Teoría de Lenguajes

Práctica 2
(Expresiones regulares)

1. Dar expresiones regulares para los lenguajes de los ejercicios 1 a 3 de la práctica 1.

2. Calcular las siguientes derivadas:

   a) $\partial_1(10^*1)$
   b) $\partial_\lambda(10^*1)$
   c) $\partial_0(10^*1)$
   d) $\partial_a(ab^*|ac|c^+)$
   e) $\partial_a(a^+ba)$
   f) $\partial_a(a^*ba)$
   g) $\partial_{01}(0(1|\lambda)|1^+)$

3. Pasar las siguientes expresiones regulares a autómatas finitos (mediante el método de las derivadas)

   a) $(0|1)^*01$
   b) $(a(b|\lambda)|b^+)$

4. Pasar del autómata finito a la expresión regular los siguientes autómatas (mediante el método de las ecuaciones):

   a) $A = \langle Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1, F_1\rangle$, donde:
   $Q_1 = \{0, 1\}, \Sigma_1 = \{a, b\}, q_1 = 0, F_1 = \{1\}$,

   $$\delta_1 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

   b) $A = \langle Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2, F_2\rangle$, donde:
   $Q_2 = \{1, 2, 3\}, \Sigma_2 = \{a, b\}, q_2 = 1, F_2 = \{2\}$,

   $$\delta_2 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{array}$$

c) El autómata no determinístico $A = \langle Q_3, \Sigma_3, \delta_3, q_3, F_3 \rangle$, donde:
$Q_3 = \{0,1,2,3\}, \Sigma_3 = \{a,b\}, q_3 = 0, F_3 = \{2\}$,

$$\delta_3 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 0 & 1 & - \\ 1 & 1,2 & - \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3,0 \end{array}$$

5. Demostrar las siguientes identidades. R y S son conjuntos regulares.

    a) $(R^*|R) = R^*$
    b) $R.R^* = R^*.R$
    c) $R.R^*.R = R.R.R^*$
    d) $(R^*)^* = R^*$
    e) $R(S.R)^* = (R.S)^*.R$

6. Dar ejemplos de conjuntos regulares que demuestren las siguientes desigualdades (es decir, que no valen las igualdades en general):

    a) $R|\lambda \neq R$
    b) $R.S \neq S.R$
    c) $R.R \neq R$
    d) $R|(S.T) \neq (R|S).(R|T)$

7. Las siguientes igualdades no son válidas en general. Encontrar ejemplos de conjuntos regulares para los cuales sean válidas. Buscar condiciones bajo las cuales sean válidas.

    a) $R|\lambda = R$
    b) $R.S = S.R$ (aun si $R \neq S$)
    c) $R.R = R$
    d) $R|(S.T) = (R|S).(R|T)$
    e) $R|S = R.S$

8. Dado el AFD $M = \langle \{0,1,2,3\}, \{a,b,c\}, \delta, 0, \{2,3\} \rangle$, donde:

$$\delta = \begin{array}{c|c|c|c} & a & b & c \\ \hline 0 & 1 & 3 & - \\ 1 & - & - & 2 \\ 2 & - & 1 & - \\ 3 & 3 & - & 1 \end{array}$$

    Se pide una expresión regular que denote el lenguaje $(I(L))^*$

9. Para el AF $A = \langle \{0,1,2\}, \{a,b,c\}, \delta, 0, \{2\} \rangle$, donde

$$\delta = \begin{array}{c|c|c|c} & a & b & c \\ \hline 0 & 0,1 & - & - \\ 1 & 2 & - & - \\ 2 & - & 2 & - \end{array}$$

Sea $L = L(A)$. Encontrar una expresión regular que denote el lenguaje $(L^c)^3$ (donde L^c es el complemento de L).

10. Dar un método que, dada una expresión regular E, permita obtener una expresión regular para las cadenas iniciales de $L(E)$. Es decir, obtener E' tal que:
$$L(E') = I(L(E)) = \{\alpha \mid \exists\beta(\alpha\beta \in L(E)\}$$
El método se puede definir por inducción sobre la estructura de E.

    Aplicar el método propuesto para obtener una expresión regular para $I(L((aa|bb)^*))$

11. Obtener una gramática regular que genere el lenguaje denotado por la expresión $(010|11(0|11)^*)^+$