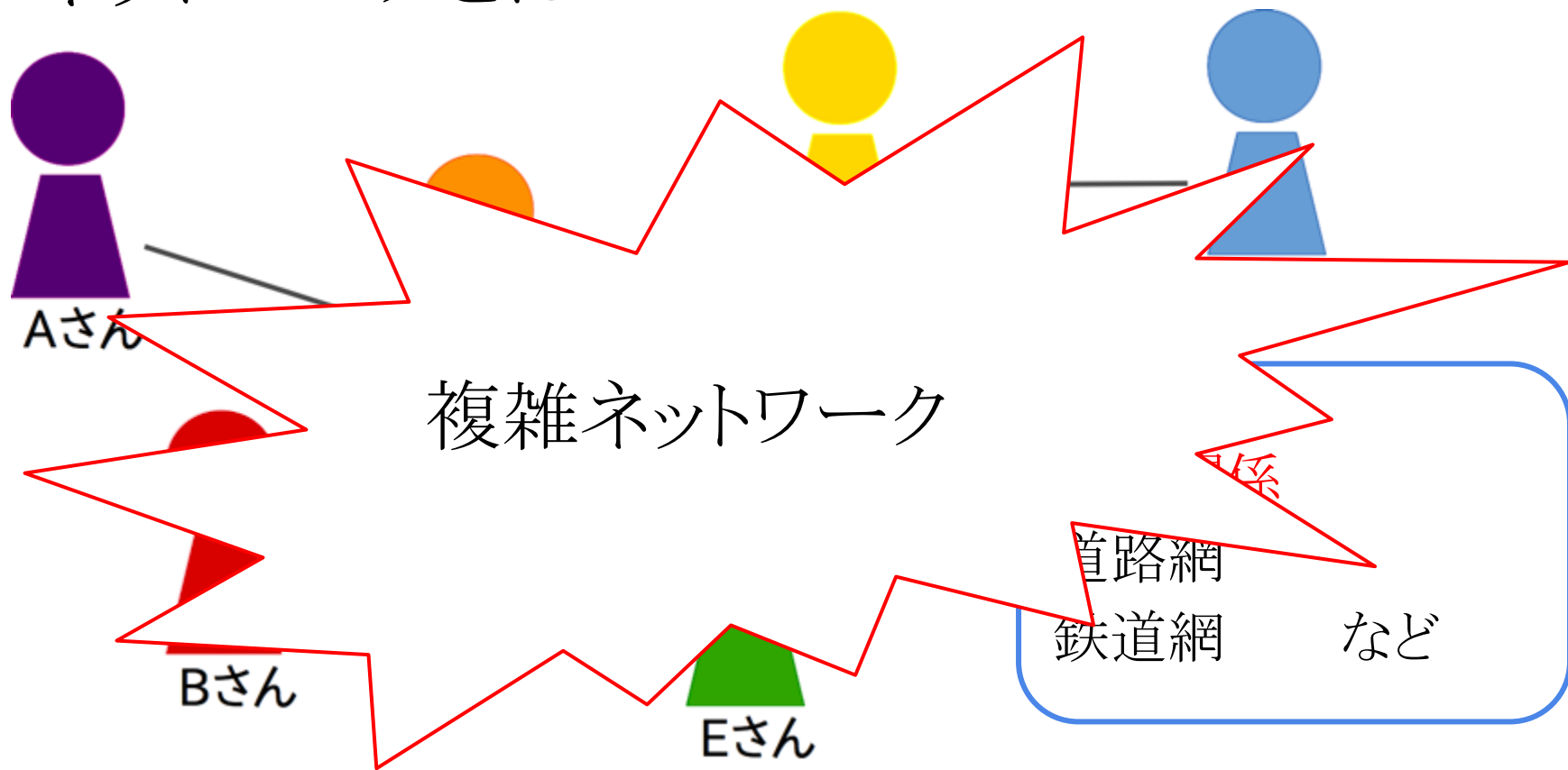
人間関係

道路網

鉄道網

など

ネットワークとは



2章 目的・背景

背景

世の中には自分たちが知らないだけで
様々なものがネットワークとしてモデル化できる



ネットワーク上にいかにして情報を効率よく
伝播するかが重要な問題になることもある

例：災害発生時の緊急連絡など

目的

2012年

Phys. Rev. E 86, 021103 (2012)

Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, Yoshio Okamoto

Reverse preferential spread in complex networks



伝播速度限定モデルにおいて Uncorrelated ネットワーク上で
効率よく情報を伝播するには次数が小さい頂点を優先すればよい

背景

2011年度卒業生の演習
スケールフリーネットワークを生成し
情報伝播実験を行った



相反する結果

考えられる原因

- ・生成したネットワークのスケールフリー性
- ・生成したネットワークのUncorrelated性
- ・シミュレーションアルゴリズムの妥当性

背景

2012年度卒業生の演習
スケールフリーネットワーク性をどの
程度満たしていたのか検証実験



十分に満たしていた

考えられる原因

- ~~生成したネットワークのスケールフリー性~~
- 生成したネットワークのUncorrelated性
- シミュレーションアルゴリズムの妥当性

目的

BAモデルおよび修正BAモデルで生成した
スケールフリーネットワークの
Uncorrelated 性についての検証

3章 スケールフリーネットワーク

スケールフリーネットワーク

❑ 頂点(ノード)

ネットワーク上の点

❑ 枝(エッジ)

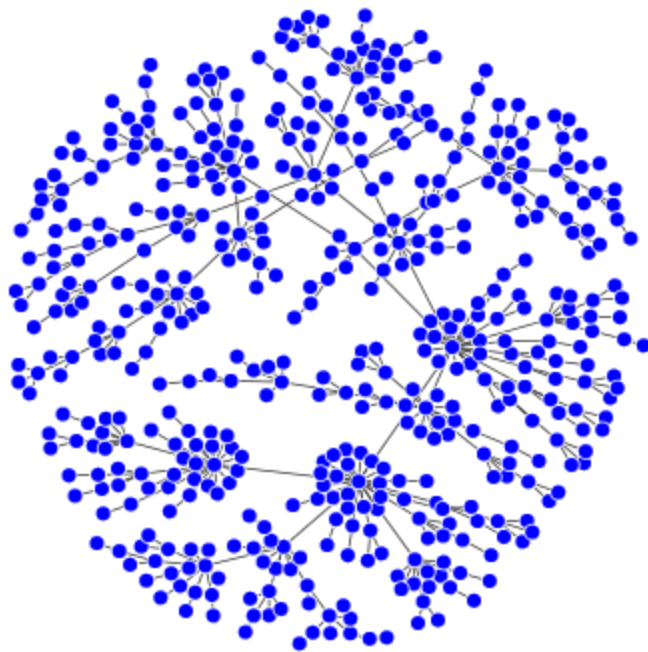
頂点を結ぶ線分

❑ 次数

頂点から出る枝の本数

❑ ハブ

枝が集中している頂点



スケールフリーネットワーク

❑ 頂点(ノード)

ネットワーク上の点

❑ 枝(エッジ)

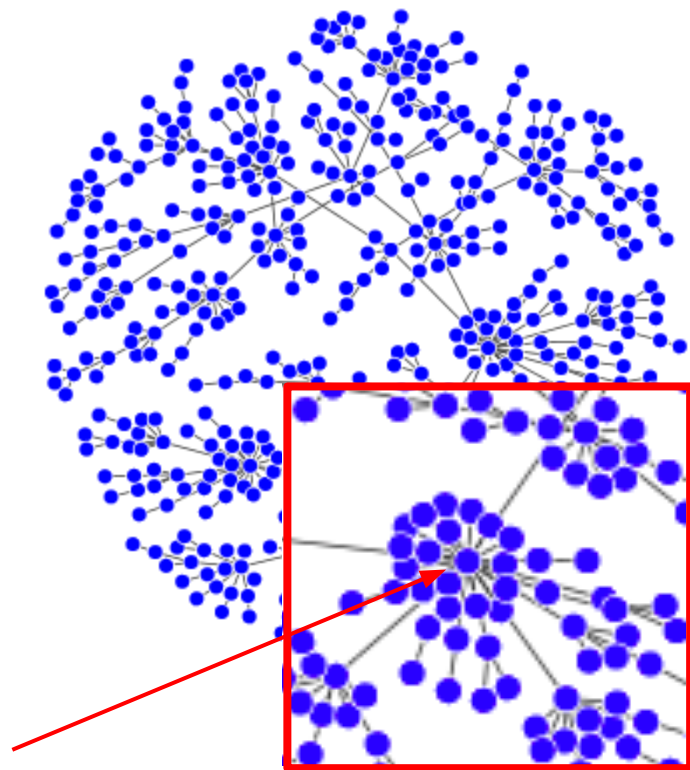
頂点を結ぶ線分

❑ 次数

頂点から出る枝の本数

❑ ハブ

枝が集中している頂点



スケールフリーネットワーク

”ハブ”の由来

ハブ: 轂 (こしき)

自転車や自動車などの
車輪の中心部にある部品



スケールフリーネットワーク

特徴

- ・多数のノードが低い次数,少数のノードが高い次数
- ・任意の2つの頂点間距離が短くなる

例. 知人関係

一部の人是非常に多くの知人を持つ
しかし,ほとんどの人々の知人は少ない

目的

BAモデルおよび修正BAモデルで生成した
スケールフリーネットワークの
Uncorrelated 性についての検証

4章 ネットワーク生成モデル

BAモデル

スケールフリーネットワークはいくつかの生成モデルが存在する
その1つとして Barabasi - Albert モデル (以降BAモデル) が挙げられる

BAモデル (成長型モデル)

1999年に、Barabasi と Albertらが提案した、不規則で乱雑なネットワーク構造をしているスケールフリーネットワークモデル

BAモデル

BAモデルのアルゴリズム

Step 0 (初期状態) : $n > 1$ 個の頂点からなる完全グラフを配置

Step 1 : 新しい頂点を一つ追加する(成長)

Step 2 : Step 1 で追加した頂点から既存の頂点の n 個に対して辺を張る

このとき各頂点に対して辺を張るかの確率は

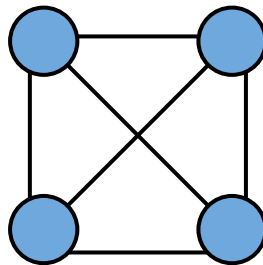
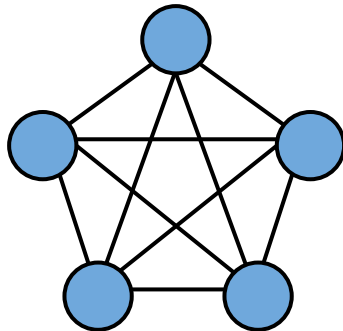
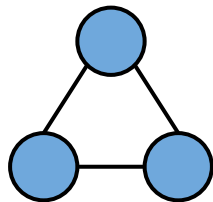
その時点での各頂点の次数に比例する(優位的選択)

Step 3 : Step 1 と Step 2 を追加する頂点回数分繰り返す

BAモデル

例 $n = 3$

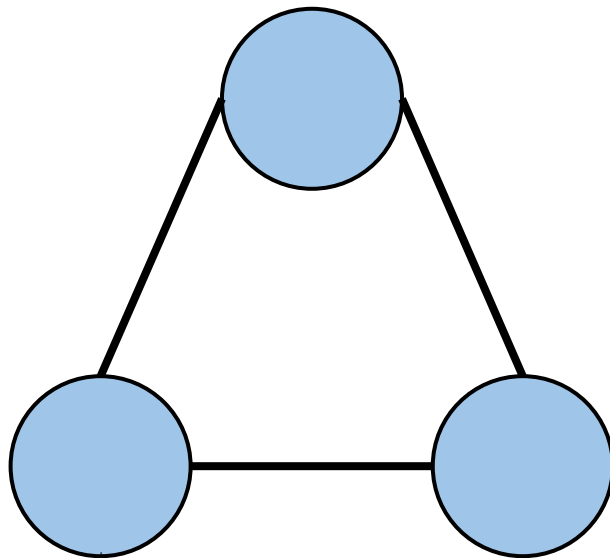
Step 0 (初期状態) : $n > 1$ 個の頂点からなる完全グラフを配置



BAモデル

例 $n = 3$

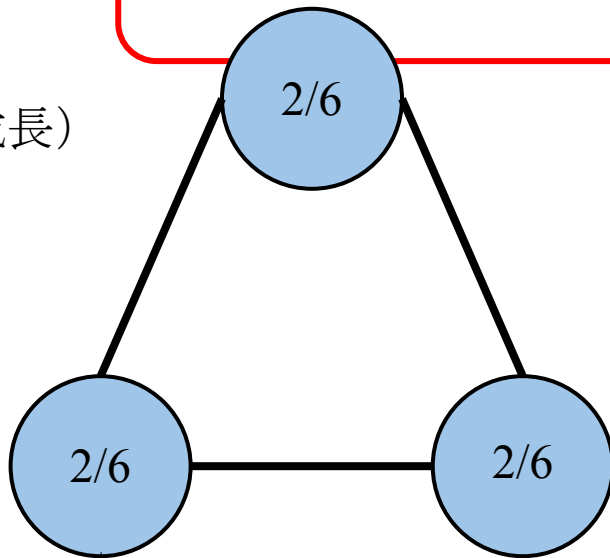
Step 0 (初期状態)



BAモデル

例 $n = 3$

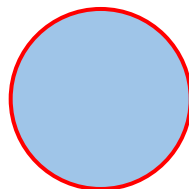
Step 1 : 頂点を1つ追加(成長)



成長

各頂点が辺を張られる確率

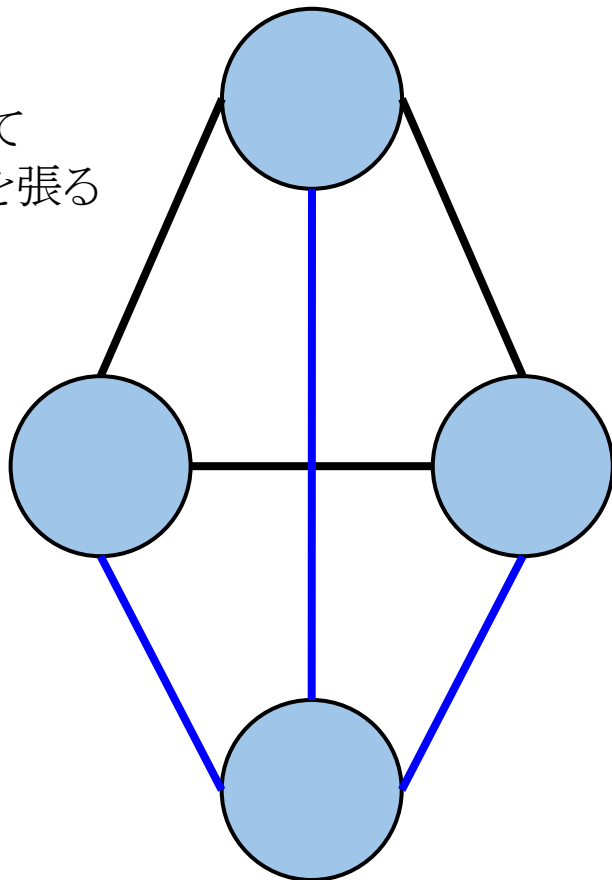
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$



