

五一数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了五一数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与本队以外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们愿意承担由此引起的一切后果。

我们授权五一数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

参赛题号（从 A/B/C 中选择一项填写）：_____ B _____

参赛队号：_____ B19124367 _____

参赛组别（研究生、本科、专科、高中）：_____ 本科 _____

所属学校（学校全称）_____ 南京理工大学 _____

参赛队员（打印并签名）： 1. _____ 许晓明 _____

2. _____ 陈梦佳 _____

3. _____ 陈靓颖 _____

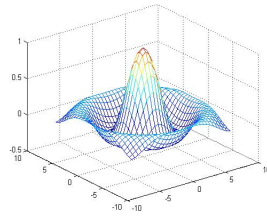
日期：_____ 2019 年 5 月 4 日 _____

获奖证书邮寄地址：_____ 江苏省南京市玄武区孝陵卫街 200 号南京理工大学 _____

邮政编码：_____ 210094 _____

收件人姓名：_____ 许晓明 _____ 联系电话：_____ 18851196872 _____

五一数学建模竞赛



题目 基于动态规划的二维矩形排样法

关键词：二维矩形件排样 剩余矩形匹配 模拟退火算法 动态规划 整数线性规划

摘要：

本文首先讲二维矩形的切割问题转化成二维矩形的排样问题，分别以木板利用率最大和总利润最大为目标，提出了**二维矩形件排样**的优化解法，给制造业上的二维下料问题提供了一种更好的参考方案。

针对问题一二，以单块木板利用率为最优指标函数，建立矩形件排样的**动态规划**模型。首先基于**剩余矩形匹配法**，建立二维动态坐标，计算产生的矩形数据，判断图形关系，选出产品长度与剩余矩形的比值最大的方案，进行待排产品与剩余矩形的匹配运算。即不断地往新产生的矩形中填充产品，直到剩余矩形无法继续排列矩形产品为止。并以能在全局寻求最优解的**模拟退火算法**改进了剩余矩形匹配法，计算得到最大木板利用率时的板材切割方案为：问题一在一块 S1 上最多切割 **59 块 P1 产品**，最高利用率为 **98.298%**；问题二木板利用率排前三的方案利用率分别为 **98.100%、97.700%、97.568%**。

针对问题三四，在一定生产任务量的条件下求木板总利用率最大时的切割方案。因为模型一可得到单块木板利用率较高的只排列 P1 的前 7 个方案，和单块木板排列 P1、P3 的前 25 个方案。根据木板总利用率
$$= \frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}}$$
公式，由于所有产品的总面积以及

单块 S1 的面积为一固定值，于是将总利用率最高转化为所用木板 S1 数目最少，并以最小使用 S1 数量为目标函数，以产品所需数量为约束条件，建立一个**整数线性规划**模型，可得到总利用率最高时所有木板上采用的切割方案，问题三得到的结果是合计需要 **48 块 S1 木板**，总利用率为 **96.725%**，问题四合计需要 **140 块 S1 木板**，总利用率为 **97.059%**。

针对问题五，没有产品数量要求，只以总利润最高为目标，木板数最大为 100 作为约束条件，由于，总利润=产品数量×对应产品利润，为获得最大总利润需对产品数量及利润做组合优化。因此我们采用类似问题三、四的解法，建立一个整数线性规划模型，对在单块木板切割 P1、P2、P3、P4 利用率较高的 25 种方案进行组合，可得到总利润最高时每块木板上采用的切割方式为 100 块 S1 木板**全部切成 P1 产品**，算得的**最大总利润为 117410**，木板总利用率为 **98.298%**。

1 问题重述

1.1 问题背景

随着现代机械加工工业的发展，无论是在大中型制造企业还是传统加工企业，对玻璃、金属、木板、塑料、面料等原材料的切割加工问题涉及到工艺、家具、电子、装饰等众多领域。为了减少生产成本，增加企业利润，就需要通过更合理的切割方式来提高原料的利用率，尽可能的减少下料。如若仅凭借个人经验排料则会导致原材料利用率低、工作效率低下、成本增加。因此我们需要通过已知的板材数据和企业生产计划来制定合理高效的下料切割计划、进行板材定额及生产成本计算，为材料库准备材料提供计划，为企业经管部门提供决策依据和材料采购预算。

1.2 需要解决的问题

徐州一家具厂新进了一批木板原材料，已知板材原料S1及各待加工产品的信息，忽略木板厚度和切割缝宽，编制出与生产任务和利润相匹配的板材切割列表。

1. 在一块S1上只切割P1，求木板利用率最大时切割的P1数量及该最大利用率值。
2. 在一块S1上同时切割P1、P3，求木板利用率按从高到低顺序排名前三的切割方案及利用率值。
3. 在完成给定的P1、P3生产任务的基础上，求出木板总利用率最高时的切割方案及利用率值。
4. 在完成给定的P1、P2、P3、P4生产任务的基础上，求出木板总利用率最高时的切割方案及最大总利用率值。
5. 在100张S1上切割P1、P2、P3、P4，求所获利润最大时的切割方案及总利用率值。

2 模型假设

1. 假设切割过程无木板损耗；
2. 假设不考虑切割工具的厚度；
3. 假设切割工具可旋转；
4. 假设题目所给的数据真实可靠；

3 符号说明

表 1: 本文中所涉及的符号及说明

符号	意义
L	木板原材料S1的长度
W	木板原材料S1的宽度
l_i	小矩形产品 P_i 的长度
w_i	小矩形产品 P_i 的宽度
E	木板利用率
x_i	产品 P_i 在S1排样时左下角点的横坐标
y_i	产品 P_i 在S1排样时左下角点的纵坐标
n_{P1}	P1的生产任务数量
n_{P2}	P2的生产任务数量
n_{P3}	P3的生产任务数量
n_{P4}	P4的生产任务数量
A_{P1}	P1的面积
A_{P2}	P2的面积
A_{P3}	P3的面积
A_{P4}	P4的面积
N	需要木板S1的块数
k_i	按第i种方案切割的木板块数
M	总利润

