

# 双足机器人的倒立摆模型控制系统的研究

The research on double inverted pendulum model control system of biped robot

(1.滨州学院;2. 山东大学) 贾荣丛<sup>1</sup> 高 坤<sup>1</sup> 王划一<sup>2</sup>  
JIA Rong-cong GAO Kun WANG Hua-yi

**摘要:** 本文对根据人类的步行过程及人体的生理结构得到了一种简单的双足机器人模型——二级倒立摆,用二级倒立摆的平衡控制模拟双足机器人在平坦的地面上,脚面抬起高度为0的最小能量消耗的一种行走方式。本文围绕二级倒立摆系统,采用LQR-模糊控制方法实现了倒立摆的控制系统仿真。仿真结果证明本文设计的LQR-模糊控制器有很好的稳定性和鲁棒性。

**关键词:** 双足机器人;倒立摆;LQR;模糊控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

**Abstract:** In this paper we develop a simple model of biped robot, which is based on the human's walking course and the human's physical structure. we have the simulation of the biped walking without lifting the feet on the flat ground and consuming energy, which uses the balancing and locomotion of the double inverted pendulum. LQR-fuzzy control theory is introduced to study simulation and the controlling problem in real-time of double inverted pendulum in this paper. Success of simulation and success of control of hardware pendulum system proves that this controller designed in the paper has very good stability and robustness.

**Key words:** biped robot; inverted pendulum; LQR; fuzzy control

## 1 引言

双足机器人行走模型的整体结构与人的下肢相似,每条腿上配置有髋、膝、踝关节。髋关节用于摆动腿,实现迈步并使上躯体前倾或者后仰,使之在步行过程中起辅助平衡作用。膝关节主要用来调整重心的高度,并用来调整摆动腿的着地高度,使之与地形相适应。而踝关节则用来和髋关节相配合实现支撑腿和上躯体的移动,而且还可以调整脚掌与地面的接触状态。因此,在每条腿的髋、膝、踝关节处各配置一个转动自由度,两条腿加在一起共有6个自由度。从某种意义上来说,其单腿的结构和二级倒立摆结构相似。双足机器人在结构上可以用两个相关联的二级倒立摆来进行模拟仿真(用两个二级倒立摆中间用一个关联轴把它们关联起来来模仿类人双足机器人)。二级倒立摆的小车、上摆和下摆正好能模拟机器人的结构,二级倒立摆的平衡控制和稳定移动可以模拟机器人在平坦的地面上,脚面抬起高度为0的最小能量消耗的一种行走方式。

双足机器人的步幅和步速,相当于二级倒立摆的小车的位移和速度,可由二级倒立摆进行仿真求出。这就是使用二级倒立摆进行机器人步行仿真的原因。

## 2 二级倒立摆系统的数学建模

二级倒立摆的结构示意图如图1。

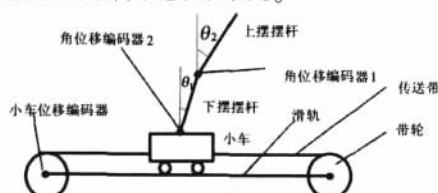


图1 二级倒立摆结构示意图

采用经典的力学分析方法对二级倒立摆进行建模,得到其非线性模型:

$$M(\theta_1, \theta_2) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = -f(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + N(\theta_1, \theta_2) + \begin{bmatrix} G_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

其中:

$$M(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} M_0 + M_1 + M_2 & (M_1 l_1 + M_2 L) \cos \theta_1 & M_2 l_2 \cos \theta_2 \\ (M_1 l_1 + M_2 L) \cos \theta_1 & J_1 + M_1 l_1^2 + M_2 L^2 & M_2 L l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ M_2 l_2 \cos \theta_2 & M_2 L l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & J_2 + M_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$F(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) = \begin{bmatrix} F_0 & -(M_1 l_1 + M_2 L) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 & -(M_2 l_2 \sin \theta_2) \dot{\theta}_2 \\ 0 & F_1 + F_2 & -F_2 - M_2 L l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 \\ 0 & [M_2 L l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] \dot{\theta}_1 - F_2 & F_2 \end{bmatrix}$$

$$N(\theta_1, \theta_2) = [0 \quad (M_1 l_1 + M_2 L) g \sin \theta_1 \quad M_2 L g \sin \theta_2]^T$$

