

路基导弹打击航母的数学建模与算法设计

摘要

第一问以导弹的运动方程组为基础建立了六自由度弹道仿真模型，从而以此推算出反舰导弹打击航母的静态轨道模型。我们以导弹的运动方程组为核心，利用模块化的思想生成整个导弹系统。首先，我们给出各模块的输入输出流，然后将它们封装并组合成一个综合系统，最后利用 MATLAB 中的 Simulink 做仿真，通过调试系统中的参数来得到合理的曲线设计。以发射点为原点建立空间直角坐标系，x 轴与 y 轴正方向分别指向正东与正北，则在我们设计的运动轨迹中，中段曲线的方程可表示为

$$z(i) = 8629.865 - 0.013 \times x - 5090.175 \times \left[0.5 + \frac{\arctan\left(\frac{y - 29993.383}{-2470.129}\right)}{\pi} \right]$$

整个运行过程中的轨迹线见图 5，该设计既满足光滑衔接的要求，又利用中段的低空飞行有效的达到防拦截的目的，且运行的路程较短。

第二问利用了以静态估计动态的思想，在第一问的静态模型的基础之上改进得到了导弹飞行的动态航道模型。首先，我们考虑引入动态的因素，根据题意代入目标的速度矢量，并且由比例导引法确定了最佳的引导比。其次，由于题目明确要求求出中段的轨道方程，因此我们还采用了麦夸特法做非线性曲线的拟合。综合以上要点，我们得出针对动态目标的弹道仿真模型，并得到中段曲线的方程

$$z(i) = 4357.818 - 0.016 \times x + 4340.059 \times \left[0.5 + \frac{\arctan\left(\frac{y - 31924.674}{488.255}\right)}{\pi} \right]$$

整个运行过程中的轨迹线见图 7，这样的设计同样满足上述要求。

第三问我们为了得到模型整体的误差分析，所以不断改变航母运动的 v_x 和 v_y ，并通过仿真得出该情况下由运动轨迹得出的导弹的落点与航母的实际位置之间的距离，将此看作误差。我们得到的误差随 v_x 和 v_y 变化的关系曲线为图 9、图 10，结论是 v_x 和 v_y 越大误差就越大，而且当 v_x 和 v_y 在 100m/s 以下时，命中率可看作 100%，而当 v_x 和 v_y 超出 100m/s（远超出航母的可能运动速度）时，误差就非常大了。同时，若改变航母的初始位置，当新的初始位置位于题中所给的初始位置的附近的话，才可以利用该模型中设定的参数的，即误差较小。

关键词：六自由度弹道仿真 麦夸特法 导引比例法 Matlab/Simulink

目录

一、 问题重述.....	1
1. 问题背景.....	1
2. 提出问题.....	1
二、 模型假设.....	2
三、 符号说明.....	2
四、 模型的建立与求解.....	3
4. 1 问题一的求解.....	3
4. 1. 1 问题分析.....	3
4. 1. 2 模型的建立.....	3
4. 1. 3 模型的求解.....	7
4. 2 问题二的求解.....	10
4. 2. 1 问题分析.....	10
4. 2. 2 模型的建立.....	10
4. 2. 3 模型的求解.....	12
4. 3 问题三的求解.....	13
4. 3. 1 问题分析.....	13
4. 3. 2 问题的求解.....	13
五、 敏感度分析.....	16
六、 模型的评价.....	17
6. 1 模型的优点.....	17
6. 2 模型的缺点.....	17
参考文献.....	18

一、 问题重述

1. 问题背景

反舰导弹作为航母的最大威胁，是军事防御的重要手段，它是我国保卫海疆的中坚力量，因此研究路基导弹打击航母具有重大的实际意义。

假设导弹的发射位置位于东经 $120^{\circ}30'0''$ ，北纬 $27^{\circ}30'0''$ ，并将其设为坐标系原点。

(1) 经侦查，航母的初始坐标 $H(X_0, Y_0)$ 位于东经 $123^{\circ}45'0''$ ，北纬 $25^{\circ}39'0''$ ，舰长为 335 米，航速为 32 节（每节表示 1.852km/h），航向为正南方向。指挥中心实时监控其位置，得坐标 $H_i(X(t_i), Y(t_i))$, $i = 1, 2, \dots, n$ ，并由此计算航母的速度、航行轨道，从而确定导弹命中航母的动态运行轨道。

(2) 导弹的运行分为 3 段，分别是发射段、中段和末段。发射时速度为 500m/s，发射段轨迹为抛物线；中段可通过调整导弹的飞行参数来改变飞行轨道；末段飞行时间最长为 20 秒，速度不超过 1000m/s。导弹飞行的三段曲线光滑连接，即曲线连续且存在一阶导数。

(3) 设计的曲线应该使得反舰导弹难以被反导系统拦截。

(4) 中段的制导数据由地面指挥中心提供，而导弹在末段是自主攻击目标的。

(5) 简化复杂环境及气象的影响。

(6) 可添加合理的假设。

(7) 假定地球半径为 6300km，距离由坐标计算得来，要求精确到米。

2. 提出问题

请根据以上数据和信息，建立数学模型，利用合适的算法，解决以下问题。

(1) 建立初始状态 ($t=0$) 时，反舰导弹打击航母的静态轨道模型。

(2) 根据已知条件(2)中的航向和速度，设计导弹在中段飞行时的动态模型和算法。

(3) 对该导弹打击航母的飞行轨迹进行误差分析和命中率分析。

二、模型假设

- (1) 假设导弹与目标的运动为质点运动;
- (2) 假设地球为惯性系统, 即假设地面坐标系为惯性坐标系;
- (3) 假设地球曲率可以忽略, 即把大地看作平面;
- (4) 假设机体的重心位置不变, 即不考虑地球的自转;
- (5) 假设飞行过程中, 导弹质量、大气密度、重力加速度、发动机推理的变化可以忽略不计, 即参数固化;
- (6) 假设制导与控制系统的工作是理想的。

三、符号说明

V : 飞行器的速度

p : 发动机的推力大小

α : 迎角

β : 侧滑角

X 、 Y 、 Z : 飞行器所在的经度、纬度和高度的距离

θ : 滚转角

γ_v : 轨迹倾角

ψ_v : 偏航角

J_{x_1} 、 J_{y_1} 、 J_{z_1} : 绕弹体 x 、 y 、 z 轴的转动惯量

ω_{x_1} 、 ω_{y_1} 、 ω_{z_1} : 绕弹体 x 、 y 、 z 轴的转动角速度

M_{x_1} 、 M_{y_1} 、 M_{z_1} : 气动数据

lat_1 、 lat_2 : 两点的纬度

lng_1 、 lng_2 : 两点的经度

四、模型的建立与求解

4.1 问题一的求解

4.1.1 问题分析

解决导弹运行轨迹的核心为导弹运动的方程组，而由于方程数量较多，而且我们掌握的先验数据不足，因此不易直接求解方程组。于是我们想到在此基础上，利用MATLAB中的Simulink直接仿真出导弹飞行的轨迹，从而选择最合适的路径。而在仿真的过程中，由于导弹系统结构复杂，整个仿真系统是一个完整的闭环控制系统，如果直接根据数学模型进行模块的搭建的话，会使得模块间连接混乱、难以理解，进而导致整个系统难以调试和修改。[1]因此在构建系统框架时，我们采取弹道仿真模块化的设计思想[2]，而模块只对外保留输入输出接口，并通过接口间的连接关系实现信息的传递，这样就使得分析比较简便。

