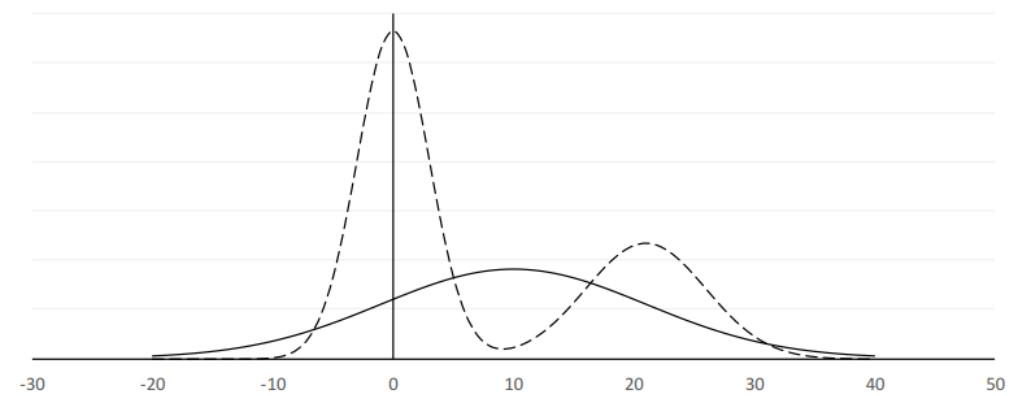


Omega Ratio

傳統的投資組合理論像是 CAMP 均建立在 mean_variance performance 上，並對受益率有常態分佈的假設，而在此假設上，發展出了像 sharpe ratio 評定績效的方法，然而 sharpe ratio 只考慮了有關報酬的一二階動差，但身為投資人理應關心的是報酬率的整體機率分配舉例來說像是三階偏態或四階峰度，假設有一資產報酬期望值跟變異數與一常態分配資產相同，但此資產偏態大於零，代表說會有較高頻率出現正報酬，投資人應該偏好此資產

Figure 1. Return Distribution's with Same Mean and Variance.



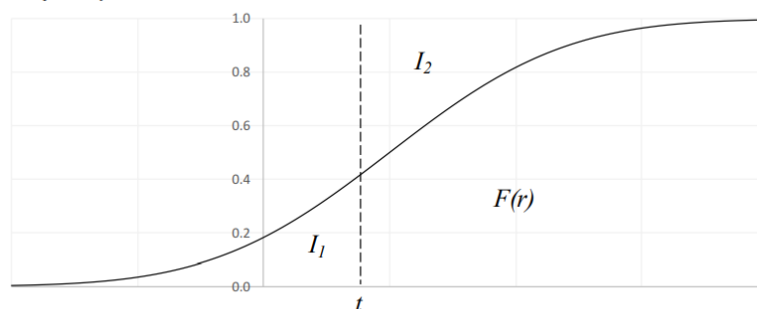
Source: Shadwick & Keating, 2002.

因此為了考慮到整體資產報酬的機率分配 Shadwick 和 Keating 提出一個新的衡量指標，Omega ratio， r 為指定收益率， $F(x)$ 為報酬的累積密度函數

$$\Omega(r) \triangleq \frac{\int_r^{\infty} (1 - F(x)) dx}{\int_{-\infty}^r F(x) dx}$$

這個公式的分子部分想做大於指定收益率的機率，分母為小於指定收益率的機率，而閾值 r 是我們設定的臨界收益率。臨界收益率用來區分收益或損失。Omega ratio 利用了報酬分佈的所有資訊，考慮了所有的高階動差，因此有辦法解決之前面臨的問題，投資人考慮的是報酬的整體分布。

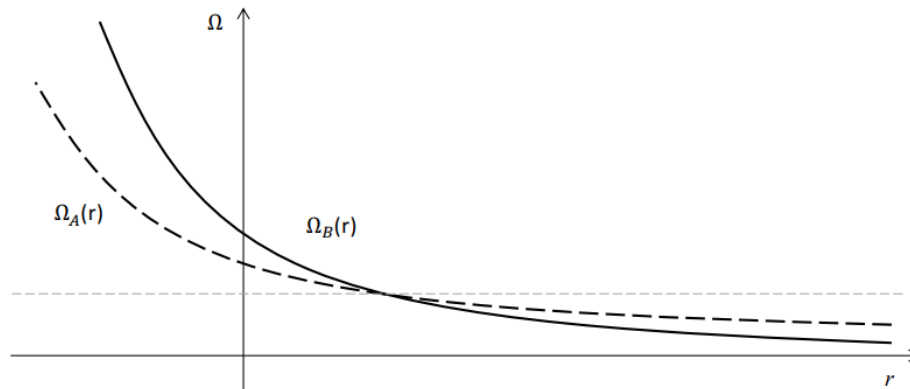
Figure 2. The cumulative distribution of the return and the solid vertical line is the threshold. $I_{1\&2}$ are the areas below and above the threshold respectively.



Source: (Shadwick & Keating, 2002)

Omega ratio 為一對 r 的遞減函數，在 $r=E(x)$ 時，指數等於一，在相同 r 底下 Omega ratio 越高，儘管不代表著資產必定較好，但未來上漲的可能性較高。而若當 omega 趨近無限越快，代表說他下檔風險較小。

Figure 3. The Omega function for Asset A (dashed line) and Asset B (continuous line). The Omega is represented on the y-axis and the threshold on the x-axis.



Source: (Shadwick & Keating, 2002)

下圖可看出 r 的選擇影響了對資產的選擇，取決於你對不同報酬率的要求，當然相對適合你的資產也會不一樣

上證指數與 S&P500 指數週收益率的 omega 曲線如下圖：

