

浙江大学

ZHEJIANG UNIVERSITY



智能控制技术 实验报告

实验名称 模糊控制

姓 名

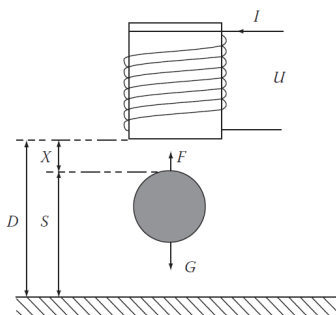
学 号

提交日期 December 12, 2024

指导老师 刘山

1 问题分析

1.1 问题重述



如图所示的磁悬浮系统，钢球在电磁力和重力的共同作用下悬浮在空中。系统满足如下方程：

$$F - G = m \frac{d^2 X}{dt^2}$$

其中， F 为电磁吸力， $G = mg$ 为重力， m 为钢球的质量， g 为重力加速度， X 为钢球与磁体的距离。

电磁力 F 依赖于电磁电流 I 和钢球与磁体的距离 X ，满足如下方程：

$$F = K \left(\frac{I}{X} \right)^2$$

其中， K 为电磁力系数。

电磁线圈的方程如下：

$$U - K \frac{I}{X} \frac{dX}{dt} = L \frac{dI}{dt} + IR$$

其中， U 为控制电压， L 为电感， R 为线圈电阻。

假定系统参数如下表所示

参数	值
m	0.05 kg
g	9.81 m/s ²
K	0.005 Nm ² /A ²
R	5 Ω
L	0.01 H

1.2 系统分析

该磁悬浮系统是一个动态系统，从题目给出的方程可以看出，其电磁电流 I 与钢球与磁体之间的距离 X 的关系是非线性的，因此无法直接写出传递函数。若想要对上述系统进行数学建模，需要使用 S-Function 函数建立模型，并在 simulink 中使用各种控制器进行控制。

磁悬浮系统的动力学可以通过以下方程描述：

$$F - G = m \frac{d^2 X}{dt^2}$$

其中：

- F 为电磁吸力，依赖于电流 I 和钢球与磁体的距离 X ，满足 $F = K \left(\frac{I}{X}\right)^2$ 。
- $G = mg$ 为重力。

将 F 代入动力学方程，得到：

$$K \left(\frac{I}{X}\right)^2 - mg = m \frac{d^2 X}{dt^2}$$

电磁线圈的电路方程为：

$$U - K \frac{I}{X} \frac{dX}{dt} = L \frac{dI}{dt} + IR$$

从上面的式子中我们可以看出，系统中存在显著的非线性：

- 电磁力 $F = K \left(\frac{I}{X}\right)^2$ 是电流 I 和位置 X 的非线性函数。
- 电路方程中存在乘积项 $\frac{I}{X} \frac{dX}{dt}$ ，进一步增加了系统的非线性复杂性。

1.3 控制目标

主要目标是通过控制电压 U 使钢球位置 X 稳定在期望位置 $X_d = 0.05 \text{ m}$ 。这涉及到系统的稳态误差、动态响应速度以及超调量等性能指标。

为设计模糊控制器，需确定输入和输出的论域范围，题目中给出以下尝试选项：

- 输入：
 - 位置误差 $e = X_d - X$ 的范围：

$$-0.04 \text{ m} \leq e \leq 0.04 \text{ m}$$

– 位置误差变化率 $\dot{e} = \frac{de}{dt} = -\dot{X}$ 的范围：

$$-0.5 \text{ m/s} \leq \dot{e} \leq 0.5 \text{ m/s}$$

• 输出：

– 控制电压 U 的范围：

$$-10 \text{ V} \leq U \leq 10 \text{ V}$$

在实际仿真过程中，可以对其进行论域范围的修改来实现控制器的稳定。

1.4 控制策略

针对建立模型后的被控对象设计模糊控制器，包括控制器输入输出量的选择，输入输出论域的模糊划分，模糊规则库的建立等。利用设计完成的模糊控制在 Simulink 中搭建模糊控制系统，并进行仿真测试。在设计模糊控制器需要定义隶属函数并建立模糊规则库。然后利用模糊推理机制结合去模糊化方法（质心法）计算出控制电压 U 。

