

Aprendizaje Automático
Segundo Cuatrimestre de 2018

Aprendizaje de Conceptos

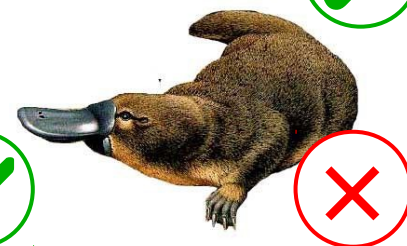
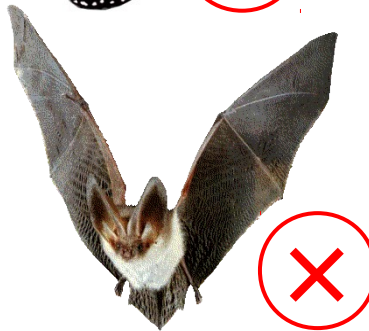
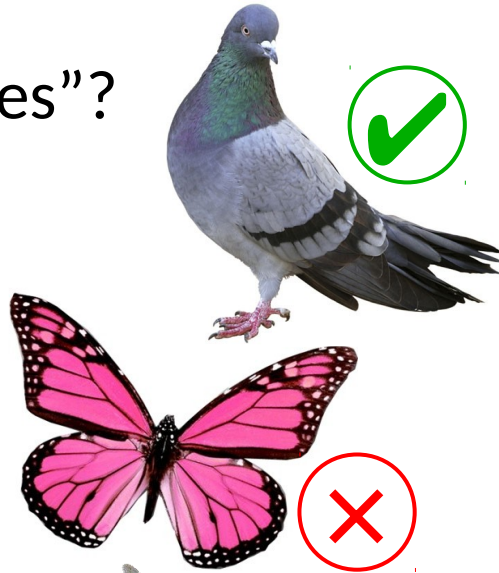


DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Aprendiendo un Concepto...

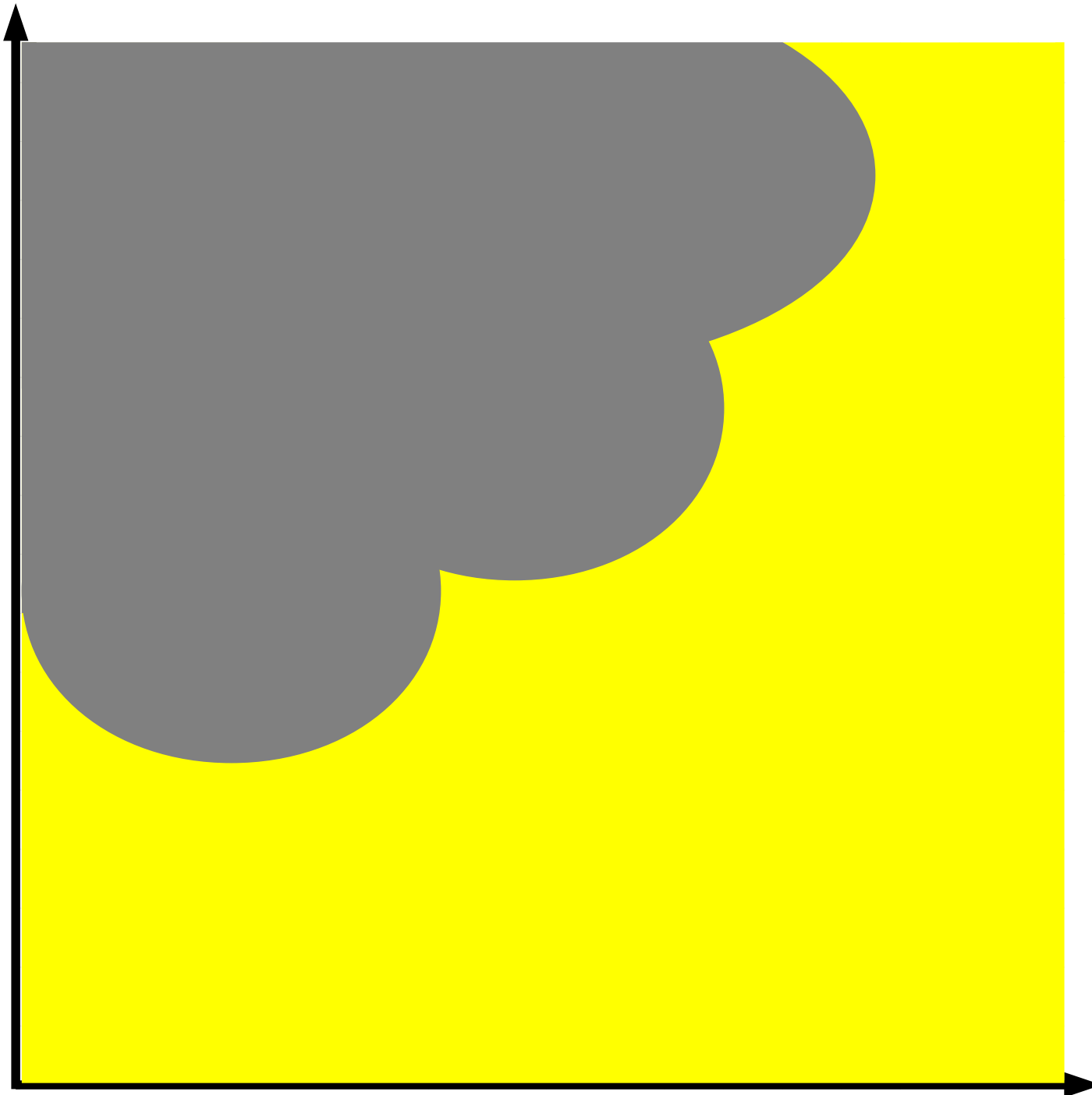
¿Qué animales son “aves”?



