第七周作业 **P.381-382 习题八：8-21; 8-24; 8-25; 8-26.**

8-21　已知某系统如图 8-18 所示，期望采用状态反馈后满足下述要求：

（1）对单位阶跃输入为零稳态偏差；

（2）闭环控制系统的主导极点为$-2\pm 3j$；

（3）系统在 A＞0 时是稳定的；

（4）附加一个串接环节 $G_c(s)$（假设 $G_c(s)=1/(s+1)$，并且第 3 个闭环极点为-25）。

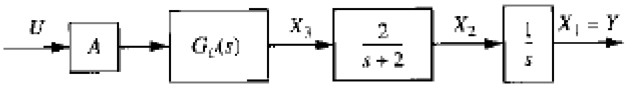

图 8-18　某系统结构图

具体要求：

（a）　画出带状态反馈的状态变量图；

（b）　如果将设计的状态反馈控制器加到系统之后，将系统等效为单回路闭环控制系统，试确定反馈回路的等效传递函数 $H_{eq}(s)$；

（c）　求出含有状态变量反馈系数的闭环传递函数 Y(s)/R(s)；

（d）　确定期望的闭环传递函数；

（e）　求出状态反馈矩阵 K；

（f）　假设如（2），试确定前向通道的等效传递函数 $G_{eq}(s)$和放大倍数 K_1；

（g）　确定系统阶跃响应的最大峰值 Mp，峰值时间 T_p 和整定时间 T_s。

8-21 参考答案：

（1）略

（2）$H_{eq}(s)=\dfrac{k_3s^2+2(k_3+k_2)s+2k_1}{2}$；

（3）略

（4）若第三个根是－25，则 $\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{2A}{(s+25)(s+2\pm j3)}=\dfrac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$；

（5）A＝162.5；$K=[1\quad 0.18\quad 0.16]$。

（7）$\boldsymbol{M}_p$=1.1255；$\boldsymbol{T_p}=1.046\boldsymbol{s}$；$\boldsymbol{T_s}=2$

解：（1）略

（2）and the forward transfer function is $G(s)=\dfrac{2AG_c(s)}{s(s+2)}=\dfrac{2A}{s(s+1)(s+2)}$

$$H_{eq}(s)=\frac{k_3s^2+2(k_3+k_2)s+2k_1}{2}$$

（3）Find Y(s)/R(s) (p=1)

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H_{eq}(s)}=\frac{2A}{s^3+(2+p+Ak_3)s^2+[2p+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}$$

$$=\frac{2A}{s^3+(3+Ak_3)s^2+[2+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}$$

For the requirement (1) it must have zero steady-state error with a step input

$$y(t)_{ss}=\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{R_0}{s}\cdot\frac{2A}{s^3+(2+p+Ak_3)s^2+[2p+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}=R_0$$

then: $y(t)_{ss}=R_0\cdot\frac{10A}{10Ak_1}=R_0$; So: $k_1=1$

(d) Determine the desired control ratio Y(s)/R(s)

Assuming the third root of the closed-loop root is s=-100.

the desired control ratio Y(s)/R(s) is

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{2A}{(s+100)(s+2\pm j3)}=\frac{2A}{s^3+104s^2+413s+1300}$$

(e) Determine the necessary values of the feedback coefficients

Equating closed-loop Y(s)/R(s) and desired control ratio Y(s)/R(s), we get

$$\begin{aligned}(3+Ak_3)&=104\\ 2+2A(k_3+k_2)&=413\\ 2Ak_1&=1300\end{aligned}\quad\Longrightarrow\quad\begin{aligned}k_3&=0.155\\ k_2&=0.161\\ A&=650\end{aligned}$$

If assuming the third root of the closed-loop root is s=-25(as the book P733), then

. the desired control ratio Y(s)/R(s) is

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{2A}{(s+25)(s+2\pm j3)}=\frac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$$

Then: $$\begin{aligned}(3+Ak_3)&=29\\ 2+2A(k_3+k_2)&=113\\ 2Ak_1&=325\end{aligned}\quad\Longrightarrow\quad 应为：\begin{aligned}k_3&=0.16\\ k_2&=0.181\\ A&=162.5\end{aligned}$$

(g) Determine $G_{eq}(s)$ and K_1.