4 问题分析与求解

4.1 问题一、二的分析与求解

4.1.1 问题分析

设矩形木板S1长度为 L ，宽度为 W ，根据题目所给条件已知 $L = 3000mm$ ， $W = 1500mm$ 。以S1为原材料，问题一在一块矩形木板S1上切割面积更小的矩形产品 P1 ,问题二在一块矩形木板S1上切割面积更小的矩形产品 P1，P3 。设该矩形产品的长度为 l_i ，宽度为 w_i ，切割 n 个小矩形产品，则木板利用率为

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n l_i w_i}{LW} \quad (1)$$

由于两问均是在大矩形木板上切割小矩形产品，假设忽略切割木材过程中的损耗，因此都可以看作二维矩形排样问题。两问区别仅在于问题一的矩形件集合全为P1，而问题二的矩形件集合为P1和P3排列。

因此，我们建立同一个模型来解决问题一和问题二。

题目要求木板利用率最大，因此我们以木板利用率为最优指标函数，建立一个动态规划模型。基于剩余矩形匹配法，建立二维动态坐标，代表第 i 个矩形放入S1的位置，加以约束条件，进行决策，并以模拟退火算法改进了剩余矩形法，计算得到最大木板利用率时的板材切割方案，达到全局最优。其过程见

图1。

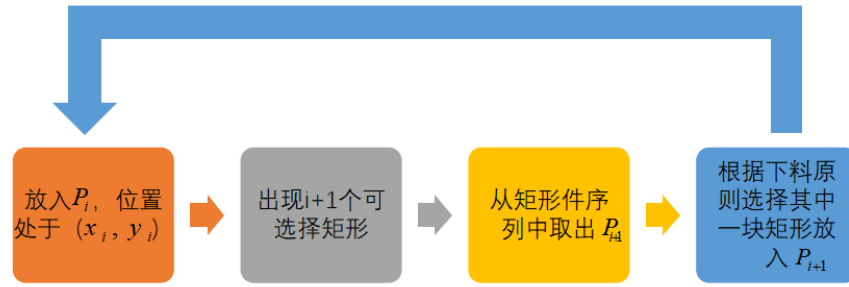


图 1: 矩形排样决策过程图

4.1.2 问题一、二的模型建立与求解

动态规划是解决多阶段决策过程最优化的一种数学方法。将产品 P_i 不断往木板 S_1 上排样的过程即可看作一个多阶段决策过程，在每个阶段开始时，产品 P_i 根据剩余矩形状态进行决策，选择在哪个矩形下料，决策完成后进入下一阶段。

剩余矩形法

设原料的左下角和右上角的坐标分别为 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ ，所有下一个下料点都是以剩余矩形的左下角开始。设下料零件 P_i 的长宽尺寸分别为 l_0, w_0 ，则下料后的两个剩余矩形为 $[(x_0, y_0 + w_0), (x_1, y_1)]$ 、 $[(x_0 + l_0, y_0), (x_1, y_1)]$ ，选择一个矩形后，继续下料。如图2 所示[1]。

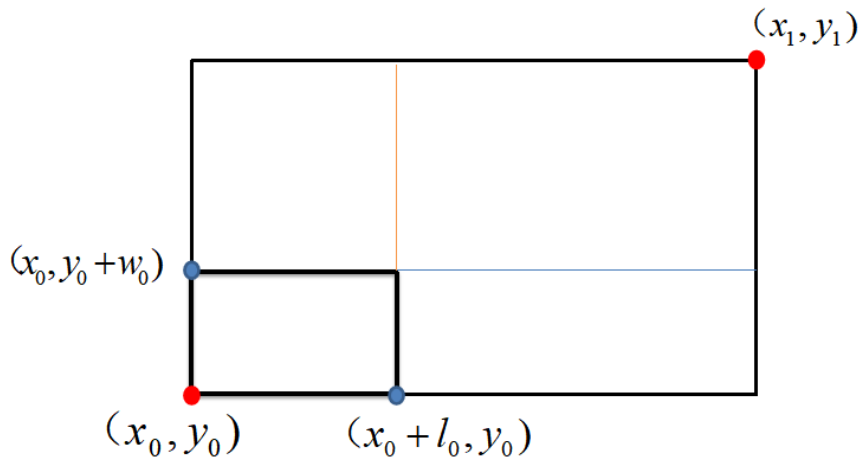


图 2: 剩余矩形匹配法图示

基于剩余矩形法的动态规划模型

本模型所涉及的动态规划概念如下：

阶段 将问题的过程恰当地分为若干个相互联系阶段。在第 n 次切割完后，产生 $n+1$ 个矩形。记在 $n+1$ 个矩形中选择一个，并将 P_{i+1} 放入选中矩形排样为一个阶段。

状态 表示每个阶段开始时所处的客观条件，描述各个状态的变量称为状态变量。每个产品排样后，产品的空间坐标即为状态。

对于一种矩形产品在木板原材料上的排列有两种方式：一是产品的长与原材料的长平行，产品宽与原材料的宽平行；二是产品的长与原材料的宽平行，产品宽与原材料的长平行。参见图3及图4。

