Sustitutividad

La relación de subtipado

$$S <: T$$

- Cualquier término de tipo S puede ser usado en forma segura en un contexto en el cual un término de tipo T es esperado

Principio de Sustitutividad

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \qquad \sigma <: \tau}{\Gamma \triangleright M : \tau} \; (\text{T-}\textsc{Sub})$$

Reglas de subtipado

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \qquad \sigma <: \tau}{\Gamma \triangleright M : \tau} \text{(T-SUB)}$$

$$\frac{}{\text{Bool} <: \text{Nat}} \text{(S-BOOLNAT)} \qquad \frac{}{\text{Nat} <: \text{Int}} \text{(S-NATINT)}$$

$$\frac{}{\text{Int} <: \text{Float}} \text{(S-INTFLOAT)} \qquad \frac{}{\sigma <: \text{Top}} \text{(S-TOP)}$$

$$\frac{}{\sigma <: \sigma} \text{(S-REFL)} \qquad \frac{\sigma <: \tau \qquad \tau <: \rho}{\sigma <: \rho} \text{(S-TRANS)}$$

$$\frac{\sigma <: \sigma' \qquad \tau' <: \tau}{\sigma' \to \tau' <: \sigma \to \tau} \text{(S-ARROW)}$$

$$\frac{\{l_i | 1 \leq i \leq n\} \subseteq \{k_j | 1 \leq j \leq m\} \qquad k_j = l_i \Rightarrow \sigma_j <: \tau_i}{\{k_j : \sigma_j | 1 \leq j \leq m\} <: \{l_i : \tau_i | 1 \leq i \leq n\}} \text{(S-RCD)}$$

¿Cómo extender λ-cálculo desde el subtipado?

Ejercicio 2 (tipo parcial)

1. Expresar con reglas de subtipado que el tipo de la *currificación* de una función es equivalente al tipo de dicha función. Es decir, cualquier función *currificada* mantiene el mismo tipo que la misma sin *currificar* y viceversa.
2. Aprovechando las nuevas reglas, mostrar que el siguiente término tiene tipo $\mathrm{Nat} \to \mathrm{Nat}$.

$$(\lambda y : \mathrm{Nat} \times \mathrm{Nat} \,.\, \pi_1(y))\ 0$$

Una ejercitación mas completa sobre la currificación puede encontrarse en el ejercicio 9 de la práctica del tema.

Ejercicio 2 (tipo parcial)

1.
$$\frac{}{\sigma \times \tau \to \rho <: \sigma \to \tau \to \rho}\ (\text{S-}\textsc{Curry})$$

$$\frac{}{\sigma \to \tau \to \rho <: \sigma \times \tau \to \rho}\ (\text{S-}\textsc{Uncurry})$$

2. Aprovechando las nuevas reglas, mostrar que el siguiente término tiene tipo $\mathrm{Nat} \to \mathrm{Nat}$.

$$(\lambda y : \mathrm{Nat} \times \mathrm{Nat}\,.\ \pi_1(y))\ 0$$

Una ejercitación mas completa sobre la currificación puede encontrarse en el ejercicio 9 de la práctica del tema.

Ejercicio II: Solución

$$\dfrac{\dfrac{\textit{sigue en la próxima slide}}{\emptyset \rhd (\lambda y{:}\mathrm{Nat} \times \mathrm{Nat}\ .\ \pi_1(y)){:}\mathrm{Nat}{\rightarrow}(\mathrm{Nat}{\rightarrow}\mathrm{Nat})}\,(\text{T-Sub}) \qquad \dfrac{}{\emptyset \rhd 0{:}\mathrm{Nat}}\,(\text{T-Zero})}{\emptyset \rhd (\lambda y{:}\mathrm{Nat} \times \mathrm{Nat}\ .\ \pi_1(y))\ 0{:}\mathrm{Nat}{\rightarrow}\mathrm{Nat}}\,(\text{T-App})$$

Ejercicio II: Solución

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\{y{:}\mathrm{Nat}\times\mathrm{Nat}\} \triangleright (\pi_1(y)){:}\mathrm{Nat}}\ (\textsc{T-proy})}{\emptyset \triangleright (\lambda y{:}\mathrm{Nat}\times\mathrm{Nat}\ .\ \pi_1(y)){:}\mathrm{Nat}\times\mathrm{Nat}\to\mathrm{Nat}}\ (\textsc{T-Abs}) \qquad \dfrac{}{\mathrm{Nat}\times\mathrm{Nat}\to\mathrm{Nat}<{:}\mathrm{Nat}\to\mathrm{Nat}\to\mathrm{Nat}}\ (\textsc{S-Curry})}{\emptyset \triangleright (\lambda y{:}\mathrm{Nat}\times\mathrm{Nat}\ .\ \pi_1(y)){:}\mathrm{Nat}\to(\mathrm{Nat}\to\mathrm{Nat})}\ (\textsc{T-Sub})
$$