Teoría de Lenguajes

Clase Teórica 1

Gramáticas y Jerarquía de Chomsky

Primer cuartimestre 2016

Material compilado por Julio Jacobo a lo largo de distintas ediciones de la materia Teoría de Lenguajes en el Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, y recientemente revisado por Verónica Becher.

Bibliografía:

Capítulo 1. *An Introduction to Formal Language Theory*, Michael Harrison, Addison Wesley, 1978.
Capítulo 1, *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*, J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman, Second Edition, Addison Wesley, 2001.

Capítulo 1, *The Theory of Parsing, Translating and Compiling, Volume 1: Parsing*, Aho, J. Ullman, Prentice-Hall, 1971.

Alfabeto

Es un conjunto finito, no vacío, de elementos o caracteres.

Alfabeto

Es un conjunto finito, no vacío, de elementos o caracteres.

Cadena

Es una secuencia finita de elementos (cero o más) de un alfabeto.

Alfabeto

Es un conjunto finito, no vacío, de elementos o caracteres.

Cadena

Es una secuencia finita de elementos (cero o más) de un alfabeto.

Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, j, r\}$, tenemos como cadenas posibles: aaj, rja, $raja$, $jarra$, etc.

Alfabeto

Es un conjunto finito, no vacío, de elementos o caracteres.

Cadena

Es una secuencia finita de elementos (cero o más) de un alfabeto.

Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, j, r\}$, tenemos como cadenas posibles: aaj, rja, $raja$, $jarra$, etc.

Cadena nula λ

No tiene símbolos.

Lenguaje sobre un alfabeto Σ:

conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ.

Lenguaje sobre un alfabeto Σ:

conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ.

Ejemplo:

Lenguaje sobre un alfabeto Σ:

conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ.

Ejemplo:

- ϕ es un lenguaje

Lenguaje sobre un alfabeto Σ:

conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ.

Ejemplo:

- ϕ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje (notar que es distinto de ϕ)

Lenguaje sobre un alfabeto Σ:

conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ.

Ejemplo:

- ϕ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje (notar que es distinto de ϕ)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre Σ.

Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto Σ y una cadena sobre dicho alfabeto

Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto Σ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \, .$$

Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto Σ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \rightarrow \{\text{cadenas sobre } \Sigma\}.$$

Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto Σ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} .$$

Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

Cadena nula λ

Es el neutro de la concatenación:

Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto Σ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} .$$

Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

Cadena nula λ

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma,\ a \circ \lambda = a$$

Concatenación de cadenas

Definimos la operación de concatenación de dos cadenas $\circ$. Supongamos cadenas x, y donde x tiene n símbolos $a_1 a_2 \ldots a_n$. Entonces,.

$$x \circ y = x_1 \circ (x_2 \circ \ldots (x_n \circ y) \ldots)$$

Para facilitar la notación, en adelante no escribiremos el símbolo $\circ$.

Concatenación de cadenas

Definimos la operación de concatenación de dos cadenas $\circ$. Supongamos cadenas x, y donde x tiene n símbolos $a_1 a_2 \dots a_n$. Entonces,.

$$x \circ y = x_1 \circ (x_2 \circ \dots (x_n \circ y) \dots)$$

Para facilitar la notación, en adelante no escribiremos el símbolo $\circ$.

Concatenación de lenguajes

Sea L_1 un lenguaje definido sobre el alfabeto Σ_1, y sea L_2 un lenguaje definido sobre el alfabeto Σ_2.

Concatenación de cadenas

Definimos la operación de concatenación de dos cadenas $\circ$. Supongamos cadenas x, y donde x tiene n símbolos $a_1 a_2 \ldots a_n$. Entonces,.

$$x \circ y = x_1 \circ (x_2 \circ \ldots (x_n \circ y) \ldots)$$

Para facilitar la notación, en adelante no escribiremos el símbolo $\circ$.

Concatenación de lenguajes

Sea L_1 un lenguaje definido sobre el alfabeto Σ_1, y sea L_2 un lenguaje definido sobre el alfabeto Σ_2. Definimos la concatenacion de L_1 y L_2 como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \land y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

Clausura de Kleene de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^*

Clausura de Kleene de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^*

- $\lambda \in \Sigma^*$

Clausura de Kleene de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^*

- $\lambda \in \Sigma^*$
- Si $(a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*)$ entonces $a\alpha \in \Sigma^*$

Clausura de Kleene de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^*

- $\lambda \in \Sigma^*$
- Si $(a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*)$ entonces $a\alpha \in \Sigma^*$

Clausura positiva de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^+

Si $(a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*)$ entonces $a\alpha \in \Sigma^+$.