Aprendizaje de Conceptos

- Aprender un **concepto**: inducir una **función booleana** a partir de un conjunto de ejemplos (datos).
 - $EsAve : Animal \rightarrow Bool$
- Construimos y evaluamos **hipótesis** para aproximar el concepto objetivo.
 - $h = Vuela$
 - $h' = (Vuela \vee DosPatas) \wedge TienePico$
 - $h'' = DosPatas \wedge TienePlumas \wedge PoneHuevos$
 - ...
- Las hipótesis viven en un **espacio de hipótesis** H , que determina la forma que pueden tener.
- Puede ocurrir que H no contenga al concepto objetivo.
- **Algoritmo de aprendizaje: buscar la hipótesis en H que mejor se ajuste a nuestros datos.**

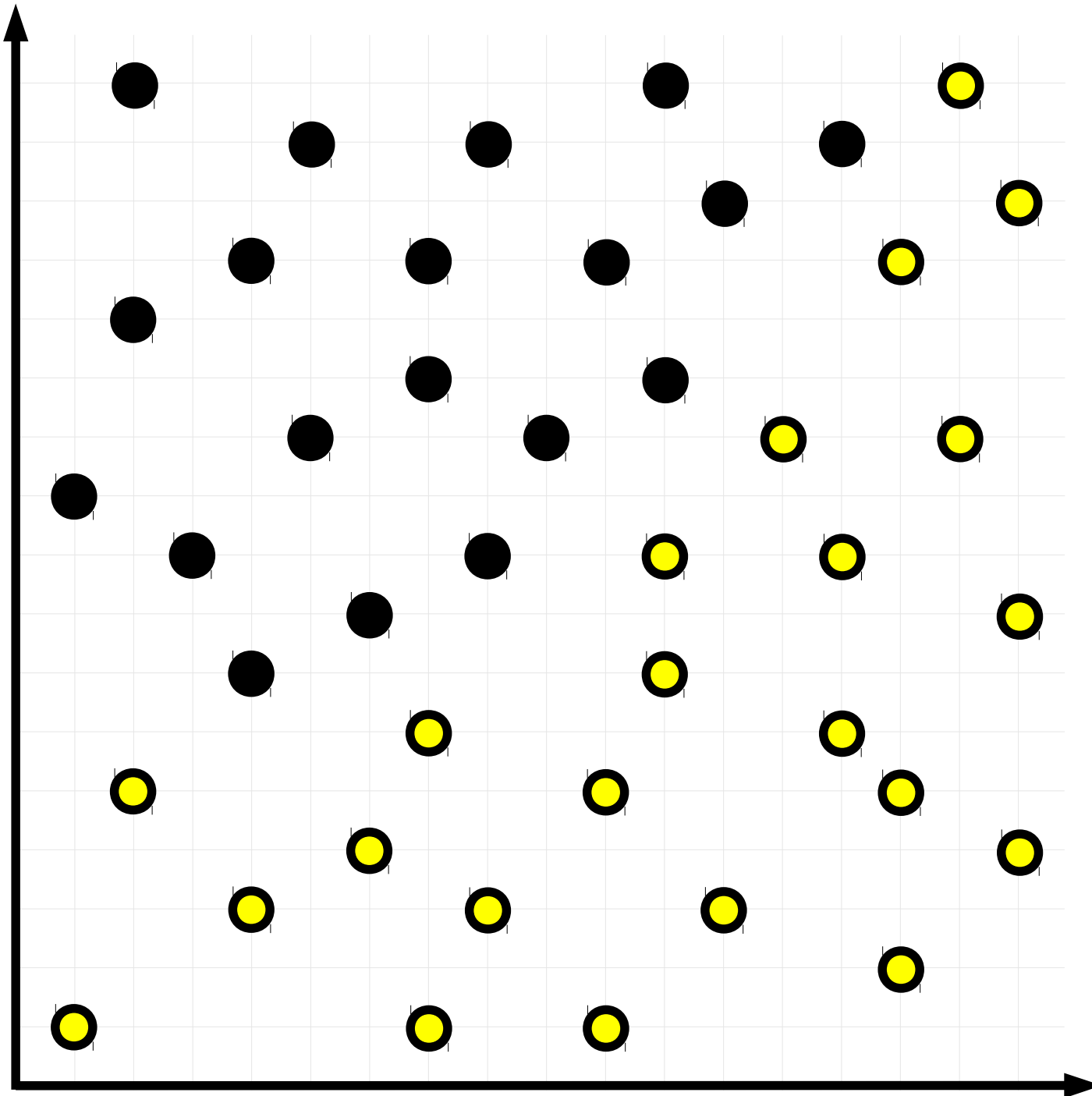
$$\operatorname{argmax}_{h \in H} P(h \mid D)$$