为了比较各种控制方案的特点与不同，打算建立普通模糊控制，PID 模糊控制去设计和比较，两者的原理图如下图所示。

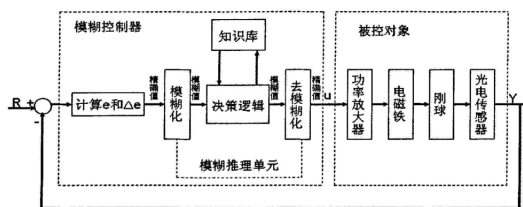


Figure 1: 模糊控制算法原理图

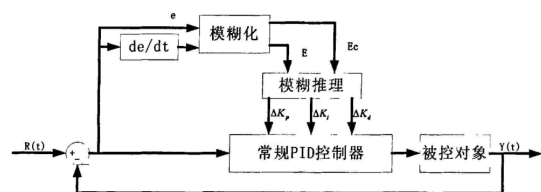


Figure 2: 模糊 PID 控制算法原理图

2 问题一求解

Question.1. 推导磁悬浮系统的状态空间模型；（提示：以钢球位置 X 、速度 \dot{X} 和电流 I 为状态变量）

由题意可知，状态变量如下：

- $x_1 = X$ （钢球的位置）
- $x_2 = \dot{X}$ （钢球的速度）
- $x_3 = I$ （电流）

钢球的运动方程如下所示：

$$F - G = m \frac{d^2 X}{dt^2}$$

其中： $F = K \left(\frac{I}{X} \right)^2$ 、 $G = mg$

将其带入运动方程中可以得到：

$$K \left(\frac{I}{X} \right)^2 - mg = m \frac{d^2 X}{dt^2}$$

将 $X = x_1$ 和 $\dot{X} = x_2$ 代入，即：

$$K \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 - mg = m \dot{x}_2$$

整理得到：

$$m \dot{x}_2 = K \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 - mg$$

因此，我们可以得到 \dot{X}_2 的状态方程如下：

$$\dot{x}_2 = \frac{K}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 - g$$

电磁线圈的方程为：

$$U - K \frac{I}{X} \frac{dX}{dt} = L \frac{dI}{dt} + IR$$

将 $X = x_1$ 和 $\dot{X} = x_2$ 代入，得到：

$$U - K \frac{x_3}{x_1} x_2 = L \dot{x}_3 + R x_3$$

整理得到：

$$L \dot{x}_3 = U - K \frac{x_3}{x_1} x_2 - R x_3$$

因此，我们可以得到 \dot{X}_3 的状态方程如下：

$$\dot{x}_3 = \frac{U}{L} - \frac{K}{L} \frac{x_3}{x_1} x_2 - \frac{R}{L} x_3$$

综上所述，系统的状态空间模型为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{K}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 - g \\ \frac{U}{L} - \frac{K}{L} \frac{x_3}{x_1} x_2 - \frac{R}{L} x_3 \end{bmatrix}$$

输出方程为：

$$y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

其中 x_1 是钢球位置， x_2 是钢球速度， x_3 是电流， U 是控制电压。

3 问题二求解

Question.2. 针对上述磁悬浮系统，设计模糊控制器使钢球位置稳定在期望位置 $X_d = 0.05m$ 假设初始钢球位置为 $X(0) = 0.03m$ ，初始速度和初始电流均为 0，仿真实现系统的模糊控制，绘制钢球位置随时间变化曲线、控制电压随时间变化曲线，并分析仿真结果。(输入输出的论域范围自行选择，可尝试位置误差范围 $[-0.04, 0.04]m$ ，位置误差变化率范围 $[-0.5, 0.5]m/s$ ，控制电压的范围 $[-10, 10]V$)

在第一问已经求解出其状态方程之后，可以根据其编写 S-Function 模块，具体代码如下 (详细注释见文件代码 demo.m)

类型	变量名	说明
输入	U	控制电压
输出	x(1)	钢球的位置
状态变量	x(1)	钢球位置
状态变量	x(2)	钢球速度
状态变量	x(3)	电流

Table 1: demo 的输入与输出说明

Listing 1: SFunction 代码

```

1 function [sys,x0,str,ts,simStateCompliance] = demo(t,x,u,flag)
2     switch flag
3         case 0
4             % 初始化
5             [sys,x0,str,ts,simStateCompliance] = mdlInitializeSizes;
6         case 1
7             % 计算连续状态导数
8             sys = mdlDerivatives(t,x,u);
9         case 2
10            % 更新离散状态 (如果有)
11            sys = mdlUpdate(t,x,u);
12        case 3
13            % 计算输出
14            sys = mdlOutputs(t,x,u);
15        case 4
16            % 下一个采样时间 (用于可变步长仿真)

