1.2 将下述线性规划问题化成标准形式。

(1) $\min z = -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \leqslant 14 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \geqslant 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0, x_4 \text{ 无约束} \end{cases}$$

解. 令 $z' = -z$ $x_5, x_6, x_7, x_8 \geq 0$

则 $x_4 = x_5 - x_6$.

故标准形式 $\max z' = 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_5 + 5x_6$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 = -2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_5 - 2x_6 + x_7 = 14 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_5 + x_6 - x_8 = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8 \geq 0 \end{cases}$$

1.3 对下述线性规划问题找出所有基本解，指出哪些是基本可行解，并确定最优解。

(2) $\min z = 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 4) \end{cases}$$

解: 标准形式 $\max -z = -5x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, \cdots, 4) \end{cases}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	$-z$	基可行解
O	0	0	1	1	-5	Y
A	$-\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{11}{6}$	/	N
B	-4	$\frac{11}{2}$	0	0	/	N
C	0	$\frac{1}{2}$	2	0	-5	Y
D	0	$-\frac{1}{2}$	0	2	/	N
E	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{11}{5}$	0	$-\frac{43}{5}$	Y

故基本可行解为 $(0,0,1,1)$、$(0,\frac{1}{2},2,0)$、$(\frac{2}{5},0,\frac{11}{5},0)$

最优解为 $(0,0,1,1)$ 或 $(0,\frac{1}{2},2,0)$