BAモデル

例 $n = 3$

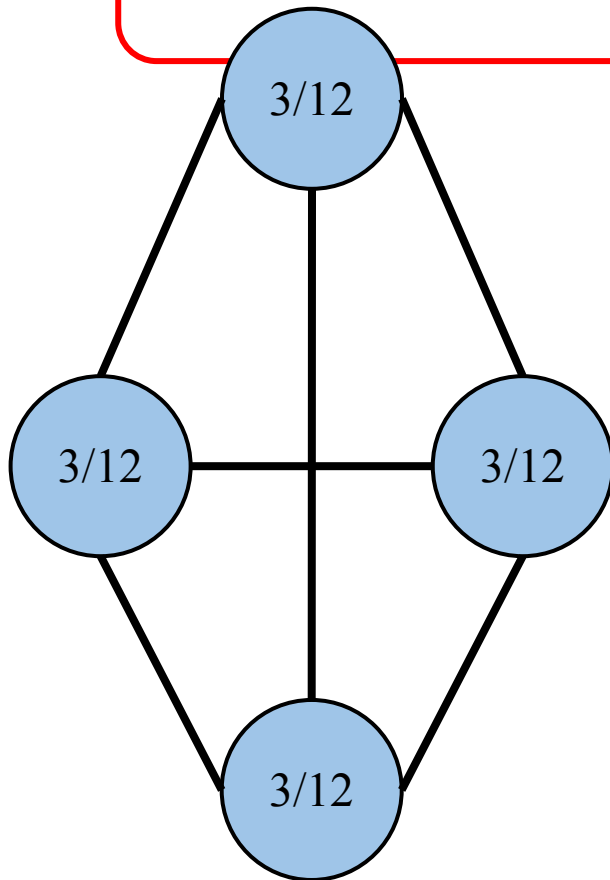
Step 2 : n 個の頂点に対して
各点の次数に比例して辺を張る



BAモデル

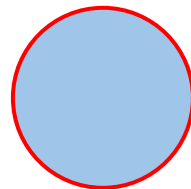
例 $n = 3$

Step 1 : 繰り返し



各頂点が辺を張られる確率

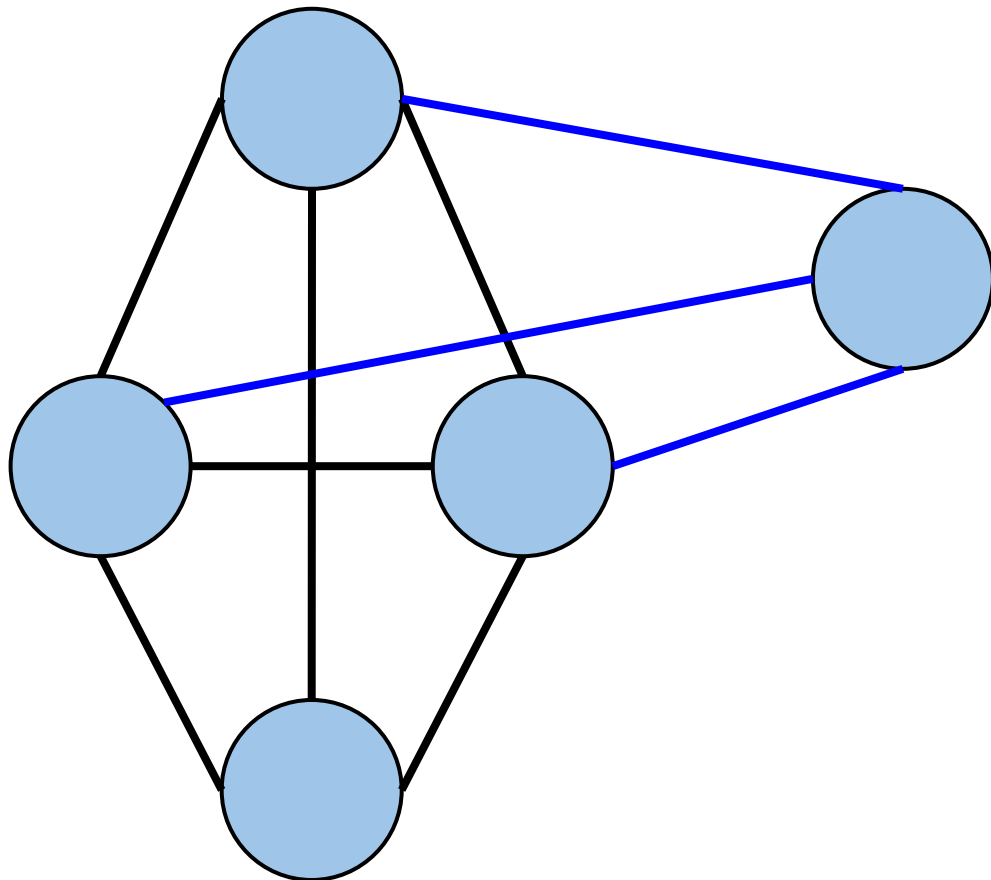
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$



BAモデル

例 $n = 3$

Step 2 : 繰り返し



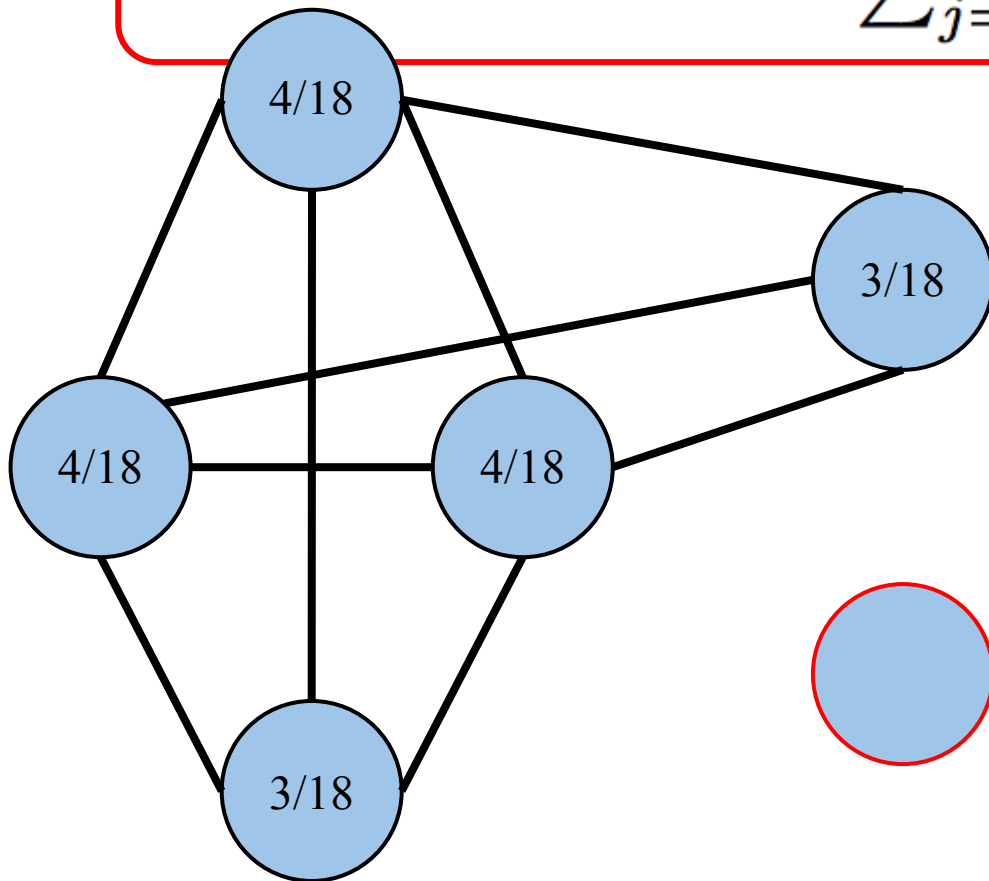
BAモデル

例 $n = 3$

Step 1 : 繰り返し

各頂点が辺を張られる確率

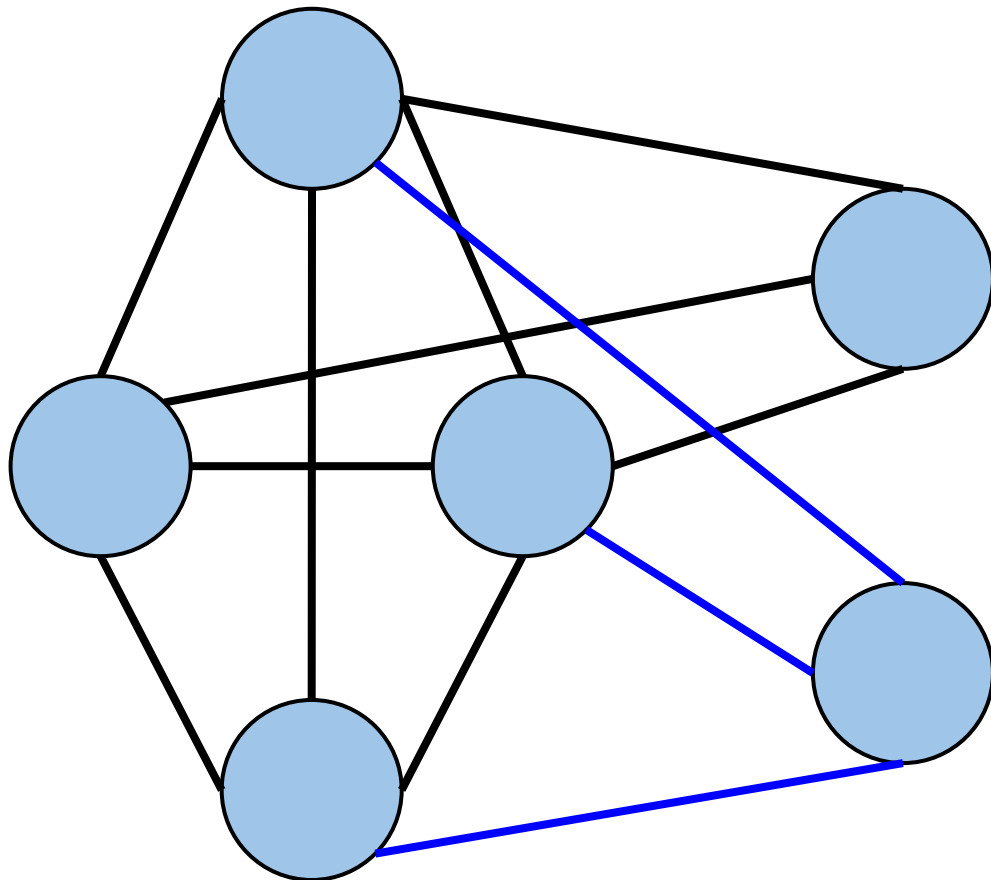
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$



BAモデル

例 $n = 3$

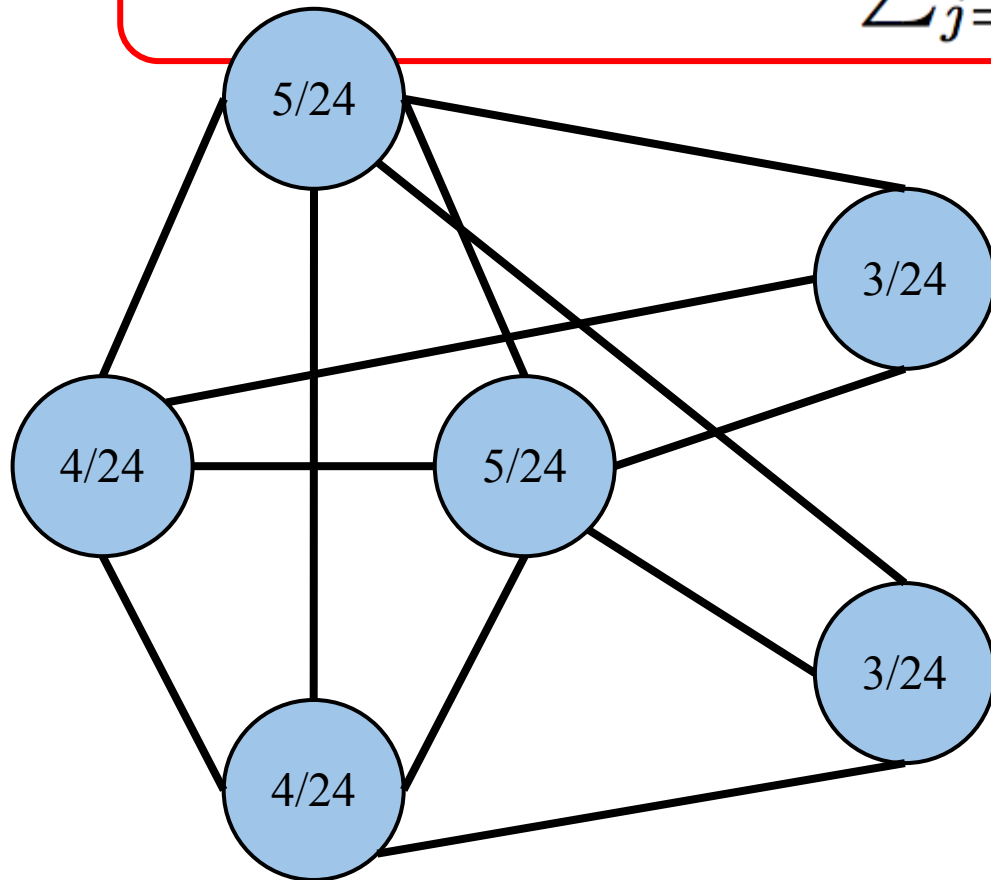
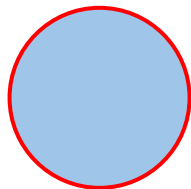
Step 2 : 繰り返し



