فرمولهای مقدماتی انتگرال :

۱) $\int a\,dx = ax + c$

۲) $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

۳) $\int e^x\,dx = e^x + c$

۴) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$

۵) $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$

۶) $\int \cos x\,dx = \sin x + c$

۷) $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

۸) $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$

۹) $\int \frac{dx}{x^2+1} = \tan^{-1} x + c = -\cot^{-1} x + c$

۱۰) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + c$

۱۱) $\int \sec x\,dx = \ln(\sec x + \tan x) + c$

۱۲) $\int \csc x\,dx = -\ln(\csc x + \cot x) + c$

۱۳) $\int \sin^2 x\,dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\,dx = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$

۱۴) $\int \cos^2 x\,dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2}\,dx = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$

روش تغییر متغیر:

از این روش بیشتر زمانی استفاده می کنیم که مشتق عبارت موجود تغییر متغیر در انتگرال وجود داشته باشد.

$$\int f(g(x))\,g'(x)\,dx \xrightarrow[du=g'(x)dx]{g(x)=u} \int f(u)\,du$$

برخی از انتگرال های پرکاربرد که با تغییر متغیر بدست می آیند:

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}\int f(u)\,du$$

$$\int \tan x\,dx = -\ln\cos x + C \quad , \quad \int \cot x\,dx = \ln\sin x + C$$

$$\int \frac{1}{a^2x^2+b^2}dx = \frac{1}{ab}\tan^{-1}\left(\frac{ax}{b}\right) + C$$

$$\int \frac{\ln x}{x}dx \xrightarrow[du=\frac{dx}{x}]{u=\ln x} \int u\,du = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$$

روش جزء به جزء:

از این روش بیشتر زمانی استفاده می کنیم که ضرب دو تابع غیرهم جنس و غیرقابل ضرب را داشته باشیم مثل

$$\int xe^x dx, \int x^2 \sin x\,dx, \int x\ln x\,dx, \ldots$$

یک تابع را u و ما بقی را dv انتخاب می کنیم و از رابطه زیر استفاده می کنیم

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$I=\int x^n \ln x\, dx \longrightarrow \begin{array}{l} u=\ln x \\ dv = x^n dx \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^{n+1}}{n+1} \end{array}$$

$n \neq -1$

$$I = \frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x - \frac{1}{n+1}\int \underbrace{x^{n+1}\cdot\frac{dx}{x}}_{x^n} = \frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} + C$$

$$\int \ln x\, dx = x\ln x - x + C$$

روش جدولی انتگرال گیری:

در روش جزء به جزء گاهی اوقات، با توجه نوع تابع‌ها، می‌توان از روش سریعتری به جواب رسید.

$$I=\int \underbrace{f(x)}_{\text{چندجمله‌ای درجه } n}\ \underbrace{g(x)}_{e^{ax},\ \sin ax,\ \cos ax} dx$$

نماد مشتق $\downarrow$		نماد انتگرال $\int$
$f(x)$	$+$	$g(x)$
$f'(x)$	$-$	$\int g(x)$
$f''(x)$	$+$	$\iint g(x)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
0		$\int\cdots\int g(x)$

$$I = f(x)\left(\int g(x)\right) - f'(x)\left(\iint g(x)\right) + \cdots$$

به عنوان مثال:

$$I=\int x^2 e^x dx$$

$'$		$\int$
x^2	$+$	e^x
$2x$	$-$	e^x
2	$+$	e^x
0		e^x

$$I = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + C$$

روش تجزیه کسرها :

از این روش برای حل انتگرال توابع کسری گویا به فرم $\frac{f(x)}{g(x)}$ استفاده می کنیم که $f(x)$ و $g(x)$ هر دو چند جمله ای باشند .

برای استفاده از این روش ابتدا مخرج به عامل های درجه اول و دوم $(\Delta < 0)$ تجزیه کرده و با توجه به عامل های موجود در مخرج می توان $\frac{f(x)}{g(x)}$ را به مجموع چند کسر تبدیل نمود.

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = I$$

$$\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{(x-a)(x+a)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x+a} = \frac{(A+B)x + a(A-B)}{x^2-a^2}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ a(A-B)=1 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} A = \frac{1}{2} \\ B = -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$I = \int \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a}\right) dx = \frac{1}{2}\left(\ln(x-a) - \ln(x+a)\right)$$

$$I = \frac{1}{2}\ln\frac{x-a}{x+a} + c = -\frac{1}{2}\ln\frac{x+a}{x-a} + C$$