- Este es el **concepto** (*función objetivo*) que queremos aprender:

$$f(x, y) \rightarrow \text{color}$$

- **¡Es desconocido!**
- Sólo podemos conocerlo a través de muestras (*instancias*).



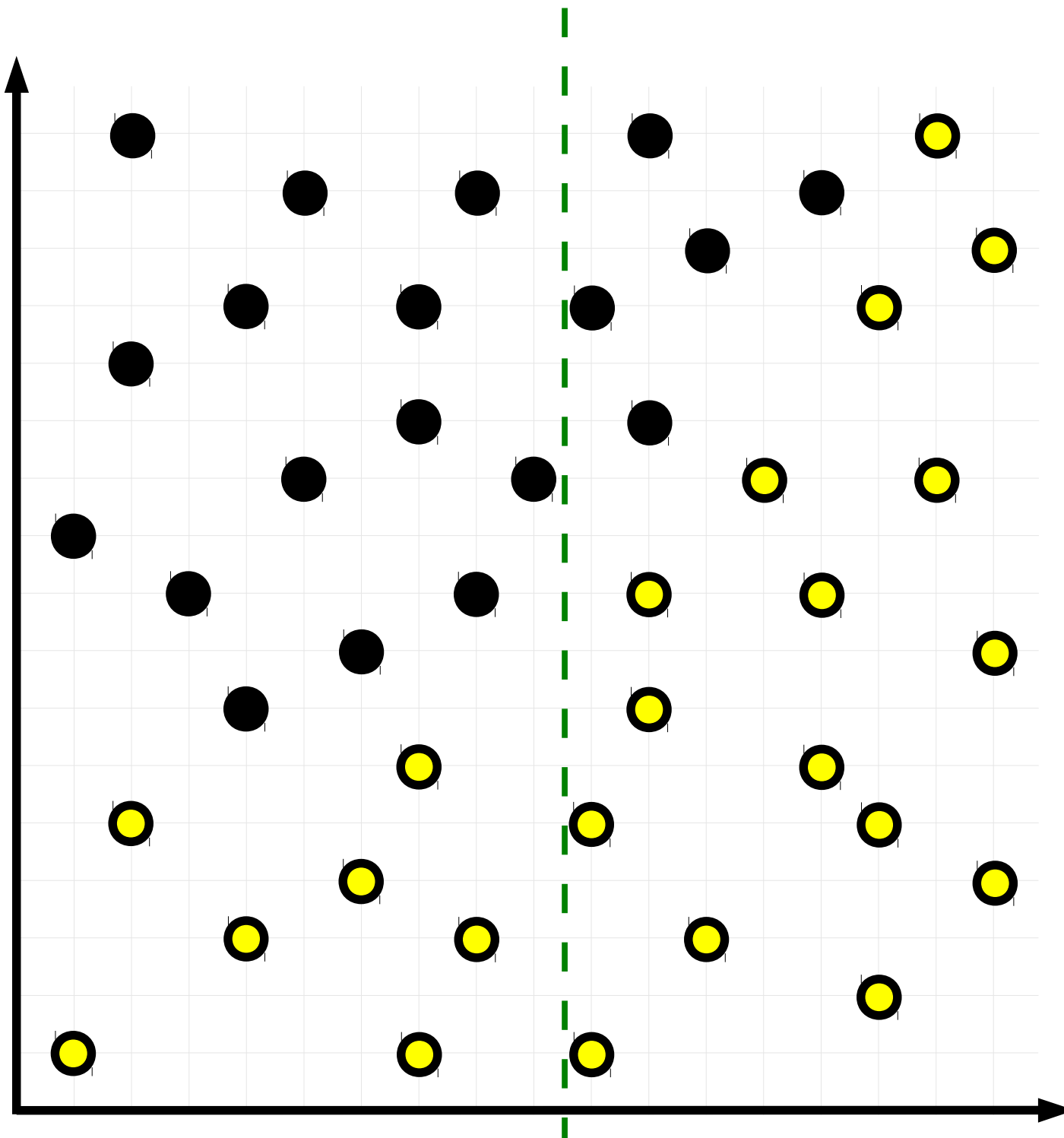
- Tenemos n muestras (*instancias*).
- Cada punto tiene dos coordenadas: (x, y) (*atributos*).
- Cada punto tiene un color: **negro** o **amarillo** (*clases*).
- Buscamos una función $h(x, y) \rightarrow \text{color}$ (*hipótesis* o **modelo**) que aproxime a la función objetivo.

