Teoría de Lenguajes

Práctica 0
(Preliminares)

1. Sea $\Sigma = \{a, b\}$ un alfabeto.
   Hallar $\Sigma^0, \Sigma^1, \Sigma^2, \Sigma^*, \Sigma^+, |\Sigma|, |\Sigma^0|$

   ($|A|$ indica cantidad de elementos de A)

2. Sea $x = abb$ una cadena.
   Calcular $x^0, x^1, x^2, x^3, \Pi_{k=0\ldots3}X^k = x^0.x^1.x^2.x^3, x^r$

   (x^r indica la reversa de x)

3. Decidir si dado $\Sigma = \{a, b\}$ vale :
   $\lambda \in \Sigma, \lambda \subseteq \Sigma, \lambda \in \Sigma^+, \lambda \in \Sigma^*, \Sigma^0 = \{\lambda\}, \Sigma^0 = \lambda$

4. Sean las cadenas: $x = abb$ e $y = acb$. Utilizando la operación de concatenación de cadenas, calcular:
   $xy, (xy)^r, y^r, y^r x^r, \lambda x, \lambda y, x\lambda y, x^2\lambda^3y^2$

5. Dados $\Sigma = \{a, b\}, A = \{a, c\}$, calcular
   $\Sigma \cup A, \Sigma \cap A, \Sigma.A, \Sigma.A^+, \Sigma^+.A, (\Sigma.A)^+, (\Sigma.A)^*, \Sigma^*.A^*, \Sigma.\Lambda.A$

   ($\Lambda = \{\lambda\}$)

6. Sea $V = \{a, b\}, W = \{a, c\}$, decidir si valen:

   a) $(a, a) \in V \times W$
   b) $(a, b, a) \in V \times W \times V$
   c) $(a, a, a) \in V \times W \times W$
   d) $(a, a, \lambda) \in V \times W \times (W \cup \Lambda)$
   e) $(a, \lambda) \in V \times W$
   f) $(a, \lambda) \in V \times (W \cup \Lambda)$
   g) $(a, \lambda, \lambda) \in V \times (W \cup \Lambda) \times (W \cup \Lambda)$
   h) $(a, c, \lambda) \in V \times W \times W^*$

7. Dar ejemplos de cadenas que pertenezcan a los siguientes lenguajes:

   a) $L = \{a^k b^k \mid k \geq 0\}$

b) $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$

c) $L = \{a^k b^j \mid k \geq 0 \land j \geq 1\}$

d) $L = \{a^k b^j \mid k \geq 1 \land j \geq 0\}$

e) $L = \{a^n (ac)^p (bab)^q \mid n \geq 0, q = p + 2, p \geq 1\}$

f) $L = \{a, b\}^3 \cup \Lambda$

g) $L = \{x x^r \mid x \in \{a, b\}^+\}$

h) $L = \{z \in \{a, b\}^+ \mid z = z^r\}$

8. Definir por comprensión los siguientes lenguajes:

$L_1 = \{ab, aabb, aaabbb, \ldots\}$
$L_2 = \{aab, aaaabb, aaaaaabbb, \ldots\}$
$L_3 = \{aaabccc, aaaabcccc, aaaaabccccc, \ldots\}$

(donde el "crecimiento" en la cantidad de cada símbolo es lineal en cada caso)

9. Demostrar que:

a) $|a.(a.\alpha)| = 2 + |\alpha| \qquad \Sigma = \{a\}, \alpha \in \Sigma^*$

b) $|x^r| = |x| \qquad x \in \Sigma^*$

c) $|x.x| = 2|x| \qquad x \in \Sigma^*$

d) $(\alpha.\beta)^r = (\beta^r.\alpha^r) \qquad \alpha, \beta \in \Sigma^*$

e) $(\alpha^r)^r = \alpha \qquad \alpha \in \Sigma^*$

f) $(\alpha^r)^n = (\alpha^n)^r \qquad \alpha \in \Sigma^*$

$|\alpha|$: longitud de la cadena α.

10. Siendo
$S(L)$: subcadenas del lenguaje L
$I(L)$: subcadenas iniciales del lenguaje L
$F(L)$: subcadenas finales del lenguaje L

Demostrar que, si A es un lenguaje,

a) $F(F(A)) = F(A)$

b) $S(S(A)) = S(A)$

c) $F(AB) = F(B) \cup F(A)B$

d) $I(A \cup B) = I(A) \cup I(B)$

e) $F(A \cup B) = F(A) \cup F(B)$

f) $I(S(A)) = S(I(A)) = F(S(A)) = S(F(A)) = S(A)$