Syntax natürlicher Sprachen

Vorlesung 10: Getypte Merkmalstrukturen und Unifikation

Martin Schmitt

Ludwig-Maximilians-Universität München

17.12.2019

Themen der heutigen Vorlesung

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Getypte Merkmalstrukturen

Carpenter, Bob (1992). *The Logic of Typed Feature Structures.* Englisch. Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge University Press.

Typen

Definition (**Type**, $\sqsubseteq$)

Sei **Type** eine endliche Menge von Typen mit **Vererbungshierarchie** $\sqsubseteq$.

Wenn für $A, B \in$ **Type** gilt, dass $A \sqsubseteq B$, dann

- *erbt* B Informationen von A.
- ist A Obertyp von B. (Alle A-Attribute sind auch B-Attribute.)
- wird B von A *subsumiert*.
- ist A „allgemeiner oder gleich" B.
- ist B „spezieller oder gleich" A.

Vererbung

Eigenschaften von **Type**, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv ($\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C$)
- reflexiv ($\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A$)
- antisymmetrisch ($\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq A \implies A = B$) (keine Vererbungsschleifen)

  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs ($\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B$)

  $\Rightarrow \perp$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Vererbung

Eigenschaften von **Type**, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv ($\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C$)
- reflexiv ($\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A$)
- antisymmetrisch ($\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq A \implies A = B$) (keine Vererbungsschleifen)

  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs ($\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B$)

  $\Rightarrow \perp$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Vererbung

Eigenschaften von **Type**, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv $(\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C)$
- reflexiv $(\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A)$
- antisymmetrisch $(\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq A \implies A = B)$ (keine Vererbungsschleifen)

  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs $(\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B)$

  $\Rightarrow \bot$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Vererbung

Eigenschaften von **Type**, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv ($\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \land B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C$)
- reflexiv ($\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A$)
- antisymmetrisch ($\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \land B \sqsubseteq A \implies A = B$) (keine Vererbungsschleifen)

  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs ($\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B$)

  $\Rightarrow \bot$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Vererbung

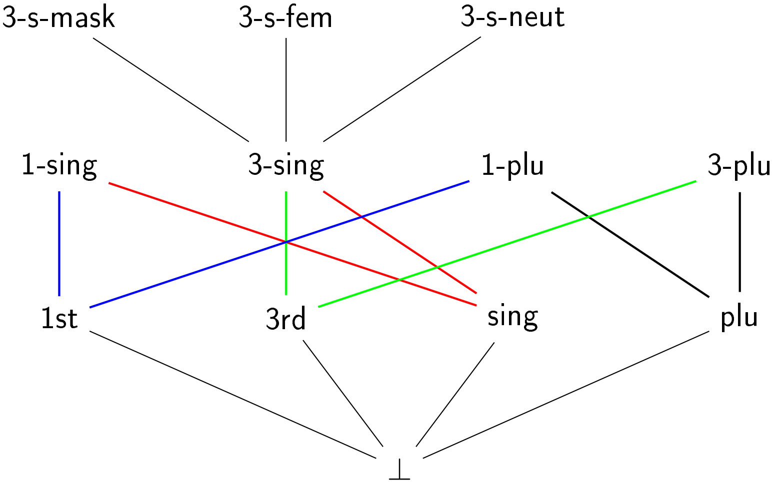
Eigenschaften von **Type**, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv ($\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C$)
- reflexiv ($\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A$)
- antisymmetrisch ($\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq A \implies A = B$) (keine Vererbungsschleifen)

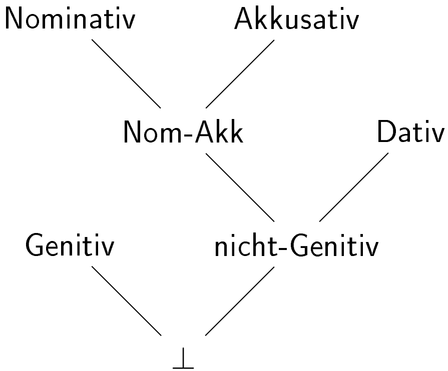
  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs ($\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B$)

  $\Rightarrow \bot$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Beispiel: Typhierarchie



Noch ein Beispiel: Typhierarchie



Vgl. z. B. die Paradigmen:

der Hund, des **Hundes**, dem Hund, den Hund

das Buch, des **Buches**, dem Buch, **das** Buch

Merkmale

Definition (**Feat**)

Sei **Feat** eine *endliche* Menge von Merkmalen (engl. *features*).

(Ohne weitere Anforderungen an Struktur oder Eigenschaften)

Merkmale

Definition (**Feat**)

Sei **Feat** eine *endliche* Menge von Merkmalen (engl. *features*).