BAモデル

例 $n = 3$

Step 1 : 繰り返し



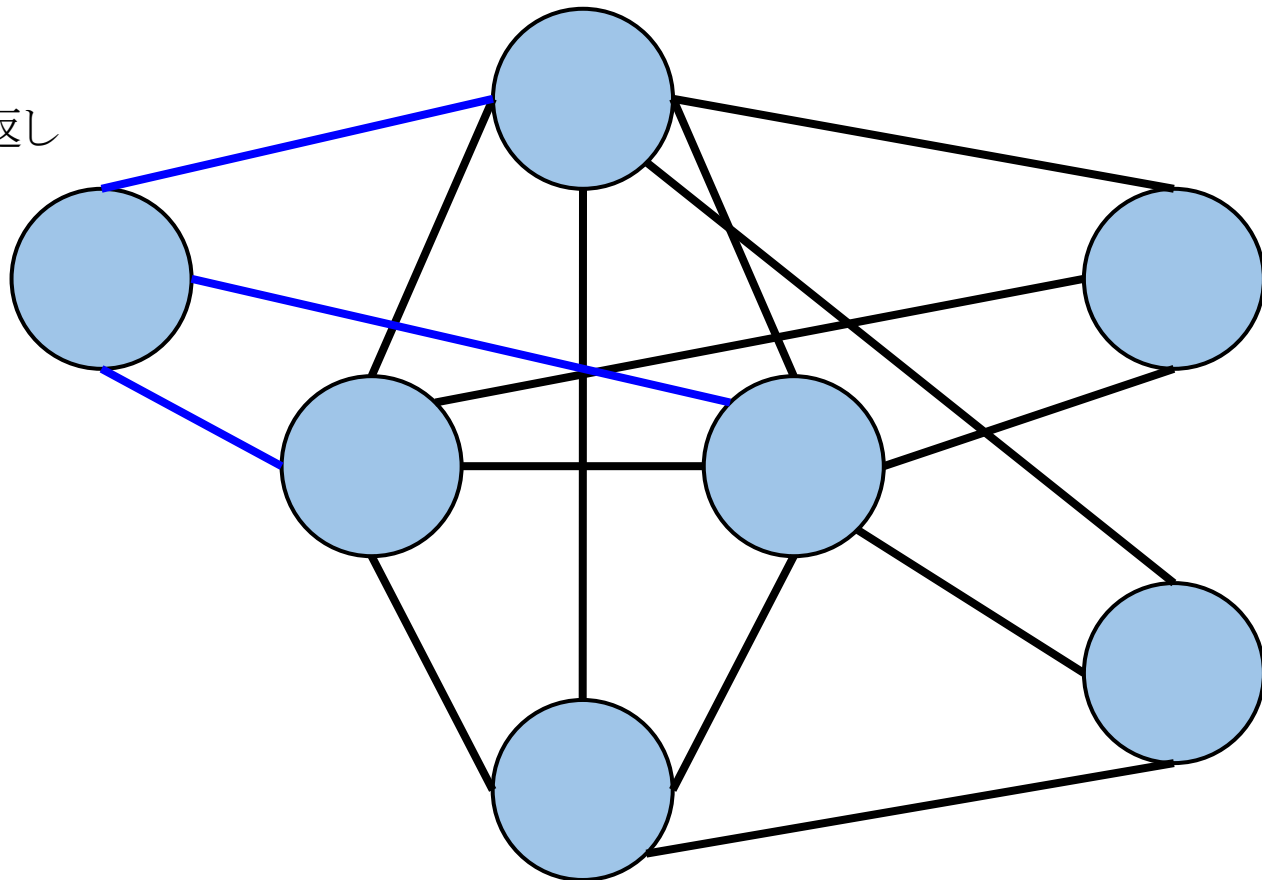
各頂点が辺を張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$

BAモデル

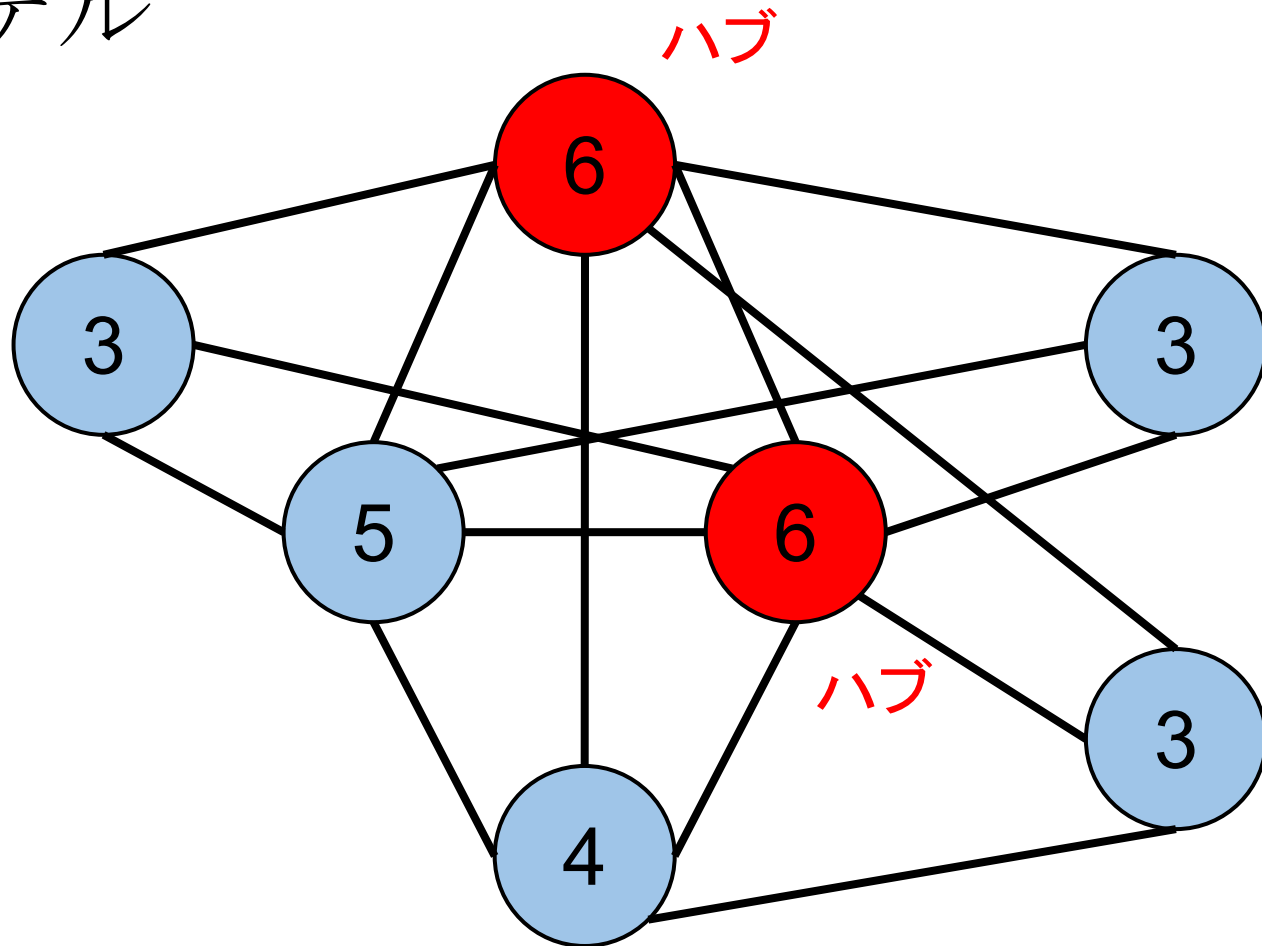
例 $n = 3$

Step 2 : 繰り返し



BAモデル

例 $n = 3$



修正BAモデル

修正BAモデルのアルゴリズム

Step 0 (初期状態) : 枝を持たない頂点を一つ配置

Step 1 : 新しい頂点を一つ追加する(成長)

Step 2 : Step 1 追加した頂点から既存の頂点に対して辺を一つ張る

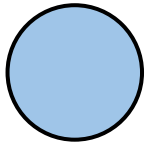
このときどの頂点に辺を張るかの確率は

その時点での各頂点の次数に比例する(優位的選択)

Step 3 : Step 1 と Step 2 を追加する頂点回数分繰り返す

修正BAモデル

Step : 0 (初期状態)



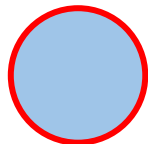
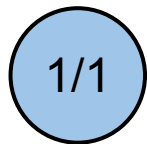
修正BAモデル

Step : 1

各頂点が辺を張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$

成長



修正BAモデル

Step : 2 既存の頂点に対して1本辺を張る

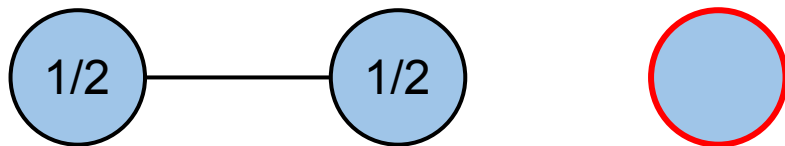


修正BAモデル

Step : 1 (繰り返し)

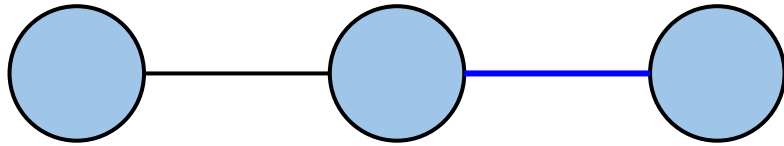
各頂点が辺を張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$



修正BAモデル

Step : 2 (繰り返し)

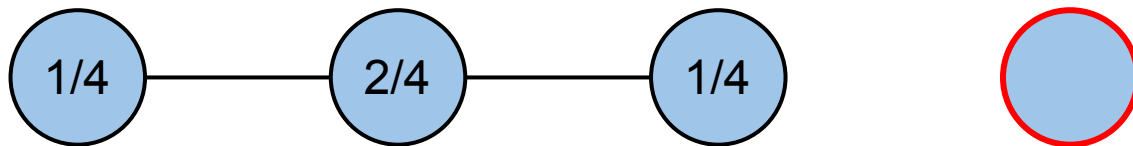


修正BAモデル

Step : 1 (繰り返し)

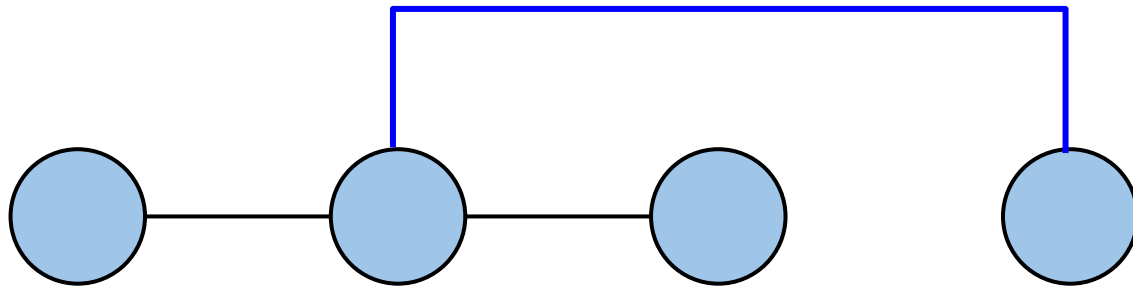
各頂点が辺を張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$



修正BAモデル

Step : 2 (繰り返し)

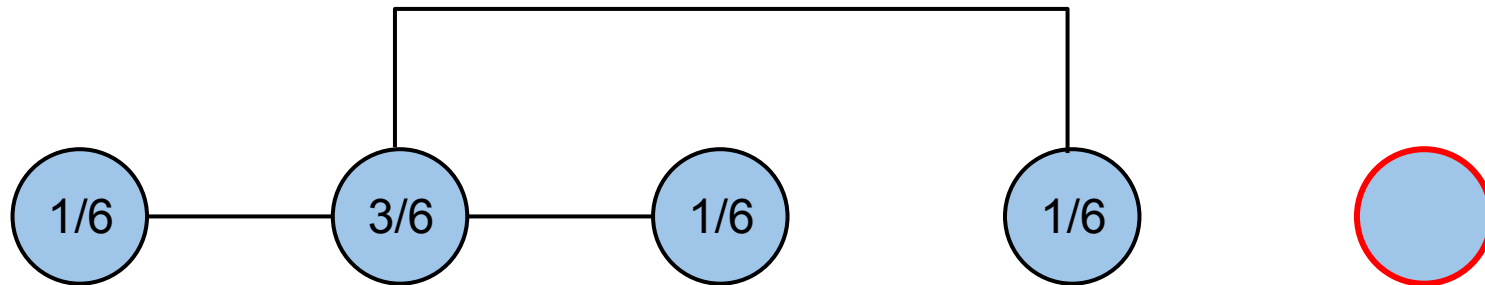


修正BAモデル

Step : 1 (繰り返し)

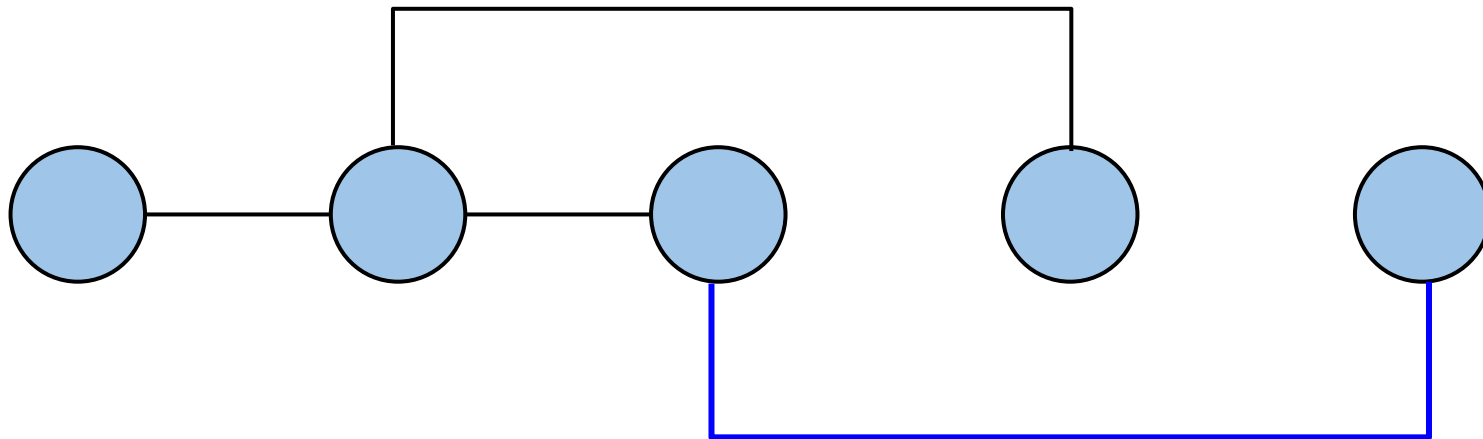
各頂点が辺を張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}$$