```

```
17         sys = mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
18     case 9
19         % 仿真结束前的清理工作
20         sys = mdlTerminate(t,x,u);
21     otherwise
22         % 未处理的flag错误
23         DASTudio.error('Simulink:blocks:unhandledFlag', num2str(flag))
24         ;
25     end
26 % 主函数结束
27 %% %下面是各个子函数，即各个回调过程
28 function [sys,x0,str,ts,simStateCompliance]=mdlInitializeSizes
29
30     sizes = simsizes;          %生成sizes数据结构，信息被包含在其中
31     sizes.NumContStates = 3;    %连续状态数，缺省为0
32     sizes.NumDiscStates = 0;    %离散状态数，缺省为0
33     sizes.NumOutputs = 1;       %输出个数，缺省为0
34     sizes.NumInputs = 1;        %输入个数，缺省为0
35     sizes.DirFeedthrough = 0;   %是否存在直馈通道，1表示存在，0表示不存在
36     sizes.NumSampleTimes = 1;   %采样时间个数，至少是一个
37     sys = simsizes(sizes);      %返回size数据结构所包含的信息
38     x0 = [0.03 0 0];           %设置初始状态
39     str = [];                   %保留变量置空
40     ts = [0 0];                 %设置采样时间
41     simStateCompliance = 'UnknownSimState';
42
43 function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
44     % 系统参数
45     m = 0.05; % 质量，单位：kg
46     g = 9.81; % 重力加速度，单位：m/s^2
47     K = 0.005; % 常数
48     R = 5; % 电阻，单位：欧姆
49     L = 0.01; % 电感，单位：亨利
50
51     % 状态变量
52     x1 = x(1); % 位移，单位：m
53     x2 = x(2); % 速度，单位：m/s
```



```
54     x3 = x(3); % 电流, 单位: A
55
56     % 力的计算
57     F = K * (x3 / x1)^2; % 磁力, 与电流和位移有关
58     G = m * g;          % 重力
59
60     % 状态导数的计算
61     dx1 = x2;            % 位移的一阶导数是速度
62     dx2 = (F - G) / m;   % 根据牛顿第二定律计算加速
        度
63     dx3 = (u - K * (x3 / x1) * x2 - R * x3) / L; % 电流的一阶导数, 根据电
        路方程
64
65     sys = [dx1; dx2; dx3]; % 返回状态导数向量
66
67 function sys=mdlUpdate(t,x,u)
68     sys = [];             %sys表示下一个离散状态, 即  $x(k+1)$ 
69
70 function sys=mdlOutputs(t,x,u)
71     sys = [x(1)];        %sys表示输出, 即  $y$ 
72 %%
73 function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)
74     sampleTime = 1;      %设置下一次采样时间是在1s以后
75     sys = t + sampleTime; %sys表示下一个采样时间点
76
77 function sys=mdlTerminate(t,x,u)
78     sys = [];
```

在编写完 S-Function 模块之后, 就可以进行 Simulink 仿真, 下面分为模糊控制以及模糊 PID 控制。

3.1 普通模糊控制

3.1.1 隶属函数设计

将钢球位置偏差 e 、钢球位置偏差变化率 e_c 、模糊控制器的输出 u 模糊化, 他们的模糊论域分别为 $[-6, 6]$ 、 $[-7, 7]$ 、 $[-20, 20]$, 隶属函数均取为三角形函数, 语言变量值分别定为 NB(负大)、NM(负中)、NS(负小)、NO(负零)、ZO(正零)PS(正小)、PM(正中)、PB(正大)。因为磁悬浮系统是个控制精度要求比较高的系统, 主要集中在 NO、ZO 两档附近对钢球进行精确定位控制, 所以选择把输入 E 、 E_c 的这两档设置的精度比较高, 同理控制量输出 U 的模糊论域中心区域也设置成比较密。

