# Teoría de Lenguajes

## Práctica 1
## (Autómatas finitos y gramáticas regulares)

1. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes:
   *a*) Cadenas sobre $\Sigma = \{0\}$ de longitud par.
   *b*) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ con cantidad par de ceros.
   *c*) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ con cantidad par de ceros y cantidad impar de unos.
   *d*) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que, interpretadas como un número binario, sean congruentes a cero módulo 5.
2. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{0, 1\}$:
   *a*) Cadenas que comiencen con 010.
   *b*) Cadenas que terminen con 010.
   *c*) Cadenas que contengan la subcadena 000.
   *d*) Cadenas que no contengan la subcadena 000.
   *e*) Cadenas que contengan la subcadena 000 exactamente una vez. (la cadena 0000 no pertenece a este lenguaje).
   *f*) Cadenas que no contengan la subcadena 000 ni la 010.
3. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes:
   *a*) Identificadores de cualquier longitud que comiencen con una letra o guión y contengan letras, dígitos o guiones.
   *b*) Constantes enteras con signo.
   *c*) Constantes enteras con signo opcional.
   *d*) Constantes reales con signo. Ejemplos: +123.456, -55.0, +00.430
   *e*) Constantes reales con signo opcional y partes enteras y fraccionarias opcionales. Ejemplos: los anteriores más 123.456, -55., +.43
   *f*) Constantes reales con notación exponencial opcional. Ejemplos: los anteriores más -55.E5, +.43E-6
4. Dado un autómata finito para $L$, indicar cómo construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes. Indicar en cada caso si es necesario que el autómata de entrada sea determinístico o no, y de qué tipo es el autómata resultante:

*a*) Complemento de $L$

*b*) Reversa de $L$

*c*) Cadenas iniciales de $L$: $I(L) = \{\alpha \mid \exists\beta(\alpha\beta \in L)\}$

*d*) Cadenas finales de $L$: $F(L) = \{\alpha \mid \exists\gamma(\gamma\alpha \in L)\}$

*e*) Subcadenas de $L$: $S(L) = \{\alpha \mid \exists\beta\exists\gamma(\gamma\alpha\beta \in L)\}$

*f*) Cadenas maximales de $L$: $\text{máx}(L) = \{\omega \in L \mid \forall\alpha \in \Sigma^+ : \ \omega\alpha \notin L\}$

*g*) Cadenas minimales de $L$:
$\text{mín}(L) = \{\omega \in L \mid$ ningún prefijo propio de $\omega$ pertenece a $L\}$
Es decir, $\text{mín}(L) = \{\omega \in L \mid \neg\exists\alpha\exists\beta(\alpha\beta = \omega \wedge \beta \neq \lambda \wedge \alpha \in L)\}$.

*h*) $L_T = \{\omega \in \Sigma^* \mid \exists\alpha \in L\ \exists\beta \in \Sigma^*\ \omega = \alpha\beta\} = L.\Sigma^*$

5. Dados autómatas finitos para $L_1$ y $L_2$ indicar cómo construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes, con las mismas consideraciones que en el ejercicio anterior:

    *a*) $L_1 \cup L_2$

    *b*) $L_1 \cap L_2$

    *c*) $L_1.L_2$

    *d*) $L_1 \setminus L_2$

6. Demostrar que para todo autómata finito determínistico su relación de transición $\vdash$ cumple:

    *a*) Determinismo:
    $((q,\alpha)\vdash^*(r,\lambda) \ \wedge \ (q,\alpha)\vdash^*(s,\lambda)) \Longrightarrow r = s$

    *b*) Concatenación:
    $((q,\alpha)\vdash^*(q_1,\lambda) \ \wedge \ (q_1,\beta)\vdash^*(r,\lambda)) \Longrightarrow (q,\alpha\beta)\vdash^*(r,\lambda)$

    *c*) Siempre toma un estado:
    $(q,\alpha\beta)\vdash^*(r,\lambda) \Longrightarrow \exists\ q_1((q,\alpha)\vdash^*(q_1,\lambda) \ \wedge \ (q_1,\beta)\vdash^*(r,\lambda))$

    *d*) Linealidad:
    $(q,\alpha)\vdash^n(r,\lambda) \Longleftrightarrow |\alpha| = n$

    *e*) Invariancia:
    $(q,\alpha)\vdash^*(q,\lambda) \Longrightarrow \forall i \in \mathbf{N}(q,\alpha^i)\vdash^*(q,\lambda)$

7. Construir un autómata finito determinístico para el lenguaje
$\{a^k \mid k = 2i + 3j \wedge 0 \leq i \wedge 0 \leq j\}$

8. Dar un autómata finito determinístico que acepte todas las cadenas sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$ que cumplan simultáneamente las siguientes reglas:

    *a*) Cada $a$ debe estar seguida inmediatamente de una $b$.

    *b*) La cantidad de $b$ debe ser par.

    *c*) La cadena no debe terminar en $c$.

9. Decimos que una subcadena de otra cadena es un grupo de repetición (o meseta) si todos sus símbolos son iguales y ninguno de los símbolos adyacentes a ella coincide con los que la forman. Por ejemplo, en la palabra *aaabbbbaaa* hay tres grupos de repetición (*aaa*, *bbbb* y *aaa*).
   Se considera el lenguaje $L$ sobre el alfabeto $\{a, b\}$ formado por las cadenas en las que, si existen grupos de repetición, su longitud es alternativamente par e impar. Esto es, la palabra *aabbbaaaab* pertenece al lenguaje $L$, ya que esta formada por cuatro grupos de repetición de longitud 2, 3, 4 y 1, mientras que la palabra *bbaa* no pertenece, al estar formada por dos grupos de repetición de longitud 2 y 2.
   Se pide dar un autómata finito que acepte $L$.

10. Demostrar que los lenguajes generados por gramáticas cuyas producciones son de las siguientes formas:

    $A \to aB$
    $A \to a$
    $S \to \lambda$
    (donde $S, A, B \in V_N, a \in V_T$, y $S$ es el símbolo inicial)

    son los mismos que los que pueden ser generados por gramáticas cuyas producciones son de las formas:

    $A \to \omega B$
    $A \to \omega$
    (donde $A, B \in V_N$ y $\omega \in V_T^*$)

11. Dar gramáticas regulares para los lenguajes de los ejercicios 1 a 3.