4.1.2 模型的建立

在这一问中，我们建立了六自由度弹道仿真模型，利用模块化的思想进行导弹飞行轨迹的仿真。

反舰导弹的运动可以看成是在六个自由度上的变化，因此我们对这六个自由度的运动展开讨论。而根据MATLAB中Simulink的特点以及导弹系统的工作方式，我们采取模块化的处理方法。其具体的步骤为，首先将导弹系统划分为若干个模块，并给出它们的输入输出信号流，然后充实这些模块，最后将这些模块封装起来，以组合成为整个系统。

经过查阅资料，我们将导弹的系统划分为如下5个模块：导弹六自由度运动模块、导弹气动力模块、弹上计算机模块、导引头模块和目标运动模块。[3]下面分别对它们展开讨论。

①导弹六自由度运动模块

导弹运动方程组是描述导弹的力、力矩与导弹运动参数（如加速度、速度、位置、运动姿态等）之间关系的方程组，它由动力学方程、运动学方程、质量变化方程、几何关系方程、制导方程和控制关系方程等组成。导弹在空间的运动一般看成可控的变质量系统具有六个自由度的运动。根据参数“固化原理”把变质量系的导弹当作常质量系来看，并建立了导弹动力学基本方程，具体的导弹的六自由度运动方程见参考文献[4]。为研究导弹运动特性方便起见，我们研究其核

心部分，即导弹质心运动的 3 个动力学标量方程和导弹绕质心转动的 3 个动力学标量方程。

(1) 由质心运动学得，质心运动方程（建立在弹道坐标系）为：

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = p \cos \alpha \cos \beta - X - mg \cos \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha \cos \gamma_v + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_v) + Y \cos \gamma_v - Z \sin \gamma_v - mg \cos \theta \\ mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = P(\sin \alpha \sin \gamma_v - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_v) + Y \sin \gamma_v + Z \cos \gamma_v \end{cases}$$

其中， V 为飞行器的速度， p 为发动机的推力大小， α 为迎角， β 为侧滑角， X 、 Y 、 Z 分别表示飞行器所在的经度、纬度和高度的距离， θ 为滚转角， γ_v 为轨迹倾角， ψ_v 为偏航角。

(2) 绕质心转动的动力学方程（建立在飞行器坐标上）为：

$$\begin{cases} J_{x_1} \frac{d\omega_{x_1}}{dt} + (J_{y_1} - J_{z_1})\omega_{z_1}\omega_{y_1} = M_{x_1} \\ J_{y_1} \frac{d\omega_{y_1}}{dt} + (J_{x_1} - J_{z_1})\omega_{z_1}\omega_{x_1} = M_{y_1} \\ J_{z_1} \frac{d\omega_{z_1}}{dt} + (J_{y_1} - J_{x_1})\omega_{x_1}\omega_{y_1} = M_{z_1} \end{cases}$$

其中， J_{x_1} 、 J_{y_1} 、 J_{z_1} 为绕弹体 x 、 y 、 z 轴的转动惯量， ω_{x_1} 、 ω_{y_1} 、 ω_{z_1} 为绕弹体 x 、 y 、 z 轴的转动角速度， M_{x_1} 、 M_{y_1} 、 M_{z_1} 为气动数据。

(3) 导弹质心运动的运动学模型为：

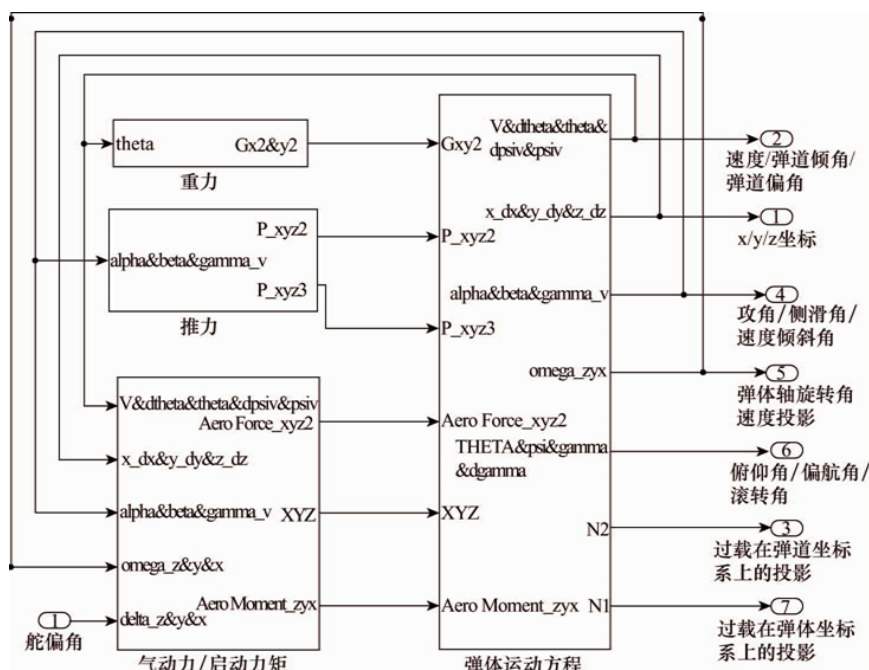
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \psi_v \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \end{cases}$$

(4) 导弹绕质心运动的运动学模型，即姿态运动学方程为：

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \theta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \theta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \end{cases}$$

该模块的输入为弹道坐标系 $Ox_2y_2z_2$ 下的重力、推力、气动力，弹体系 $Ox_1y_1z_1$

下导弹的力矩，以及转动惯量和导弹质量。而输出流为 $(V, \theta, \psi, x, y, z, w_x, w_y, w_z, \alpha, \beta, \gamma, \vartheta, \psi, \gamma, n_{x2}, n_{y2}, n_{z2})$ 。它的仿真框图如下：

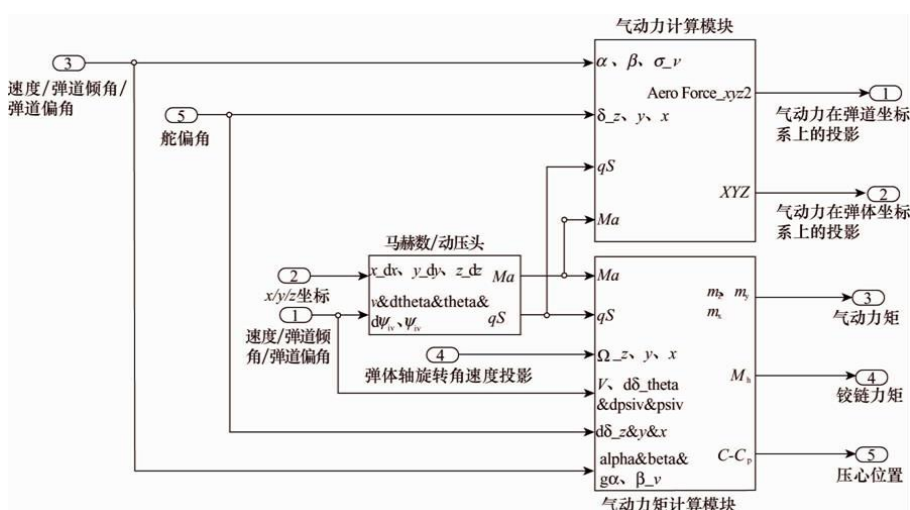


图一 导弹六自由度运动模块仿真框图

其中，左边 3 个模块分别为重力模块、推力模块、气动力和力矩模块，而右边的模块描述了六自由度运动方程。

②导弹气动力模块

导弹的受力及其力矩是求解导弹六自由度运动方程的关键，于是在导弹气动力模块中，我们观察弹体姿态、计算弹体受力、分析控制指令，从而综合得出导弹的受力及其力矩。该模块的设计如下图所示：