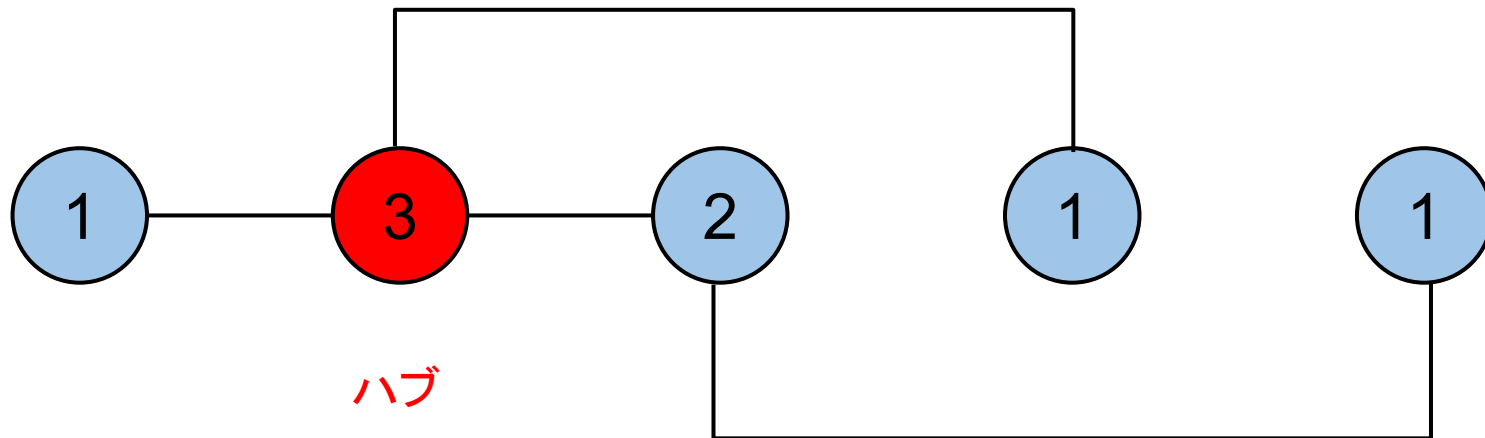


修正BAモデル

Step : 2 (繰り返し)

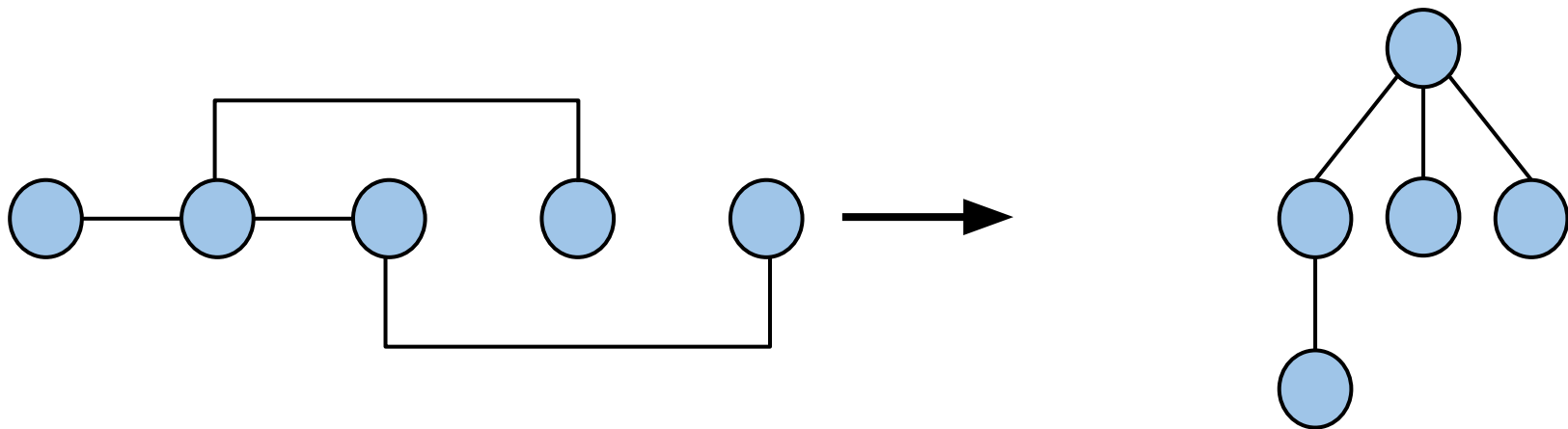


修正BAモデル



修正BAモデル

特徴 完成したグラフは木構造になる



keyword

1: ネットワークの成長

2: 優位的選択



- 一度次数が高くなるとその後も継続して辺を獲得しやすい
- 一度辺の獲得を逃すとその後も辺を獲得するのは困難

目的

BAモデルおよび修正BAモデルで生成した
スケールフリーネットワークの
Uncorrelated 性についての検証

5章 Uncorrelated ネットワーク

Uncorrelated ネットワーク

Uncorrelated ネットワークとは
ネットワークにおける様々な研究で
よく用いられる性質の1つ

しかし
論文や文献によって定義が異なる

Uncorrelated ネットワーク

correlate → 相互に関係する

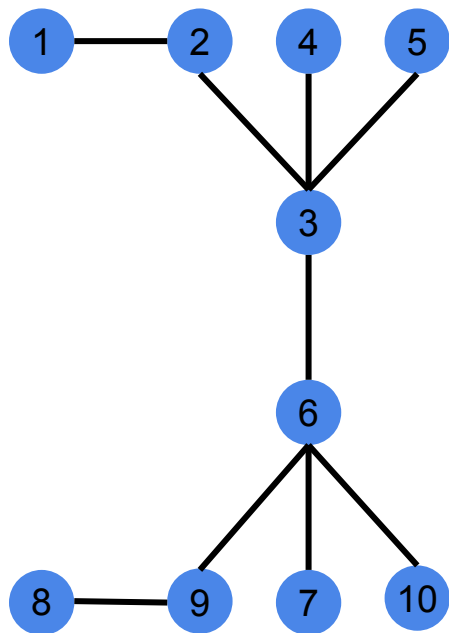
uncorrelate → 無相関の

Uncorrelated ネットワーク

correlate → 相互に関係する

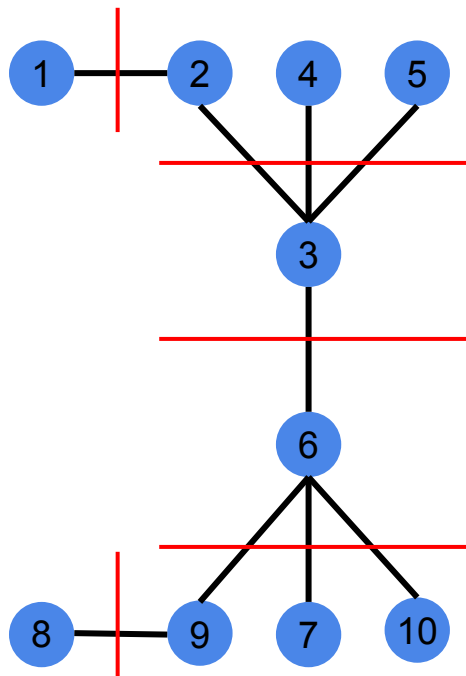
uncorrelate → 無相関の
局所性がない,どこも同じような構造をしている

Uncorrelated ネットワーク

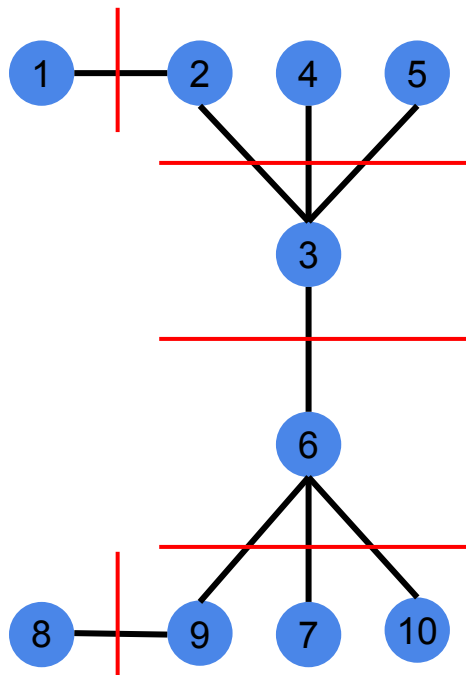


Uncorrelated ネットワーク

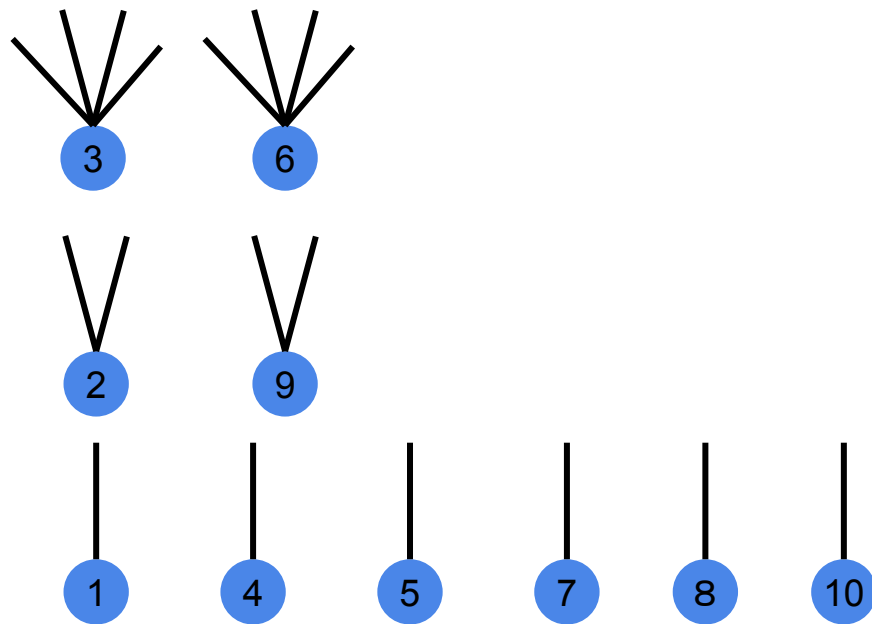
1.頂点ごとに分ける



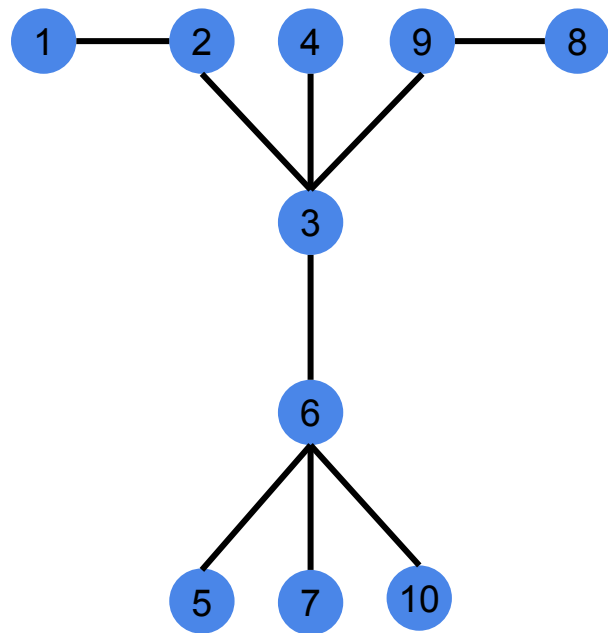
Uncorrelated ネットワーク



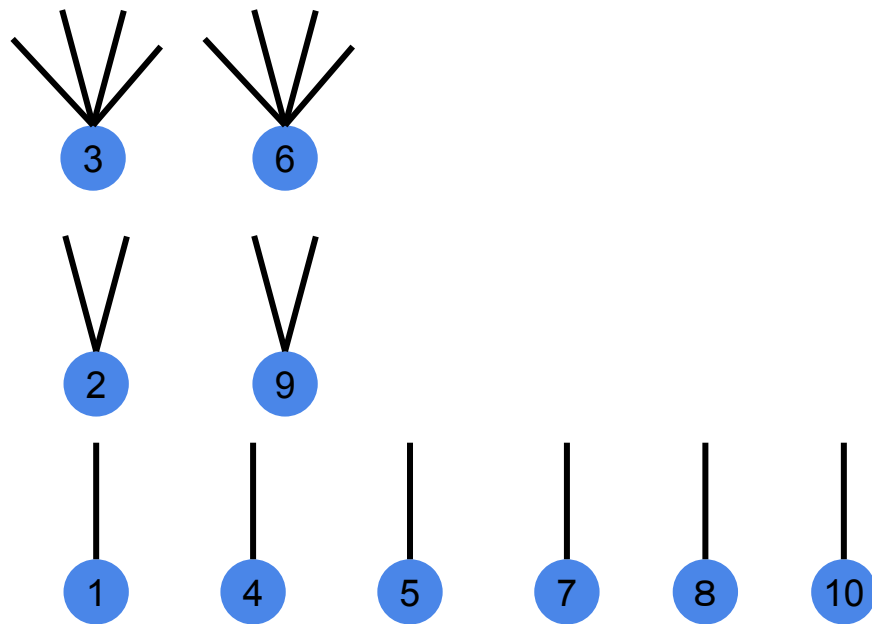
2.ばらす



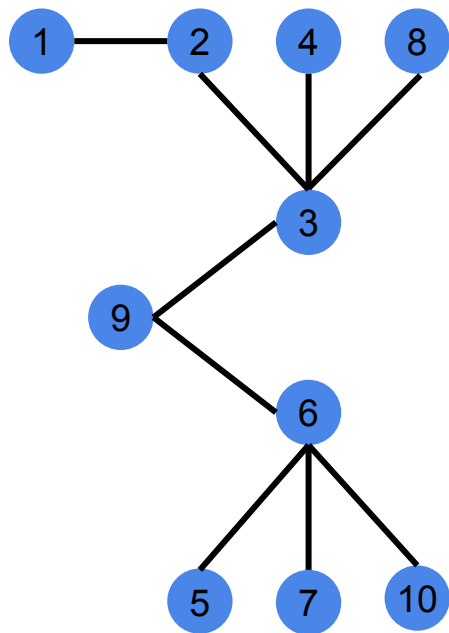
Uncorrelated ネットワーク



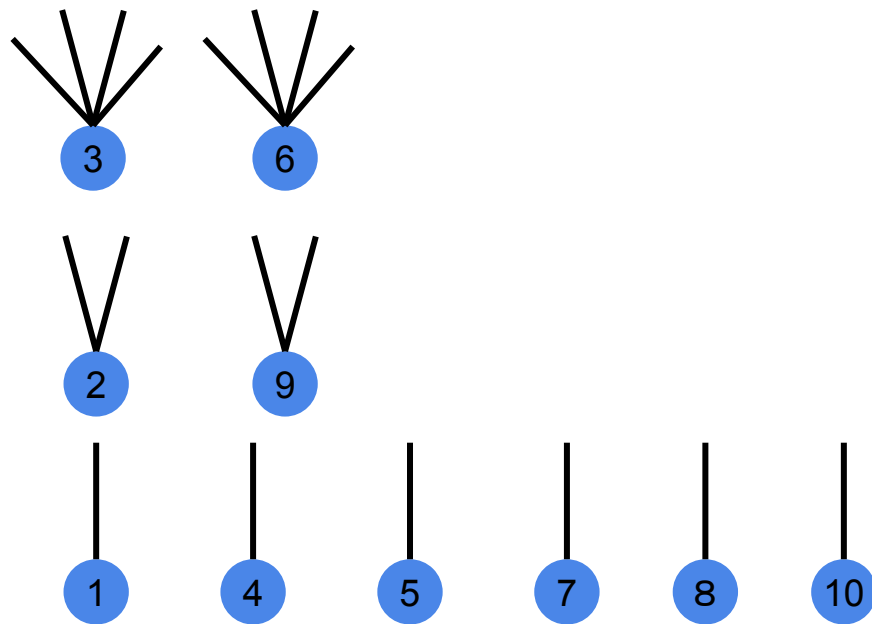
3.組み直す



Uncorrelated ネットワーク



3.組み直す



Uncorrelated ネットワーク

統計物理的な手法を用いている研究で扱われることが多い

- Watts, Strogatz (Nature 393,1998)
- Barabási, Albert (Science 286,1999)