Clausura de Kleene de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^*

- $\lambda \in \Sigma^*$
- Si $(a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*)$ entonces $a\alpha \in \Sigma^*$

Clausura positiva de un alfabeto Σ: el lenguaje Σ^+

Si $(a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*)$ entonces $a\alpha \in \Sigma^+$.

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, j, r\}$, entonces $arj \in \Sigma^*$ porque $j\lambda = j \in \Sigma^*$, $rj = rj \in \Sigma^*$, y $arj = arj \in \Sigma^*$.

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup\limits_{n \geq 0} L^n$.

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

Clausura positiva de un lenguaje L: el lenguaje L^+

Se define por:

- $L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n$.

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup\limits_{n \geq 0} L^n$.

Clausura positiva de un lenguaje L: el lenguaje L^+

Se define por:

- $L^+ = \bigcup\limits_{n \geq 1} L^n$.

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.

Clausura de Kleene de un lenguaje L: el lenguaje L^*

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

Clausura positiva de un lenguaje L: el lenguaje L^+

Se define por:

- $L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n$.

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
Y si L es un lenguaje definido sobre Σ, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

Relaciones

Definición.

Dados los conjuntos A y B, se llama **relación** de A **en** B a cualquier subconjunto de $A \times B$.

Notación

.

Relaciones

Definición.

Dados los conjuntos A y B, se llama **relación** de A **en** B a cualquier subconjunto de $A \times B$.

Notación

- Si R es una relación de A en B, o sea, $R \subset A \times B$, podemos escribir $R : A \to B$.

Relaciones

Definición.

Dados los conjuntos A y B, se llama **relación** de A **en** B a cualquier subconjunto de $A \times B$.

Notación

- Si R es una relación de A en B, o sea, $R \subset A \times B$, podemos escribir $R : A \to B$.
- Si $B = A$ se dice que R es una relación sobre A.

Relaciones

Definición.

Dados los conjuntos A y B, se llama **relación** de A **en** B a cualquier subconjunto de $A \times B$.

Notación

- Si R es una relación de A en B, o sea, $R \subset A \times B$, podemos escribir $R : A \to B$.
- Si $B = A$ se dice que R es una relación sobre A.
- $a\,R\,b$ denota que el par (a, b) pertenece a la relación R, esto es, $(a, b) \in R$.

Propiedades de una relación R sobre A

Propiedades de una relación R sobre A

Reflexividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es reflexiva cuando todo elemento de A está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

Propiedades de una relación R sobre A

Reflexividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es reflexiva cuando todo elemento de A está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,$$

Propiedades de una relación R sobre A

Reflexividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es reflexiva cuando todo elemento de A está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,\ (a, a) \in R.$$

Propiedades de una relación R sobre A

Reflexividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es reflexiva cuando todo elemento de A está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,\ (a, a) \in R.$$

Ejemplo

R: "$\leq$"sobre $\mathbb{N}$.

Simetría

Una relación $R \subseteq A \times A$ es simétrica cuando el hecho de que el par (a, b) pertenece a la relación R implica que el par (b, a) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

Simetría

Una relación $R \subseteq A \times A$ es simétrica cuando el hecho de que el par (a, b) pertenece a la relación R implica que el par (b, a) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A,$$

Simetría

Una relación $R \subseteq A \times A$ es simétrica cuando el hecho de que el par (a, b) pertenece a la relación R implica que el par (b, a) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A, \Big((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R \Big).$$

Simetría

Una relación $R \subseteq A \times A$ es simétrica cuando el hecho de que el par (a, b) pertenece a la relación R implica que el par (b, a) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A, \Big(\ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R \Big).$$

Ejemplo

R: "$\neq$"sobre $\mathbb{N}$.

Transitividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares (a, b) y (b, c) pertenecen a la relación R implica que el par (a, c) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A, \Big((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R \Big).$$

Transitividad

Una relación $R \subseteq A \times A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares (a, b) y (b, c) pertenecen a la relación R implica que el par (a, c) también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A, \Big((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R \Big).$$

Ejemplo

R: "a paralela a b", en el conjunto de rectas del plano.