(Ohne weitere Anforderungen an Struktur oder Eigenschaften)

Beispiel

Feat = {GEN, CASE, NUM, AGR, PER, MOOD, CAT, TENSE}

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & Nom \\ \text{NUM} & Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times\, Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 & \text{CAT} & N \\ & \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times\, Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 & \text{CAT} & N \\ q_2 & \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \rightarrow$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times\, Q \rightarrow Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 & \text{CAT} & N \\ q_2 & \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 & \text{CASE} & Nom \\ & \text{NUM} & Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \rightarrow \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \rightarrow Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & N \\ q_2 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 \ \text{CASE} & Nom \\ q_4 \ \text{NUM} & Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & \theta(q_1)\ N \\ q_2 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 \ \text{CASE} & \mathit{Nom} \\ q_4 \ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \rightarrow$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times\, Q \rightarrow Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & \theta(q_1)\ N \\ q_2 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 \ \text{CASE} & \theta(q_3)\ \mathit{Nom} \\ q_4 \ \text{NUM} & \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \rightarrow \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \rightarrow Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & \theta(q_1)\ N \\ q_2 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 \ \text{CASE} & \theta(q_3)\ \mathit{Nom} \\ q_4 \ \text{NUM} & \theta(q_4)\ \mathit{Pl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \rightarrow$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times\, Q \rightarrow Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & \theta(q_1)\ N \\ q_2 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3 \ \text{CASE} & \theta(q_3)\ Nom \\ q_4 \ \text{NUM} & \theta(q_4)\ Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Feat $= \{\text{CAT}, \text{AGR}, \text{CASE}, \text{NUM}\}$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to \textbf{Type}$: totale Typisierungsfunktion
- $\delta : \textbf{Feat} \times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1\ \text{CAT} & \theta(q_1)\ N \\ q_2\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_3\ \text{CASE} & \theta(q_3)\ Nom \\ q_4\ \text{NUM} & \theta(q_4)\ Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Feat $=$ $\{\text{CAT}, \text{AGR}, \text{CASE}, \text{NUM}\}$

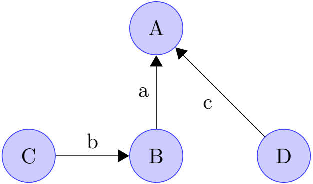
Type $=$ $\{N, Nom, Pl, \bot, \textbf{fs}\}$

Visualisierung als Graph I

Beschrifteter Graph

Ein *beschrifteter* Graph ist definiert als Tupel $G = (V, E, l_V, l_E, L_V, L_E)$ mit

- V : Menge der Knoten (engl. *vertices*)
- $E \subseteq V \times V$: Menge der Kanten (engl. *edges*)
- $l_V : V \to L_V$: Beschriftungsfunktion für Knoten (engl. *label*)
- $l_E : E \to L_E$: Beschriftungsfunktion für Kanten
- L_X : Menge von Beschriftungen für X



Visualisierung als Graph II

Visualisierung

Der Graph zu einer Merkmalstruktur $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ ist gegeben durch:

- $V := Q$
- $E := \{(q_1, q_2) \mid \exists f.\ \delta(f, q_1) = q_2\}$
- $L_V :=$ **Type**; $l_V := \theta$
- $L_E :=$ **Feat**; $l_E(q_1, q_2) := \{f \mid \delta(f, q_1) = q_2\}$

Anmerkung

Zur Vereinfachung werden einelementige Mengen ohne Mengenklammern geschrieben.

Also a statt $\{a\}$.

Visualisierung als Graph II

Visualisierung

Der Graph zu einer Merkmalstruktur $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ ist gegeben durch:

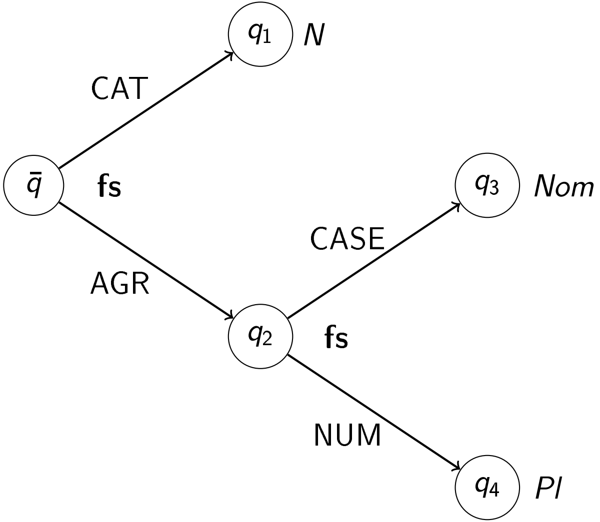
- $V := Q$
- $E := \{(q_1, q_2) \mid \exists f.\ \delta(f, q_1) = q_2\}$
- $L_V :=$ **Type**; $l_V := \theta$
- $L_E :=$ **Feat**; $l_E(q_1, q_2) := \{f \mid \delta(f, q_1) = q_2\}$

Anmerkung

Zur Vereinfachung werden einelementige Mengen ohne Mengenklammern geschrieben.

Also a statt $\{a\}$.

Beispiel: Graphdarstellung



Variablen

Variablen

- **Var** sei eine abzählbar unendliche Menge von Variablen.
- Häufig wird **Var** $= \mathbb{N}$ benutzt.
- Es gibt aber auch andere Möglichkeiten;
  z. B. im NLTK: ASCII-Identifier (`?x`, `?y`, ...)

Definition (Zuweisungsfunktion, Valuation)

Eine Zuweisung $\alpha : \textbf{Var} \to \mathcal{F}$ ist eine totale Funktion, die alle Variablen an Merkmalstrukturen (Knoten, Einträge) bindet.

Variablen

Variablen

- **Var** sei eine abzählbar unendliche Menge von Variablen.
- Häufig wird **Var** $= \mathbb{N}$ benutzt.
- Es gibt aber auch andere Möglichkeiten;
  z. B. im NLTK: ASCII-Identifier (`?x`, `?y`, …)

Definition (Zuweisungsfunktion, Valuation)

Eine Zuweisung $\alpha : \textbf{Var} \to \mathcal{F}$ ist eine totale Funktion, die alle Variablen an Merkmalstrukturen (Knoten, Einträge) bindet.