本演習の発端となった論文も Physical Review に掲載

Uncorrelated ネットワーク

本演習ではネットワークを切り離して
平均的に解析するのではなく
実際に組み替えて複数のネットワークを生成し
生成したネットワークの特徴を調査した

目的

BAモデルおよび修正BAモデルで生成した
スケールフリーネットワークの
Uncorrelated 性についての検証

目的

2012年

Phys. Rev. E 86, 021103 (2012)

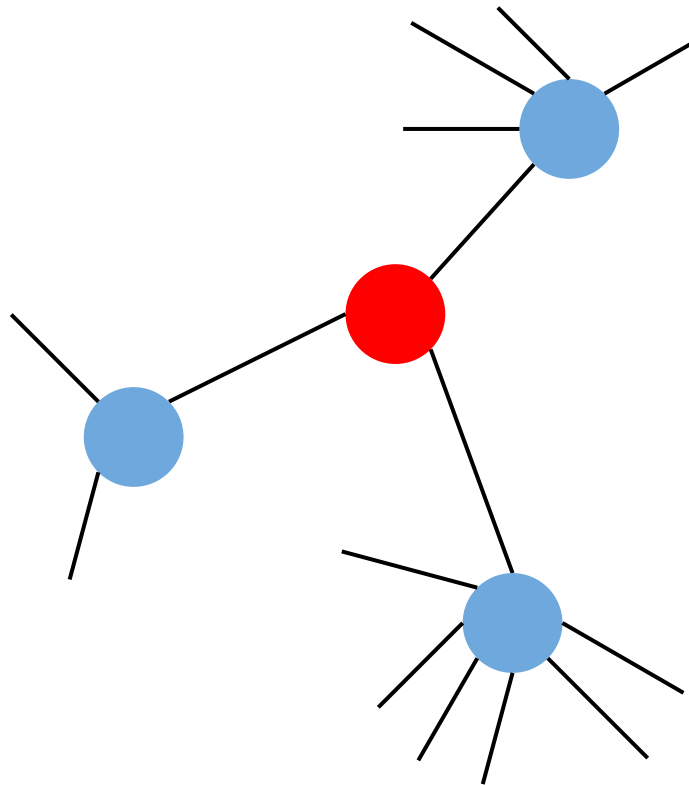
Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, Yoshio Okamoto

Reverse preferential spread in complex networks



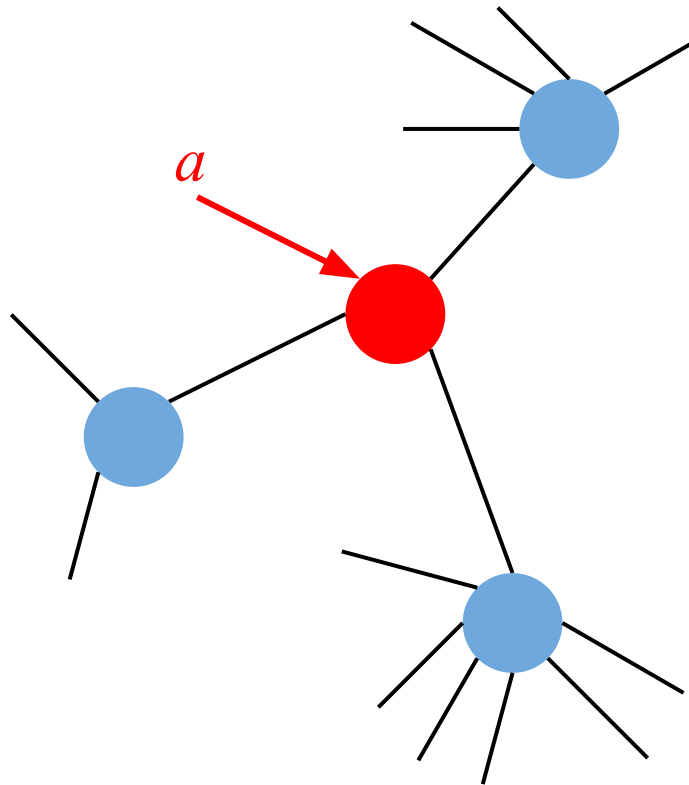
伝播速度限定モデルにおいて **Uncorrelated** ネットワーク上で
効率よく情報を伝播するには次数が小さい頂点を優先すればよい