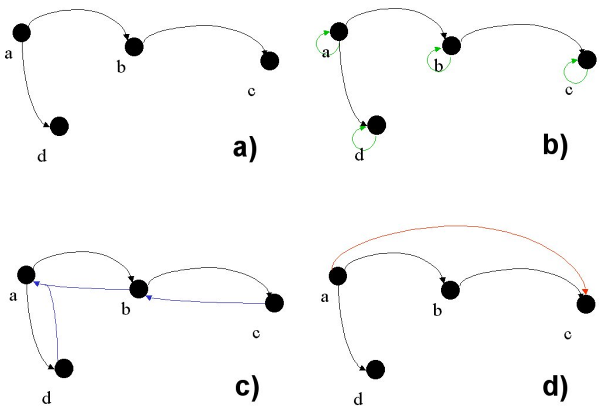
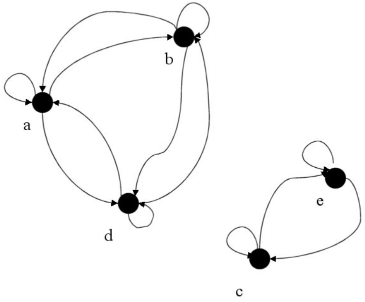
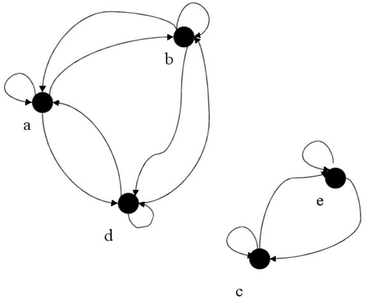


Figura: a) relación $R = \{(a,b), (a,d), (b,c)\}$, b) clausura reflexiva, c) clausura simétrica, d) clausura transitiva.


b
a
d
e
c

Relación de equivalencia

Una relación es de equivalencia, cuando es reflexiva, simétrica y transitiva.

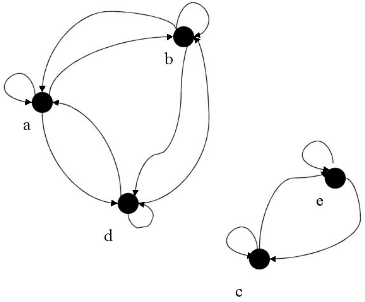


Relación de equivalencia

Una relación es de equivalencia, cuando es reflexiva, simétrica y transitiva.

Propiedad:

Una relación de equivalencia sobre un conjunto A particiona al mismo en subconjuntos disjuntos a los cuales se los llama **clases de equivalencia**.



Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \left\{ (a, c) \, , a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc \right\} .$$

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c)\, , a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}\, .$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Propiedad:

La relación de identidad es el elemento neutro de la composición.

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Propiedad:

La relación de identidad es el elemento neutro de la composición. Dada una relación $R \subseteq A \times B$ es cierto que

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Propiedad:

La relación de identidad es el elemento neutro de la composición. Dada una relación $R \subseteq A \times B$ es cierto que

$$id_B \circ R$$

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Propiedad:

La relación de identidad es el elemento neutro de la composición. Dada una relación $R \subseteq A \times B$ es cierto que

$$id_B \circ R = R \circ id_A$$

Composición de relaciones:

Sean A, B y C tres conjuntos, y sean R y G dos relaciones tales que $R \subseteq A \times B$ y $G \subseteq B \times C$. La relación de composición $G \circ R \subseteq A \times C$ se define como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$

Relación de identidad:

Una relación R definida sobre A es de identidad (id_A) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \text{ si y solo si } a = b.$$

Propiedad:

La relación de identidad es el elemento neutro de la composición. Dada una relación $R \subseteq A \times B$ es cierto que

$$id_B \circ R = R \circ id_A = R$$

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

$$R^n = \left\{ \right.$$

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ & \end{cases}$$

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Relación potencia:

Dada una relación $R \subseteq A \times A$, y dado n se define $R^n \subseteq A \times A$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Aclaración:

Notar que R^n es una relación (o sea, un conjunto de pares), cualquiera sea el valor de n.

Clausura transitiva

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A,

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$
2. R^+ es transitiva

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$
2. R^+ es transitiva
3. para toda relación G sobre A

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$
2. R^+ es transitiva
3. para toda relación G sobre A

si $R \subseteq G$

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$
2. R^+ es transitiva
3. para toda relación G sobre A

   si $R \subseteq G \wedge G\ transitiva$

Clausura transitiva

Dada una relación R sobre A, se define clausura transitiva R^+ como:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k,$$

Propiedades:

Una clausura transitiva cumple que

1. $R \subseteq R^+$
2. R^+ es transitiva
3. para toda relación G sobre A

$$\text{si } R \subseteq G \wedge G\ transitiva \text{ entonces } R^+ \subseteq G.$$

Demostración: R^+ es transitiva

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.
Análogamente, como bR^+c entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$. Por lo tanto bR^mc.