Reentrance

Reentrance (dt. *Wiedereintritt*)

Durch das Aufstellen von Bedingungen (s. später) können Variablen an verschiedene Teile von Merkmalstrukturen gebunden werden. *Diese müssen <u>gleich</u> sein.*

Reentrance

Reentrance (dt. *Wiedereintritt*)

Durch das Aufstellen von Bedingungen (s. später) können Variablen an verschiedene Teile von Merkmalstrukturen gebunden werden. *Diese müssen gleich sein.*

Beispiel

$$\begin{bmatrix} \text{ORTH} & \textit{folgt} \\ \text{SYN} & \begin{bmatrix} \text{SBJ} & \boxed{1} \\ \text{OBJ} & \boxed{2} \end{bmatrix} \\ \text{SEM} & \begin{bmatrix} \text{AGT} & \boxed{1} \\ \text{PAT} & \boxed{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Reentrance

Reentrance (dt. *Wiedereintritt*)

Durch das Aufstellen von Bedingungen (s. später) können Variablen an verschiedene Teile von Merkmalstrukturen gebunden werden.
Diese müssen ***gleich*** *sein.*

Beispiel

$$\begin{bmatrix} \text{ORTH} & \textit{folgt} \\ \text{SYN} & \begin{bmatrix} \text{SBJ} & \boxed{1} \\ \text{OBJ} & \boxed{2} \end{bmatrix} \\ \text{SEM} & \begin{bmatrix} \text{AGT} & \boxed{1} \\ \text{PAT} & \boxed{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \text{ORTH} & \textit{folgt} \\ \text{SYN} & \begin{bmatrix} \text{SBJ} & \boxed{1}\textit{Hund} \\ \text{OBJ} & \boxed{2}\textit{Katze} \end{bmatrix} \\ \text{SEM} & \begin{bmatrix} \text{AGT} & \boxed{1} \\ \text{PAT} & \boxed{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h : Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1\ \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}'\begin{bmatrix} q_1'\ \text{CAT} & N \\ q_2'\ \text{GEN} & mask \end{bmatrix}$ $h(\bar{q}) = \bar{q}'$, $h(q_1) = q_1'$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h : Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in \textbf{Feat}$, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1\ \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}'\begin{bmatrix} q_1'\ \text{CAT} & N \\ q_2'\ \text{GEN} & mask \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} h(\bar{q}) &= \bar{q}' \\ h(q_1) &= q_1' \end{aligned}$$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h : Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q} \begin{bmatrix} q_1 \; \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1' \; \text{CAT} & N \\ q_2' \; \text{GEN} & mask \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} h(\bar{q}) = \bar{q}' \\ h(q_1) = q_1' \end{array}$$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h: Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**,
  für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q} \begin{bmatrix} q_1\ \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1'\ \text{CAT} & N \\ q_2'\ \text{GEN} & \text{mask} \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} h(\bar{q}) = \bar{q}' \\ h(q_1) = q_1' \end{array}$$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h: Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**,
  für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q} \begin{bmatrix} q_1 \text{ CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1' \text{ CAT} & N \\ q_2' \text{ GEN} & mask \end{bmatrix}$$

$$h(\bar{q}) = \bar{q}'$$
$$h(q_1) = q_1'$$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h: Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 \text{ CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1' \text{ CAT} & N \\ q_2' \text{ GEN} & mask \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} h(\bar{q}) = \bar{q}' \\ h(q_1) = q_1' \end{array}$$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h\colon Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q} \begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1' \ \text{CAT} & N \\ q_2' \ \text{GEN} & mask \end{bmatrix}$$

$h(\bar{q}) = \bar{q}'$
$h(q_1) = q_1'$

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h: Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q} \begin{bmatrix} q_1 \ \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}' \begin{bmatrix} q_1' \ \text{CAT} & N \\ q_2' \ \text{GEN} & \mathit{mask} \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} h(\bar{q}) = \bar{q}' \\ h(q_1) = q_1' \end{array}$$

Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

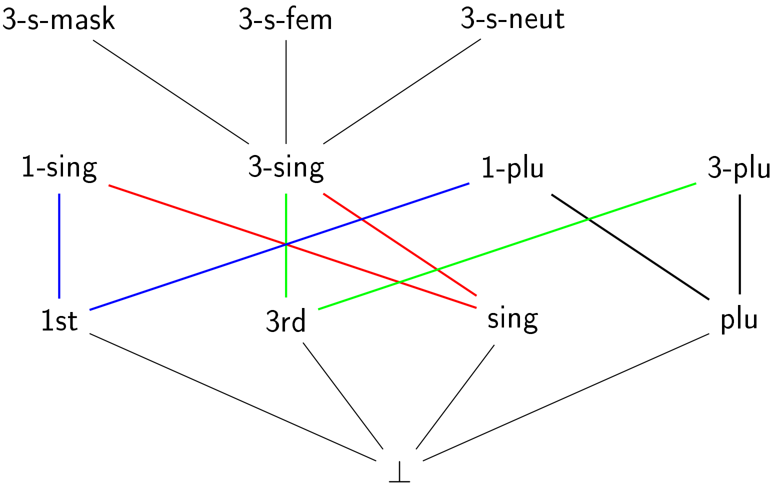
Unifikation I

Unifikation ($\sqcup$) für Typen

- Das Ergebnis der Unifikation zweier Typen $A, B \in \textbf{Type}$ ist ihre kleinste obere Schranke in **Type** bzgl. $\sqsubseteq$.
- Diese kann auch undefiniert sein (Typen unifizieren nicht).
- $A \sqcup B = C \iff A \sqsubseteq C$ und $B \sqsubseteq C$ und
$$\forall D \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq D \wedge B \sqsubseteq D \implies C \sqsubseteq D$$