Aprendizaje Inductivo

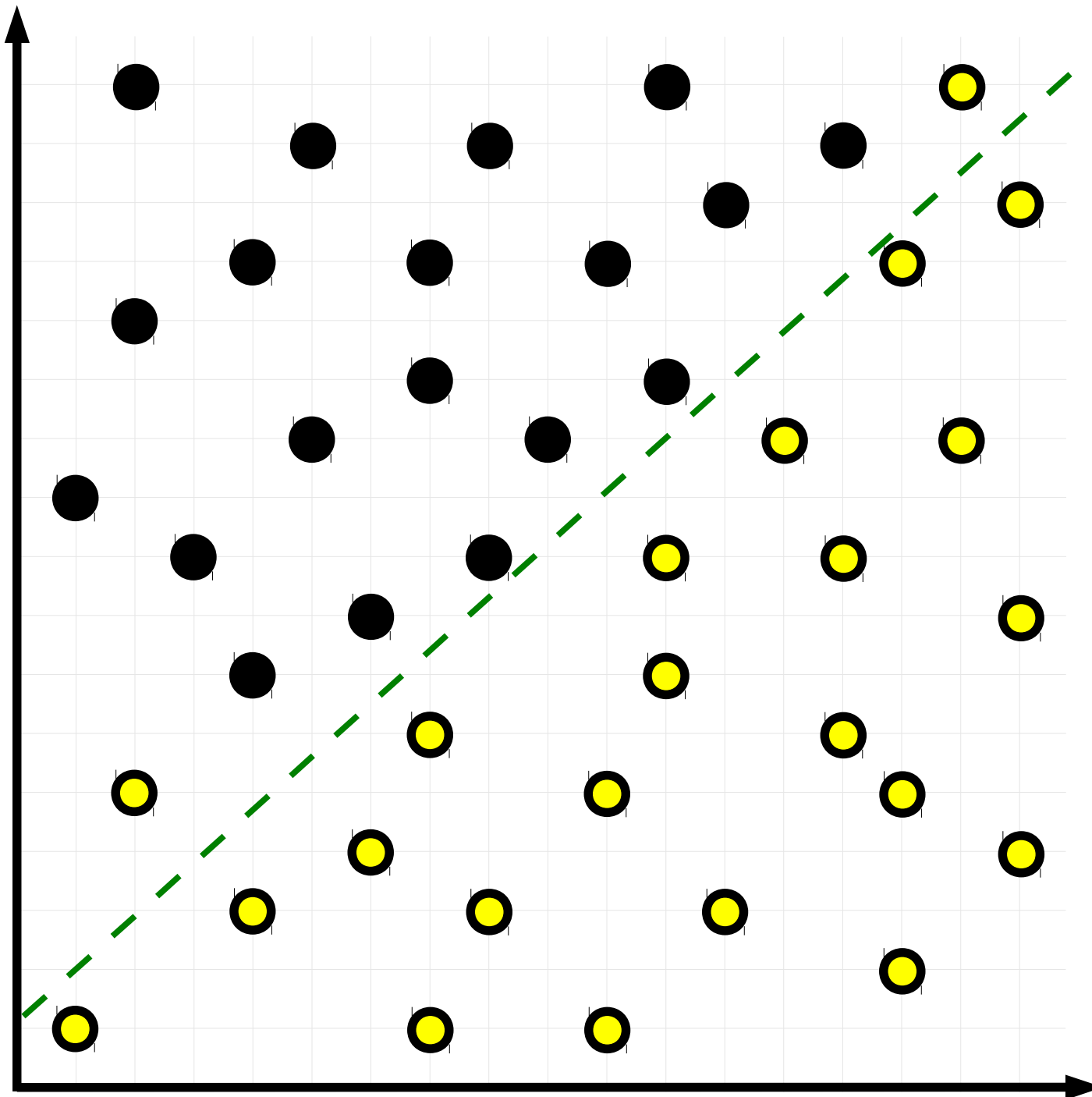
- Consiste en construir un **modelo general** a partir de **información específica**.