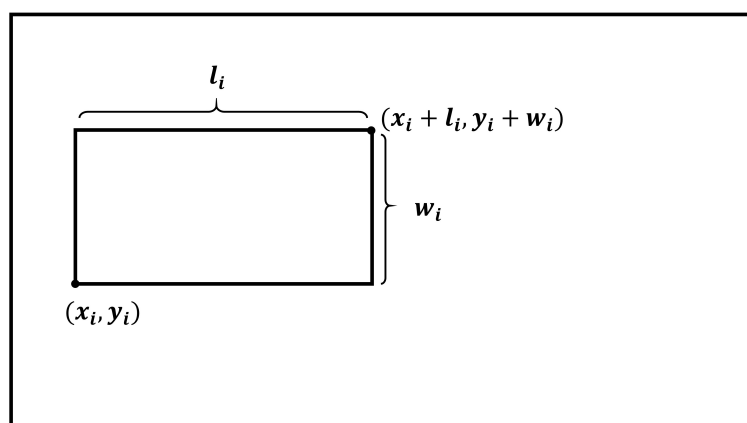


图 3: 长平行长排列的坐标图

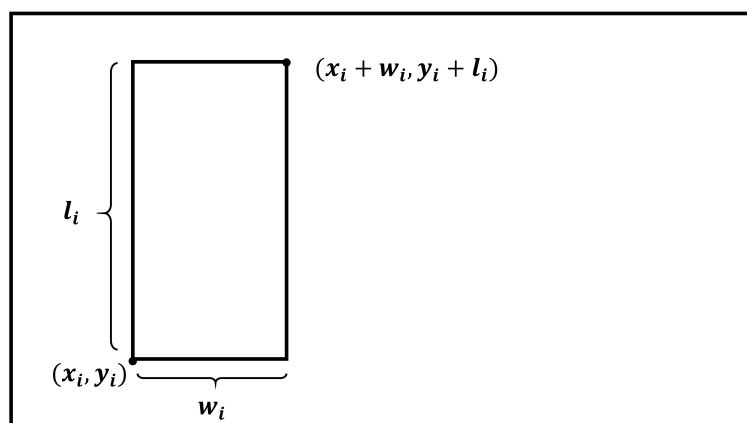


图 4: 长平行宽排列的坐标图

决策 当处于阶段的某个状态时，从该状态做出某个选择可以演变到下一状态，这种选择称为决策。该决策需满足以下条件：

1. 根据产生的矩形数据，判断图形关系，将待排样产品长度与 $n+1$ 个矩形长宽相比，选出比值最大的方案进行排样。
2. 排列时任意两个矩形之间不能有重叠；

3. 矩形产品不能排列到板材原材料之外；

即用公式表述如式(2)及式(3)。

方式一排列：

$$s.t. \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n l_i w_i \leq LW \\ 0 \leq x_i \leq L \\ 0 \leq y_i \leq W \\ 0 \leq x_i + l_i \leq L \\ 0 \leq y_i + w_i \leq W \end{cases} \quad (2)$$

方式二排列：

$$s.t. \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n l_i w_i \leq LW \\ 0 \leq x_i \leq L \\ 0 \leq y_i \leq W \\ 0 \leq x_i + w_i \leq L \\ 0 \leq y_i + l_i \leq W \end{cases} \quad (3)$$

最优指标函数 动态规划中衡量决策结果的指标称为指标函数。在此模型中求木板利用率最大，因此我们以木板利用率式(1)为最优指标函数。

策略 按某一顺序排列的决策称为一个策略，能达到最优效果的策略称为最优策略。

模拟退火算法

根据以上函数及其约束条件，我们采取模拟退火算法对其进行求解。模拟退火算法是一种在全局寻求最优解的策略[2]，将式(1)作为目标函数，则目标函数值越大，木板利用率越高。模拟退火算法的算法框图如图5 所示。