考虑实际问题的性质,系统的平衡点为:

$$r = \theta_1 = \theta_2 = \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$$

定义状态变量为:  $X = [r \quad \theta_1 \quad \theta_2 - \theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1]^T$

将上非线性模型在平衡点附近线性化后,经整理得二级倒立摆系统的状态方程和输出方程为:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = \begin{bmatrix} r \\ \theta_1 \\ \theta_2 - \theta_1 \end{bmatrix} = CX + DU \end{cases}$$

直线二级倒立摆的物理参数如表1。

表1 二级倒立摆的物理参数表

符号	含义	取值(单位)	符号	含义	取值(单位)
$M_0$	小车系统的等效质量	1.6kg	$L$	下摆轴心到上摆轴心距离	0.483m
$M_1$	下摆的质量	0.185kg	$l_1$	下摆重心到其轴心距离	0.283m
$M_2$	上摆的质量	0.2kg	$l_2$	上摆重心到其轴心距离	0.245m
$F_0$	系统的等效摩擦阻力系数	21.8519N·s/m	$C_k$	控制力与控制电压之比	7.6889N/V
$F_1$	下摆的摩擦阻力系数	0.006415 N·s/m	$J_1$	下摆对其重心的转动惯量	0.00547kgm <sup>2</sup>
$F_2$	上摆的摩擦阻力系数	0.006717 N·s/m	$J_2$	上摆对其重心的转动惯量	0.00549 kgm <sup>2</sup>

把表1二级倒立摆物理参数代入A、B得:

贾荣丛: 教师 硕士

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.9747 & 0.11656 & -13.227 & 0.0091903 & -0.0011253 \\ 0 & 27.869 & -18.847 & 31.306 & -0.20542 & 0.4791 \\ 0 & -32.591 & 71.529 & 36.61 & 0.45756 & -1.4796 \end{bmatrix}$$
$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 4.654 \ -11.015 \ 12.882]^T$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3 LQR-FUZZY 控制器的设计

3.1 设计融合函数

利用线性系统输出信息具有可直接融合的特点,构造线性融合函数:

(1) 在 Matlab 环境下,用最优控制理论计算出一组可让倒立摆系统的线性模型基本稳定的状态反馈矩阵为

$$K = [K_r \ K_{\theta_1} \ K_{\theta_2-\theta_1} \ K_{\dot{r}} \ K_{\dot{\theta}_1} \ K_{\dot{\theta}_2-\theta_1}]$$

(2) 构造融合函数为

$$F_1(X) = \begin{bmatrix} \frac{K_r}{\|K\|_2} & \frac{K_{\theta_1}}{\|K\|_2} & \frac{K_{\theta_2-\theta_1}}{\|K\|_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\dot{r}}}{\|K\|_2} & \frac{K_{\dot{\theta}_1}}{\|K\|_2} & \frac{K_{\dot{\theta}_2-\theta_1}}{\|K\|_2} \end{bmatrix}$$

其中,  $\|K\|_2 = \sqrt{K_r^2 + K_{\theta_1}^2 + K_{\theta_2-\theta_1}^2 + K_{\dot{r}}^2 + K_{\dot{\theta}_1}^2 + K_{\dot{\theta}_2-\theta_1}^2}$

(3) 降维、融合成综合误差 E 和综合误差变化  $E_c$  为

$$\begin{bmatrix} E \\ E_c \end{bmatrix} = F_1(X)Y$$

3.2 设计模糊控制器

由融合函数降维后得到 E 和  $E_c$  作为输入量,输入变量和输出变量均采用均匀分布、全交选、三角形的隶属度函数,如图 2,每个变量用 5 个模糊子集 NB,NM,NS,ZE,PS,PM,PB 描述;模糊规则如表 2;采用重心法解模糊。