在 Matlab 的模糊工具箱中建立的模糊推理系统 (FIS) 中 E 、 E_c 、 U 隶属函数如下图所示

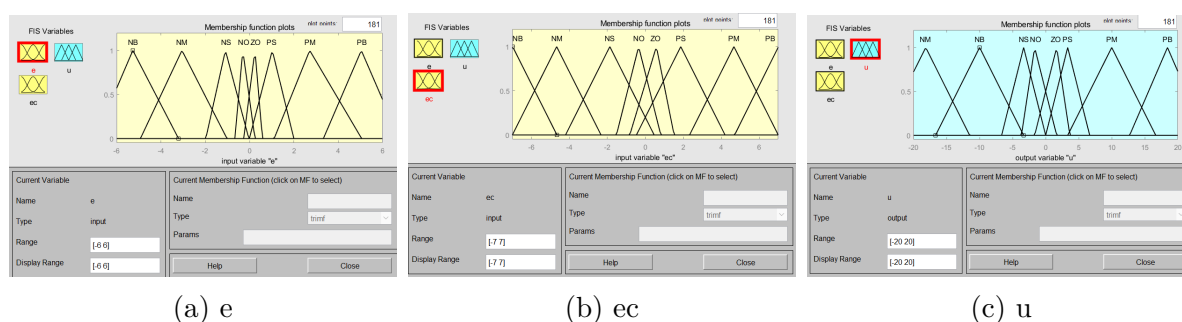


Figure 3: 隶属函数

根据建立模糊控制规则的基本思想, 并结合专家知识和 PID 控制经验进行分析、归纳, 总结出磁悬浮模糊控制系统中输入 e 、 e_c 与输出 u 的控制规则表 根据上面的规则,

$E \backslash E_c$	NB	NM	NS	NO	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	PS	ZO	ZO	ZO
NM	NB	NM	NM	NB	PM	ZO	ZO	ZO
NS	NM	NM	NM	NB	PM	PS	PS	PS
NO	NM	NS	NS	NM	PM	PS	PS	PS
ZO	NS	NS	NS	NM	PB	PM	PS	PM
PS	NS	NS	NO	NM	PB	PM	PM	PM
PM	NS	NO	NO	NM	PB	PB	PM	PB
PB	NO	NO	NO	NO	PB	PB	PB	PB

