

2018 年 MathorCup 大学生数学建模挑战赛题目

C 题 陆基导弹打击航母的数学建模与算法设计

火箭军是保卫海疆主权的战略力量,导弹是国之利器。保家卫国,匹夫有责。

为此,请参赛者认真阅读“陆基反舰导弹打击航母的建模示意图”。(附图 1)参考图中的描述,请根据如下的已知条件和有关数据,设计导弹运行的数学模型及其命中目标的算法。

导弹发射车初始位置坐标已知为东经 $120^{\circ}30'0''$, 北纬 $27^{\circ}30'0''$, 它可直接设为导弹打击航母的坐标系原点。

(1) 由海洋侦察卫星与高空长航时无人机侦察, 传输给陆基导弹发射指挥中心计算确定的航母初始位置坐标 $H(X_0, Y_0)$ 为东经 $123^{\circ}45'0''$, 北纬 $25^{\circ}39'0''$ 。航母的舰长为 335m, 航速保持为 32 节(1 节=1.852km/h), 航向始终为正南方向。航母的动态坐标数据 $H(X(t), Y(t))$ 由卫星和无人机动态提供给指挥中心, 动态监控数据记为 $H_i(X(t_i), Y(t_i))$, $i=1, 2, \dots, n, \dots$ 。指挥中心由此可建模计算航母的速度和航行轨道, 同时计算导弹打击航母命中的动态运行轨道。

(2) 导弹运行的轨道曲线划分为发射段, 中段和末段。发射段通常为抛物线, 发射速度为 500m/s。中段可设计为不同的飞行轨道, 由导弹的飞行参数制导所确定。末段最高速度可达到 1000m/s。导弹末段飞行时间一般不超过 20 秒。三段曲线的衔接点是光滑的(即曲线连续且一阶导数存在), 也就是说导弹飞行的轨道曲线是连续和光滑的, 不能折线飞行。

(3) 导弹运行的轨道曲线需考虑应对敌方反导系统拦截问题, 期望给出难以拦截的攻击曲线。

(4) 地面指挥中心提供给导弹中段轨道的制导数据; 而末段则是由导弹自主攻击航母目标。

(5) 其它复杂环境及气象等影响暂且简化。

(6) 解题中可局部自主创新添加合理假设。

(7) 在建模设计的计算中, 根据坐标计算距离时, 设定地球半径为 6300km, 距离的计算精度要求为 m 级。

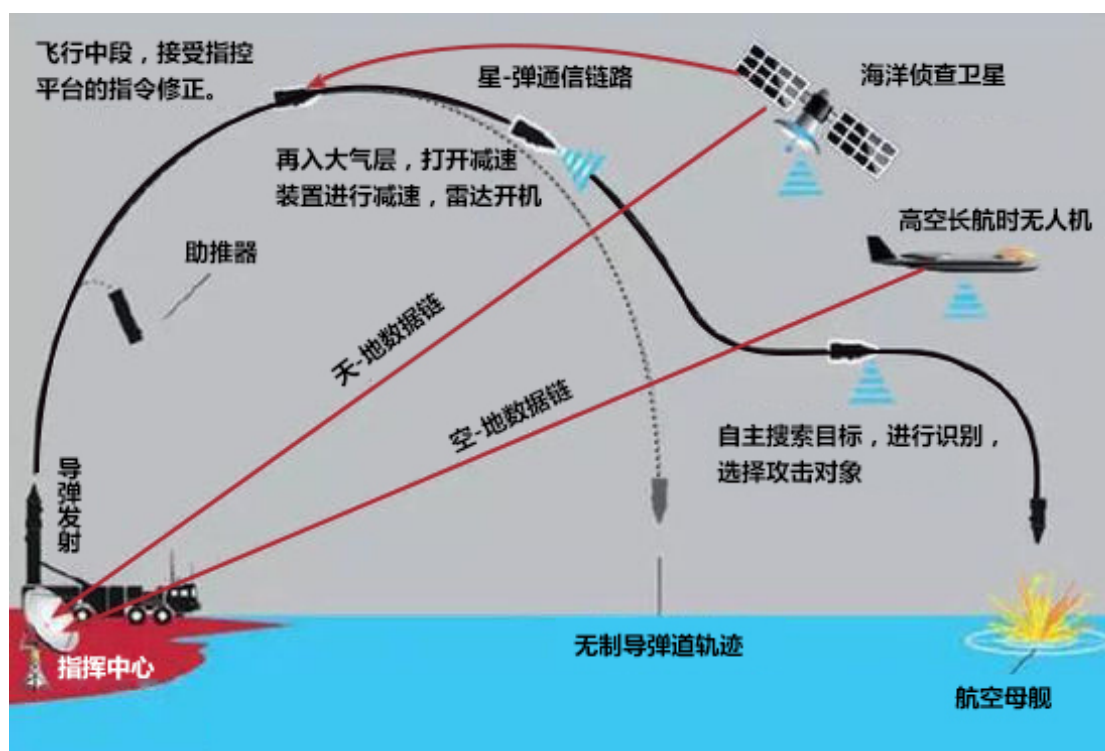


图 1 陆基反舰导弹打击航母的建模示意图

根据以上已知数据和条件要求, 请你运筹帷幄, 决胜千里, 创新设计出你的陆基反舰导弹打击航母的运行轨道数学模型, 论述你的算法步骤。包括:

问题 1: 建立初始状态下, 反舰导弹打击航母的静态轨道模型。即 $t=0$ 时, 连接导弹初始位置与航母坐标之间的轨道曲线模型。

问题 2: 在航母按照已知条件 (2) 给出的航向和速度的航行状态下, 设计导弹飞行的中段动态模型方程和算法步骤。中段通常以发射段的抛物线顶点为起始点。

问题 3: 讨论你所设计的导弹打击航母的轨道曲线的误差分析和命中率分析。