目的 -補足-



目的 -補足-

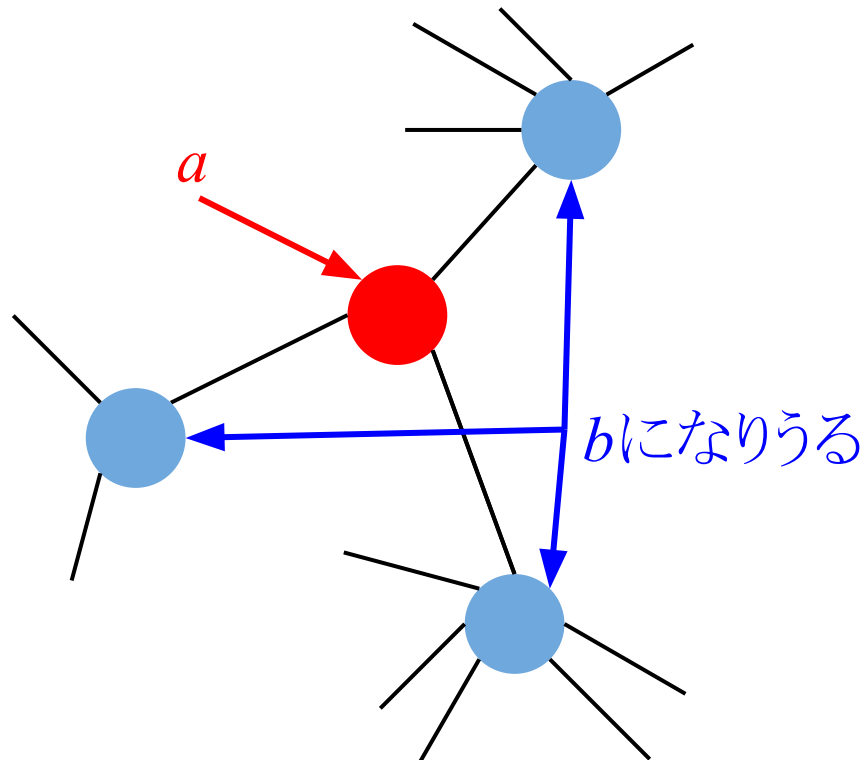
伝播したい情報を持っている点



目的 -補足-

伝播したい情報を持っている点

a は隣接点から
情報伝達先を乱択



b :情報伝搬先として選択された頂点

目的 -補足-

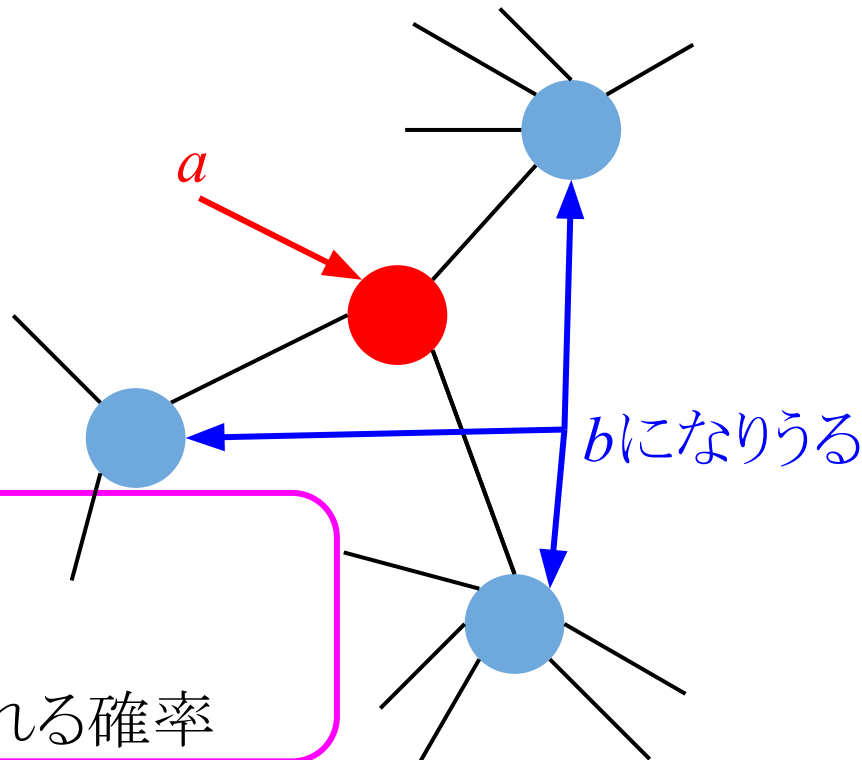
伝播したい情報を持っている点

a は隣接点から
情報伝達先を乱択

$$q(b; a)$$

b が a の情報伝播先として選択される確率

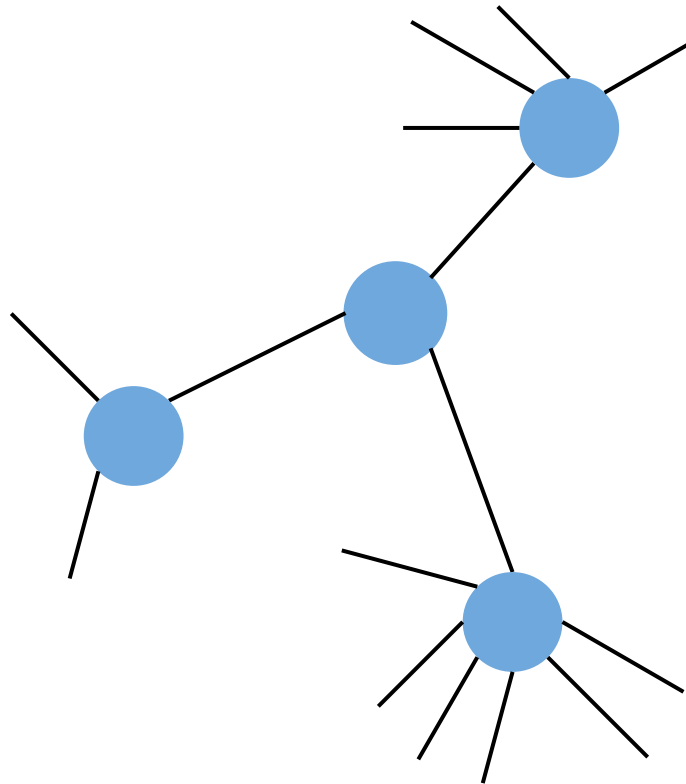
b :情報伝搬先として選択された頂点



目的 -補足-

q_b

全頂点の中から情報伝播先として
 b が選択される確率



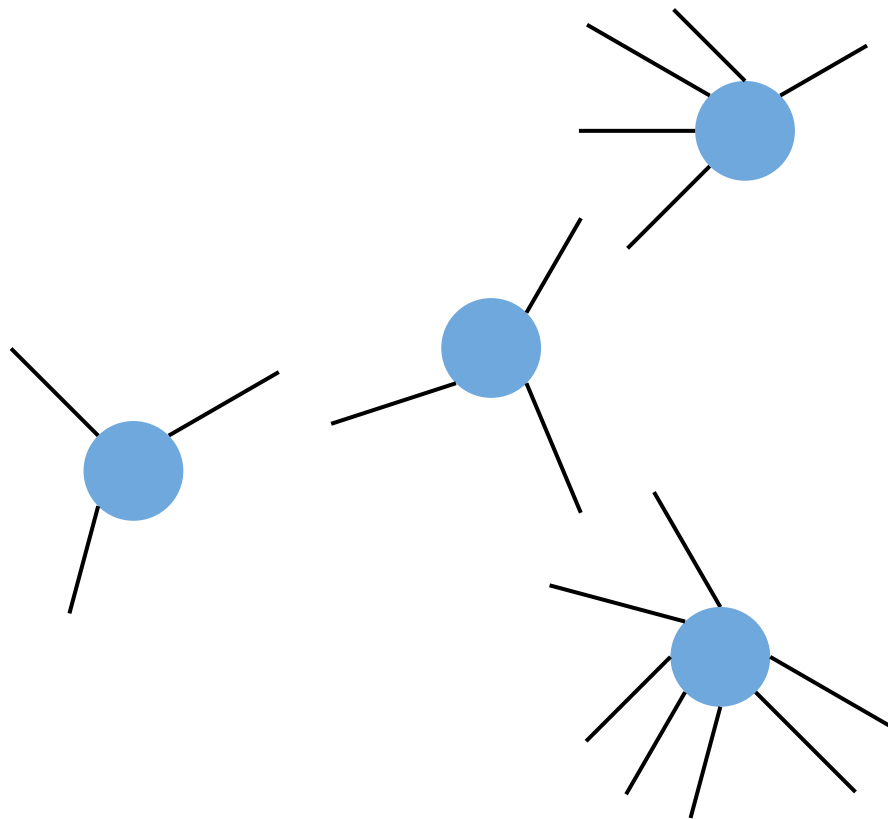
目的 -補足-

Uncorrelated ネットワーク

$$q(b; a)$$

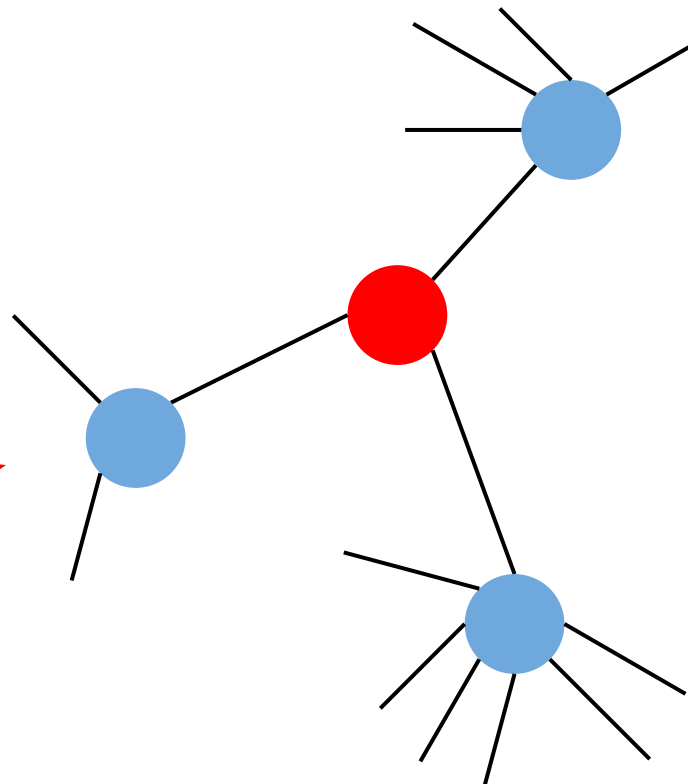
≈ 近似

$$q_b$$




目的 -補足-

次数が低い頂点を
優先的に乱択する



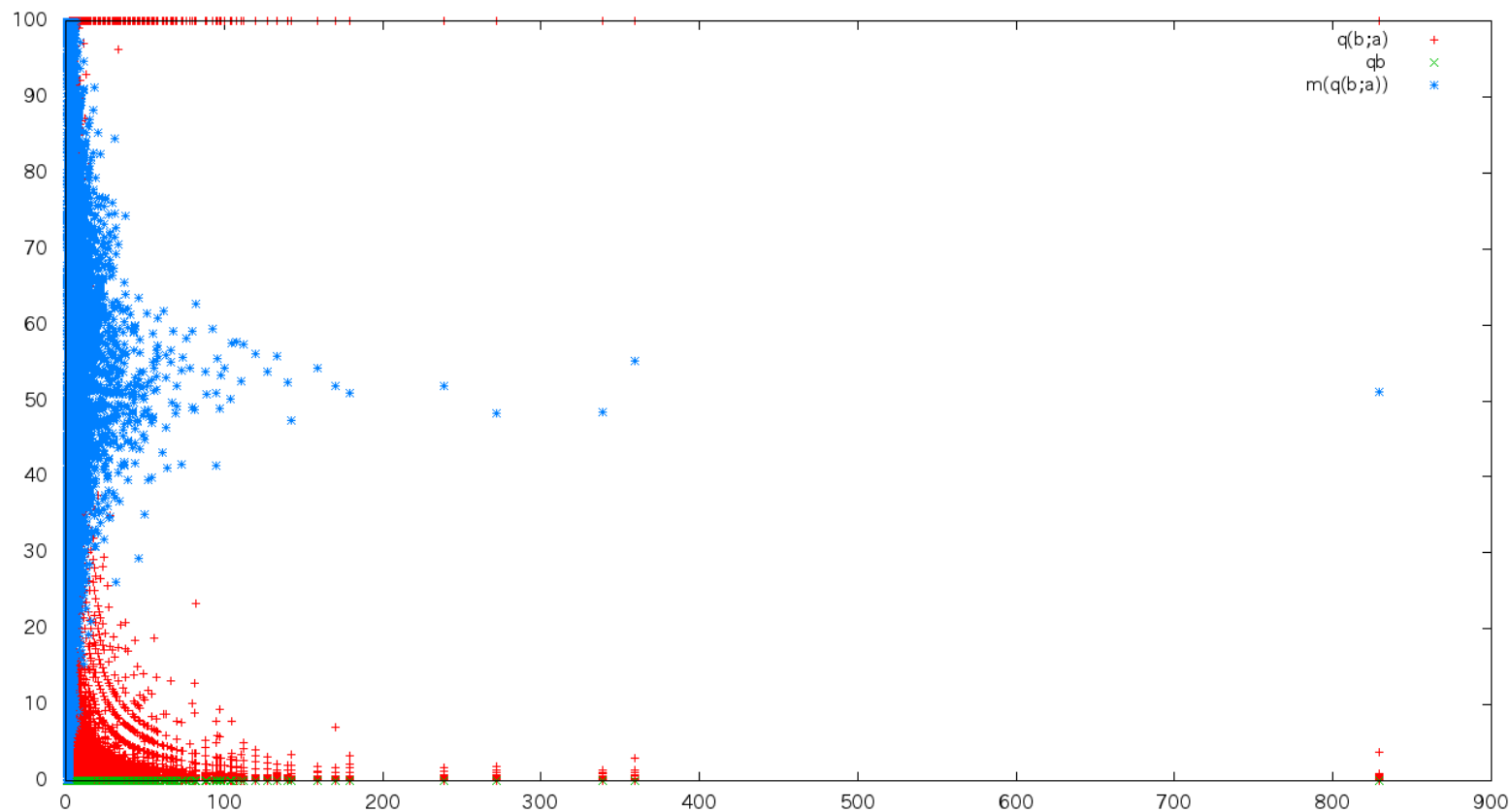
目的 -補足-

次数が低い頂点を
優先的に乱択する

q_b  $1/n$ に収束 (n : 全頂点数)

他の戦略をとるよりも効率がよい

目的 -補足- 基礎実験として



6章 実験方法

実験方法

実験準備

ネットワークモデル:BAモデル , 修正版BAモデル

使用言語:C++ , R

頂点数100,1000,1万のネットワークを生成
生成されたネットワークを組み替える

実験方法

ネットワークの生成個数と組み替え個数の詳細

全頂点数	完全グラフの頂点数	生成個数	組み替え個数
100	1(修正BA)	000 ~ 100	各100個
	2	000 ~ 100	各100個
	3	000 ~ 100	各100個
	4	000 ~ 100	各100個
	5	000 ~ 100	各100個
1,000	同上		
10,000	同上		

合計で15万個のネットワークを生成

実験方法

実験の指針

組み替えて生成されたネットワークに対して

- ❑ 自己ループ
- ❑ 多重辺
- ❑ 連結性
- ❑ 直径・半径・平均

以上の調査を行った

実験方法

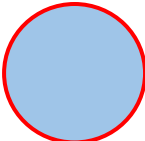
用語解説 $G=(V,E)$: グラフ

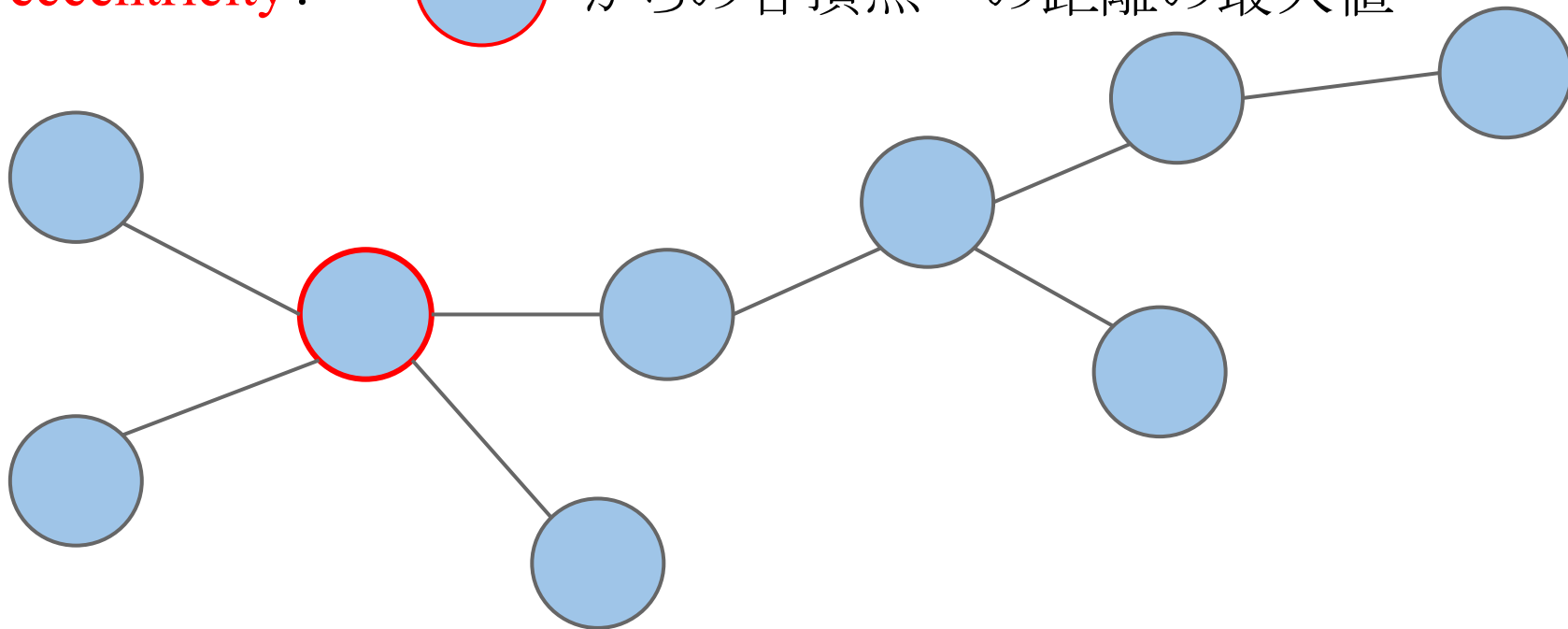
G の頂点 $v \in V$ の eccentricity: v から各頂点への距離の最大値