- **Principio de Aprendizaje Inductivo**

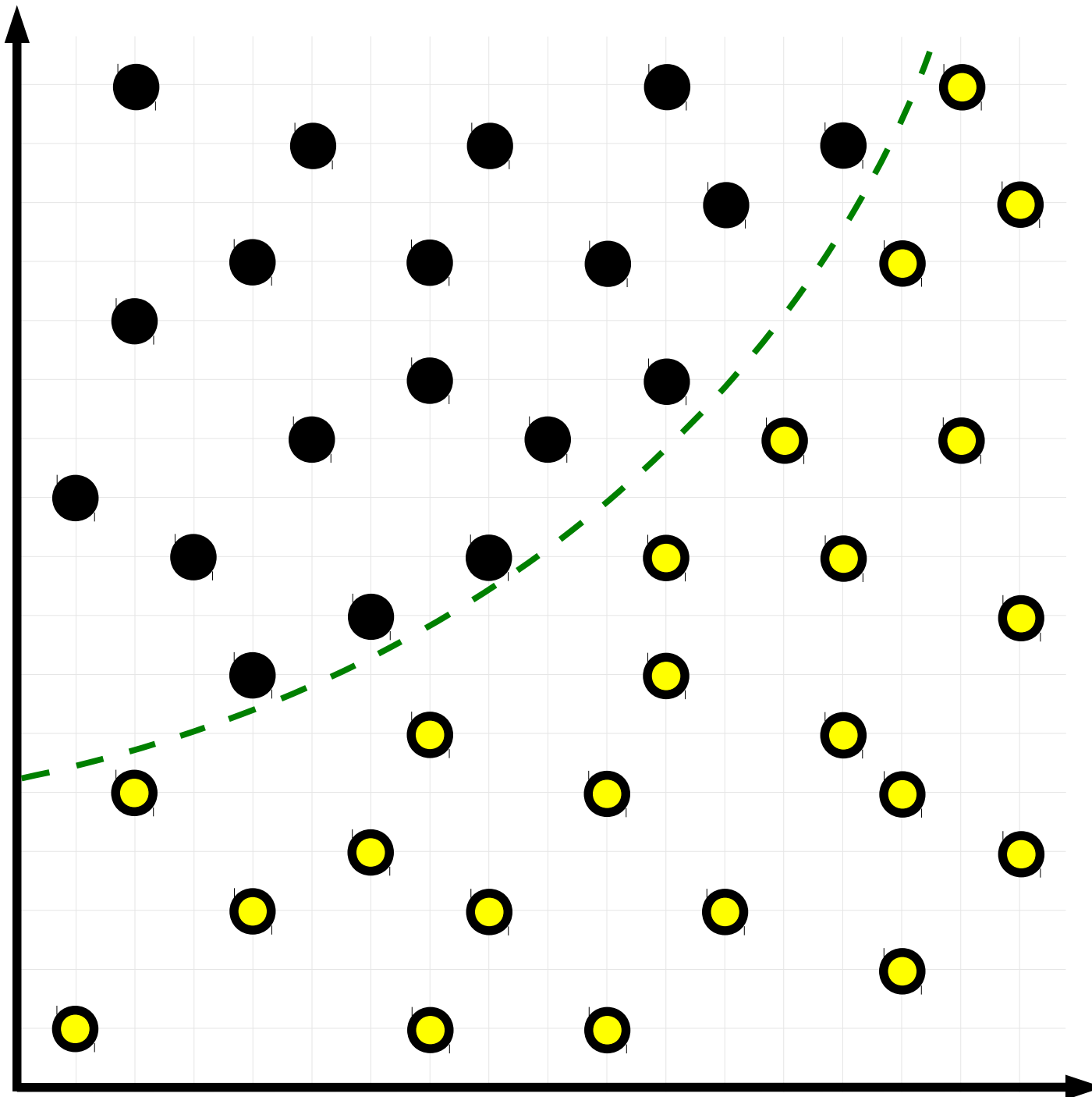
Cualquier hipótesis (modelo) que aproxime bien a una **función objetivo** sobre un conjunto suficientemente grande de **datos** también aproximará bien a la **función objetivo** sobre **datos no observados**.