(Vgl. Mengenvereinigung und Untermengenbeziehung)

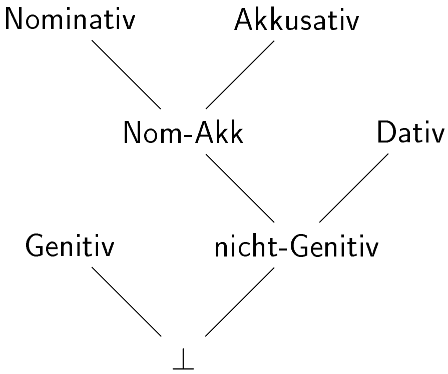
Beispiel: Typunifikation



$1st \sqcup plu = 1\text{-}plu$

$sing \sqcup 3\text{-}s\text{-}mask = 3\text{-}s\text{-}mask$

Noch ein Beispiel: Typunifikation



nicht-Genitiv $\sqcup$ Nominativ $=$ Nominativ

Nom-Akk $\sqcup$ Dativ $=$ *undefiniert*

Unifikation II

Unifikation ($\sqcup$) für Merkmalstrukturen

- Idee: Unifikation ebenfalls kleinste obere Schranke bzgl. der Subsumptionsrelation $\sqsubseteq$ auf Merkmalstrukturen
- Algorithmus in zwei Schritten:
  1. Identifiziere korrespondierende (äquivalente) Knoten
  2. Unifiziere deren Typen

Formale Definition: Identifikation (Schritt 1)

Für Merkmalstrukturen $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)\,, F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$ mit $Q \cap Q' = \emptyset$ sei die *Äquivalenzrelation* $\equiv$ wie folgt definiert:

- $\bar{q} \equiv \bar{q}'$
- $\delta(f, q) \equiv \delta'(f, q')$ wenn beide Seiten definiert und $q \equiv q'$

Unifikation II

Unifikation ($\sqcup$) für Merkmalstrukturen

- Idee: Unifikation ebenfalls kleinste obere Schranke bzgl. der Subsumptionsrelation $\sqsubseteq$ auf Merkmalstrukturen
- Algorithmus in zwei Schritten:
  1. Identifiziere korrespondierende (äquivalente) Knoten
  2. Unifiziere deren Typen

Formale Definition: Identifikation (Schritt 1)

Für Merkmalstrukturen $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$, $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$ mit $Q \cap Q' = \emptyset$ sei die *Äquivalenzrelation* $\equiv$ wie folgt definiert:

- $\bar{q} \equiv \bar{q}'$
- $\delta(f, q) \equiv \delta'(f, q')$ wenn beide Seiten definiert und $q \equiv q'$

Formale Definition: Typunifikation (Schritt 2)

Die Unifikation von F und F' ist dann wie folgt definiert:

$$F \sqcup F' = ((Q \cup Q')/_{\equiv}, [\bar{q}]_{\equiv}, \theta^{\equiv}, \delta^{\equiv})$$

mit

$$\theta^{\equiv}([q]_{\equiv}) = \bigsqcup \{(\theta \cup \theta')(q') \mid q' \equiv q\}$$

und

$$\delta^{\equiv}(f, [q]_{\equiv}) = \begin{cases} [(\delta \cup \delta')(f, q)]_{\equiv} & \text{falls } (\delta \cup \delta')(f, q) \text{ definiert} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Notation (für $\equiv$ Äquivalenzrelation über X)

- $[x]_{\equiv} = \{y \in X \mid y \equiv x\}$
- $X/_{\equiv} = \{[x]_{\equiv} \mid x \in X\}$

Formale Definition: Typunifikation (Schritt 2)

Die Unifikation von F und F' ist dann wie folgt definiert:

$$F \sqcup F' = ((Q \cup Q')/_{\equiv}, [\bar{q}]_{\equiv}, \theta^{\equiv}, \delta^{\equiv})$$

mit

$$\theta^{\equiv}([q]_{\equiv}) = \bigsqcup \{(\theta \cup \theta')(q') \mid q' \equiv q\}$$

und

$$\delta^{\equiv}(f, [q]_{\equiv}) = \begin{cases} [(\delta \cup \delta')(f, q)]_{\equiv} & \text{falls } (\delta \cup \delta')(f, q) \text{ definiert} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Notation (für $\equiv$ Äquivalenzrelation über X)

- $[x]_{\equiv} = \{y \in X \mid y \equiv x\}$
- $X/_{\equiv} = \{[x]_{\equiv} \mid x \in X\}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \text{ CAT} & N \\ q_3 \text{ AGR} & \begin{bmatrix} q_4 \text{ NUM} & \mathit{Sg} \\ q_5 \text{ CAS} & \mathit{nicht\text{-}Gen} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \text{ ORTH} & \mathit{Hund} \\ q_8 \text{ AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \text{ NUM} & \mathit{Sg} \\ q_{10} \text{ CAS} & \mathit{Nom} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