Let:s=-25: $$\frac{Y(s)}{R(s)}=M=\frac{2A}{(s+25)(s+2\pm j3)}=\frac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$$

$$G_{eq}(s)=\frac{M}{1-M}=\frac{325}{s^3+29s^2+113s}$$ (----type 1 system)

$$K_1=\lim_{s\to 0}[sG_{eq}(s)]=\frac{325}{113}=2.876$$

(f) Determine M_p, t_p and t_s with a step input.

For dominant poles of the closed-loop control ratio -2±j3

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_d}=\frac{3.14}{3}=1.046s$$

$$\xi=\cos\eta=\cos(tg^{-1}\frac{3}{2})=0.55$$

$$M_p=1+\exp(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}})=1+\exp(-\frac{0.55\times3.14}{0.832})=1.1255$$

$$t_s=\frac{4}{|\sigma|}=\frac{4}{2}=2$$

8-24　设受控对象传递函数为$\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{2}{(s+1)(s+2)}$，试用直接法与化为能观标准型的两种方法设计全维状态观测器，将极点配置在-10，-10。

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$$

试用两种方法设计全维状态观测器，使观测器极点为：-10,-10。

解：（1）判能观性

因 $rankQ_0=2$　　系统完全可观。

下面用两种方法设计观测器。

第一种方法：直接法

（1）期望观测器的特征方程

$$\Delta^*(s)=(s+10)^2=s^2+20s+100$$

（2）闭环观测器的特征方程，此处设　$L=[l_1\quad l_2]^T$

$$\tilde{\Delta}(\boldsymbol{s})=|\boldsymbol{sI}-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})|=\begin{vmatrix}\boldsymbol{s}+2\boldsymbol{l}_1 & -1\\ 2+2\boldsymbol{l}_2 & \boldsymbol{s}+3\end{vmatrix}$$

$$=\boldsymbol{s}^2+\boldsymbol{s}(2\boldsymbol{l}_1+3)+6\boldsymbol{l}_1+2\boldsymbol{l}_2+2$$

（3）比较上两式，求 L

$$L=\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}$$

第二种方法：标准型法

（1）$\Delta(s)=|sI-A|=\begin{vmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{vmatrix}=s^2+3s+2$，$a_1=3$；$a_2=2$

能观标准形：$A_o=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & -3\end{bmatrix}$；设 $L_o=\begin{bmatrix}l_{o1}\\ l_{o2}\end{bmatrix}$

变换阵：$T^{-1}{}_o=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 2\\ 2 & 0\end{bmatrix}$；$T_o=\begin{bmatrix}6 & 2\\ 2 & 0\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 0.05\\ 0.5 & -1.5\end{bmatrix}$

（2）期望观测器的特征方程与上同

（3）闭环观测器的特征方程，此处设　L＝[l_1　l_2]^T

$$\tilde{\Delta}_o(s)=s^2+(l_{o1}+3)s+l_{o2}+2$$

（4）比较：$L_o=\begin{bmatrix}\beta_2-\alpha_2\\ \beta_1-\alpha_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}98\\ 17\end{bmatrix}$

（5）求原来的 L

$$L=T_oL_o=\begin{bmatrix}0 & 0.5\\ 0.5 & -1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}98\\ 17\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}$$

故：两种方法结果都一样

（6）写出观测器

$$\dot{\hat{x}}=(A-LC)\hat{x}+bu+Ly=\begin{bmatrix}-17 & 1\\ -49 & -3\end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}y$$

8-25　今有系统 $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\end{bmatrix}u$，$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$