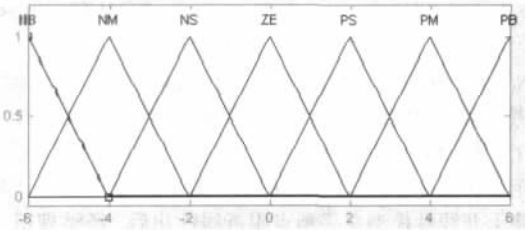


图 2 隶属度函数

表 2 模糊控制规则集

控制量 U		EC						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
E	NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NM	NM	NS	ZE	PS	PM
	ZE	NM	NM	NS	ZE	PS	PM	PM
	PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PM	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PM	PB	PB	PB

4 仿真结果

在 matlab6.5 环境下,用 Simulink 构建的二级倒立摆模糊控制仿真结构图如图 3 所示。

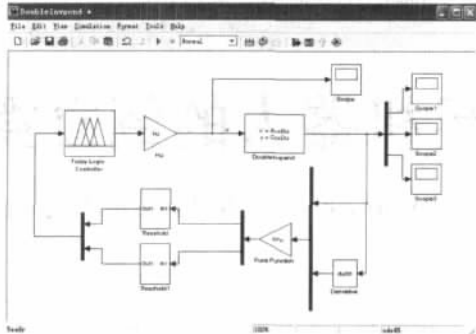


图 3 二级倒立摆模糊控制仿真结构图

仿真结果如图 4 所示,仿真步长为 1ms,仿真时间为 10 秒。

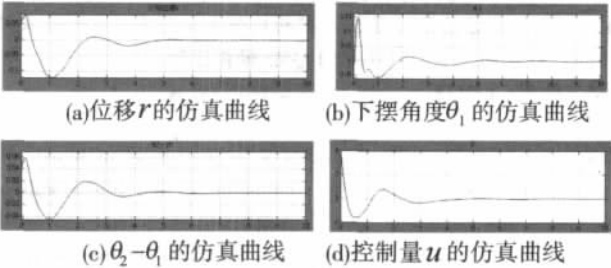


图 4 仿真结果

从图 4 的仿真曲线来看,小车位移偏离平衡位置 r 的最大距离小于 15cm,下摆角度  $\theta_1$  最大值在 0.15rad 以内,上摆角度和下摆角度之差  $\theta_2 - \theta_1$  不超过 0.06rad,控制量 u 的范围也合理,系统几乎在 5s 内回到了平衡位置。仿真结果证明:模糊控制器不仅稳定了二级倒立摆系统,而且使小车停在了指定位置。本实验能成功控制,充分说明了论文中设计的 LQR-模糊控制器具有良好的稳定性和鲁棒性。

5 结论

论文针对双足机器人的整个行走过程,提出了一种类似于二级倒立摆的双足步行模型,针对这一模型进行双足机器人步态行走特性上的模拟仿真工作。本文采用 LQR-fuzzy 控制对二级倒立摆进行控制,在 Matlab6.5 环境下,实现了二级倒立摆的模糊控制系统仿真。仿真结果证明本文设计的控制器有很好的稳定性和鲁棒性。

本文作者创新点:(1)提出了一种类似于二级倒立摆的双足步行模型;(2)采用 LQR-fuzzy 控制对二级倒立摆进行控制。

参考文献

[1]蒋新松主编.机器人学导论[M].沈阳:辽宁科学技术出版社.1994.  
[2]李国辉,刘阳,姜利祥.基于 T-S 模糊控制模型的单级倒立摆仿真研究[J].微计算机信息.2008,4-1:243-245.  
[3]Xie L, Souza C E. RobustControl for Linear Systems with Norm-Bounded Time-Varying Uncertainty [J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1992,37(8):1188-1191.  
[4]丛爽,张东军,魏街华.单级倒立摆单中控制方法的对比研究[J].系统工程与电子技术.2001,23(11):47-49.  
[5]李延军,林雪原,等.模糊控制在倒立摆控制系统中的应用[J].现代电子技术.2002.  
[6]Shih C L, Li Y Z,Chung S, et. Trajectory synthesis and physical admissibility for a biped robot during the single-support phase [J]. Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation.1990:1646-1652.