Table 2: 控制规则

可以得到控制曲面如下图所示

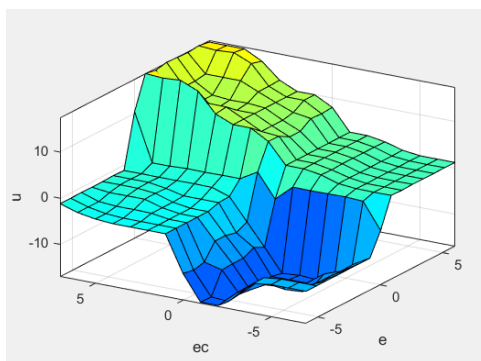


Figure 4: 控制曲面

对于解模糊来说,通过模糊推理得模糊控制输出 U ,还必须通过解模糊才能得到确切的控制量,此处采用加权平均值(重心)法。

3.1.2 Simulink 仿真与结果

仿真图如下图所示

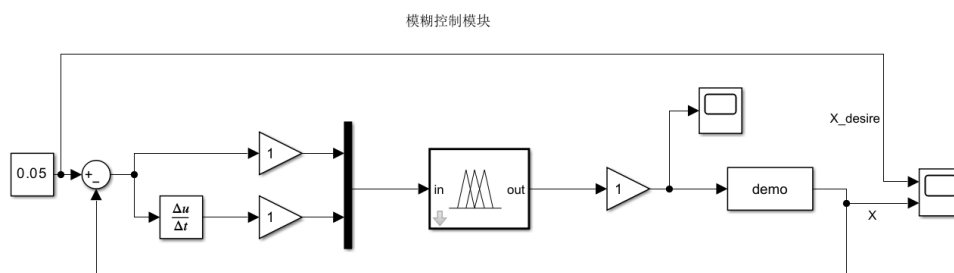


Figure 5: 仿真图

仿真得到的结果如下图,可以看到其很快稳定在了预期位置

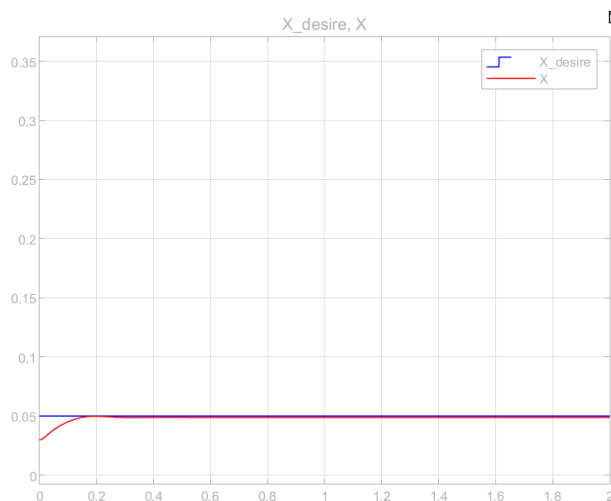


Figure 6: 钢球位置曲线

3.2 模糊 PID 控制

3.2.1 隶属函数设计

模糊 PID 在常规 PID 的基础上加设模糊参数自整定控制器使其根据系统的偏差的大小、方向、以及变化趋势等特征，通过模糊推理作出相应决策，自动的在线调整 PID 的三个参数 K_p 、 T_i 和 T_d ，以便达到更加满意的控制效果的目的。模糊控制器的输入为钢球位置偏差 e 、钢球位置偏差变化率 e_c 输出量为 PID 参数的修正量 ΔK_p 、 ΔK_i 、 ΔK_d ，他们的隶属函数均取为三角形函数，模糊论域如下表所示。

变量	e	e_c	ΔK_p	ΔK_i	ΔK_d
模糊论域	$[-0.06, 0.06]$	$[-1, 1]$	$[-300, 300]$	$[-3000, 3000]$	$[-2, 2]$
隶属函数	三角形				
模糊子集	[NB NM NS ZO PS PM PB]				

Table 3: 变量及模糊规则表

在 Matlab 的模糊工具箱中建立的模糊推理系统 (FIS) 中 E 、 E_c 、 ΔK_p 、 ΔK_i 、 ΔK_d 隶属函数如下图所示

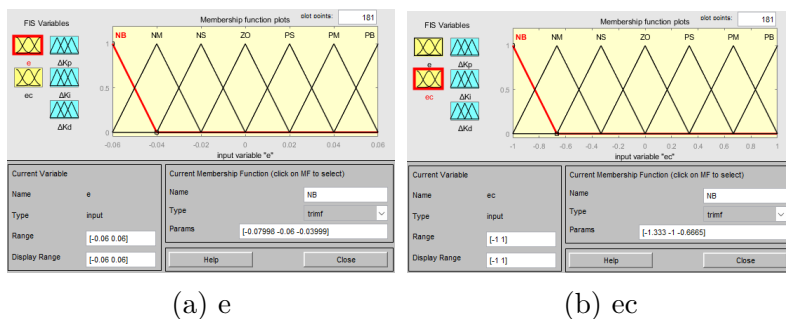


Figure 7: 输入

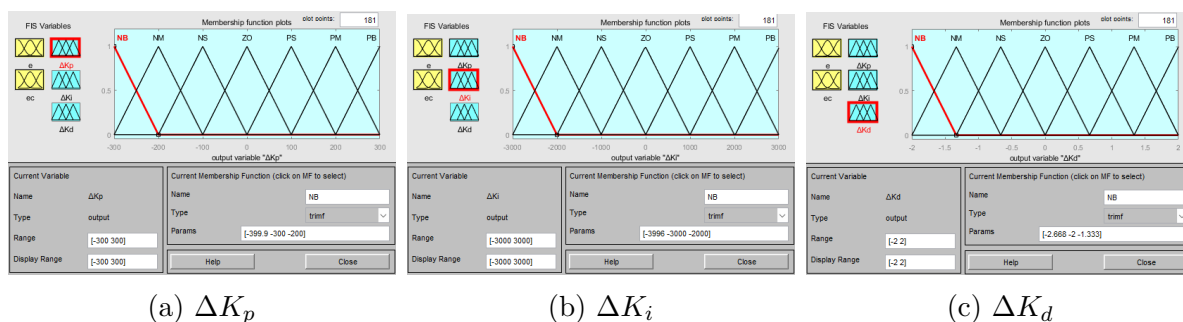


Figure 8: 输出

他们的控制规则分别如下表所示

$E_c \backslash E$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	ZO	ZO	ZO	PS
NM	NB	NM	NM	ZO	ZO	PS	PS
NS	NM	NM	NS	PS	PS	PS	PM
ZO	NM	NM	NS	ZO	PS	PM	PM
PS	NM	NS	NS	PS	PM	PM	PB
PM	NS	NS	ZO	PM	PM	PB	PB
PB	ZO	ZO	ZO	PM	PB	PB	PB