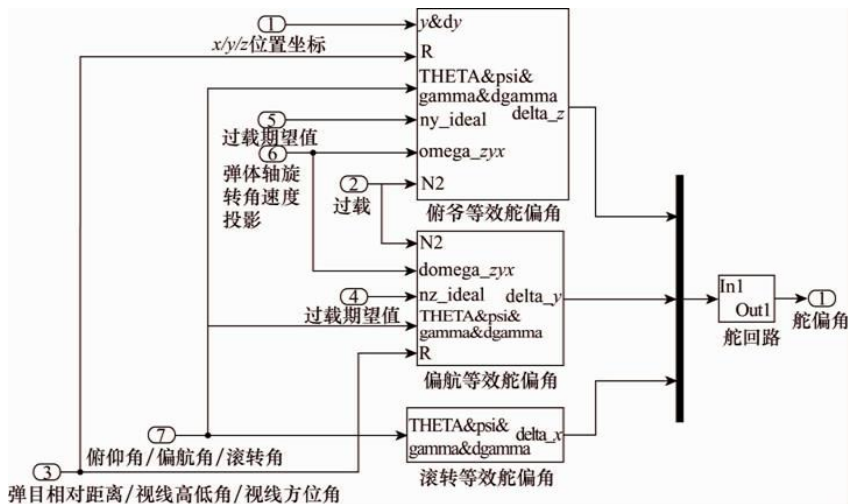


图二 导弹气动力模块仿真框图

其中，我们运用了二维插值模块，它的输入信号为导弹运动学模块的输出信号流速度、攻角、侧滑角和舵指令信号，输出的就是气动力和力矩。

③弹上计算机模块

在该模块中，我们通过判断导弹的姿态、位置等，再结合目标的信息，就可以求解出导弹的控制指令，从而将其提供给气动力模块。该模块的核心是生成舵机控制指令，而它可以通过倾斜陀螺仪、俯仰陀螺仪、偏航陀螺仪输出的信号，结合程序控制信号和俯仰方案控制信号、偏航方案控制信号以及导引头输出的比例信号，按照一定的控制规律综合得来。^[5]它的示意图如下：

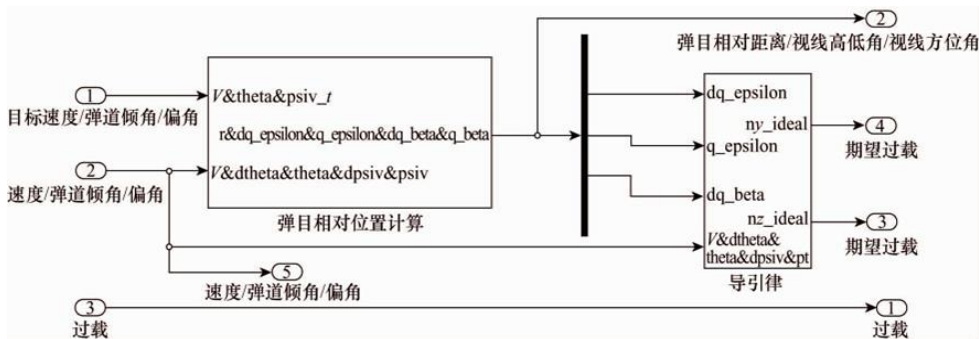


图三 弹上计算机模块仿真框图

④导引头模块

在该模块中，我们通过导弹与目标之间的位置求解它相对于目标的俯仰角和偏航角，然后根据误差角生成视线角速度信号，再用计算机据此求解出过载信号。

它的仿真框图如下：



图四 导引头模块仿真框图

其中，左边的部分描述的是导弹与目标的相对运动方程，右边描述的是过载

转换方程。

⑤目标运动模块

我们用该模块模拟目标的较为典型的运动，它的输入可以是多种目标运动的形式，包括静止目标、匀速运动的目标等等。我们根据目标的运动特性建立其运动模型。

综合以上的 5 个模块，我们便可构造出总的六自由度弹道仿真模型。

4.1.3 模型的求解

我们忽略一定范围内的地球的弧度，即将一定区域内的地球表面看作平面，所以以导弹发射点为发射原点建立空间直角坐标系，其中 x 轴正半轴指向正东方向，而 y 轴正半轴指向正北方向。

首先，由导弹发射点与航母的经纬度信息可以计算出二者之间的距离，由经纬度算距离的公式为：

$$\begin{aligned} a &= \frac{lat_1 \times \pi}{180} - \frac{lat_2 \times \pi}{180} \\ b &= \frac{lng_1 \times \pi}{180} - \frac{lng_2 \times \pi}{180} \\ l &= 2a \sin \sqrt{\sin(\frac{a}{2})^2 + \cos(\frac{lat_1 \times \pi}{180}) \cos(\frac{lat_2 \times \pi}{180}) \sin(\frac{b}{2})^2} \end{aligned}$$

其中， lat_1 、 lat_2 分别为两点的纬度， lng_1 、 lng_2 为两点的经度。经计算，二者之间的距离为 378.8178km。

然后，我们进行系统各模块的仿真与参数的调试，最终确定的各参数取值如下：

控制参数的取值为：

滚翻参数：

$$kpg = 0.04$$

$$kdg = 0.00005$$

偏航参数：

$$kpp = 0.6903$$

$$kdp = 1.8013$$

俯仰参数：

$$kdf = 0.6392$$

$$kpf = 0.0646$$

γ_{cc} 计算滚转通道控制方程需要的参数:

$$\text{gammacc} = 0$$

阻力系数:

$$cx = 0.25023$$

升力系数:

$$cyalpha = 0.6$$

$$cydelz = 0.045$$

侧向力系数:

$$czbeta = -0.1358$$

$$czdely = -0.0257$$

滚转力矩系数:

$$mxdelx = -0.0303$$

$$mxomgx = -15.42$$

偏航力矩系数:

$$mybeta = -0.365$$

$$mydely = -0.14$$

$$myomgy = -204.5$$

俯仰力矩系数:

$$mzalpha = -0.18$$

$$mzdelz = -0.28$$

$$mzomgz = -128$$

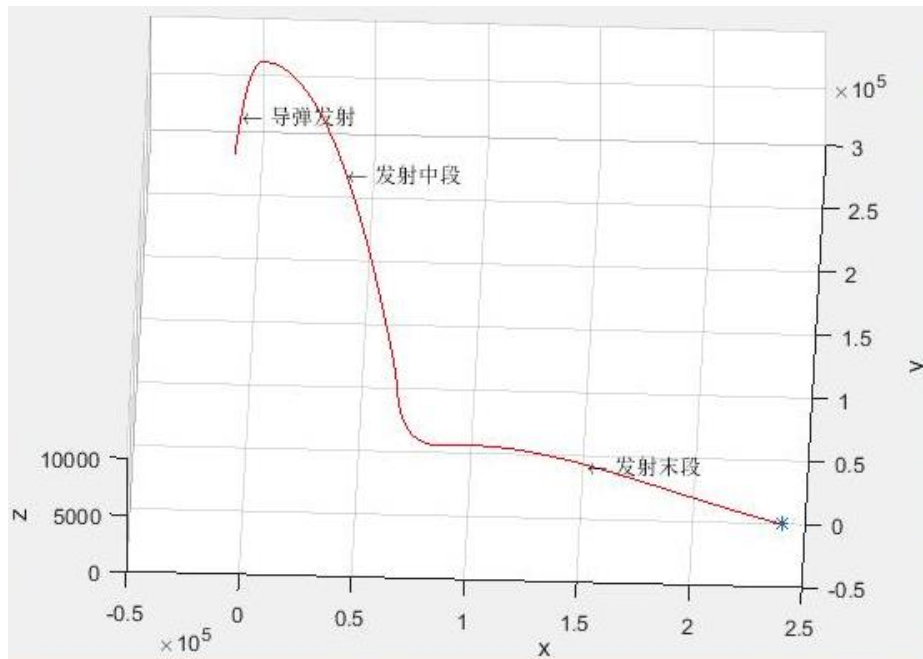
重力系数:

$$g = 9.81$$

导弹质量:

$$m = 1030\text{kg}$$

由此确定的导弹轨迹为：

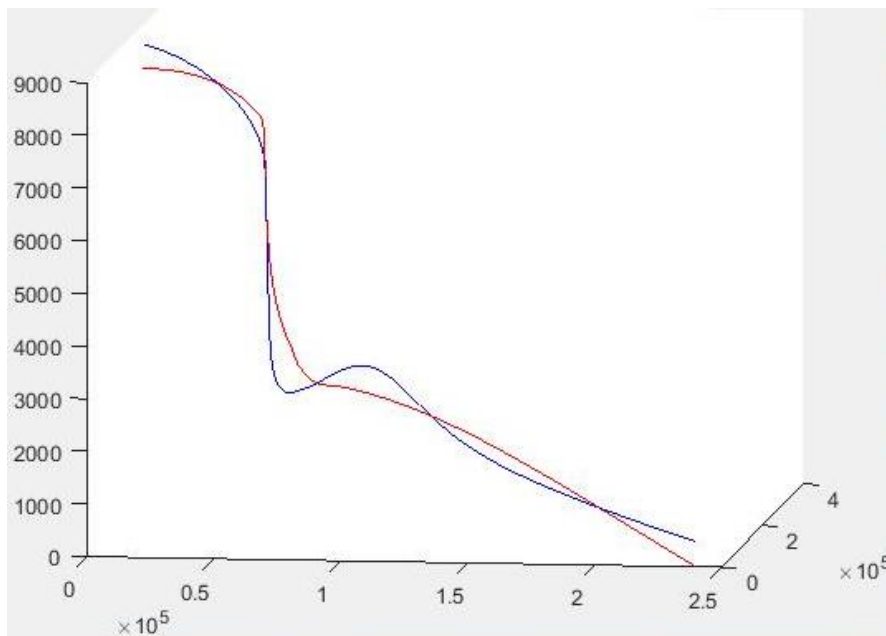


图五 静态轨道仿真曲线

经拟合，得到中段曲线的方程式为：

$$z(i) = 8629.865 - 0.013 \times x - 5090.175 \times \left[0.5 + \frac{\arctan\left(\frac{y - 29993.383}{-2470.129}\right)}{\pi} \right]$$

拟合曲线与原曲线的对比图如下：



图六 静态拟合曲线与仿真曲线对比图

红色曲线为通过模型计算出来的轨迹，而蓝色表示的是拟合曲线的轨迹，易知，误差在允许的范围之内。

该设计既满足光滑衔接的要求，又利用中段的低空飞行有效的达到防拦截的目的，且运行的路程较短。

4.2 问题二的求解

4.2.1 问题分析

问题二要求建立中段的动态模型，而第一问已求解出反舰导弹的静态轨道模型，因此我们想到从静态思想出发，还是利用上一问的导弹六自由度轨道仿真模型，适当修改其中的参数，以求得导弹运行的动态仿真模型。

4.2.2 模型的建立

要描述导弹在中段的飞行轨迹主要还是靠仿真，我们在第一问的六自由度弹道仿真模型的基础之上，加入动态的因素。

①速度矢量

由于目标变为运动的了，所以我们首先预测航母的运行路线，然后根据预测的结果来改变静态模型中的速度矢量这一参数，将静态的位置换位预测到的位置，从而以静态估计动态，得到导弹运行的动态模型，再从中提取出中段的运行轨迹。

②引导率

由于目标是运动的，因此我们在动态模型中要考虑引导率 k ，使得可以更好的确定引导规律，从而改善导弹的制导性能，提高导弹的命中精度。因为引导规律描述了导弹质心运动应遵循的准则，它确定了弹道质心在空间的运动轨迹，即它确定了导弹飞行并命中目标的运动学弹道。^[6]

由于可以使得飞行器的弹道比较平直，且技术上易于实现^[7]，因此我们采用比例导引法。它是指在导弹飞向目标的过程中，导弹速度方向的变化率与目标视线的变化率成比例，只要选择合适的导引比，就不会需要太大的法向过载，所以对不同机动特性的目标有较强的适应能力。

经试验得，比例导引系数越小，导引弹道越弯曲，其值越大，导引弹道越平直。所以我们对导引系数的取值在 3 到 4 之间。

③曲线拟合

在第二问中，由于需要求解中段曲线的方程，所以我们在得到中段飞行的轨

迹后，还要对曲线进行拟合。我们采用麦夸特算法，它是解决非线性拟合问题的有效方法，也是目前非线性方程求解领域研究和使用的最频繁的方法之一。

麦夸特算法^[8]的主要原理是，利用迭代程序进行计算残差平方和来估算是否达到最佳的拟合效果，当残差平方和达到最小值时，迭代过程结束，得到的就是拟合公式的最佳结果。

其目标函数为：

$$x^2(a_1, a_2) = \frac{1}{N-p} \sum_i \sum_j \bar{w}_{ji} [y_{ji} - f_j(x_{1i}, x_{2i}, \dots, a_1, a_2, \dots)]^2$$

其中， x^2 为残差平方和， N 为总实验点数， p 为参数的个数。

由最小二乘法知，目标函数应满足使误差平方和最小，即

$$y = \min x^2(a)$$

将其展开成二阶泰勒级数，并略去高阶项可得：

$$x^2(a) = \gamma + \frac{\partial x^2}{\partial a_k} + \frac{1}{2} a \cdot D \cdot a$$

其中， D 为Hessian矩阵， a 为代求参数， $k = 1, 2, \dots, m$ 。

Hessian矩阵中，有

$$\begin{aligned} \frac{\partial x^2}{\partial a_k} &= -2 \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i; a)]}{\sigma_i^2} \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_k} \quad k = 1, 2, \dots, m \\ \frac{\partial^2 x^2}{\partial a_k \partial a_l} &= 2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_k} \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_l} - [y_i - y(x_i; a)] \frac{\partial^2 y(x_i; a)}{\partial a_k \partial a_l} \right] \end{aligned}$$

上式的第二项很小，可以忽略不计。而用 $\beta_k = -\frac{1}{2} \frac{\partial x^2}{\partial a_k}$ ， $a_{kl} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x^2}{\partial a_k \partial a_l}$ 来代替

上面等式右边的式子，并令 $[a] = \frac{1}{2} \cdot D$ ，则可得：

$$\sum_{l=1}^M a_{kl} \delta_{al} = \beta_k$$

其中， $\delta_{al} = c \times \beta_k$ ， c 为一常数。

麦夸特算法通过多次迭代使得本次迭代的参数 a_{cur} 无限接近于最佳参数 a_{min} ，即

$$a_{min} = a_{cur} + D^{-1}[-\nabla x^2(a_{cur})]$$

4.2.3 模型的求解

我们进行系统各模块的仿真与参数的调试,在第一问的基础上对如下的参数进行了修改:

比例系数:

$$k = 4$$

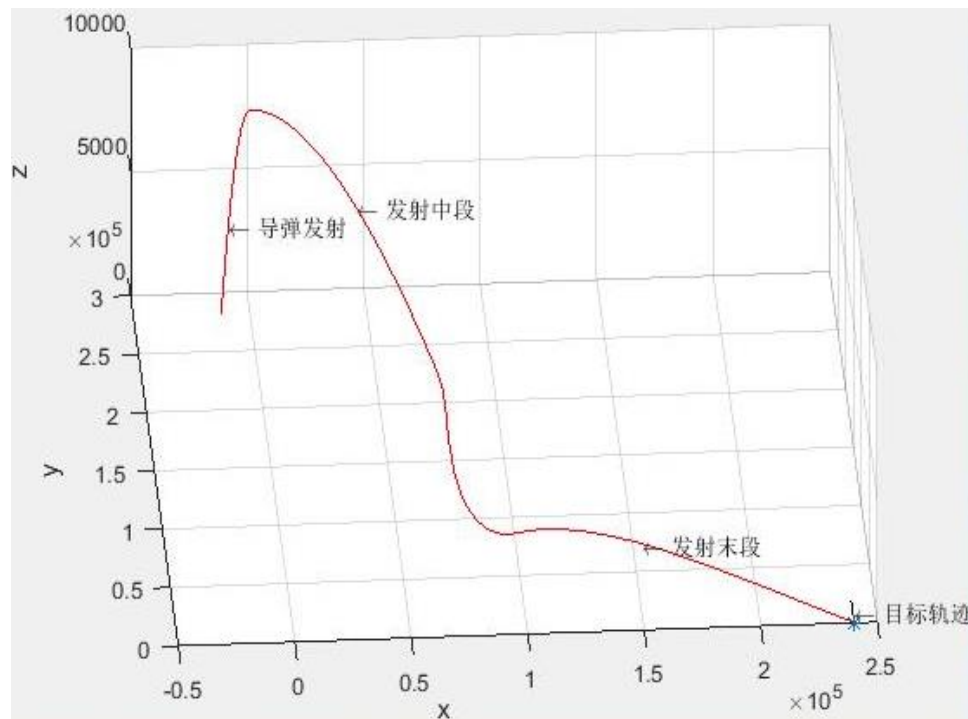
航母在东西方向的速度:

$$v_x = 0$$

航母在南北方向的速度 (+y 方向表示正北):

$$v_y = -59.264 \text{ km/h}$$

最终确定的导弹轨迹为:

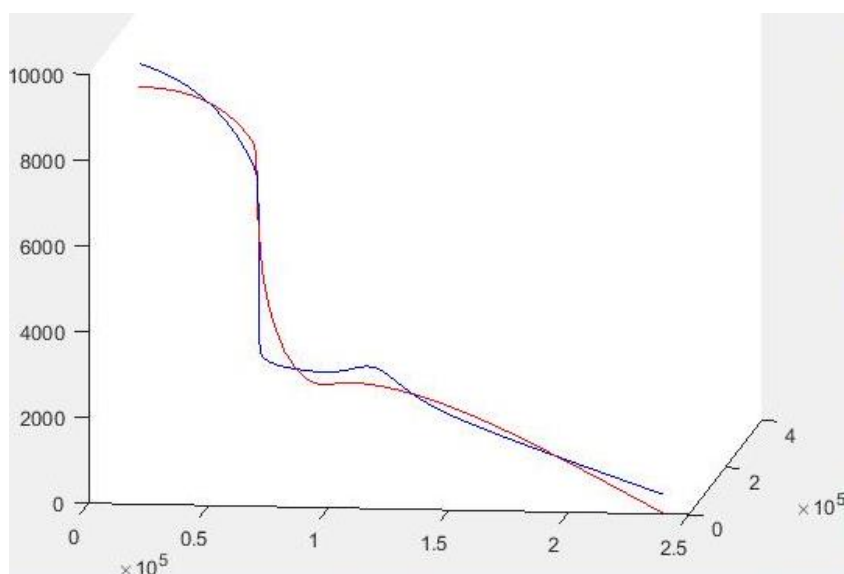


图七 动态轨道仿真曲线

用麦夸特法做曲线的拟合,得到中段曲线的方程式为:

$$z(i) = 4357.818 - 0.016 \times x + 4340.059 \times \left[0.5 + \frac{\arctan\left(\frac{y - 31924.674}{488.255}\right)}{\pi} \right]$$

拟合曲线与原曲线的对比图如下：



图八 动态拟合曲线与仿真曲线对比图

红色曲线为通过模型计算出来的轨迹，而蓝色表示的是拟合曲线的轨迹，易知，误差在允许的范围之内。

该设计既满足光滑衔接的要求，又利用中段的低空飞行有效的达到防拦截的目的，且运行的路程较短。

4.3 问题三的求解

4.3.1 问题分析

第三问要求分析导弹打击航母的轨道曲线的误差和命中率，当导弹的运动从中段转向末段时，它将在过载限度的范围内以最快的速度改变自己的偏角，使得导弹的轴线指向航母的方向，而当需要调整的角度过大时，就会造成一定的偏差。

为了综合评判整个模型的有效性，我们不只是对题目所给的运动速度下的目标进行分析，而是通过改变参数中的 v_x 和 v_y 来改变目标的速度矢量，并分别计算出利用上述模型仿真运动曲线时导弹打击航母的效果，以全面掌握该模型的精确程度。

4.3.2 问题的求解

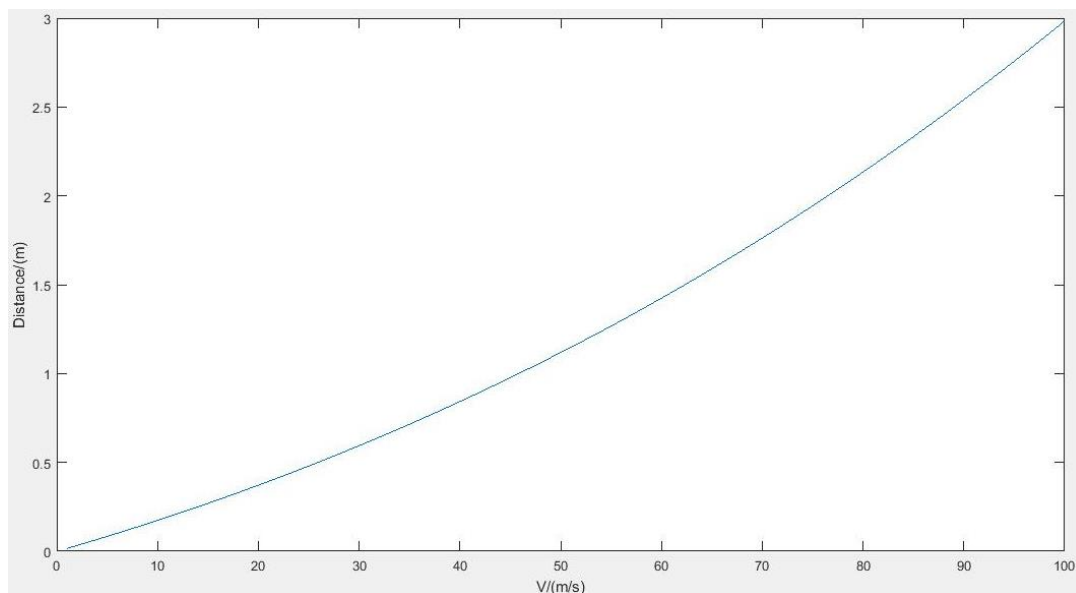
通过仿真模型，我们模拟出了导弹的运动轨迹，从而得到了导弹落点的范围，而将其与航母的实际位置进行比较，就能够分析出导弹打击航母的误差与命中率。