降温方式对模拟退火算法优化结果有很大影响。如果温度下降过快，可能会丢失极值点；反之，则大大降低算法的收敛速度。本文定义的降温公式为

$$T(K) = \frac{T_0}{k^m}, k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

其中 $T_0 > 0$ 为初始温度， $T(k)$ 为当第 k 次迭代的温度， m 为大于等于1的常数。当满足条件：温度达到终止温度时，算法终止。

4.1.3 问题一、二的结果

经过运算后得到问题一的答案见表2，切割方案见图6；问题二的答案见表3，切割方案见图7 至图9。

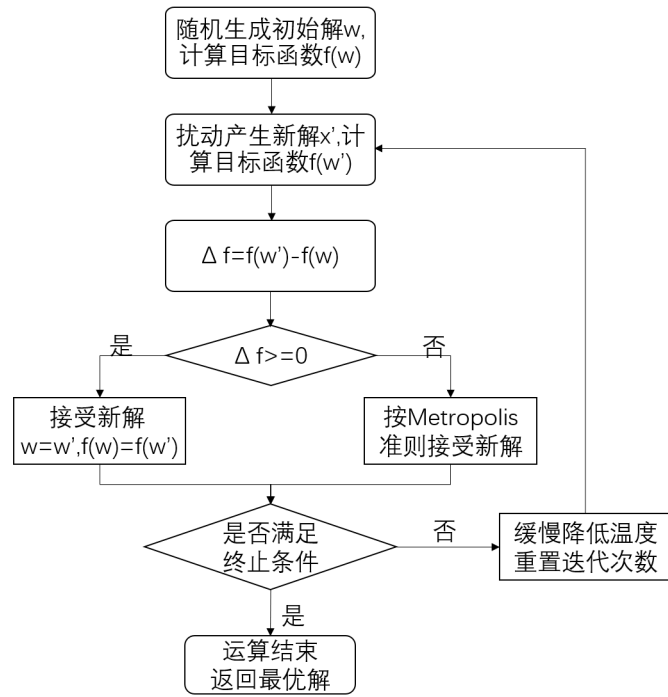


图 5: 模拟退火剩余矩形算法流程图

表 2: 问题一的结果

P1的数量	木板利用率
59个	98.298%

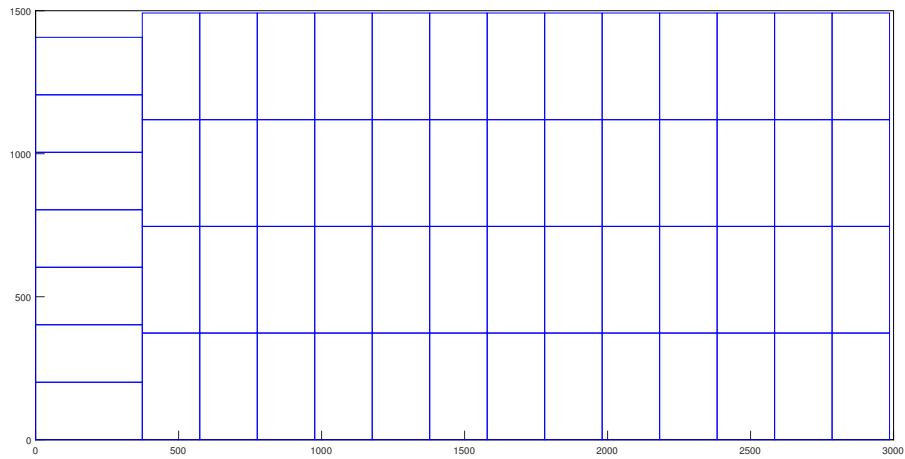


图 6: 问题一的切割方案图示

表 3: 问题二的结果

方案编号	P1的数量	P3的数量	木板利用率
1	44	12	98.100%
2	45	11	97.700%
3	35	19	97.568%

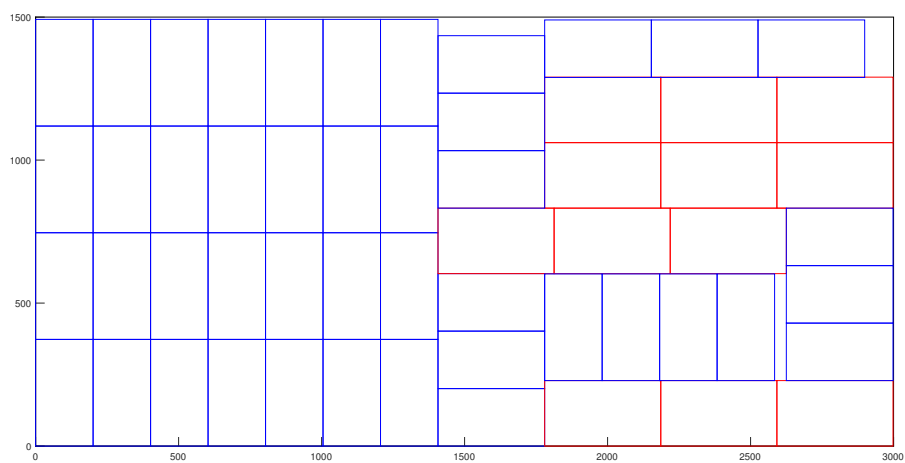


图 7: 问题二方案一的切割图示

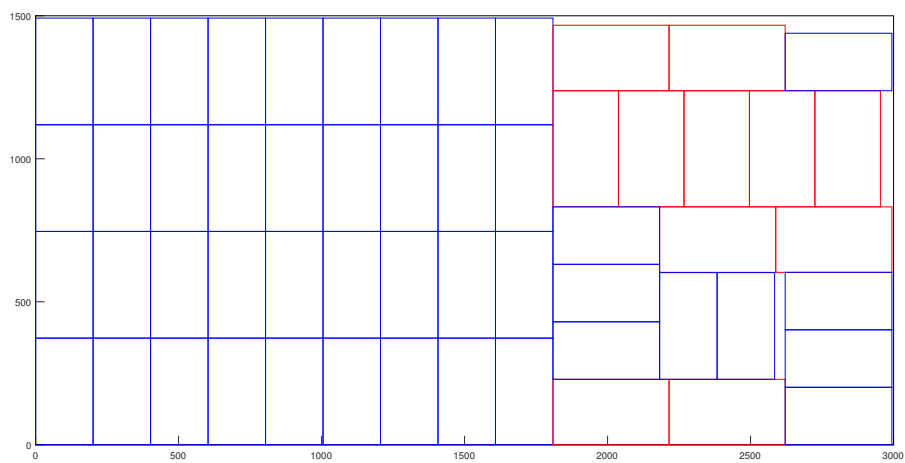


图 8: 问题二方案二的切割图示

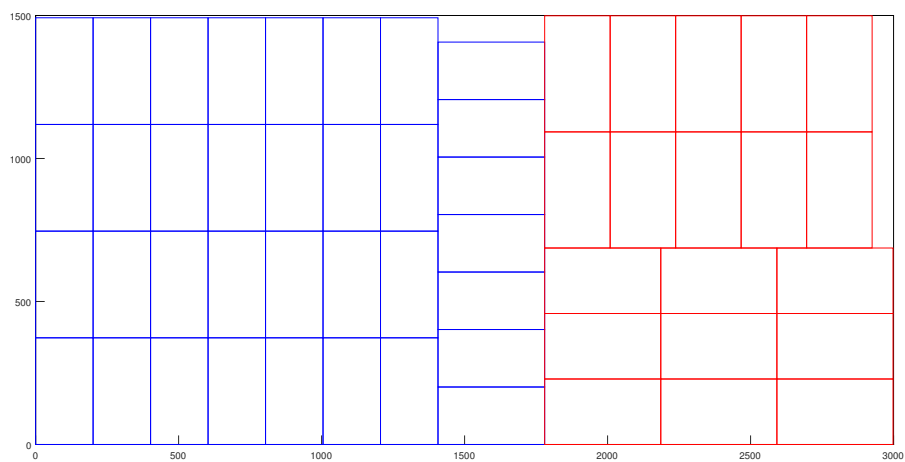


图 9: 问题二方案三的切割图示

4.2 问题三、四的分析与求解

4.2.1 问题分析

根据问题二的运算结果，我们得到了在一块木板原材料排列P1、P3产品使得木板利用率尽可能大的7种方案，按木板利用率从高到低排序见表4。

表 4: 在一块S1切割P1、P3的高利用率方案

方案编号	P1的数量	P3的数量	木板利用率
1	59	0	98.298%
2	44	12	98.100%
3	45	11	97.700%
4	35	19	97.568%
5	0	47	97.106%
6	16	34	96.904%
7	32	21	96.702%

而问题三和问题四将我们能用的木板数量从一块扩展到多块，问题三在达到P1、P3的生产任务数量： $n_{P1} = 774$ ， $n_{P3} = 1623$ 的条件下，使所有木板总利用率最高；问题四为在达到P1、P2、P3、P4的生产数量： $n_{P1} = 774$ ， $n_{P2} = 5153$ ， $n_{P3} = 1623$ ， $n_{P4} = 1614$ 的条件下，使所有木板总利用率最高。因此，我们建立同一个模型来解决问题三和问题四，参照问题二，我们同样能计算出在一块木板上切割P1、P2、P3、P4产品使得该木板利用率较高的25种方案，按照利用率值由高到低排序见表5。

设产品P1的面积为 A_{P1} ，产品P2的面积为 A_{P2} ，产品P3的面积为 A_{P3} ，产品P4的面积为 A_{P4} ，木板原材料S1的面积为 A_{S1} ，需要的木板原材料数为 N 。、 A_{P1} 、 A_{P2} 、 A_{P3} 、 A_{P4} 、 A_{S1} 都为定值。

对于问题三：

$$\text{木板总利用率} = \frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}} = \frac{774 \times A_{P1} + 1623 \times A_{P3}}{N \times A_{S1}}$$

对于问题四：

$$\text{木板总利用率} = \frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}} = \frac{774 \times A_{P1} + 5153 \times A_{P2} + 1623 \times A_{P3} + 1614 \times A_{P4}}{N \times A_{S1}}$$