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.
Análogamente, como bR^+c entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$. Por lo tanto bR^mc. Concluimos que $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que aR^+c.

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.
Análogamente, como bR^+c entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$. Por lo tanto bR^mc. Concluimos que $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que aR^+c.

Demostración: Si $R \subseteq G \wedge G\ transitiva$ entonces $R^+ \subseteq G$

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.
Análogamente, como bR^+c entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$. Por lo tanto bR^mc. Concluimos que $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que aR^+c.

Demostración: Si $R \subseteq G \wedge G\ transitiva$ entonces $R^+ \subseteq G$

si aR^+b entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.

Demostración: R^+ es transitiva

Queremos probar que si aR^+b y bR^+c enonces aR^+c.
Si aR^+b, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$. Por lo tanto, aR^nb.
Análogamente, como bR^+c entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$. Por lo tanto bR^mc. Concluimos que $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que aR^+c.

Demostración: Si $R \subseteq G \wedge G\ transitiva$ entonces $R^+ \subseteq G$

si aR^+b entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como G es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que c_1Gc_n, o sea aGb.

Clausura transitiva reflexiva: R^*

Clausura transitiva reflexiva: R^*

$$R^*$$

Clausura transitiva reflexiva: R^*

$$R^* = R^+ \cup id$$

Clausura transitiva reflexiva: R^*

$$R^* = R^+ \cup id = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

Gramáticas

Definición

Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$ donde

- V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (también, variables o categorías sintácticas)
- V_T es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era Σ en los ejemplos anteriores)
- P es el conjunto de ''producciones'', que es un conjunto finito de

$$(V_N \cup V_T)^* \, V_N \, (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^* \, ,$$

  estas producciones son entonces pares ordenados (α, β), que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de V_N.

Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- S es una forma sentencial de G.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de G, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de G.

Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- S es una forma sentencial de G.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de G, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de G.

Derivación directa en G

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$,

Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- S es una forma sentencial de G.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de G, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de G.

Derivación directa en G

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma.$$

Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- S es una forma sentencial de G.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de G, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de G.

Derivación directa en G

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma.$$

Entonces, $\underset{G}{\to}$ es una relación sobre $(V_N \cup V_T)^*$, es decir,

$$\underset{G}{\to} \subseteq (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*.$$

Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- S es una forma sentencial de G.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de G, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de G.

Derivación directa en G

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma.$$

Entonces, $\underset{G}{\to}$ es una relación sobre $(V_N \cup V_T)^*$, es decir,

$$\underset{G}{\to} \subseteq (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^* .$$

Podemos componer la relación $\underset{G}{\to}$ consigo misma, 0 o más veces...

Clausura de Kleene de la relación de derivación $\underset{G}{\rightarrow}$

$$\left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^0 = id_{(V_N \cup V_T)^*}$$

$$\text{Si } n > 0, \left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^k = \left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^{k-1} \circ \underset{G}{\rightarrow}$$

$$\left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} \left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^k$$

$$\left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^* = \left(\underset{G}{\rightarrow}\right)^+ \cup id_{(V_n \cup V_T)^*}$$

Definición

Denotaremos con $\overset{k}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a la potencia k de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

Definición

Denotaremos con $\overset{k}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a la potencia k de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

Definición

Denotaremos con $\overset{+}{\underset{G}{\rightarrow}}$ y con $\overset{*}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\underset{G}{\rightarrow}$ respectivamente.

Definición

Denotaremos con $\overset{k}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a la potencia k de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

Definición

Denotaremos con $\overset{+}{\underset{G}{\rightarrow}}$ y con $\overset{*}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\underset{G}{\rightarrow}$ respectivamente.

Definición

Lenguaje generado por una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$, el cual se denotará como $\mathcal{L}(G)$,

$$\mathcal{L}(G) = \left\{ \alpha \in V_T^* : S \overset{+}{\underset{G}{\rightarrow}} \alpha \right\}$$

Clasificación de gramáticas (Chomsky)

3 (las más simples),
2,
1,
0 (las más sofisticadas)

Clasificación de gramáticas (Chomsky)

Gramáticas regulares (tipo 3)

- Las producciones son de la forma $A \to xB$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$. La gramática es llamada regular "lineal a derecha".
- Las producciones son de la forma $A \to Bx$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$.
  La gramática es llamada regular "lineal a izquierda".