(下转第 183 页)



$$VL1(x0, y0), VL1(x1, y1), \dots, VL1(xn, yn)$$

$$\dots\dots$$

$$VLi(x0, y0), \dots, VLi(xj, yj), \dots, VLi(xn, yn)$$

$$\dots\dots$$

$$VLM(x0, y0), VLM(x1, y1), \dots, VLM(xn, yn)$$

其中  $VLi(xj, yj)$  表示第  $i$  条垂线上的第  $j$  个点。

将起始点到终点路径上的所有点组成一个串, 构成一条染色体(二维):

$Ci = \{ VL1(xi, yi), VL2(xj, yj), \dots, VLM(xk, yk) \}$  因为染色体串的长度对实时控制系统的运行速度有非常大的影响, 所以我们通过将每一条路径上的点右投影于  $RG$  垂线上的方法, 将原来的染色体(二维)转换成一维染色体, 如下:

$Ci = \{ VL1(yi), VL2(yj), \dots, VLM(yk) \}$  其中  $|VLi| \in \Phi, i, j, k = 0, 1, 2, \dots, n$

#### 4.2 适应度函数的确定

因为遗传算法的每种操作都是根据适应度的信息对群体进行遗传操作和迭代更新的, 所以适应度函数的选取将直接影响到遗传算法收敛速度和算法的成败。此外, 适应度函数的选择还应该考虑到具体问题的特征。对于路径规划问题就是: 路径最短, 能够避开障碍物。从这两点出发, 用路径上选定的离散点到目标点和到障碍物的距离作为参数确定适应度函数。定义适应度函数为:  $f = A + B$ , 其中

$$A = \alpha \sum_{i=1}^n (Li/li); B = \beta \left( \sum_{i=1}^n (ORI(k))^2 + \dots + \sum_{i=1}^n (ORq(k))^2 \right) \quad (3)$$

$A$  部分是为了保证机器人到达目标点所走的路径较短。如图 2,  $Li$  表示路径点到目标点之间的水平距离;  $li$  表示路径点到目标点之间的距离。调整  $\alpha$ , 如果其值增大, 在适应度函数中路径较短这一条件占的比例随之增大, 一般  $\alpha \in [100, 300]$ 。

$B$  部分是保证机器人到达目标点所走的路径是安全的, 不会撞着障碍物, 调整  $\beta$ , 选择安全的路径点。一般  $\beta \in [0.1, 0.5]$ 。当路径点不在障碍物的圆内时, 可忽略障碍物对适应度函数的影响, 否则进行惩罚: 取负值, 使适应值减小, 从而降低该个体的适应度。

图 2 中  $R, P1, P2, P3, \dots, Pk, \dots, G$  各点构成路径, 定义  $Pk$  点坐标为  $(xk, yk), k = 1, 2, \dots, n$ 。定义  $r$  为机器人半径。

那么,  $ORI(k) = \min \{ 0, ((xk - xi)^2 + (yk - yi)^2 - r^2) \}, i = 1, 2, \dots, q$