1. Identifikation korrespondierender Knoten
   - $q_1 \equiv q_6$ (Initialisierung)
   - Nach 1 Schritt mit δ:
     - $q_3 \equiv q_8$
   - Nach 2 Schritten mit δ:
     - $q_4 \equiv q_9$
     - $q_5 \equiv q_{10}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2\ \text{CAT} & N \\ q_3\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4\ \text{NUM} & Sg \\ q_5\ \text{CAS} & \textit{nicht-Gen} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7\ \text{ORTH} & Hund \\ q_8\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9\ \text{NUM} & Sg \\ q_{10}\ \text{CAS} & Nom \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

1. Identifikation korrespondierender Knoten
   - $q_1 \equiv q_6$ (Initialisierung)
   - Nach 1 Schritt mit δ:
     - $q_3 \equiv q_8$
   - Nach 2 Schritten mit δ:
     - $q_4 \equiv q_9$
     - $q_5 \equiv q_{10}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \ \mathrm{CAT} & N \\ q_3 \ \mathrm{AGR} & q_4 \begin{bmatrix} q_4 \ \mathrm{NUM} & Sg \\ q_5 \ \mathrm{CAS} & nicht\text{-}Gen \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \ \mathrm{ORTH} & Hund \\ q_8 \ \mathrm{AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \ \mathrm{NUM} & Sg \\ q_{10} \ \mathrm{CAS} & Nom \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

1. Identifikation korrespondierender Knoten
   - $q_1 \equiv q_6$ (Initialisierung)
   - Nach 1 Schritt mit δ:
     - $q_3 \equiv q_8$
   - Nach 2 Schritten mit δ:
     - $q_4 \equiv q_9$
     - $q_5 \equiv q_{10}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \ \text{CAT} & \textit{N} \\ q_3 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4 \ \text{NUM} & \textit{Sg} \\ q_5 \ \text{CAS} & \textit{nicht-Gen} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \ \text{ORTH} & \textit{Hund} \\ q_8 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \ \text{NUM} & \textit{Sg} \\ q_{10} \ \text{CAS} & \textit{Nom} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Typunifikation
   - $Q_U = \{\{q_1, q_6\}, \{q_2\}, \{q_7\}, \{q_3, q_8\}, \{q_4, q_9\}, \{q_5, q_{10}\}\}$
   - $\bar{q}_U = \{q_1, q_6\}$
   - $\theta^{\equiv}(\{q_2\}) = N$, $\theta^{\equiv}(\{q_7\}) = \textit{Hund}$, $\theta^{\equiv}(\{q_3, q_8\}) = \mathbf{fs}$, $\theta^{\equiv}(\{q_4, q_9\}) = \textit{Sg}$, $\theta^{\equiv}(\{q_5, q_{10}\}) = \textit{Nom}$, $\theta^{\equiv}(\{q_1, q_6\}) = \mathbf{fs}$
   - $\delta(\text{CAT}, \{q_1, q_6\}) = \{q_2\}$, $\delta(\text{ORTH}, \{q_1, q_6\}) = \{q_7\}$, ...

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \ \text{CAT} & N \\ q_3 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4 \ \text{NUM} & Sg \\ q_5 \ \text{CAS} & nicht\text{-}Gen \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \ \text{ORTH} & Hund \\ q_8 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \ \text{NUM} & Sg \\ q_{10} \ \text{CAS} & Nom \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Typunifikation
   - $Q_U = \{\{q_1, q_6\}, \{q_2\}, \{q_7\}, \{q_3, q_8\}, \{q_4, q_9\}, \{q_5, q_{10}\}\}$
   - $\bar{q}_U = \{q_1, q_6\}$
   - $\theta^{\equiv}(\{q_2\}) = N$, $\theta^{\equiv}(\{q_7\}) = Hund$, $\theta^{\equiv}(\{q_3, q_8\}) = \mathbf{fs}$, $\theta^{\equiv}(\{q_4, q_9\}) = Sg$, $\theta^{\equiv}(\{q_5, q_{10}\}) = Nom$, $\theta^{\equiv}(\{q_1, q_6\}) = \mathbf{fs}$
   - $\delta(\text{CAT}, \{q_1, q_6\}) = \{q_2\}$, $\delta(\text{ORTH}, \{q_1, q_6\}) = \{q_7\}$, ...