G の直径: G の頂点の eccentricity の最大値

G の半径: G の頂点の eccentricity の最小値

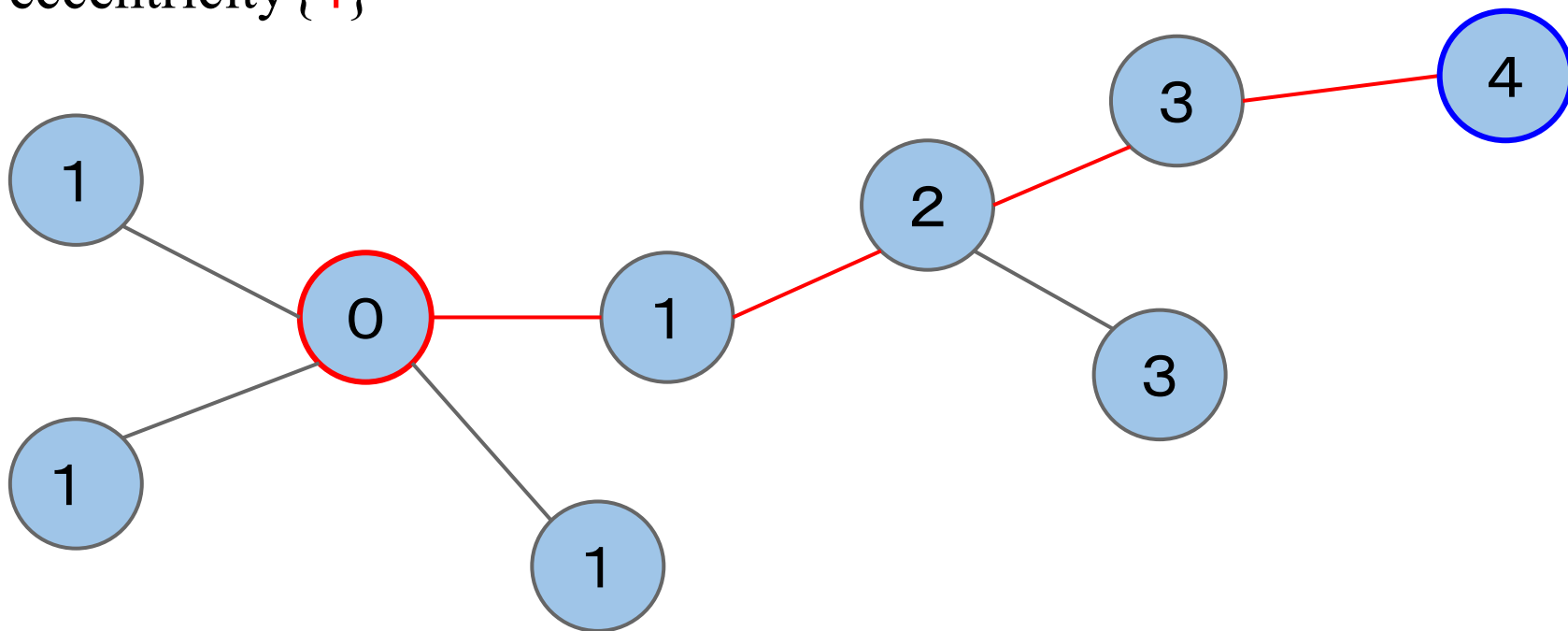
実験方法

eccentricity:  からの各頂点への距離の最大値



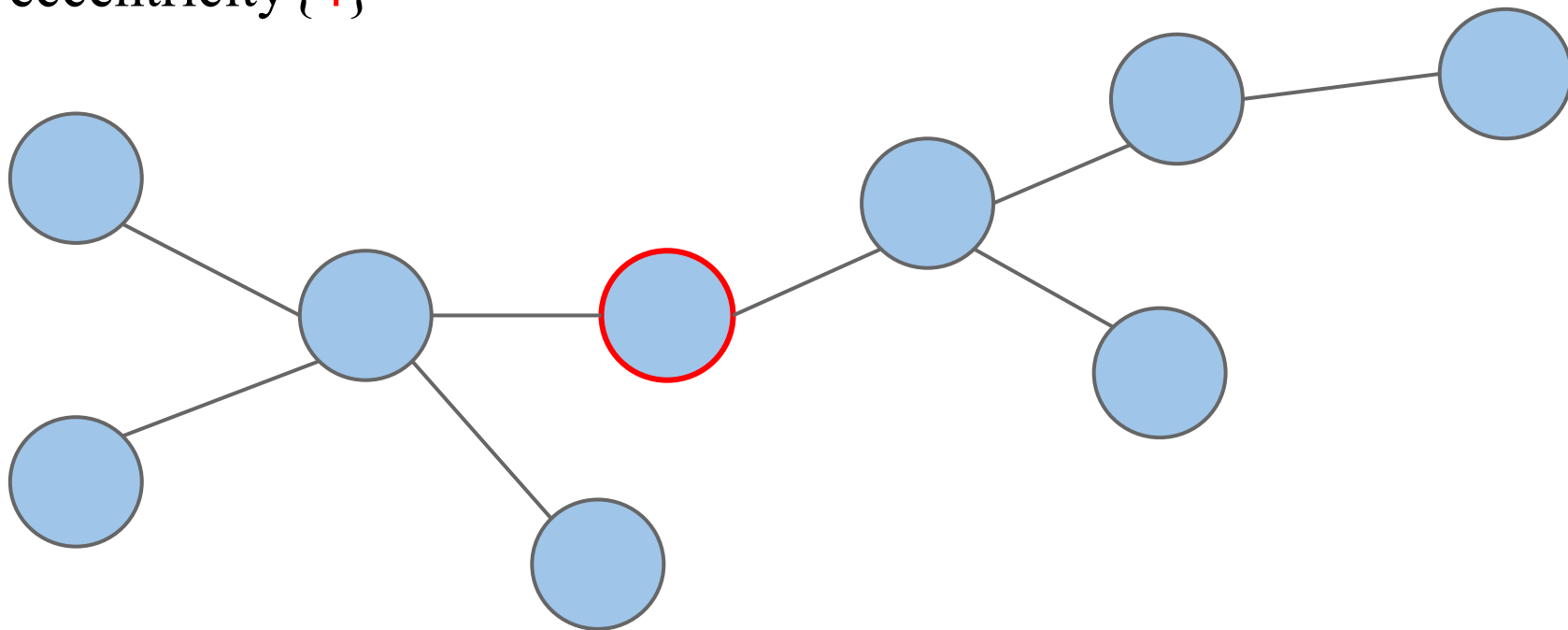
実験方法

eccentricity{4}



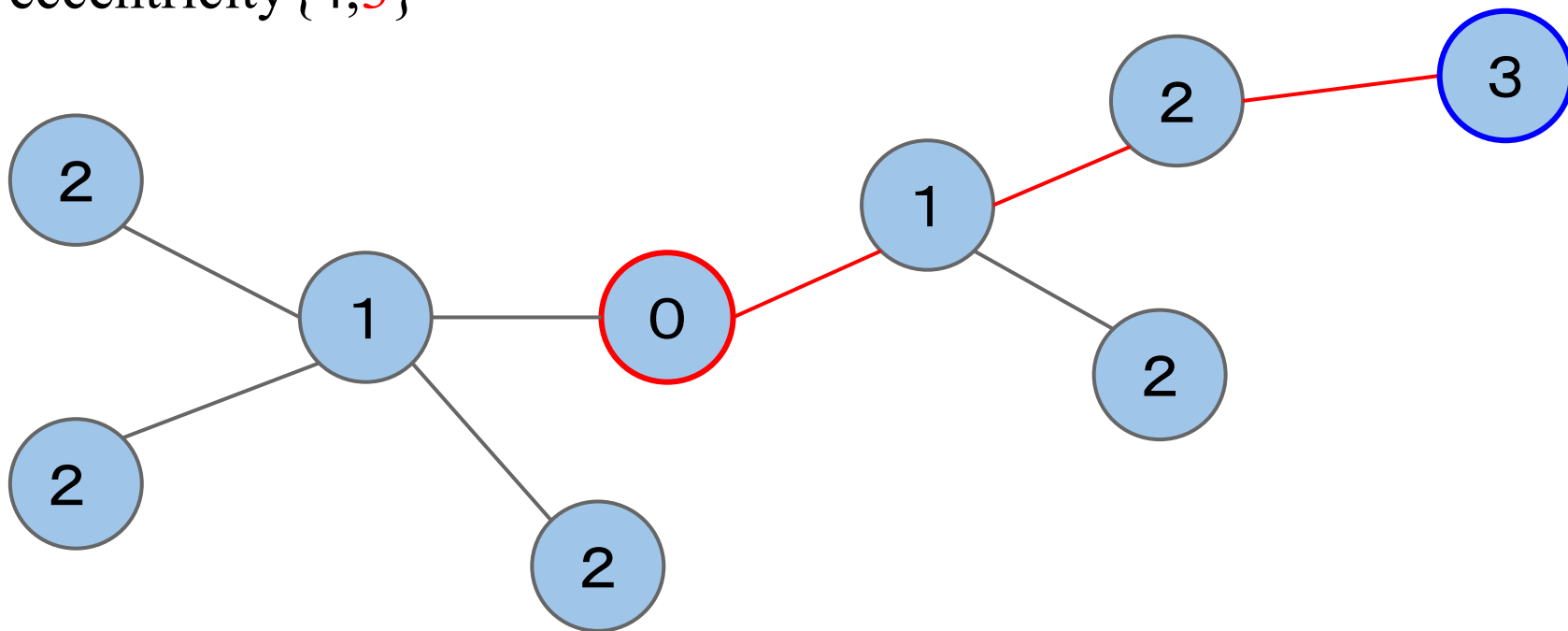
実験方法

eccentricity{4}



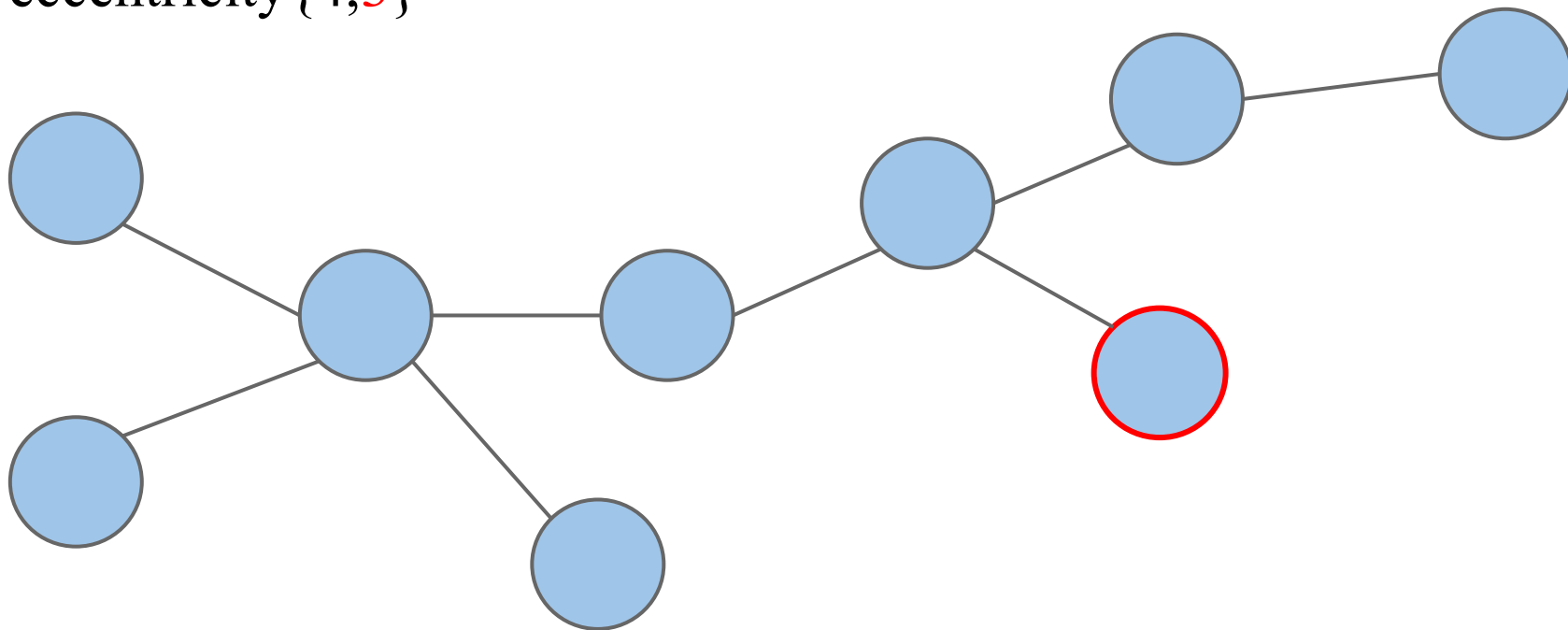
実験方法

eccentricity {4, 3}



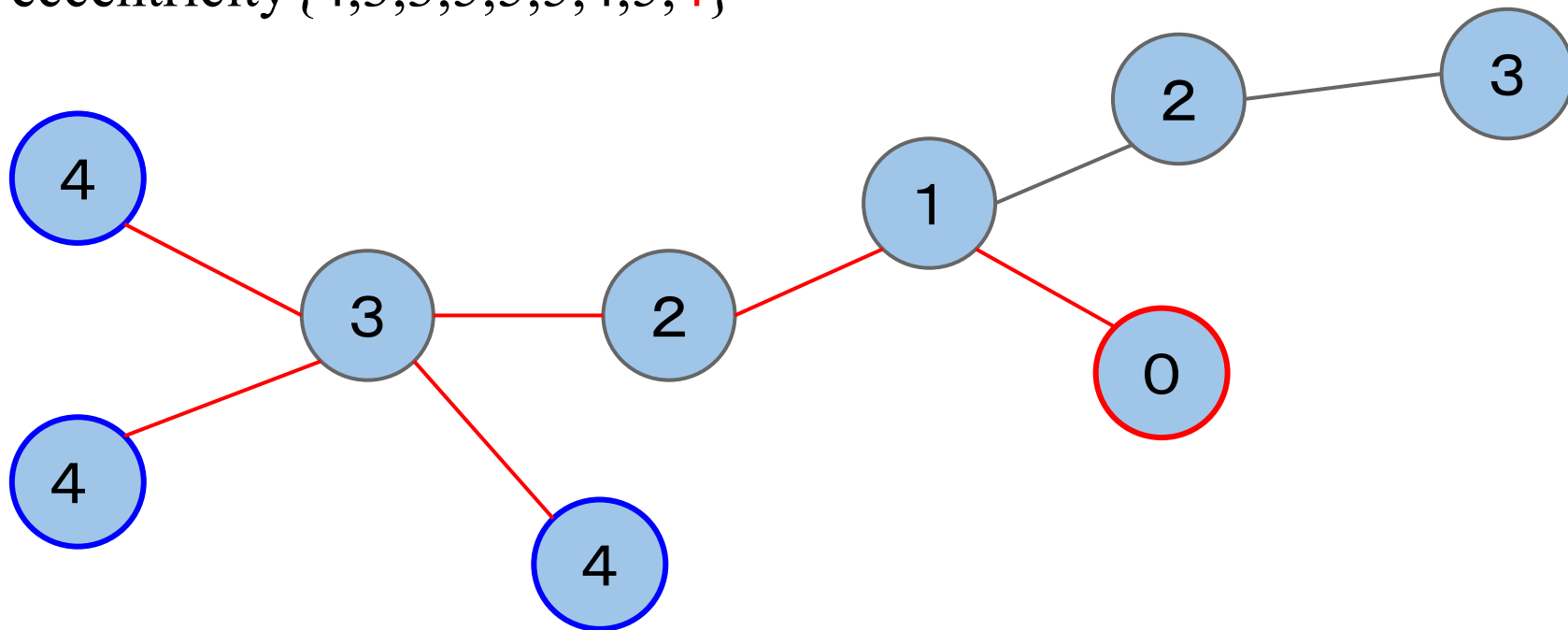
実験方法

eccentricity {4, 3}



実験方法

eccentricity {4,3,3,5,5,5,4,5,**4**}



実験方法

用語解説

eccentricity {4,3,3,5,5,5,4,5,4}

直径: eccentricity の最大値 5

半径: eccentricity の最小値 3

平均: eccentricity の平均 4.222

実験方法

Rとは

統計処理, グラフ描画のための言語と環境

作成者

Ross IhakaとRobert Clifford Gentleman

＊標準パッケージ以外にも拡張パッケージが多く存在する

<http://www.r-project.org/>

<http://www.okada.jp.org/RWiki/>

実験方法

生成プログラム

BAモデル

入力:作成ファイル名

初期完全グラフの頂点数

追加する頂点数

修正BAモデル

入力:作成ファイル名

最大頂点数

実験方法

プログラム内での保持方法

```
struct vertex{  
    int number,degree;  
    vector<vertex*>edge;  
};  
  
struct graph{  
    int vertex_num,edge_num;  
    vector<vertex>V;  
};
```

```
struct vertex{};  
int 頂点番号  
int 次数  
vector 辺集合  
  
struct graph{};  
int 全頂点数  
int 全辺数  
vector 頂点集合(vertex)
```

実験方法

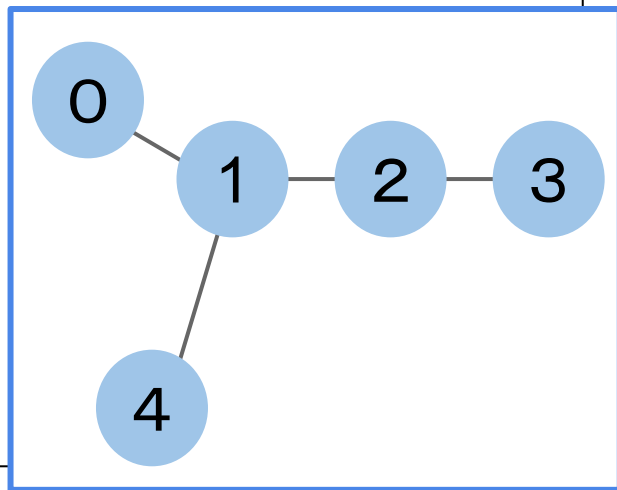
5 4

0 1

1 2

1 4

2 3



外部出力の際のグラフの保持

出力

- ファイルの1行目
最大頂点数、枝数を記録
- ファイルの2行目以降
各頂点がどの頂点に枝を
張ったかを記録

実験方法

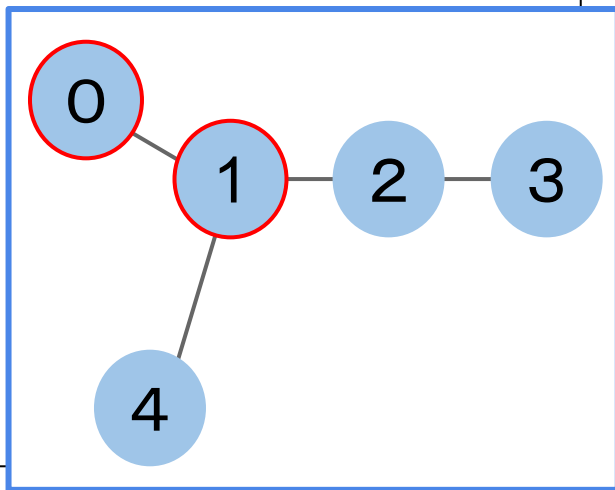
5 4

0 1

1 2

1 4

2 3



外部出力の際のグラフの保持

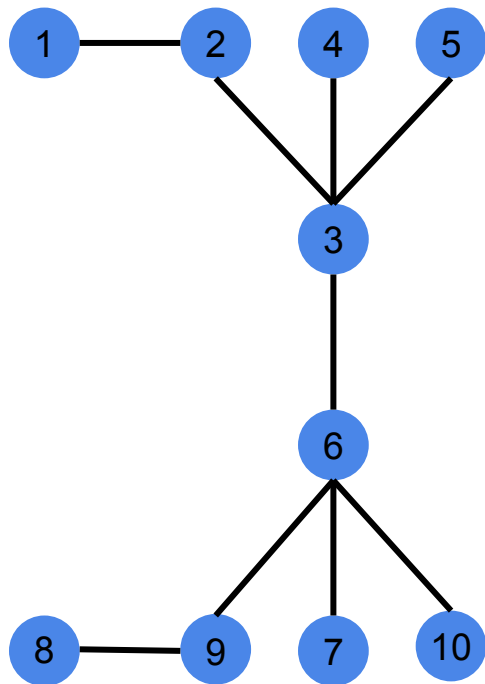
出力

- ファイルの1行目
最大頂点数、枝数を記録
- ファイルの2行目以降
各頂点がどの頂点に枝を
張ったかを記録

実験方法

ネットワークの組み替え方法

例)