举例来说，在第二问中，我们经仿真得到，导弹落点与目标之间相距大于等于8米，这就是误差。

①误差分析

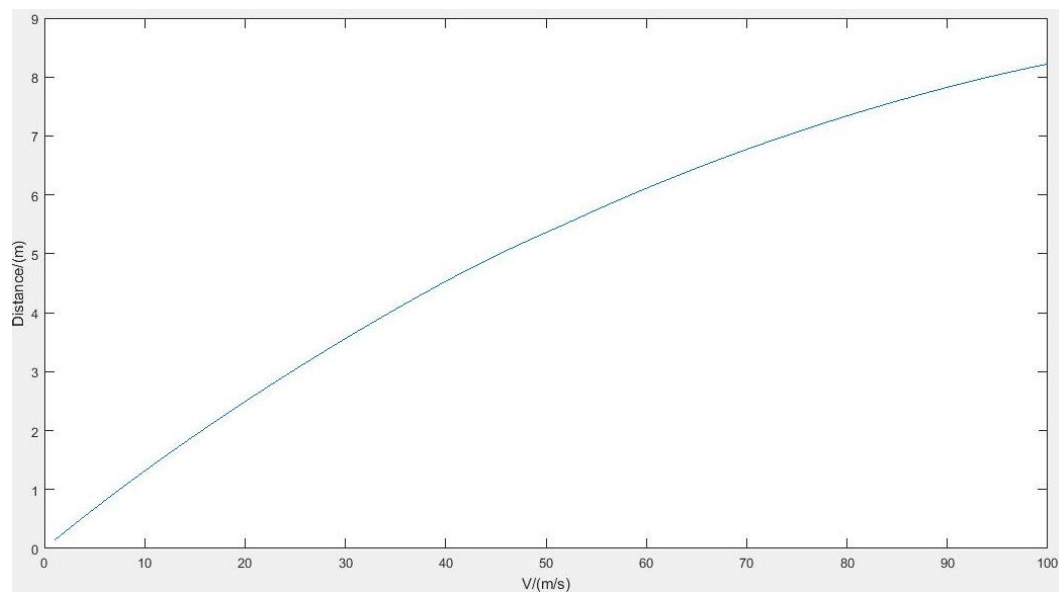
(1) 我们不断改变 v_x 和 v_y ，计算仿真得到的落点与目标的实际位置之间的距离，并将此视为误差。

那么，落点与目标的距离随目标运动时东西方向速度 v_x 变化的曲线如下：



图九 距离- v_x 图

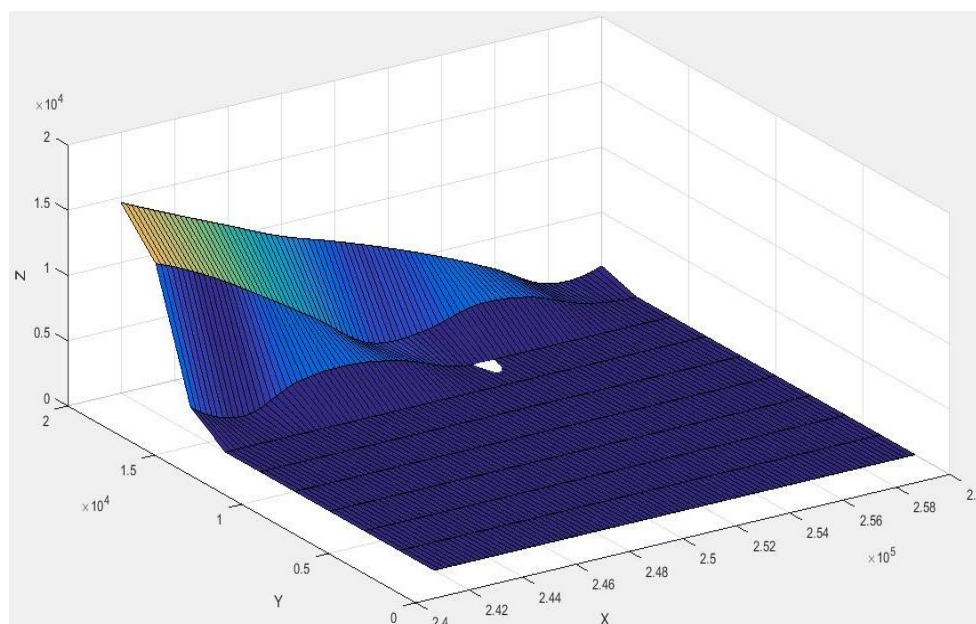
落点与目标的距离随目标运动时东西方向速度 v_y 变化的曲线如下：



图十 距离- v_y 图

可见， v_x 和 v_y 越大，误差就越大。

(2) 接下来，我们分析航母速度不变而初始位置不同的情况。我们以第一问中的目标点为起点，在 x 轴和 y 轴等间隔的各取 10 个点，即总共在平面内取 100 个点，然后分别计算导弹的落点与目标实际位置之间的距离，并绘制成如下的三维图：



图十一 距离-起始位置图

其中， z 轴的数据代表距离， x 轴 y 轴就表示目标起始点的坐标。

从图中可以看出，当航母的新的初始位置位于题中所给的初始位置的附近的话，是可以利用该模型中设定的参数的，即误差较小，而如果二者距离相差超过一定的范围，那么要想准确仿真出导弹的运动轨迹，就必须修改参数，否则误差会较大。

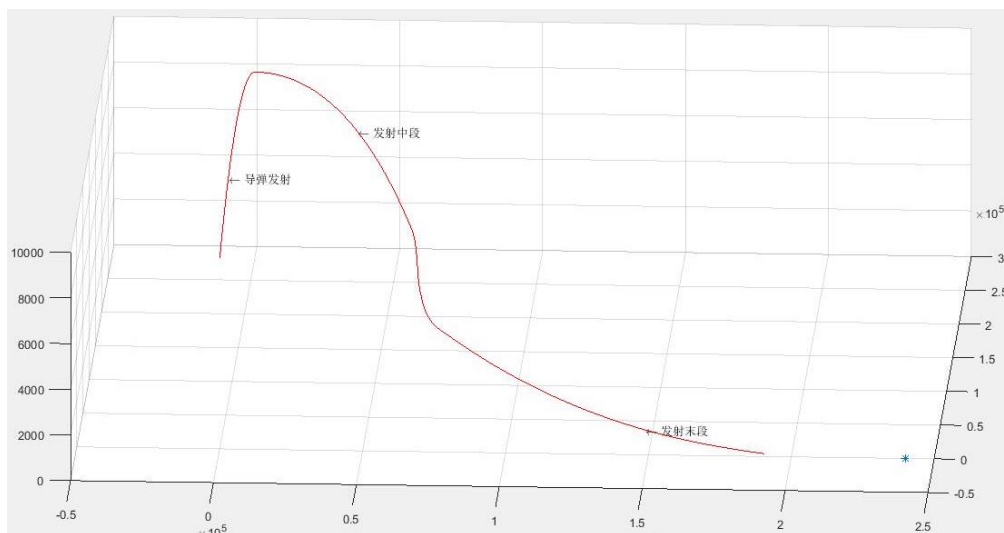
②命中率分析

由上面的图可知，当 v_x 和 v_y 在 100m/s 以下时，落点与目标的距离相距都不超过 10 米，经查阅资料得，在这种情况下，导弹都是能对目标造成较大影响的，即可以看作命中目标。而当 v_x 和 v_y 超过 100m/s 时，由于该仿真系统的条件限制，就会产生导弹失控的现象，从而造成较大的误差，当然，这个速度已经远远的超出了航母的速度。