由于所有产品的总面积为一固定值，要得到最大的木板总利用率就要得到最小的所有木板总面积，即要求得使用木板的最小数量 N 。因此我们对单块木板利用率排名较高的几种方案进行组合，利用整数线性规划求得完成生产任务的条件下多块木板总利用率最高的组合方案。

4.2.2 模型的建立与求解

问题三的模式建立与求解 设决策变量 k_i 为按第 i 种方案切割的木板块数（ $i = 1, 2, \dots, 7$ ）

表 5: 一块S1上切割P1、P2、P3、P4的高利用率方案

序号	P1	P2	P3	P4	利用率
1	3	5	27	15	99.054%
2	0	2	45	0	98.952%
3	0	0	41	9	98.705%
4	40	5	6	3	98.650%
5	1	6	36	3	98.645%
6	24	4	0	30	98.592%
7	12	9	25	0	98.548%
8	59	0	0	0	98.298%
9	0	8	36	0	98.293%
10	0	0	43	6	98.172%
11	36	6	6	5	98.085%
12	0	10	33	0	98.073%
13	45	7	1	0	97.963%
14	48	6	0	0	97.906%
15	10	10	0	33	97.868%
16	0	14	12	20	97.742%
17	33	11	1	5	97.702%
18	0	4	12	39	97.395%
19	0	18	0	28	97.346%
20	16	6	24	2	97.288%
21	9	19	4	11	97.159%
22	0	0	47	0	97.106%
23	0	8	0	47	96.999%
24	0	24	6	8	96.577%
25	20	21	0	0	96.095%

,则目标函数为使用木板原材料的最小值, 由表4可得:

$$\begin{aligned} \min \quad & N = \sum_{i=1}^7 k_i \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 59k_1 + 44k_2 + 45k_3 + 35k_4 + 16k_6 + 32k_7 \geq 774 \\ 12k_2 + 11k_3 + 19k_4 + 47k_5 + 34k_6 + 21k_7 \geq 1623 \\ k_i \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

用Matlab对该整数线性规划问题求解, 得到最优解为: $k_1 = 5, k_2 = 11, k_5 = 32$, 其余为0, 最小使用木板数N为48。于是问题三的结果见表6, 以蓝色矩形代表P1, 红色矩形代表P3, 得到P1、P3在S1上的排样图见图10 至图12。

表 6: 问题三的结果

木板S1 的数量	P1 的数量	P3 的数量	木板 利用率	备注
5	59	0	98.298%	每块木板切割方案相同
11	44	12	98.100%	每块木板切割方案相同
32	0	47	97.106%	每块木板切割方案相同
合计数量: 48	774	1623	木板总利用率: 96.725%	木板总利用率 = $\frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}}$

