$$\max f(\boldsymbol{x}) = x_1$$

$$\text{s.t.}\quad x_2 - 2 + (x_1 - 1)^3 \le 0$$

$$(x_1 - 1)^3 - x_2 + 2 \le 0$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

（1） 用图解法求上述问题的极大点 $\boldsymbol{x}^*$；

（2） 检验 $\boldsymbol{x}^*$是否满足 KKT 条件和 Fritz John 条件。

$$\min f(x) = -x_1$$

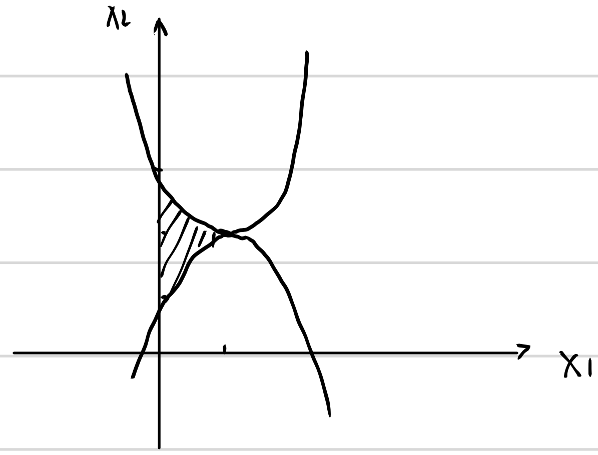
$$\text{s.t.}\quad 2 - x_2 - (x_1-1)^3 \geq 0$$

$$x_2 - 2 - (x_1-1)^3 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

解:(1)



由图解法得 $x^* = [1\ \ 2]^T$

(2) $\nabla f(x^*) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad \nabla g_1(x^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ $\quad \nabla g_2(x^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

KKT条件

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \mu_1^* \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} - \mu_2^* \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \\ \mu_1^*, \mu_2^* \geq 0 \end{cases}$$

即 $\begin{bmatrix} -1 \\ \mu_1^* - \mu_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 无解

Fritz John 条件

$$\begin{cases} \mu_0^* \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \mu_1^* \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} - \mu_2^* \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \\ \mu_0^*, \mu_1^*, \mu_2^* \geq 0 \\ \sum_{j=0}^{2} \mu_2^* \neq 0 \end{cases}$$

存在 $\begin{cases} \mu_0^* = 0 \\ \mu_1^* = 1 \\ \mu_2^* = 1 \end{cases}$

故满足 Fritz John条件