综合上述，当 v_x 和 v_y 在 100m/s 以下时，命中率为 100%，而当 v_x 和 v_y 超出 100m/s（远超出航母的可能运动速度）时，误差就非常大了。

五、敏感度分析

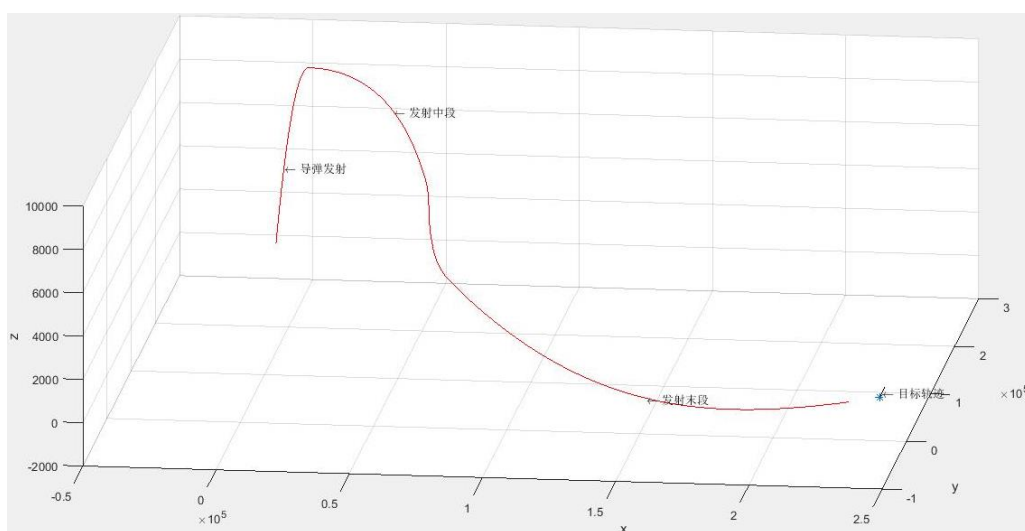
首先，在静态的轨道模型中，我们考虑引导率 k 值的变化对模型的影响。当 $k = 3$ 时，导弹的运动曲线如下：



图十二 $K=3$ 时的静态弹道曲线

此时导弹落点与目标实际位置的距离为 $R = 4.9397 \times 10^4 \text{m}$ ，误差非常大。

而在动态的轨道模型中，当 $k = 3$ 时，导弹的运动曲线如下：



图十三 $K=3$ 时的动态弹道曲线

此时导弹落点与目标实际位置的距离为 $R = 1.1450 \times 10^4 \text{m}$ ，同样，误差非常大，并且此时导弹轨迹的最低点已经低于海平面，是不现实的。

综上所述，就导引率 k 值来说，该模型对于参数的变化十分敏感。

六、模型的评价

6.1 模型的优点

①导弹弹道的六自由度仿真模型能够准确给出飞行轨迹随参数变化曲线的仿真图像，结果是准确可靠的。

②利用模块化的设计思想，使得解决问题的条理更加清晰，也大大的减少了编程的复杂度。

③仿真出了导弹运行的曲线，具有很好的可视性，而在计算机上通过调整参数来改变航迹，也具有便于维护改进的实际意义，使整个系统的可靠性大大提高。

④该模型具有一般性与普适性，便于做进一步的应用与推广。

6.2 模型的缺点

①在设计导弹飞行的中段动态模型时，我们是以其静态轨道模型为基础的，在没有足够的先验数据的条件下，以静态估算动态是具有一定的偏差的。

②在导弹运动的过程中，由于条件限制，使得制导系统每隔一个采样步长获取一次弹目方位角和弹目距离，所以在采用比例导引法建立弹道导引系数时，就是利用连续方程的差分公式来描述离散的过程，也就增大了算法本身的误差。

③该模型对于参数的变化比较敏感，因此不易进行参数的调试。

参考文献

- [1]林福冬. 基于 Matlab/Simulink 的舰空导弹系统仿真建模[J]. 情报指挥控制系统与仿真技术, 27(4):98-100, 2005.
- [2]赵军民, 何亚娟. 基于 Matlab/Simulink 的弹道仿真模块化设计[J]. 弹箭与制导学报, 27(1):147-153, 2007.
- [3]高胜灵, 胡松启. 基于 Matlab/Simulink 的导弹六自由度弹道仿真系统设计[J]. 科学技术与工程, 11(1):29 - 34, 2011.
- [4]李新国, 方群. 有翼导弹飞行动力学 [M]. 西安:西安工业大学出版社, 2005.
- [5]杨军. 现代导弹制导控制系统设计 [M]. 北京:航空工业出版社, 2005.
- [6]张中南, 童幼堂, 张卫峰. 比例导引法导引弹道仿真研究[J]. 战术导弹技术, (2):56-59, 2005.
- [7]王宝和, 黄成, 张锐. 基于导引原理的比例导引弹道的建立[J]. 四川兵工学报, 32(1):52-54, 2011.
- [8]程荣兰, 陈广志. 利用麦夸特理论高效求解 Van Genuchten 模型参数. <http://www.docin.com/p-385901807.html>, 2018-4-7.

附录:

```
clc;
clear all;
g=9.81;m=1030;P=0;
S=0.2552;L=0.57;
Ix=57.6;Iy=3996;Iz=3983;
cx=0.25023;
cyalpha=0.6;cydelz=0.045;
czbeta=-0.1358;czdely=-0.0257;
mxdelx=-0.0303;mxomgx=-15.42;
mybeta=-0.365;mydely=-0.14;myomgy=-204.5;
mzalp=-0.18;mzdelz=-0.28;mzomgz=-128;

kpg=0.04;
```

```

kdg=0.00005;
kpp=0.6903;
kdp=1.8013;
kdf=0.6392;
kpf=0.0646;
gammacc=0;
k=4;
xm0=0;
ym0=282634;%301637
zm0=8154.944;%8154.944
vm0=300;
xt0=240000;%150000
yt0=0;
zt0=0;
vx=0;
vy=59.264;
theta0=0/57.3;%-5/57.3;
psiv0=0/57.3;%

for i=1:12232
    missile0(i,1)=i-12232;
    missile0(i,3)=(400^2-(400-9.81*i/300)^2)/(2*9.81);
    missile0(i,2)=282634;%150838
end
sim('MODULE2',[0,800])
R=precision(end)
%subplot(3,3,1);
figure(1);
plot3(missile(:,1),missile(:,2),missile(:,3),'r')
hold on
plot3(target(:,1),target(:,2),target(:,3),'k')
plot3(xt0,yt0,zt0,'*');
plot3(missile0(:,1),missile0(:,2),missile0(:,3),'r');
text(missile0(3000,1),missile0(3000,2),missile0(3000,3),'\leftarrow')
;
text(missile(4000,1),missile(4000,2),missile(4000,3),'\leftarrow');
text(missile(8100,1),missile(8100,2),missile(8100,3),'\leftarrow');
text(target(5000,1),target(5000,2),target(5000,3),'\leftarrow');
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
grid on
hold on
% figure(2)