Table 4: ΔK_p 模糊控制规则表

$E_c \backslash E$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NM	ZO	ZO
NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZO	ZO
NS	NM	NM	NS	NS	ZO	PS	PS
ZO	NM	NS	NS	ZO	PS	PS	PM
PS	NS	NS	ZO	PS	PS	PM	PM
PM	ZO	ZO	PS	PM	PM	PB	PB
PB	ZO	ZO	ZO	PM	PB	PB	PB

Table 5: ΔK_i 的模糊规则表

$E_c \backslash E$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PS	ZO	ZO	ZO	ZO	PB	PB
NM	NS	NS	NS	NS	ZO	PS	PS
NS	NB	NM	NS	NS	ZO	PS	PS
ZO	NB	NM	NM	ZO	PS	PS	PM
PS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
PM	NM	NS	NS	NS	ZO	PS	PM
PB	PS	PS	ZO	ZO	ZO	PB	PB

Table 6: ΔK_d 模糊规则表

可以得到控制曲面如下图所示

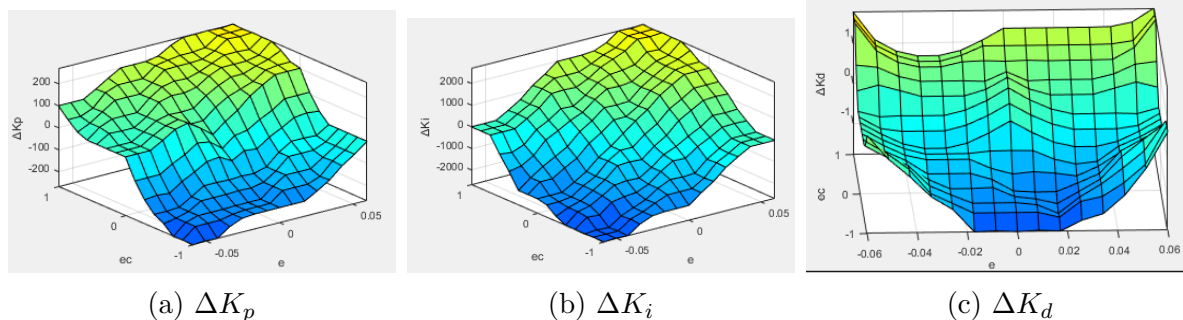


Figure 9: 控制面

3.2.2 Simulink 仿真与结果

Simulink 仿真接线如下图所示

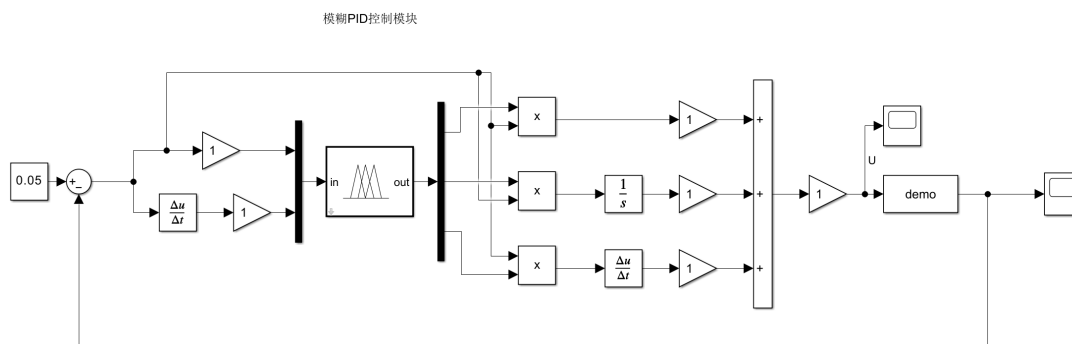


Figure 10: 仿真图

仿真得到的结果如下图, 可以看到其很快稳定在了预期位置

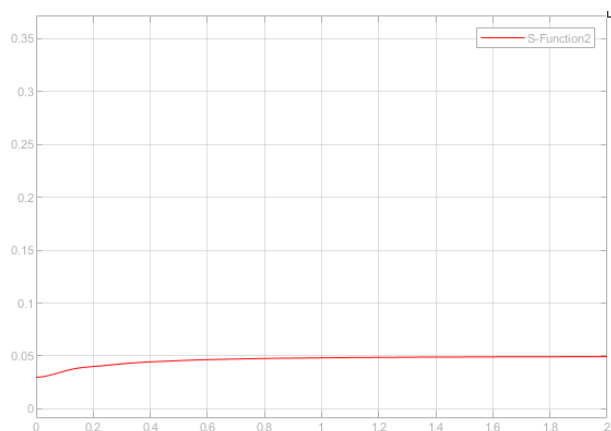


Figure 11: 钢球位置曲线

4 问题三求解