## 5 动态环境下的实验

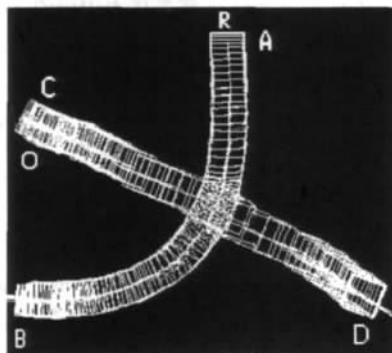


图 3 动态环境下的实验

机器人  $R$  从图 3 中  $A(70, 90)$  点到  $B(25, 40)$  点和障碍物  $O$  从  $C(22, 80)$  点到  $D(50, 110)$  点分别运动, 如果不考虑障碍物  $O$  的话,  $R$  完全可以从  $A$  到  $B$  作直线进行运动, 但是在运动过程中会与  $O$  相撞, 从而不能够到达  $B$ , 即使到了, 在时间上也不是最优的。

但是经过路径规划, 我们可以从图中看出, 机器人  $R$  在实际运行中走的是曲线, 从而有效的避免了与障碍物  $O$  发生碰撞。

通过对算法思想的分析和大量的实验, 可以说明该算法适用于动态环境下的实时路径规划。

## 6 结论

本文作者创新点: 本文设计了一套在笛卡儿坐标系内的基于遗传算法的路径规划方法。在笛卡儿坐标系内构建初始种群的基础上, 提出了具备明确物理意义的适应度函数, 并通过实验结果证明这种方法的有效性。该方法为今后自主机器人的研制提供了一个新的思路。

参考文献

- [1] 黄玉清, 梁靛. 机器人导航系统中的路径规划算法[J]. 微计算机信息, 2006, 7-2: 59-61.
- [2] 张培艳, 吕恬生. 基于模拟退火-人工势场法的足球机器人路径规划研究[J]. 机械科学与技术, 2003, 4: 547-548.
- [3] 刘喜昂, 周志宇. 移动机器人的超声模糊避障算法[J]. 微计算机信息, 2004, 1-20: 31-32.

作者简介: 金晋(1974-), 女(汉族), 吉林长春人。长春工业大学电气与电子工程学院, 讲师, 硕士, 研究方向为机器人路径规划, 遗传算法; 陈娟(1962-), 女(汉族), 吉林长春人。长春光学精密机械与物理研究所机械制造与自动化专业博士后工作站工作, 教授, 工学博士, 博士生导师, 研究方向主要为智能控制。

Biography: JIN Jin, Female, Changchun University of Technology, Changchun Jilin.

(130012 吉林长春 长春工业大学电气与电子工程学院) 金 晋 陈 娟

(130033 吉林长春 长春光学精密机械与物理研究所) 陈 娟 (Changchun University of Technology, Changchun 130012, China) JIN Jin CHEN Juan

(Changchun Institute of Optics; Fine Mechanics and Physics; Chinese Academy of Science; Changchun 130033, China) CHEN Juan

通讯地址: (130012 长春工业大学家属宿舍 19 栋 4 门 702 号) 金 晋

(收稿日期: 2008.11.24)(修稿日期: 2009.02.24)

(上接第 194 页)

作者简介: 贾荣丛(1981-), 女(汉族), 山东滨州人, 滨州学院自动化系教师, 硕士, 主要从事智能控制研究; 高坤(1978-), 男(汉族), 山东滨州人, 滨州学院物理与电子科学系教师, 硕士, 主要研究方向为电子信息; 王划一(1953-), 男(汉族), 山东济南人, 山东大学控制科学与工程学院教授, 主要从事控制理论与控制工程。

Biography: JIA Rong-cong(1981-), female(the han nationality), Shandong Province, a lecturer of Binzhou University, is engaged in Intelligent Control.

(256603 山东滨州 滨州学院) 贾荣丛 高 坤

(250061 山东济南 山东大学) 王划一

(Binzhou University, Binzhou, Shandong 256603, China) JIA Rong-cong GAO Kun

(Shandong University, Ji nan 250061, China) WANG Hua-yi 通讯地址: (256603 山东省滨州市黄河五路 391 号滨州学院自动化系) 贾荣丛

(收稿日期: 2008.11.20)(修稿日期: 2009.02.20)