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \ \text{CAT} & N \\ q_3 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4 \ \text{NUM} & Sg \\ q_5 \ \text{CAS} & \textit{nicht-Gen} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \ \text{ORTH} & \textit{Hund} \\ q_8 \ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \ \text{NUM} & Sg \\ q_{10} \ \text{CAS} & \textit{Nom} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Typunifikation
   - $Q_U = \{\{q_1, q_6\}, \{q_2\}, \{q_7\}, \{q_3, q_8\}, \{q_4, q_9\}, \{q_5, q_{10}\}\}$
   - $\bar{q}_U = \{q_1, q_6\}$
   - $\theta^{\equiv}(\{q_2\}) = N$, $\theta^{\equiv}(\{q_7\}) = \textit{Hund}$, $\theta^{\equiv}(\{q_3, q_8\}) = \mathbf{fs}$, $\theta^{\equiv}(\{q_4, q_9\}) = Sg$, $\theta^{\equiv}(\{q_5, q_{10}\}) = \textit{Nom}$, $\theta^{\equiv}(\{q_1, q_6\}) = \mathbf{fs}$
   - $\delta(\text{CAT}, \{q_1, q_6\}) = \{q_2\}$, $\delta(\text{ORTH}, \{q_1, q_6\}) = \{q_7\}, \ldots$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1 \begin{bmatrix} q_2 \text{ CAT} & N \\ q_3 \text{ AGR} & \begin{bmatrix} q_4 \text{ NUM} & Sg \\ q_5 \text{ CAS} & \textit{nicht-Gen} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad q_6 \begin{bmatrix} q_7 \text{ ORTH} & \textit{Hund} \\ q_8 \text{ AGR} & \begin{bmatrix} q_9 \text{ NUM} & Sg \\ q_{10} \text{ CAS} & \textit{Nom} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Typunifikation
   - $Q_U = \{\{q_1, q_6\}, \{q_2\}, \{q_7\}, \{q_3, q_8\}, \{q_4, q_9\}, \{q_5, q_{10}\}\}$
   - $\bar{q}_U = \{q_1, q_6\}$
   - $\theta^{\equiv}(\{q_2\}) = N$, $\theta^{\equiv}(\{q_7\}) = \textit{Hund}$, $\theta^{\equiv}(\{q_3, q_8\}) = \mathbf{fs}$, $\theta^{\equiv}(\{q_4, q_9\}) = Sg$, $\theta^{\equiv}(\{q_5, q_{10}\}) = \textit{Nom}$, $\theta^{\equiv}(\{q_1, q_6\}) = \mathbf{fs}$
   - $\delta(\text{CAT}, \{q_1, q_6\}) = \{q_2\}$, $\delta(\text{ORTH}, \{q_1, q_6\}) = \{q_7\}$, ...

Theoretische Resultate

Lemma

Wenn $F \sqcup F'$ definiert ist, dann ist $F \sqcup F' \in \mathcal{F}$ eine Merkmalstruktur.

Theorem

$F \sqcup F'$ ist die *kleinste obere Schranke* von F und F' in $(\mathcal{F}, \sqsubseteq)$, falls F und F' eine obere Schranke haben.

Für Beweise siehe Carpenter (1992).

Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Bedingungen I

Pfade

- Sequenzen von Merkmalen werden *Pfade* genannt.
- **Path** = **Feat*** sei die Menge aller Pfade.
- Für $p \in$ **Path**, $F \in \mathcal{F}$ sei $F@p$ der Knoten in F, den man am Ende von Pfad p erhält.

Beispiele

- AGR–NUM
- SYN–SBJ–AGR–NUM
- ORTH
- ε (der leere Pfad)

Bedingungen I

Pfade

- Sequenzen von Merkmalen werden *Pfade* genannt.
- **Path** $=$ **Feat*** sei die Menge aller Pfade.
- Für $p \in$ **Path**, $F \in \mathcal{F}$ sei $F@p$ der Knoten in F, den man am Ende von Pfad p erhält.

Beispiele

- AGR–NUM
- SYN–SBJ–AGR–NUM
- ORTH
- ε (der leere Pfad)

Bedingungen II

Definition (Beschreibung **Desc**)

Die Menge der Beschreibungen über **Type** und **Feat** sei die kleinste Menge, die folgende Bedingungen erfüllt:

- $A \in$ **Desc**, für alle $A \in$ **Type**
- $p : d \in$ **Desc**, für $p \in$ **Path**, $d \in$ **Desc**
- $x \in$ **Desc**, für alle $x \in$ **Var**
- $d \wedge e \in$ **Desc**, für $d, e \in$ **Desc**

Beispiel

- AGR–NUM : *Sg*
- SYN–SBJ : $\boxed{1}$ $\wedge$ SEM–AGT : $\boxed{1}$

Bedingungen II

Definition (Beschreibung **Desc**)

Die Menge der Beschreibungen über **Type** und **Feat** sei die kleinste Menge, die folgende Bedingungen erfüllt:

- $A \in \mathbf{Desc}$, für alle $A \in \mathbf{Type}$
- $p : d \in \mathbf{Desc}$, für $p \in \mathbf{Path}$, $d \in \mathbf{Desc}$
- $x \in \mathbf{Desc}$, für alle $x \in \mathbf{Var}$
- $d \wedge e \in \mathbf{Desc}$, für $d, e \in \mathbf{Desc}$

Beispiel

- $\text{AGR–NUM} : \mathit{Sg}$
- $\text{SYN–SBJ} : \boxed{1} \wedge \text{SEM–AGT} : \boxed{1}$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^\alpha$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in$ **Type**, $F \models^\alpha A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^\alpha p : d \iff F@p \models^\alpha d$
- Für $x \in$ **Var**, $F \models^\alpha x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^\alpha d \wedge e \iff F \models^\alpha d$ und $F \models^\alpha e$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^\alpha$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in$ **Type**, $F \models^\alpha A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^\alpha p : d \iff F@p \models^\alpha d$
- Für $x \in$ **Var**, $F \models^\alpha x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^\alpha d \wedge e \iff F \models^\alpha d$ und $F \models^\alpha e$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^\alpha$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in$ **Type**, $F \models^\alpha A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^\alpha p : d \iff F@p \models^\alpha d$
- Für $x \in$ **Var**, $F \models^\alpha x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^\alpha d \wedge e \iff F \models^\alpha d$ und $F \models^\alpha e$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^\alpha$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in \textbf{Type}$, $F \models^\alpha A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^\alpha p : d \iff F@p \models^\alpha d$
- Für $x \in \textbf{Var}$, $F \models^\alpha x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^\alpha d \wedge e \iff F \models^\alpha d$ und $F \models^\alpha e$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^\alpha$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in \mathbf{Type}$, $F \models^\alpha A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^\alpha p : d \iff F@p \models^\alpha d$
- Für $x \in \mathbf{Var}$, $F \models^\alpha x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^\alpha d \wedge e \iff F \models^\alpha d$ und $F \models^\alpha e$

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1} N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1}\, N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus **Desc** erfüllt F?