请用直接法与化为能观标准形的两种方法设计全维观测器，使其极点均为-3。

第一个系统$\mathrm{L}=\begin{bmatrix}1.5\\ -1\end{bmatrix}$

解：由于是多输入系统，在设计观测器时，应化为单输出系统设计

（1）　先判系统的能观性

因为 rankQ$_O$=3；故系统完全能观

（2）　构造一单输入系统$[A\quad \tilde{C}]$,使得$\tilde{C}=w_{1\times 2}\cdot C_{2\times 3}$；$w_{1\times 2}=[w_1\quad w_2]$

且使$[A\quad \tilde{C}]$能观，即要求

$$\tilde{Q}_O=\begin{bmatrix}\tilde{C}\\ \tilde{C}A\\ \tilde{C}A^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}w_1 & w_2 & 0\\ w_1+w_2 & 0 & w_1\\ w_1+w_2 & w_1 & w_1+w_2\end{bmatrix};\ \det\tilde{Q}_O\neq 0$$

令：$w_{1\times 2}=[1\quad 0]$，即可达到目的。可见，**有无数种选择，答案非惟一。**

（3） 针对$[A \quad \tilde{C}]$设计观测器，期望的观测器特征多项式

$$\Delta^*(s)=(s+3)^3=s^3+9s^2+27s+27$$

此处设 $\tilde{L}=[l_1 \quad l_2 \quad l_3]^{\mathrm{T}}$，则

$$[A-\tilde{L}\tilde{C}]=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}l_1\\l_2\\l_3\end{bmatrix}[1 \quad 0]\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-l_1&0&1\\1-l_2&0&0\\l_3&1&0\end{bmatrix}$$

闭环观测器的特征方程

$$\tilde{\Delta}(s)=\det[sI-A+\tilde{L}\tilde{C}]=s^3+s^2(l_1-1)+sl_3+l_2-1$$

所以：

$$l_1-1=9 \qquad \text{故：}\ l_1=10$$

$$l_3=27 \qquad l_2=28$$

$$l_2-1=27 \qquad l_3=27$$

（4） 利用针对$\tilde{L}$；可以得到状态观测器的极点（—3）

希望$A-\tilde{L}_{3\times1}\tilde{C}_{1\times3}$的特征值与所要求的$A-L_{3\times2}C_{2\times3}$的特征值相同

因为 $\tilde{C}_{1\times3}=w_{1\times2}\cdot C_{2\times3}$； $L_{3\times2}C_{2\times3}=\tilde{L}_{3\times1}\times\tilde{C}_{1\times3}=\tilde{L}\cdot w\cdot C$

故，$L=\tilde{L}_{3\times1}\cdot w_{1\times2}=\begin{bmatrix}10\\28\\27\end{bmatrix}[1 \quad 0]=\begin{bmatrix}10&0\\28&0\\27&0\end{bmatrix}$

注：由于 w 不是惟一的，只要满足$[A \quad \tilde{C}]$能观即可，所以在多输出系统中，$L=\tilde{L}_{3\times1}\cdot w_{1\times2}$不是惟一的。

例：如果取 $w_{1\times2}=[1 \quad 1]$

便可求出 $\tilde{L}=[-17 \quad 9 \quad 19]^T$

$$L=\tilde{L}_{3\times1}\cdot w_{1\times2}=\begin{bmatrix}-17\\9\\19\end{bmatrix}[1 \quad 1]=\begin{bmatrix}-17&-17\\9&9\\19&19\end{bmatrix}$$

8-26 请用化为能观标准形的方法设计全维状态观测器。已知线性定常系统的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$

$$y = [1 \quad 1 \quad 0]\,\boldsymbol{x}$$

要求：设计状态观测器，使其极点为－3，－4，－5。

解答：详细过程此略。

$H_O = \begin{bmatrix} 64 & 39 & 17 \end{bmatrix}^T$；$H_P = \begin{bmatrix} 120 & -103 & 210 \end{bmatrix}^T$