Ambos tipos de gramática son llamados regulares.

Clasificación de gramáticas (Chomsky)

Gramáticas independientes del contexto (tipo 2) (también llamadas libres de contexto)

Cada producción es de la forma $A \to \alpha$, donde $A \in V_N$ y $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.

Clasificación de gramáticas (Chomsky)

Gramáticas Dependientes del contexto (tipo 1)
(también llamada sensitiva al contexto)

Cada producción es de la forma
$S \to \lambda$
o de la forma
$\alpha A \gamma \to \alpha \beta \gamma$
donde
$A \in V_N$; $\alpha, \gamma \in (V_{\cup} V_T)^*$; $\beta \in (V_N \cup V_T)^+$.
(Notar que esta segunda forma impide la generación de la cadena nula λ)

Clasificación de gramáticas (Chomsky)

Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción.

Lenguaje generado por una gramática

Un lenguaje generado por una gramática tipo t es llamado "lenguaje t".

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$S \to aA$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$S \to aA$$
$$A \to aB$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$S \rightarrow aA$$
$$A \rightarrow aB$$
$$A \rightarrow aA$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{gathered}
S \to aA \\
A \to aB \\
A \to aA \\
B \to bB
\end{gathered}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \\
A &\to aB \\
A &\to aA \\
B &\to bB \\
B &\to bC
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{gathered} S \rightarrow aA \\ A \rightarrow aB \\ A \rightarrow aA \\ B \rightarrow bB \\ B \rightarrow bC \\ C \rightarrow cC \end{gathered}$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \\
A &\to aB \\
A &\to aA \\
B &\to bB \\
B &\to bC \\
C &\to cC \\
C &\to c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\to aA \\ A &\to aB \\ A &\to aA \\ B &\to bB \\ B &\to bC \\ C &\to cC \\ C &\to c \end{aligned}$$

Derivación de $aabbbbccc$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow bB \\ B &\rightarrow bC \\ C &\rightarrow cC \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

Derivación de *aabbbbccc*

$$S$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \\
A &\to aB \\
A &\to aA \\
B &\to bB \\
B &\to bC \\
C &\to cC \\
C &\to c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$S \quad \to aA$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{gathered}
S \to aA \\
A \to aB \\
A \to aA \\
B \to bB \\
B \to bC \\
C \to cC \\
C \to c
\end{gathered}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$S \quad \to aA \qquad\qquad \to aaB$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \\
A &\to aB \\
A &\to aA \\
B &\to bB \\
B &\to bC \\
C &\to cC \\
C &\to c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$S \quad \to aA \qquad \to aaB \qquad \to aabB$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aA \\
A &\rightarrow aB \\
A &\rightarrow aA \\
B &\rightarrow bB \\
B &\rightarrow bC \\
C &\rightarrow cC \\
C &\rightarrow c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aA \qquad \rightarrow aaB \qquad \rightarrow aabB \\
&\rightarrow aabbB
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow bB \\ B &\rightarrow bC \\ C &\rightarrow cC \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$\begin{aligned} S \quad &\rightarrow aA && \rightarrow aaB && \rightarrow aabB \\ &\rightarrow aabbB && \rightarrow aabbbB \end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\to aA \\ A &\to aB \\ A &\to aA \\ B &\to bB \\ B &\to bC \\ C &\to cC \\ C &\to c \end{aligned}$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow bB \\ B &\rightarrow bC \\ C &\rightarrow cC \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \rightarrow aA & \rightarrow aaB & \rightarrow aabB \\ & \rightarrow aabbB & \rightarrow aabbbB & \rightarrow aabbbbC \\ & \rightarrow aabbbbcC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aA \\
A &\rightarrow aB \\
A &\rightarrow aA \\
B &\rightarrow bB \\
B &\rightarrow bC \\
C &\rightarrow cC \\
C &\rightarrow c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$
\begin{array}{llll}
S & \rightarrow aA & \rightarrow aaB & \rightarrow aabB \\
 & \rightarrow aabbB & \rightarrow aabbbB & \rightarrow aabbbbC \\
 & \rightarrow aabbbbcC & \rightarrow aabbbbccC &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \\
A &\to aB \\
A &\to aA \\
B &\to bB \\
B &\to bC \\
C &\to cC \\
C &\to c
\end{aligned}
$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\
 & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\
 & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 3 (regular)

$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{aligned} S &\to aA \\ A &\to aB \\ A &\to aA \\ B &\to bB \\ B &\to bC \\ C &\to cC \\ C &\to c \end{aligned}$$

Derivación de $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

G genera el lenguaje $\left\{a^n b^m c^k : m \geq 2; n, k \geq 1\right\}$.