- $F \models^{\alpha} N$?
- $F \models^{\alpha} \text{CAT} : N$?
- $F \models^{\alpha} \text{AGR–CAS} : \mathit{nicht\text{-}Genitiv}$?

- $F \models^{\alpha} \text{POS} : N$?

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1}\, N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus **Desc** erfüllt F?

- $F \models^{\alpha} N$? Nein!
- $F \models^{\alpha} \text{CAT} : N$?
- $F \models^{\alpha} \text{AGR–CAS} : \mathit{nicht\text{-}Genitiv}$?
- $F \models^{\alpha} \text{POS} : N$?

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1}\,N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus **Desc** erfüllt F?

- $F \models^\alpha N$? Nein!
- $F \models^\alpha \text{CAT} : N$? Ja!
- $F \models^\alpha \text{AGR–CAS} : \mathit{nicht\text{-}Genitiv}$?
- $F \models^\alpha \text{POS} : N$?

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1} N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus **Desc** erfüllt F?

- $F \models^{\alpha} N$? Nein!
- $F \models^{\alpha} \text{CAT} : N$? Ja!
- $F \models^{\alpha} \text{AGR–CAS} : \mathit{nicht\text{-}Genitiv}$? Ja!

  Denn: $\mathit{nicht\text{-}Genitiv} \sqsubseteq \mathit{Nominativ}$
- $F \models^{\alpha} \text{POS} : N$?

Erfülltheit: Beispiel

Sei F eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1} N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & \mathit{Sg} \\ \text{CAS} & \mathit{Nominativ} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus **Desc** erfüllt F?

- $F \models^{\alpha} N$? Nein!
- $F \models^{\alpha} \text{CAT} : N$? Ja!
- $F \models^{\alpha} \text{AGR–CAS} : \mathit{nicht\text{-}Genitiv}$? Ja!
  Denn: $\mathit{nicht\text{-}Genitiv} \sqsubseteq \mathit{Nominativ}$
- $F \models^{\alpha} \text{POS} : N$? Ja!

Beschreibungen als Merkmalstrukturen

MGSat (allgemeinster Erfüller)

Zu jeder *konsistenten* (widerspruchsfreien) Beschreibung $d \in \mathbf{Desc}$ gibt es eine Merkmalstruktur $MGSat(d) \in \mathcal{F}$ mit der Eigenschaft

$$\forall F \in \mathcal{F}.\ F \models d \iff MGSat(d) \sqsubseteq F$$

Konstruktion

- Für $A \in \mathbf{Type}$: $MGSat(A) = \begin{bmatrix} \mathrm{A} \end{bmatrix}$
- $MGSat(f_1 f_2 \ldots f_n : d) = \begin{bmatrix} f_1 & \begin{bmatrix} f_2 & \ldots & \begin{bmatrix} f_n & MGSat(d) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
- Wenn $\mathbf{Var} = \mathbb{N}$, dann $MGSat(1) = \begin{bmatrix} \boxed{1} \end{bmatrix}$
- $MGSat(d \wedge e) = MGSat(d) \sqcup MGSat(e)$

Beschreibungen als Merkmalstrukturen

MGSat (allgemeinster Erfüller)

Zu jeder *konsistenten* (widerspruchsfreien) Beschreibung $d \in \mathbf{Desc}$ gibt es eine Merkmalstruktur $MGSat(d) \in \mathcal{F}$ mit der Eigenschaft

$$\forall F \in \mathcal{F}.\ F \models d \iff MGSat(d) \sqsubseteq F$$

Konstruktion

- Für $A \in \mathbf{Type}$: $MGSat(A) = \begin{bmatrix} \mathrm{A} \end{bmatrix}$
- $MGSat(f_1 f_2 \dots f_n : d) = \begin{bmatrix} f_1 & \begin{bmatrix} f_2 & \dots \begin{bmatrix} f_n & MGSat(d) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
- Wenn $\mathbf{Var} = \mathbb{N}$, dann $MGSat(1) = \begin{bmatrix} \boxed{1} \end{bmatrix}$
- $MGSat(d \wedge e) = MGSat(d) \sqcup MGSat(e)$

Bedingungsprüfung per Unifikation: Beispiel

Grammatikregel mit Constraint

```
NP[CAS=?y] → DET[GEN=?x,CAS=?y] N[GEN=?x]
```

Bedingungen als Beschreibungen

- type : *NP* $\wedge$ CAS : $\boxed{2}$
- type : *DET* $\wedge$ GEN : $\boxed{1}$ $\wedge$ CAS : $\boxed{2}$
- type : *N* $\wedge$ GEN : $\boxed{1}$

