第二周作业参考答案

习题七

7-9、7-10(a)(c)、7-12(a)、7-15、7-17

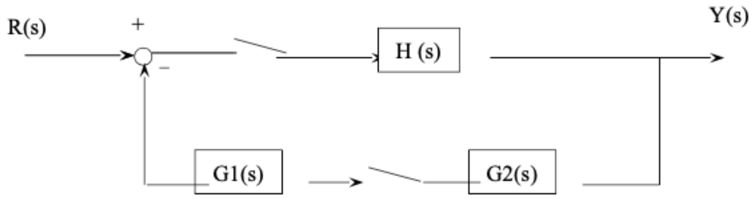
7-9 （2 分）设一离散系统脉冲传递函数为 $G(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}$ ，其中输入为单位阶跃函数，求 $y(\infty)$ 。

解：因为 $G(z)=\frac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=\frac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$ ， $U(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}$

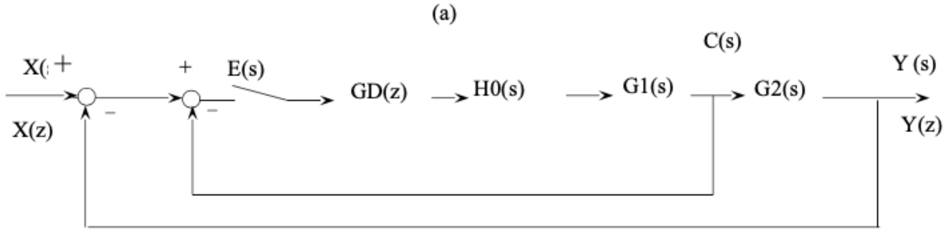
$$(1-z^{-1})Y(z)=(1-z^{-1})U(z)\frac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=(1-z^{-1})\frac{1}{1-z^{-1}}\frac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$$

极点均小于 1，故可以用终值定理： $y(\infty)=\lim_{z\to 1}(1-z^{-1})Y(z)=\frac{2}{1-1.4+0.48}=25$

7-10 求下列系统的脉冲传递函数。



(a)



(c)

图 7-53 题 7-10 的离散系统图

解：(a) 根据采样开关的位置得： $\Phi(z)=\frac{H(z)}{1+G_1(z)\cdot G_2H(z)}$

(c) $Y(z)=G_2G_1H_0(z)G_D(z)E(z)$ (1)

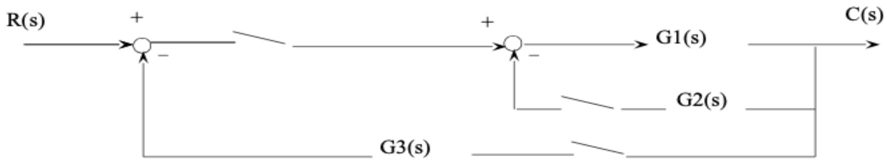
$$E(z)=X(z)-G_2G_1H_0(z)G_D(z)E(z)-G_1H_0(z)G_D(z)E(z)$$

$$E(z)=\frac{X(z)}{1+G_D(z)H_0G_1(z)+G_D(z)H_0G_1G_2(z)}$$

代入(1)式：

$$\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{G_D(z)H_0G_1G_2(z)}{1+G_D(z)H_0G_1(z)+G_D(z)H_0G_1G_2(z)}$$

7-12　试求如图 7-55 所示闭环离散系统的脉冲传递函数或输出 z 变换。



（ a ）

解：图（a）先内环，再外环。 $G(z)=\dfrac{G_1(z)}{1+G_1G_2(z)+G_1(z)\cdot G_3(z)}$

7-15　已知连续状态方程如下，采样周期为 T 秒，求其离散状态方程。

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u\ ,\qquad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x\ 。$$

解：

$$G(T)=e^{AT}=L^{-1}[(sI-A)^{-1}]_T=L^{-1}\{\begin{bmatrix}s & -1\\0 & s\end{bmatrix}^{-1}\}_T=L^{-1}[\frac{1}{s^2}\cdot\begin{bmatrix}s & 1\\0 & s\end{bmatrix}]_T=\begin{bmatrix}1 & T\\0 & 1\end{bmatrix}$$

$$H(T)=\int_0^T e^{At}\cdot B\cdot dt=\int_0^T\begin{bmatrix}1 & t\\0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}dt=\int_0^T\begin{bmatrix}t\\1\end{bmatrix}dt=\begin{bmatrix}T^2/2\\T\end{bmatrix}$$

故，所求的离散状态方程为：

$$\mathbf{x}(k+1)=\begin{bmatrix}1 & T\\0 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x}(k)+\begin{bmatrix}T^2/2\\T\end{bmatrix}\mathbf{u}(k)$$

7-17　已知离散状态方程如下，求脉冲传递函数 $G(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}$ 。

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}x(k)+\begin{bmatrix}1/2\\1\end{bmatrix}u(k)\ ,\qquad y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x(k)\ 。$$

解：

$$G(z)=C(zI-A)^{-1}\cdot B=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}z-1 & -1\\0 & z-1\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}1/2\\1\end{bmatrix}$$

$$¿\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{(z-1)^2}\begin{bmatrix}z-1 & 1\\0 & z-1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1/2\\1\end{bmatrix}=\frac{z+1}{2(z-1)^2}=\frac{z+1}{2(z^2-2z+1)}$$