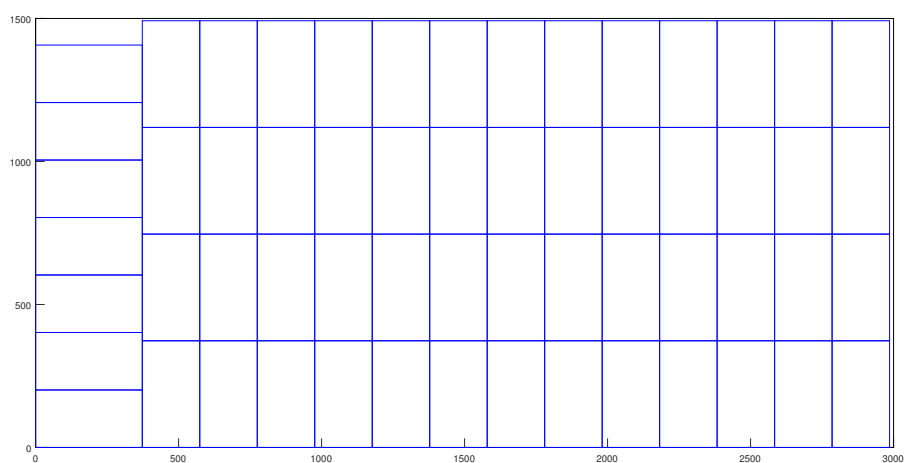


图 10: 问题三 k_1 切割方案图示

问题四的模型建立与求解 同理设决策变量 k_i 为按第*i*种方案切割的木板块数 ($i =$

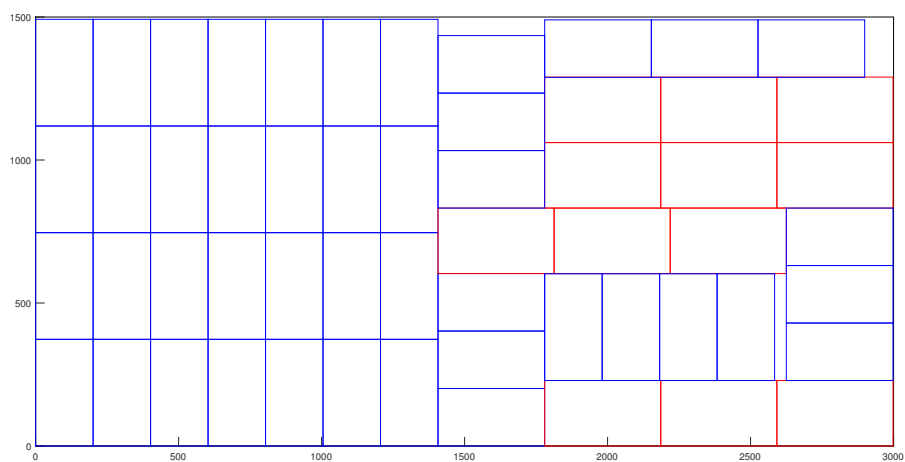


图 11: 问题三 k_2 切割方案图示

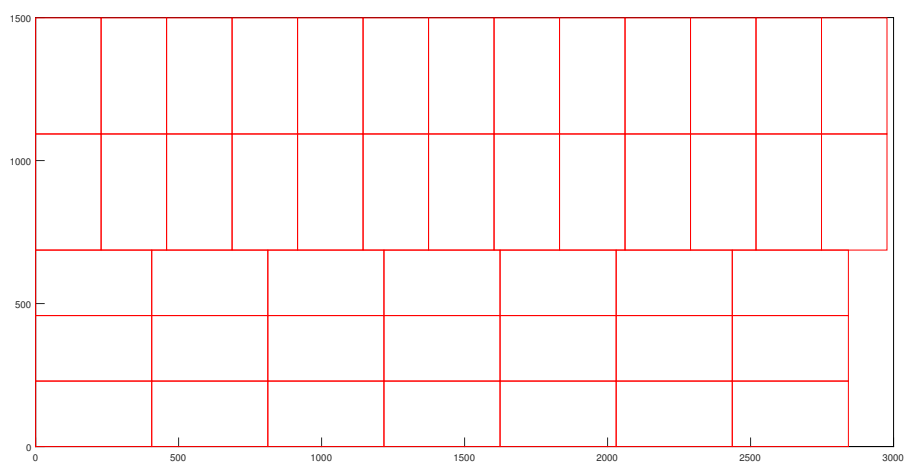


图 12: 问题三 k_5 切割方案图示

1, 2, \dots, 25), 则目标函数为使用木板原材料的最小值, 由表5, 设:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 27 & 15 \\ 0 & 2 & 45 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 24 & 6 & 8 \\ 20 & 21 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_{25} \end{pmatrix} \quad (7)$$

于是,

$$\begin{aligned} \min \quad & N = \sum_{i=1}^{25} k_i \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} A^T K \geq \begin{pmatrix} 774 \\ 2153 \\ 1623 \\ 1614 \end{pmatrix} \\ k_i \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

用Matlab对该整数线性规划问题求解, 得到最优解为: $k_4 = 3, k_7 = 57, k_{19} = 49, k_{24} = 31$, 其余为0, 最小使用木板数N为140。

于是问题四的结果见表7

表 7: 问题四的结果

木板S1 的数量	P1 的数量	P2 的数量	P3 的数量	P4 的数量	木板 利用率	备注
3	40	5	6	3	98.650%	每块木板切割方案相同
57	12	9	25	0	98.548%	每块木板切割方案相同
49	0	18	0	28	97.346%	每块木板切割方案相同
31	0	24	6	8	96.577%	每块木板切割方案相同
合计数量: 140	774	2153	1623	1614	木板总利用率: 97.059%	木板总利用率 = $\frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}}$