Question.3. 若改变钢球质量为 0.1kg，其他参数不变，重新进行仿真并分析对系统控制性能的影响，讨论如何调整模糊控制器参数以适应钢球质量的变化。

将钢球质量改为 0.1Kg 之后，其他所有参数不进行修改，模糊控制与模糊 PID 控制得到的结果如下图所示

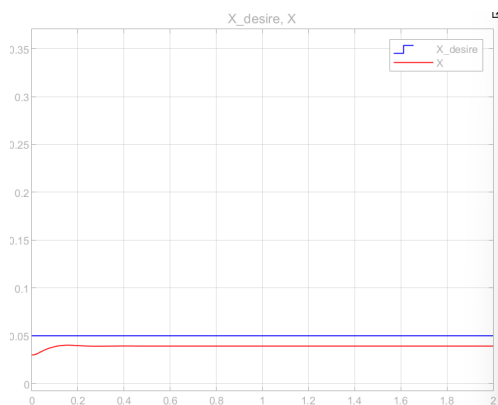


Figure 12: 模糊控制

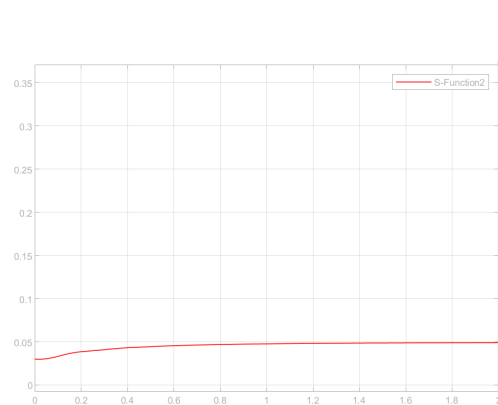


Figure 13: 模糊 PID 控制

我们发现对于模糊 PID 来说，出现了静差，而对于模糊 PID 控制，其依然能够稳定在预期的位置，于是对模糊控制的参数进行调整，发现当增大 u 的模糊论域的时候，即将 u 从 $[-20,20]$ 增加到 $[-30,30]$ ，可以消除静差，结果如下图所示

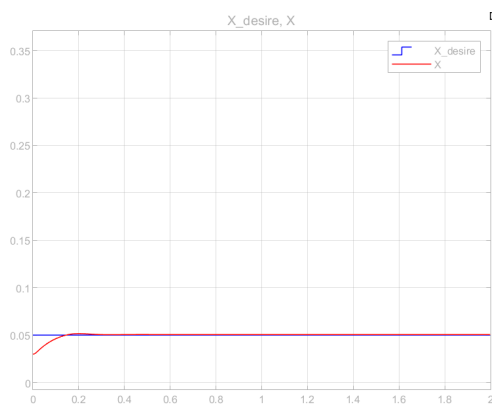


Figure 14: 增大 u 的论域

从上面的实验可以看出，可以通过增大 u 的论域来适应钢球质量的变化；而模糊 PID 则不需要修改参数即可稳定。

5 对比分析

常规模糊控制器虽然控制动态性能比较好，但是控制作用较粗糙，存在静差，使得稳态控制精度不理想。采用模糊控制方法对 PID 参数进行在线调整，结合了传统 PID 控制与模糊控制的优点，具有较好的控制特性。在偏差较大时使 K_p 增大，提高了系统的响应时间，在中间过程适当调整 K_p, K_i, K_d ，防止系统控制作用过度，在接近稳态时 K_p, K_i 增大， K_d 减小，使系统缩短了稳态时间，抑制了振荡，控制精度高，动态性能好，鲁棒性强。

6 文件列表

文件名	功能描述
report.pdf	实验报告
README.md	文件结构说明
code	代码文件夹
demo.m	S-Function 代码
fuzzy1.fis	问题二模糊控制器
fuzzy2.fis	问题二模糊 PID 控制器
PIDfuzzy1.fis	问题三修改 u 范围后模糊控制器
sfunction.slx	Simulink 仿真