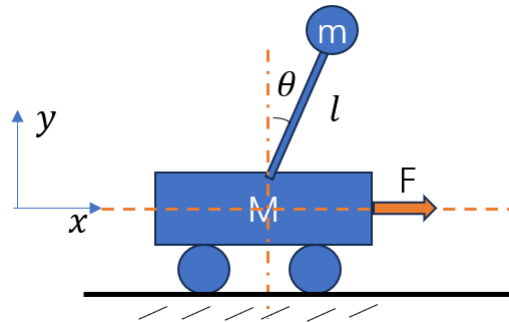


专家控制作业



如图所示为车载倒立摆系统，一辆小车在水平轨道上移动，小车上有一个可绕固定点转动的倒立摆。控制小车在水平方向的移动可使摆杆维持直立不倒，这和手掌移动可使直立木棒不倒的现象类似。

忽略车轮与地面的摩擦力等阻力，可推导出车载倒立摆的动力学方程如下：

$$(M + m)\ddot{x} + ml(\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) = F$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta - mgl \sin \theta = 0$$

其中的参数如表所示：

参数	大小
摆杆质量 m	$0.5kg$
小车质量 M	$1kg$
摆杆转动轴心到摆杆质心的长度 l	$0.5m$
摆杆与垂直向上方向的夹角 θ	$[0, \pi]rad$
重力加速度 g	$9.8m/s^2$
施加在小车上的水平外力 F	$[-F_m, F_m]N$
小车在水平方向的位移 x	不限制

增量型离散 PID 控制算法如下：

$$F(k) = F(k-1) + K \left[K_p \Delta\theta(k) + \frac{T}{T_i} \theta(k) + \frac{T_d}{T} (\Delta\theta(k) - \Delta\theta(k-1)) \right]$$

其中 T 为采样时间， $\Delta\theta(k) = \theta(k) - \theta(k-1)$

若 $F_m = 25$ ，取 $T = 0.0001s$, $K_p = 200$, $T_i = 0.001$, $T_d = 10$ ，设计 $0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_m$ ，

$0 < K_s < 1 < K_b$ ，在离散 PID 控制基础上，采用专家 PID 控制方案，规则如下：

(1) 若 $|\theta(k)| \geq \theta_m$ 时, 则 $F(k) = \text{sgn}(\theta) F_m$

(2) 若 $\theta_2 \leq |\theta(k)| < \theta_m$ 时,

1) 若 $\theta(k)\Delta\theta(k) > 0$ 时, 则 $K = K_b$

2) 若 $\theta(k)\Delta\theta(k) < 0$ 时,

a) 若 $\Delta\theta(k)\Delta\theta(k-1) > 0$ 时, 则 $K = 1$

b) 若 $\Delta\theta(k)\Delta\theta(k-1) < 0$ 时, 则 $K = K_b$

(3) 若 $\theta_1 \leq |\theta(k)| < \theta_2$ 时,

1) 若 $\theta(k)\Delta\theta(k) > 0$ 时, 则 $K = 1$

2) 若 $\theta(k)\Delta\theta(k) < 0$ 时,

a) 若 $\Delta\theta(k)\Delta\theta(k-1) > 0$ 时, 则 $K = K_s$

b) 若 $\Delta\theta(k)\Delta\theta(k-1) < 0$ 时, 则 $K = 1$

(4) 若 $|\theta(k)| < \theta_1$ 时, 则 $K = 1$

若小车和摆杆静止, 摆杆与垂直向上方向的初始夹角 $\theta(0) = \frac{\pi}{4} \text{rad}$, 请:

(1) 给出上述专家 PID 控制方案的合适参数 $\theta_1, \theta_2, \theta_m$ 和 K_s, K_b , 通过调节 F 使倒立摆的摆杆夹角 θ 恢复并维持在期望值 ($\theta_d = 0$), 在 MATLAB 中进行仿真, 给出位移 x 、夹角 θ 和水平力 F 的变化曲线, 并比较专家 PID 控制与常规 PID 控制的结果 (可尝试参数 $\theta_1 = 0.05, \theta_2 = 0.1, \theta_m = 0.5$ 和 $K_s = 0.95, K_b = 1.15$, 并寻找能够优化过渡过程的专家 PID 参数)。

(2) 针对不同的初始夹角 $\theta(0)$, 给出专家 PID 控制的结果。(可能需要调整相关参数 $\theta_1, \theta_2, \theta_m$ 和 K_s, K_b)