```

```

% plot(R);
% xlabel('V/(m/s)')
% ylabel('Distance/(m)')
% %subplot(3,3,2);
% figure(2);
% plot(t,nynz(:,1),t(1:length(t)-15),nycnzc(1:length(t)-15,1),'--')
% grid on
% xlabel('t/s'); ylabel('n_y-n_y_c')
% title('n_y-n_y_c')
% legend('n_y','n_y_c')
% % nz
% %subplot(3,3,3);
% figure(3);
% plot(t,nynz(:,2),t(1:length(t)-20),nycnzc(1:length(t)-20,2),'--')
% grid on
% xlabel('t/s'); ylabel('n_z-n_z_c')
% title('n_z-n_z_c')
% legend('n_z','n_z_c')
%% EÜŒËÇúİß
figure(3);
plot(v);
%xlswrite('output.xlsx',missile);
% xx=242000:2000:260000;
% yy=2000:2000:20000;
%
zz=[7.84608314927833,7.99345605060370,8.15476565603756,8.458687789418
71,8.79163999701450,9.03724282575866,9.25006017313522,9.5392777198193
7,9.95798425741123,10.4040278083133;
%
7.82140858319276,7.97484268880531,8.13697634867827,8.29031834022137,8
.45677635945745,8.65060750919883,8.89555129379681,9.21641415008017,9.
60392829434548,9.99800425032880;
%
8.59511681736172,8.66904638034617,8.75355584614609,8.85531765175272,8
.97760561786760,9.13519992303051,9.32259720498846,9.54274301229393,9.
79175430724407,10.0773272788126;
%
9.35473092276592,9.30994931129768,9.19830327293285,9.18248708617800,9
.34676655498742,9.49761612168661,9.62841372078214,9.75073932938674,9.
87787342628346,10.0310410285240;
%
10.1755352463190,10.1951365695022,10.1465341972251,10.1348206978527,1
0.2026781865331,10.3359462194444,10.4724514504021,10.5919286797404,10
.7091760801975,10.8276654335448;

```

```

%
11.0507329185084,11.1425656828109,11.2220564141139,11.3127095799536,1
1.4115305119581,11.5167723663453,11.6282415443076,11.7421108528737,11
.8542302021758,11.9580592817762;
%
12.1210445806581,12.3528849453684,12.4764846936795,12.5510966233780,1
2.6236904741322,12.6921684295639,12.8161789307402,12.9555023144480,13
.0789952340755,13.1749178907938;
%
1916.77209092376,282.344382115792,1904.51666093820,2244.69630707673,1
543.25904287676,129.885027739892,14.3473681804548,14.4766499524177,14
.6192044195169,14.7752975785803;
%
11433.4379910477,9491.14924792240,6956.86147351298,4246.45067956101,1
413.41467256713,1308.58460036061,2346.46085631572,1972.25770045727,51
4.884742963169,17.0289050044527;
%
14593.3754655673,12700.0450074037,10875.2003604985,9071.60197325834,7
695.58065168967,6199.57586556606,4531.76137176746,2615.61276693072,50
1.603268856592,893.522730604111];
% x1=242000:200:260000;
% y1=2000:2000:20000;
% [x2,y2]=meshgrid(x1,y1);
% t11=interp2(xx,yy,zz,x2,y2,'cubic');
% surf(x1,y1,t11);
% axis([240000 260000 0 20000 0 20000]);

clc;
clear all;

g=9.81;m=1030;P=0;
S=0.2552;L=0.57;
Ix=57.6;Iy=3996;Iz=3983;
cx=0.25023;
cyalpha=0.6;cydelz=0.045;
czbeta=-0.1358;czdely=-0.0257;
mxdelx=-0.0303;mxomgx=-15.42;
mybeta=-0.365;mydely=-0.14;myomgy=-204.5;
mzalpna=-0.18;mzdelz=-0.28;mzomgz=-128;
kpg=0.04;
kdg=0.00005;

```

```

kpp=0.6903;
kdp=1.8013;
kdf=0.6392;
kpf=0.0646;
gammacc=0;
k=3;
xm0=0;
ym0=282634;%150838
zm0=8154.944;%8154.944
vm0=300;
xt0=240000;%150000
yt0=0;
zt0=0;
theta0=0/57.3;%
psiv0=0/57.3;%
for i=1:12232
    missile0(i,1)=i-12232;
    missile0(i,3)=(400^2-(400-9.81*i/300)^2)/(2*9.81);
    missile0(i,2)=282634;%150838
end
sim('MODULE1',[0,800])
%subplot(3,3,1);
figure(2);
plot3(missile(:,1),missile(:,2),missile(:,3),'r')
hold on
plot3(target(:,1),target(:,2),target(:,3),'k')
plot3(xt0,yt0,zt0,'*');
plot3(missile0(:,1),missile0(:,2),missile0(:,3),'r');
text(missile0(3000,1),missile0(3000,2),missile0(3000,3),'leftarrow')
;
text(missile(4000,1),missile(4000,2),missile(4000,3),'leftarrow');
text(missile(8100,1),missile(8100,2),missile(8100,3),'leftarrow');
%text(target(100,1),target(100,2),target(100,3),'leftarrowf');
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
grid on
hold on
R=precision(end)
% %subplot(3,3,2);
% figure(2);
% plot(t,nynz(:,1),t(1:length(t)-15),nycnzc(1:length(t)-15,1),'--')
% grid on
% xlabel('t/s'); ylabel('n_y-n_y_c')

```



```

% title('n_y-n_y_c')
% legend('n_y','n_y_c')
% % nz
% %subplot(3,3,3);
% figure(3);
% plot(t,nynz(:,2),t(1:length(t)-20),nycnzc(1:length(t)-20,2),'--')
% grid on
% xlabel('t/s'); ylabel('n_z-n_z_c')
% title('n_z-n_z_c')
% legend('n_z','n_z_c')
figure(4);
plot(v);

```

```

clc,clear all;
lat1=27.5;%weidu
lng1=120.5;%jingdu
lat2=25.65;
lng2=123.75;
EARTH_RADIUS = 6300;
a = lat1*pi/180 - lat2*pi/180;
b = lng1*pi/180 - lng2*pi/180;
d = EARTH_RADIUS*2*asin(sqrt(sin(a/2)^2 +
cos(lat1*pi/180)*cos(lat2*pi/180)*sin(b/2)^2))

```

```

Data=xlsread('output.xlsx');
for i=1:9863
    x=Data(i,1);
    y=Data(i,2);
    z(i) =
4357.81855005688-0.0163986012979332*x+4340.05863005707*(0.5+atan((y-3
1924.6743270558)/488.255092006764)/pi);
end
figure(1)
plot3(Data(:,1),Data(:,2),Data(:,3),'r')
hold on
plot3(Data(:,1),Data(:,2),z(:),'b');
Data2=xlsread('output2.xlsx');
for i=1:10021
    x=Data2(i,1);

```

```

        y=Data2(i,2);
z2(i) =
8629.86490825373-0.0132941190336419*x-5090.17506816912*(0.5+atan((y-2
9993.3828461974)/(-2470.12874279823))/pi);
end
figure(2)
plot3(Data2(:,1),Data2(:,2),Data2(:,3),'r')
hold on
plot3(Data2(:,1),Data2(:,2),z2(:),'b');

```