以蓝色矩形代表P1, 绿色矩形代表P2, 红色矩形代表P3, 紫色矩形代表P4, 得到P1、P2、P3、P4在S1上的排样图见图13 至图16。

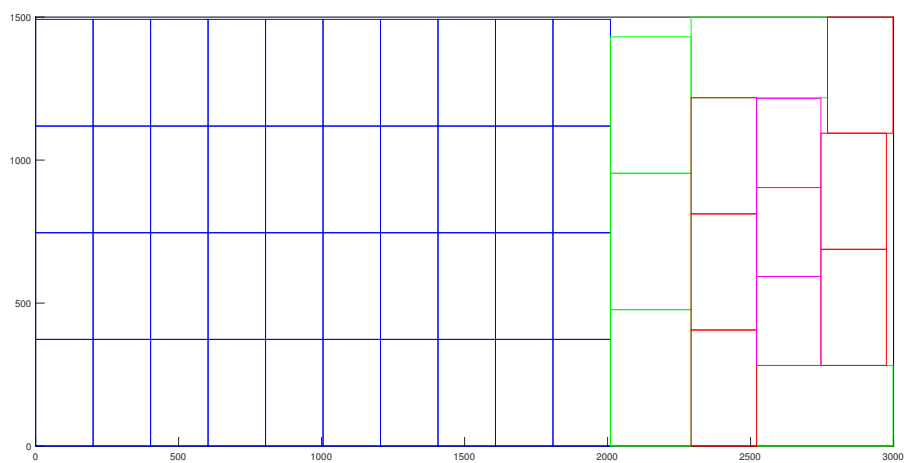


图 13: 问题四 k_4 切割方案图示

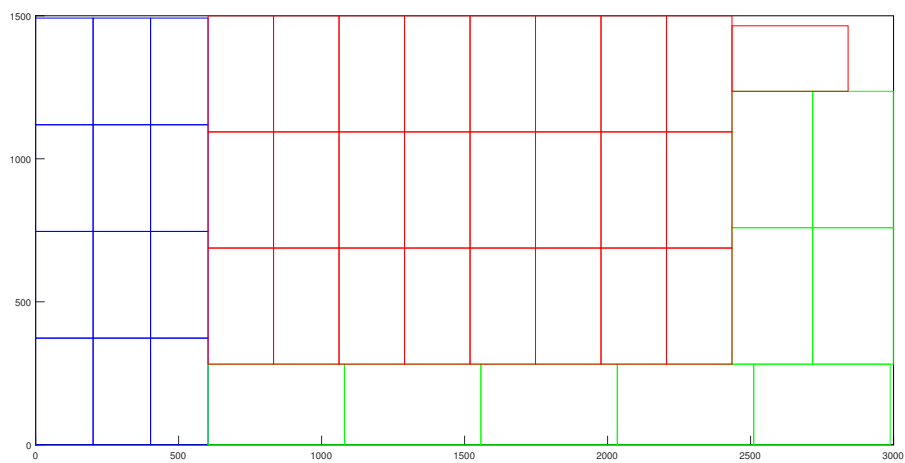


图 14: 问题四 k_7 切割方案图示

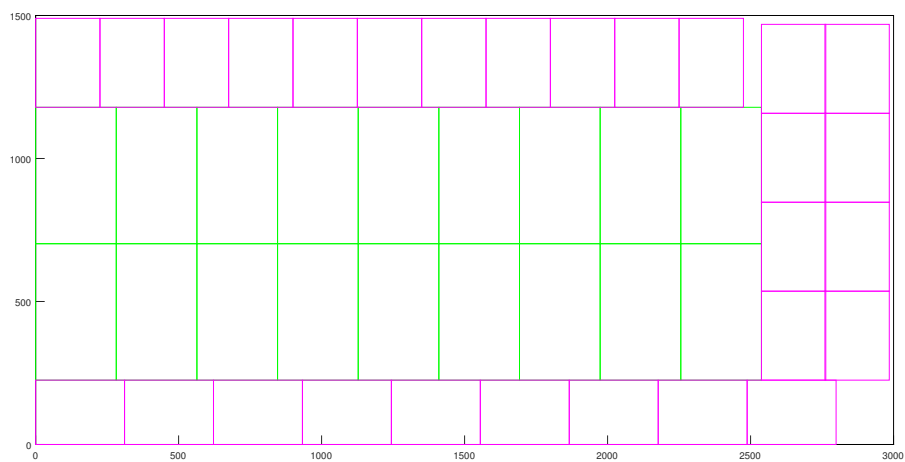


图 15: 问题四 k_{19} 切割方案图示

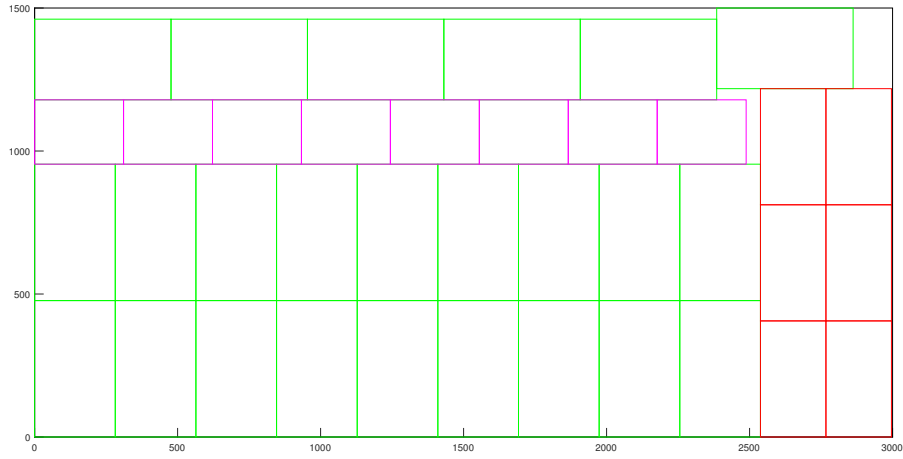


图 16: 问题四 k_{24} 切割方案图示

4.3 问题五的问题分析与求解

4.3.1 问题分析

第五问对100块S1木板进行切割，对P1、P2、P3、P4的数量不作要求，只要总利润最大。四种产品的面积不同，用100块S1切割出来的数量也不同，单件产品所获利润也不同。而总利润=产品数量×单件产品利润，要使总利润最大需使切割的数量及其单件利润都较大。根据问题四的分析得到25种在一块木板上切割P1，P2，P3，P4的高利用率方案，木板利用率越高则意味着在S1上切割得到的产品数量越多。我们仍然对这25种高利用率方案进行组合，利用整数线性规划求得总利润最高时的切割方案。

4.3.2 模型的建立与求解

设决策变量 k_i 为按第 i 种方案切割的木板块数 ($i = 1, 2, \dots, 25$)，沿用式(6)、式(7)，并设：

$$A^T K = \begin{pmatrix} n_{P1} \\ n_{P2} \\ n_{P3} \\ n_{P4} \end{pmatrix} \quad (9)$$

记总利润为M，

$$\begin{aligned} \max M &= 19.9 \times n_{P1} + 23.0 \times n_{P2} + 21.0 \times n_{P3} + 16.0 \times n_{P4} \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^{25} k_i &\leq 100 \end{aligned} \quad (10)$$

用Matlab对该整数线性规划问题求解，得到最优解为 $k_8 = 100$ ，其余为0，N=100。即100块S1全部切割成P1产品获得的总利润最大。

于是，问题五的结果见表8。

表 8: 问题五的结果

木板S1 的数量	P1 的数量	P2 的数量	P3 的数量	P4 的数量	利润	木板 利用率	备注
100	5900	0	0	0	117410	98.298%	每块木板切割方案相同
木板S1 合计数量100	5900	0	0	0	总利润: 117410	木板 总利用率: 98.298%	木板总利用率 $= \frac{\text{所有产品的总面积}}{\text{所有木板的总面积}}$

5 模型检验与分析

5.1 假设的合理性分析

1. 假设1排除了无关损耗对模型的影响；
2. 假设2简化由于切割工具带来的微小差异，使得模型更精确；
3. 假设3使矩形的任意不重合排样成为可能；
4. 假设4使模型的所有数据真实可靠；

5.2 可靠性分析（给出模型的使用范围）

本文以剩余矩形匹配法为基础，针对不同的问题，引入不同的约束函数，以达到求解最高的木板利用率或最大利润的最优算法模型。借助模拟退火的方法，实现全局最优解的寻求，模型的结果更加可靠。结合整数线性规划法，结果更真实。

此模型经过合理改进之后可以适用于各类制造业的排样及最优方案设计，最高利润的预估等各种问题，具有相当广泛的适用范围。

5.3 模型的合理性分析

本文建立的模型充分考虑到了各种原始条件的相互制约关系，通过假设，考虑原始数据的真实性与合理性，即原始条件以及数据的合理性。

同时，模型利用剩余矩形匹配法，根据不同问题，有针对性的引入目标函数，及约束条件，达到最高利用率或最大利润的求解，即模型设计中算法过程以及求解过程的合理，可信。

最终的结果进行确认，借助模拟退火算法得出结果，即结果的合理性。

6 模型的评价与推广

6.1 模型的优缺点分析

6.1.1 模型的优点

1. 通过合理且适当的假设，首先去除了一些特殊因素的干扰，提升了计算结果的可靠性；
2. 采用剩余矩形匹配法，结合整数线性规划，大大提高了算法的计算能力和结果可信度。启发式的概率搜索方式不容易陷入局部最优，易于寻找到全局最优解。；
3. 针对不同的问题，引入不同的目标函数，对问题的适应性较好；

6.1.2 模型的缺点

1. 基于高利用率的切割方案计算利润最优，有可能使得计算结果遗漏；
2. 虽然引入了约束函数，并且排除了一部分选项。但如果需要考虑的情况很多时，花费的时间可能较多。

6.2 模型的应用领域及推广

本模型经过改进后，可用于各类制造业的下料问题，减少原料浪费，降低企业生产成本。其中，对于最大利润的计算模型，有助于企业合理安排生产计划，提高利润。

参考文献

- [1] 曾风华, 剩余矩形匹配算法在矩形件排样中的应用, 机电工程技术, 第35卷第3期: 2006年, 64-65。
- [2] 全雪峰, 沈继涛, 基于模拟退火剩余矩形算法的矩形件排样, 超星期刊,第37卷第3期: 2016年, 27-29。

