

Machete: Tipos y Términos

Las **expresiones de tipos** (o simplemente **tipos**) son

$$\sigma ::= \text{Bool} \mid \text{Nat} \mid \sigma \rightarrow \rho$$

Sea \mathcal{X} un conjunto infinito enumerable de variables y $x \in \mathcal{X}$. Los **términos** están dados por

$$\begin{aligned} M ::= & x \\ & | \text{true} \\ & | \text{false} \\ & | \text{if } M \text{ then } M \text{ else } M \\ & | \lambda x : \sigma. M \\ & | M M \\ & | 0 \\ & | \text{succ}(M) \\ & | \text{pred}(M) \\ & | \text{iszero}(M) \end{aligned}$$

Machete: Axiomas y reglas de tipado

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{true} : \text{Bool}} \text{(T-TRUE)}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{false} : \text{Bool}} \text{(T-FALSE)}$$

$$\frac{x : \sigma \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \sigma} \text{(T-VAR)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash P : \sigma \quad \Gamma \vdash Q : \sigma}{\Gamma \vdash \text{if } M \text{ then } P \text{ else } Q : \sigma} \text{(T-IF)}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma. M : \sigma \rightarrow \tau} \text{(T-ABS)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash MN : \tau} \text{(T-APP)}$$

Machete: Axiomas y reglas de tipado

$$\begin{array}{c} \frac{}{\Gamma \vdash 0 : \text{Nat}} \text{(T-ZERO)} \\[1em] \frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{succ}(M) : \text{Nat}} \text{(T-SUCC)} \qquad \frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{pred}(M) : \text{Nat}} \text{(T-PRED)} \\[1em] \frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{iszero}(M) : \text{Bool}} \text{(T-ISZERO)} \end{array}$$

$V ::= \text{true} \mid \text{false} \mid \lambda x : \sigma. M \mid \underline{n}$
donde \underline{n} abrevia $\text{succ}^n(0)$.

Reglas de Evaluación en un paso

$$\frac{M_1 \rightarrow M'_1}{M_1 M_2 \rightarrow M'_1 M_2} \text{ (E-APP1 o } \mu \text{)}$$

$$\frac{M_2 \rightarrow M'_2}{V_1 M_2 \rightarrow V_1 M'_2} \text{ (E-APP2 o } \nu \text{)}$$

$$\frac{}{(\lambda x : \sigma. M) V \rightarrow M\{x \leftarrow V\}} \text{ (E-APPABS o } \beta \text{)}$$

$V ::= \text{true} \mid \text{false} \mid \lambda x : \sigma. M \mid \underline{n}$
donde \underline{n} abrevia $\text{succ}^n(0)$.

Reglas de Evaluación en un paso

$$\frac{}{\text{if } \text{true} \text{ then } M_2 \text{ else } M_3 \rightarrow M_2} \text{ (E-IFTRUE)}$$
$$\frac{}{\text{if } \text{false} \text{ then } M_2 \text{ else } M_3 \rightarrow M_3} \text{ (E-IFFALSE)}$$
$$\frac{M_1 \rightarrow M'_1}{\text{if } M_1 \text{ then } M_2 \text{ else } M_3 \rightarrow \text{if } M'_1 \text{ then } M_2 \text{ else } M_3} \text{ (E-IF)}$$

Machete: Semántica operacional

Reglas de Evaluación en un paso

$$\frac{M_1 \rightarrow M'_1}{\text{succ}(M_1) \rightarrow \text{succ}(M'_1)} \text{ (E-SUCC)}$$

$$\frac{}{\text{pred}(0) \rightarrow 0} \text{ (E-PREDZERO)}$$

$$\frac{}{\text{pred}(\text{succ}(\underline{n})) \rightarrow \underline{n}} \text{ (E-PREDSUCC)}$$

$$\frac{M_1 \rightarrow M'_1}{\text{pred}(M_1) \rightarrow \text{pred}(M'_1)} \text{ (E-PRED)}$$

$$\frac{}{\text{iszero}(0) \rightarrow \text{true}} \text{ (E-ISZEROZERO)}$$

$$\frac{}{\text{iszero}(\text{succ}(\underline{n})) \rightarrow \text{false}} \text{ (E-ISZEROSUCC)}$$

$$\frac{M_1 \rightarrow M'_1}{\text{iszero}(M_1) \rightarrow \text{iszero}(M'_1)} \text{ (E-ISZERO)}$$