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned}
&E \rightarrow E + T \\
&E \rightarrow T \\
&T \rightarrow T * F \\
&T \rightarrow F \\
&F \rightarrow (E) \\
&F \rightarrow a
\end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
&E \to E + T \\
&E \to T \\
&T \to T * F \\
&T \to F \\
&F \to (E) \\
&F \to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

E

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

E

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
&E \to E + T\\
&E \to T\\
&T \to T * F\\
&T \to F\\
&F \to (E)\\
&F \to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$E \to T$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned} &E \rightarrow E + T \\ &E \rightarrow T \\ &T \rightarrow T * F \\ &T \rightarrow F \\ &F \rightarrow (E) \\ &F \rightarrow a \end{aligned}$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$E \rightarrow T$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$E \to T \to T * F$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$E \to T \to T * F$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned}
E &\to E + T\\
E &\to T\\
T &\to T * F\\
T &\to F\\
F &\to (E)\\
F &\to a
\end{aligned}$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$\begin{aligned}
E &\to T \to T * F\\
&\to T * (E) \to F * (E)\\
&\to a * (E)
\end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P\rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
&E \to E + T\\
&E \to T\\
&T \to T * F\\
&T \to F\\
&F \to (E)\\
&F \to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F\\
&\to T * (E) \to F * (E)\\
&\to a * (E) \to a * (E + T)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
&E \to E + T \\
&E \to T \\
&T \to T * F \\
&T \to F \\
&F \to (E) \\
&F \to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned} &E \rightarrow E + T \\ &E \rightarrow T \\ &T \rightarrow T * F \\ &T \rightarrow F \\ &F \rightarrow (E) \\ &F \rightarrow a \end{aligned}$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\ &\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\ &\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\ &\rightarrow a * (T + T) \end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned} E &\to E + T \\ E &\to T \\ T &\to T * F \\ T &\to F \\ F &\to (E) \\ F &\to a \end{aligned}$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$\begin{aligned} E &\to T \to T * F \\ &\to T * (E) \to F * (E) \\ &\to a * (E) \to a * (E + T) \\ &\to a * (T + T) \to a * (F + T) \end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$\begin{aligned} E &\to E + T \\ E &\to T \\ T &\to T * F \\ T &\to F \\ F &\to (E) \\ F &\to a \end{aligned}$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$\begin{aligned} E &\to T \to T * F \\ &\to T * (E) \to F * (E) \\ &\to a * (E) \to a * (E + T) \\ &\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\ &\to a * (a + T) \end{aligned}$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, E, P \rangle$ donde P está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

Derivación de $a * (a + a)$ donde

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

Derivación de $aaabbbccc$:

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$S \to$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$S \to$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$S \to$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{l} S \rightarrow \\ \rightarrow aSBC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{l} S \to \\ \to aSBC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{ll} S \to & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{ll}
S \to & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\
S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc &
\end{array}
$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \rightarrow & & \\
\rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\
\rightarrow aaabBCCBC & &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\ \rightarrow aaabbbccC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

Gamática $G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde P está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

Derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

S

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

S

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \rightarrow CD & AD \rightarrow aD & Aa \rightarrow aA & Ba \rightarrow aB & C \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow aCA & BD \rightarrow bD & Ab \rightarrow bA & Bb \rightarrow bB & D \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$S \quad \rightarrow CD$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$S \quad \to CD$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$S \quad \to CD \qquad \to aCAD$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$S \quad \to CD \qquad \to aCAD$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
S \quad \to CD \qquad \to aCAD \qquad \to abCBAD
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$S \to CD \quad \to aCAD \quad \to abCBAD$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \rightarrow CD & AD \rightarrow aD & Aa \rightarrow aA & Ba \rightarrow aB & C \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow aCA & BD \rightarrow bD & Ab \rightarrow bA & Bb \rightarrow bB & D \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \rightarrow CD & \rightarrow aCAD & \rightarrow abCBAD \\ & \rightarrow abaCABAD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD &
\end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD &
\end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
& \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
& \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
& \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD
\end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD
\end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & & \end{array}$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a, b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & &
\end{array}
$$

Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

Gramática para generar $\left\{ww : w \in \{a,b\}^*\right\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$