Projekt2

Alicja Wiączkowska

2024-12-23

Contents

Wstęp **2**

Opcje Eurpoejskie **2**

Wzór Blacka-Scholesa 2

Estrymator Crude Monte Carlo 3

Zmienne antytetyczne 3

Estymator zmiennych kontrolnych 3

Stratyfikacja 3

Opcje azjatyckie **3**

Estrymator Crude Monte Carlo 3

Stratyfikacja 3

Wstęp

Opcja to instrument finansowy dający prawo m.in. do zakupu danego towaru w przyszłości po obecnie ustalonej cenie. Zfinalizowanie opcji nie jest obiwiązkowe - można z niego zrezygnować np. w momencie gdy cena rynkowa towaru będącego przedmoitem umowy spadnie poniżej ceny wykonania opcji.

W pracy będziemy rozważać dwa rodzaje opcji:

- **europejsie**, których wypłata (zysk wynikający z zakupu opcji) zależy jedynie od ceny rynkowej towaru, kórego dotyczyła umowa w czasie realizacji opcji,
- **azjatyckie**, na których wypłatę wpływa cena rynkowa towaru będącego przedmiotem umowy w kilku punktach czasu.

W pracy zajmiemy się estymacją wartości oczekiwanej wypłaty opcji kupna w momencie wykonania $T = 1$. Do modelowania opcji użyty zostanie geometryczny ruch Browna $GBM(\mu, \sigma)$ daney wzorem:

$$S_t = S_0 \cdot e^{\,\mu^* t + \sigma B_t} = S_0 \cdot \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t + \sigma \cdot B_t\right),$$

gdzie:

- $t \in [0, T] = [0, 1]$ - chwila w której badana jest wartość geometrycznego ruchu Browna,
- B_t - ruch Browna,
- $\sigma = 0.25$ - zmienność,
- $r = 0.05$ - stopa procentowa,
- $\mu^* = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)$ - stała zależna od zmienności i stopy procentowej,
- $S_0 = 100$ - wartość początkowa, którą można interpretować jako cenę towaru w chwili 0.

Opcje Eurpoejskie

Oczekowaną wypłatę opcji europejskich możemy zapisać wzorem

$$I = e^{-r} \cdot \mathbb{E}\left[(S_1 - K)_+\right] = e^{-r} \cdot \mathbb{E}\left[max\{S_1 - K, 0\}\right],$$

gdzie: $K = 100$ - cena wykonania opcji, $S_T = S_1$ - cena rynkowa towaru będącego przedmiotem umowy w momencie realizacji opcji $T = 1$.

Wzór Blacka-Scholesa

Dla opcji europejskich wartość I można dokładnie wyliczyć korzystając ze wzoru Blacka-Scholesa:

$$E\left[(S_1 - K)_+\right] = S_0 \cdot \Phi(d_1) - Ke^{-r}\Phi(d_2),$$

gdzie:

- Φ - dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, 1)$,

- $d_1 = \frac{1}{\sigma}\left[\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + r + \frac{\sigma^2}{2}\right]$
- $d_2 = d_1 - \sigma$.

Przy parmetrach: $r = 0.05$, $\sigma = 0.25$, $S_0 = 100$, $K = 100$ otrzymamy wartość teoretyczną:

$$I = e^{-0.05} \cdot \mathbb{E}\left[(S_1 - 100)_+\right] = 11.7343652.$$

Estrymator Crude Monte Carlo

Zmienne antytetyczne

Estymator zmiennych kontrolnych

Stratyfikacja

Opcje azjatyckie

Estrymator Crude Monte Carlo

Stratyfikacja