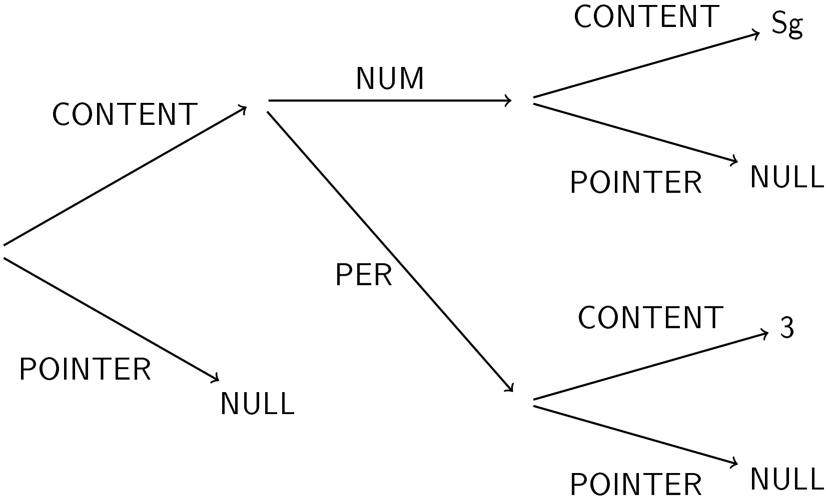
Bedingungen als Merkmalstrukturen

$$\begin{bmatrix} \text{type} & NP \\ \text{CAS} & \boxed{2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \text{type} & DET \\ \text{GEN} & \boxed{1} \\ \text{CAS} & \boxed{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{type} & N \\ \text{GEN} & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

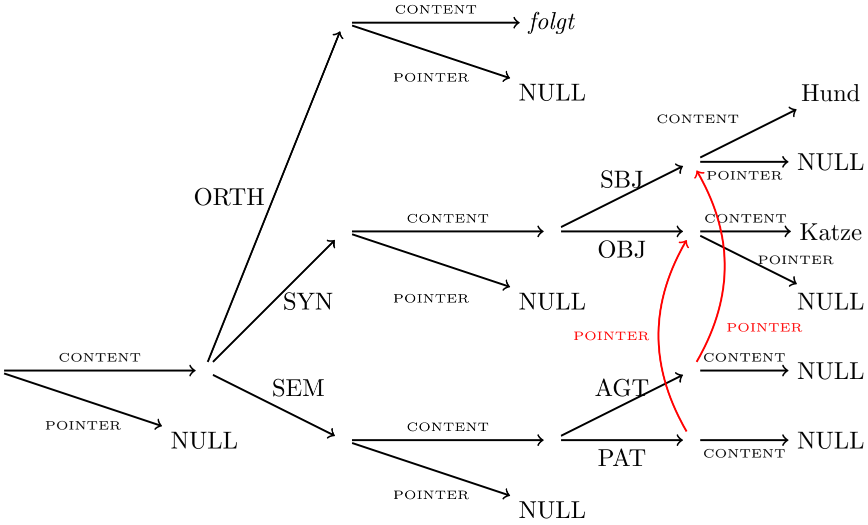
Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Merkmalstrukturen: Implementierung mit Zeigern



Reentrance (Wiedereintritt)



Nächstes Thema

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation

Unifikationsalgorithmus

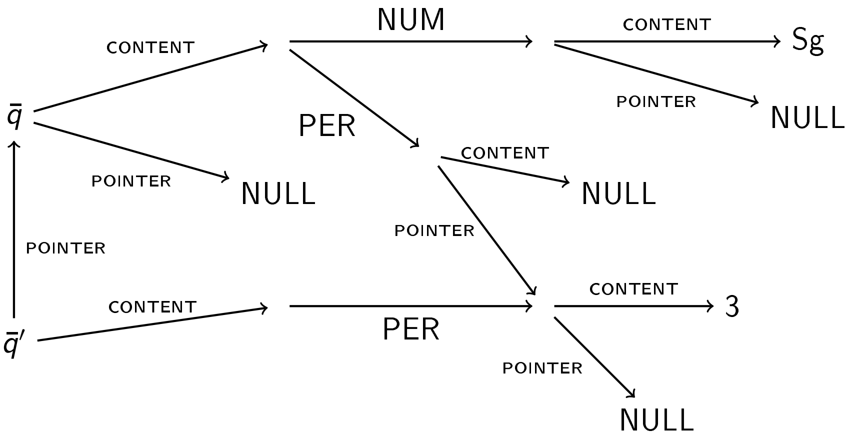
```
function unify(f1-orig, f2-orig)
    f1 ← deref(f1-orig)                                  ▷ Verfolgen von .pointer
    f2 ← deref(f2-orig)
    if f1, f2 ∈ Type then
        return unifyValues(f1, f2)                       ▷ z. B. per Typhierarchie
    if f1, f2 ∈ 𝓕 then
        for all feat2 ∈ f2 do
            feat1 ← erstelle oder finde entsprechendes Feature in f1
            if unify(feat1, feat2) = failure then
                return failure
        return f1
    ...
```

Unifikationsalgorithmus II

```
function unify(f1-orig, f2-orig)
    . . .
    if f1 ∈ ContPoint ∧ f1.content is NULL then
        f1.pointer ← f2
        return f2
    if f2 ∈ ContPoint ∧ f2.content is NULL then
        f2.pointer ← f1
        return f1
    if f1, f2 ∈ ContPoint then
        f2.pointer ← f1
        return unify(f1.content, f2.content)
    return failure                    ▷ Kein Fall vorher hat zugetroffen
```

Unifikation: Implementierung mit Zeigern

$$\begin{bmatrix}\text{NUM} & \mathit{Sg}\end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix}\text{PER} & \mathit{3}\end{bmatrix}$$



Rückblick: Heutige Themen

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. Implementierung
   - Merkmalstrukturen
   - Unifikation