附录

原始数据

木板尺寸见表9，产品尺寸及生产任务见表10。

表 9: 木板的尺寸

木板	长度(mm)	宽度(mm)
S1	3000	1500

表 10: 产品尺寸及生产任务

产品名称	长度(mm)	宽度(mm)	生产任务(件)	利润(元/件)
P1	373	201	774	19.9
P2	477	282	2153	23
P3	406	229	1623	21
P4	311	225	1614	16

Matlab模型源代码

问题一、二的代码

```
1 clear
2 board.size = [3000, 1500];
3 %Primitive arrangement of product dimensions
4 S0=zeros(60+48,2);
5 for i=1:60
6     S0(i,1)=373;
7     S0(i,2)=201;
8 end
9 % for j=48:48+60
10 % S0(i,1)=406;
11 % S0(i,2)=229;
12 % end
13
14 % constants
15
16 % Temperature drop using Lundy and Mess formula
17 d_0 = 1; %According to the definition of f
18 K = 10;
19 t0 = K * d_0; %initial temperature
20 tf = 10;
21 M = 50000; %Upper limit of total iteration times
22 beta = (t0-tf) / (M*t0*tf);
23
24 %
25 L = 200; %Lower bound of iteration times at the same temperature
26 U = 500; %The Upper Bound of iteration times at the Same Temperature
27 Accept.Ratio = 0.5;
28 %Ratio of the number of iterations accepted to the number of iterations at the same
    temperature
29
30
31 S = S0; % Initial solution
32 i.Iter = 2; % times of iterations at the same temperature
33 nTotal.Iter = 0; % Total times of iterations
34
35 k = 1; % times of iterations at different temperatures
36 ratio(k) = 1; % Cost function: ratio of surplus to total consumption
37 tk(1) = t0; % Temperature
38 fmin = 1; % Minimum Cost Function
39 solution = S; % optimum solution
40
41 while( nTotal.Iter<M && fmin > 0.02 )
42
43     i.Iter = 0;
44     iAccept.Iter = 0;
45     fS = f( S, board.size, false );
46     while ( i.Iter<U )
47
48         Sstar = N( S );
49         df = 0;
50         fStar = f( Sstar, board.size, false);
51         df = fStar - fS;
52
```

```

53         if ( df ≤ 0 || exp( -df / tk(k) ) > rand )
54             S = Sstar;
55             fS = fStar;
56             iAccept.Iter = iAccept.Iter + 1;
57         end
58
59         % When the temperature drops to the limit
60         if fS < fmin
61             fmin = fS;
62             solution = S;
63         end
64
65         i.Iter = i.Iter + 1;
66         nTotal.Iter = nTotal.Iter + 1;
67
68         if ( i.Iter > L && iAccept.Iter/i.Iter > Accept.Ratio )
69             fprintf('iAcceptIter/iIter = %f\n', iAccept.Iter/i.Iter);
70             break;           %Temperature drop
71         end
72
73     end
74
75     ratio(k) = f(S, board.size, false);
76
77     fprintf('iOuterLoop = %d, iIter = %d, tk = %f, ratio = %f, fbestratio=%f\n', k, ...
78           i.Iter, tk(k), ratio(k), fmin);
79
80     %tk(k+1) = tk(k) / ( 1+beta*tk(k) );
81     %Temperature drop
82     tk(k+1) = 0.9 * tk(k);
83
84     k = k + 1;
85 end
86
87 fmin = f(solution, board.size, true);
88 fprintf('best ratio = %f, nTotalIter = %d\n', fmin, nTotal.Iter);

```

问题三的代码

```

1  clear
2  clc
3  f=[1 1 1 1 1 1 1];
4  ic=[1 2 3 4 5 6 7];
5  A=-1*[44 35 32 0 59 45 16;12 19 21 47 0 11 34];
6  b=[-774;-1623];
7  lb=zeros(7,1);
8  [x,fval]=intlinprog(f,ic,A,b,[],[],lb,[])

```

问题四的代码

```

1  clear

```

```

2  clc
3  d=25;
4  f=ones(d,1);
5  ic=ones(d,1);
6  for i=1:size(ic,1)
7      ic(i)=i;
8  end
9  A=-1*[3 0 0 40 1 24 12 59 0 0 36 0 45 48 10 0 33 0 0 16 9 0 0 0 20;
10 5 2 0 5 6 4 9 0 8 0 6 10 7 6 10 14 11 4 18 6 19 0 8 24 21;
11 27 45 41 6 36 0 25 0 36 43 6 33 1 0 0 12 1 12 0 24 4 47 0 6 0;
12 15 0 9 3 3 30 0 0 0 6 5 0 0 0 33 20 5 39 28 2 11 0 47 8 0;];
13 b=-1*[774;2153;1623;1614];
14 lb=zeros(d,1);
15 [x,fval]=intlinprog(f,ic,A,b,[],[],lb,[])

```

问题五的代码

```

1  clear
2  clc
3  d=25;
4  NUM=[3 5 27 15 ; 0 2 45 0 ; 0 0 41 9 ; 40 5 6 3 ; 1 6 36 3 ; 24 4 0 30 ;
5      12 9 25 0 ; 59 0 0 0 ; 0 8 36 0 ; 0 0 43 6 ; 36 6 6 5 ; 0 10 33 0 ;
6      45 7 1 0 ; 48 6 0 0 ; 10 10 0 33 ; 0 14 12 20 ; 33 11 1 5 ; 0 4 12 39 ;
7      0 18 0 28 ; 16 6 24 2 ; 9 19 4 11 ; 0 0 47 0 ; 0 8 0 47 ; 0 24 6 8 ; 20 21 0 0 ; ];
8  Prise=[19.9 23 21 16];
9  Profit=zeros(1,d);
10 for i=1:size(Profit,2)
11     for j=1:size(Prise,2)
12         Profit(i)=Profit(i)+NUM(i,j)*Prise(j);
13     end
14 end
15 f=-100*Profit;
16 ic=ones(d,1);
17 for i=1:size(ic,1)
18     ic(i)=i;
19 end
20 A=ones(1,25);
21 b=[100];
22 lb=zeros(d,1);
23 [x,fval]=intlinprog(f,ic,A,b,[],[],lb,[])

```