辺の列挙

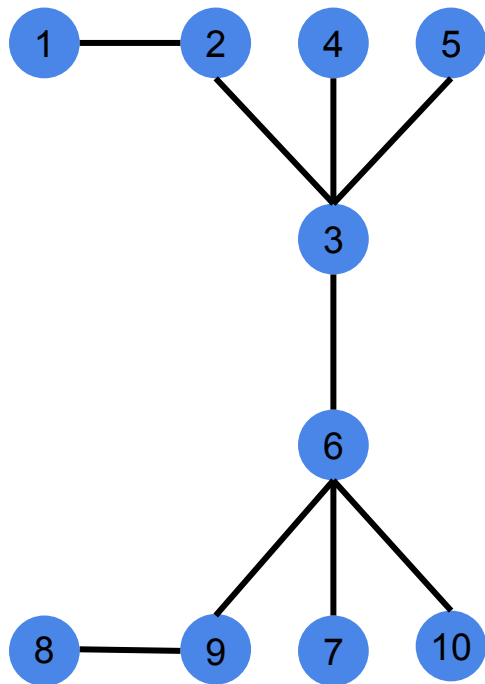
[(1,2),(2,3),(3,4),(3,5),(3,6),(6,7),(6,9),(6,10),(9,8)]

[1 2 2 3 3 4 3 5 3 6 6 7 6 9 6 10 9 8]

実験方法

ネットワークの組み替え方法

例)



辺の列挙

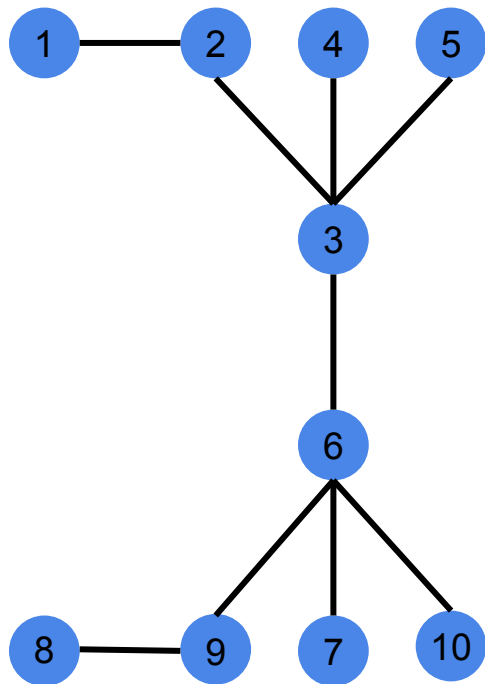
[(1,2),(2,3),(3,4),(3,5),(3,6),(6,7),(6,9),(6,10),(9,8)]

[1 2 2 3 3 4 3 5 3 6 6 7 6 9 6 10 9 8]

実験方法

ネットワークの組み替え方法

例)



辺の列挙

[(1,2),(2,3),(3,4),(3,5),(3,6),(6,7),(6,9),(6,10),(9,8)]

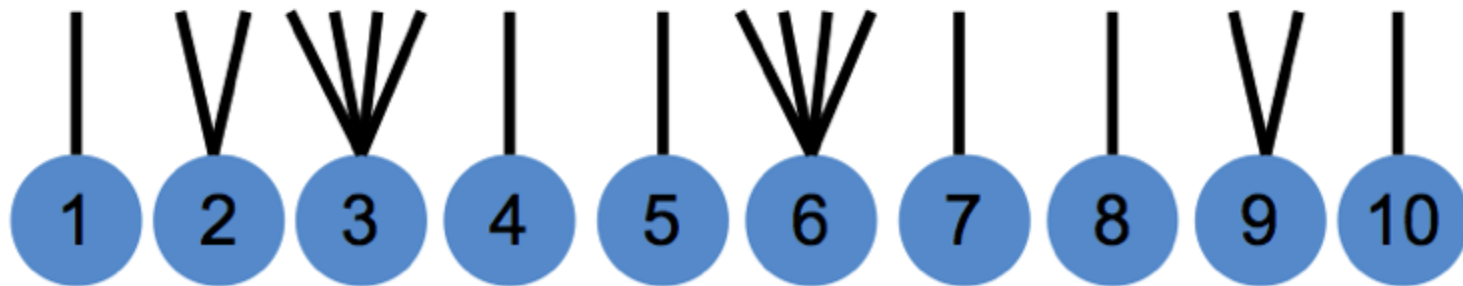
[1 2 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 7 8 9 9 10]

実験方法

ネットワークの組み替え方法

例)

[1 2 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 7 8 9 9 10]



実験方法

ネットワークの組み替え方法

[1 2 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 7 8 9 9 10]



ランダムシャッフル

[6 5 8 9 3 2 9 4 6 3 1 2 6 3 10 6 3 7]

実験方法

ネットワークの組み替え方法

[**6 5** 8 9 3 2 9 4 6 3 1 2 6 3 10 6 3 7]

[(6,5),(8,9),(3,2),(9,4),(6,3),(1,2),(6,3),(10,6),(3,7)]

7章 実験結果

実験結果

スケールフリーネットワーク

特徴

- ・多数のノードが低い次数,少数のノードが高い次数
- ・任意の2つの頂点間距離が短くなる

実験結果

初期:3頂点

全頂点数:1000

組み替之前

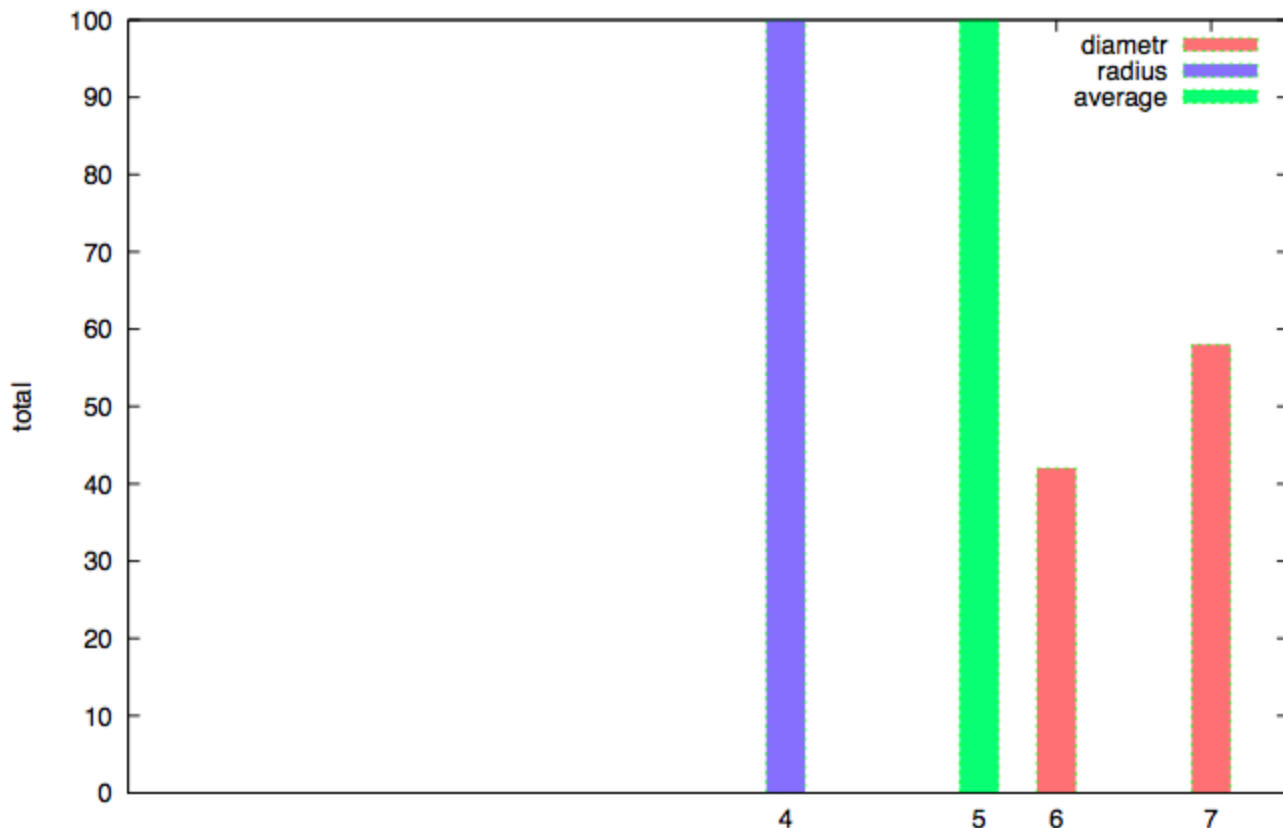
直径 6



半径 4



平均 4.98



実験結果

初期:4頂点

全頂点数:1000

組み替え前

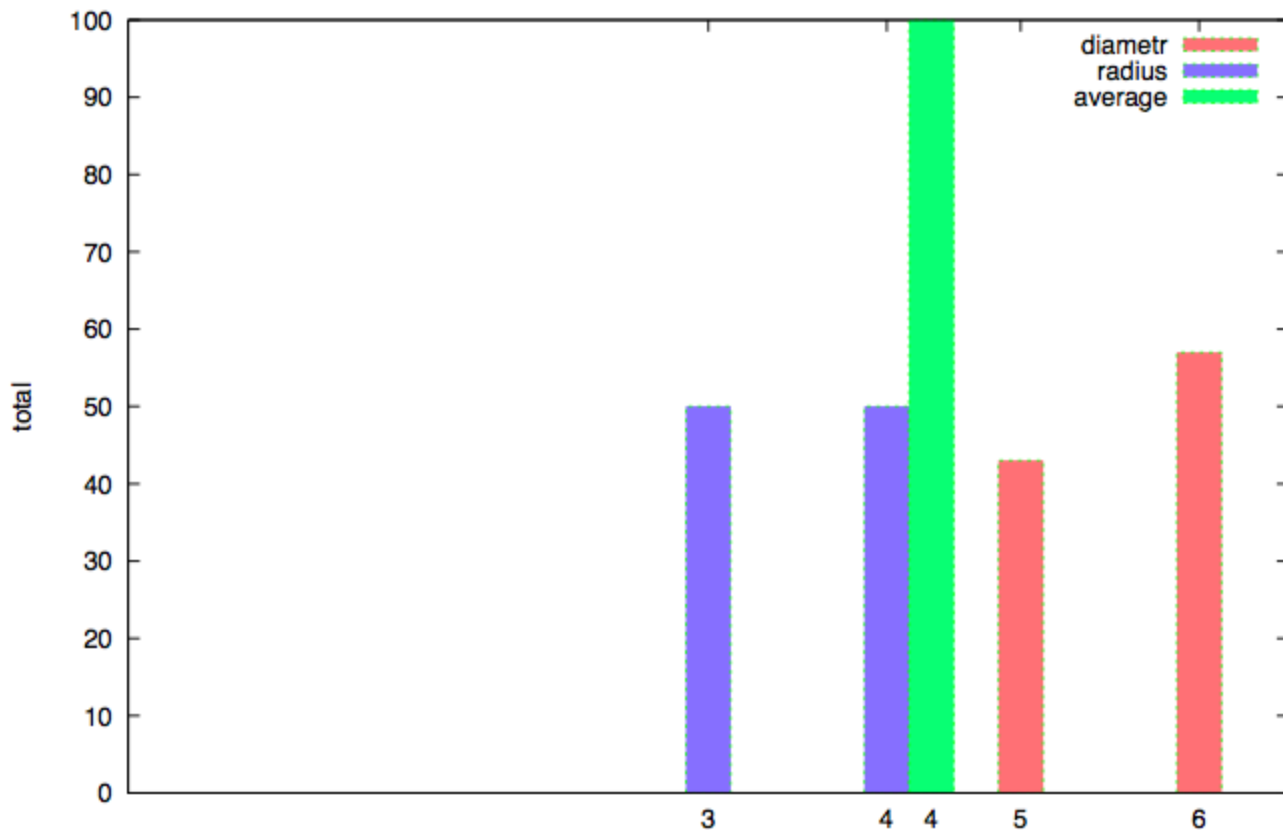
直径 5



半径 3



平均 4.35



実験結果

スケールフリーネットワーク

特徴

- ・多数のノードが低い次数,少数のノードが高い次数
- ・任意の2つの頂点間距離が短くなる

実験結果

結果

BAモデルで生成したネットワークは
直径,半径に関して Uncorrelated 性を満たしている

実験結果

BAモデル

初期頂点数2個から5個を**各100個** → 組み替え**各100個**

最大頂点数
100頂点

初期頂点数	ループ	多重辺	非連結
2	96.82%	100%	13.14%
3	99.06%	100%	0.00%
4	99.7%	100%	0.00%
5	99.91%	100%	0.00%

実験結果

BAモデル

初期頂点数2個から5個を各100個 → 組み替え各100個

＊1000頂点

初期頂点数	ループ	多重辺	非連結
2	99.24%	100%	13.51%
3	99.86%	100%	0.00%
4	99.92%	100%	0.00%
5	99.98%	100%	0.00%

＊1万頂点

初期頂点数	ループ	多重辺	非連結
2	99.9%	100%	13.53%
3	99.99%	100%	0.00%
4	100%	100%	0.00%
5	100%	100%	0.00%

実験結果

修正BAモデル

頂点数100、1000、1万で各100個生成

→ 組み替え各100個

	ループ	多重辺	非連結
100	88.49%	99.38%	100%
1000	95.48%	100%	100%
1万	98.81%	100%	100%

全て非連結

→ 組み替えにより生成する
ネットワークの個数を
増やし検証

実験結果

頂点数100、1000、1万
各2個生成
→ 組み替え各1万個

修正BAモデル 補足実験

	ループ	多重辺	非連結
100_1	84.35%	99.14%	100%
100_2	96.81%	100%	100%
1000_1	94.82%	100%	100%
1000_2	96.09%	100%	100%
1万_1	97.48%	100%	100%
1万_2	97.34%	100%	100%

実験結果

頂点数100、1000、1万
各2個生成
→ 組み替え各1万個

修正BAモデル 補足実験

	ループ	多重辺	非連結
100_1	84.35%	99.14%	100%
100_2	9		
1000_1	9		
1000_2	96.09%	100%	100%
1万_1	97.48%	100%	100%
1万_2	97.34%	100%	100%

全て非連結

8章 今後の課題

今後の課題

同じ次数列をもつ木を全列挙して検証

今後の課題

同じ次数列をもつ木を全列挙して検証

2013年 一般社団法人電子情報通信学会

電子情報通信学会論文誌 D Vol.J96-d No.11 pp2710-2715

石川雅信 中野真一

指定した次数列を持つ順序なし木の高速列挙

同じ次数列を持つネットワークのうち
自己ループ/多重辺をもつもの,非連結なものを除いて
ランダムに生成する方法の模索

$$q(b; a) \overset{\text{近似}}{\approx} q_b$$