- Buscamos:
Función $h(x, y) \rightarrow \text{color}$
- Primera idea:
 $h(x, y) =$
colorizq si $x < k$
el otro color, si no
- $H =$ posibles valores de
 $\langle k, \text{colorizq} \rangle$
- Algoritmo: buscar
 $\langle k, \text{colorizq} \rangle$ que mejor
separe las 2 clases.
- Obs: El concepto objetivo no
tiene esta forma.



- Buscamos:
Función $h(x, y) \rightarrow \text{color}$
- Segunda idea:
 $h(x, y) =$
 colorsup si $y > m x + b$
 el otro color, si no
- $H = \langle m, b, \text{colorsup} \rangle$
- Algoritmo: buscar
 $\langle m, b, \text{colorsup} \rangle$ que mejor
 separe las 2 clases.
- El concepto objetivo tampoco
 tiene esta forma, pero la
 aproximación parece mejor
 que la anterior.
- Encontrar los valores $m, b,$
 colorsup es más costoso.

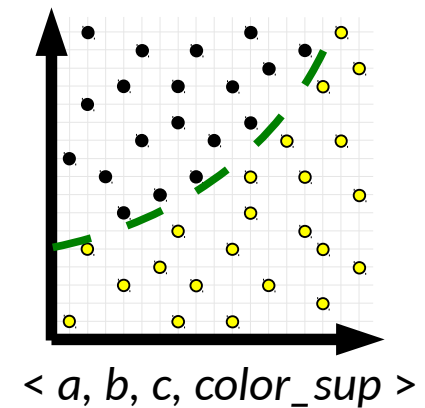
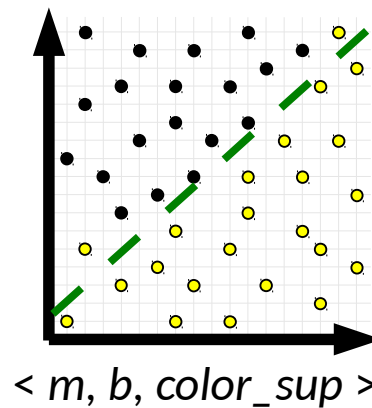
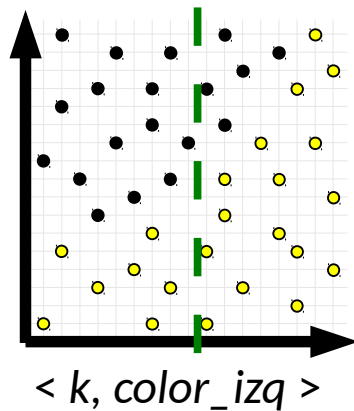


- Buscamos:
Función $h(x, y) \rightarrow \text{color}$
- Tercera idea:

$$h(x, y) = \begin{cases} \text{colorsup} & \text{si } y > a x^2 + b x + c \\ \text{el otro color, si no} \end{cases}$$
- $H = \langle a, b, c, \text{colorsup} \rangle$
- Algoritmo: buscar $\langle a, b, c, \text{colorsup} \rangle$ que mejor separe las 2 clases.
- El concepto objetivo tampoco tiene esta forma.
- La aproximación parece mejor que las otras dos.
- Encontrar los valores $a, b, c, \text{colorsup}$ es aún más costoso.

Aprendizaje Supervisado

- Dada una **función objetivo** f desconocida, queremos aproximarla mediante una **hipótesis** h , que también llamamos **modelo** y que solemos notar \hat{f} .
- **Entrenar** un modelo consiste en **ajustar sus parámetros** (encontrar sus valores óptimos) dado un conjunto de **datos**:



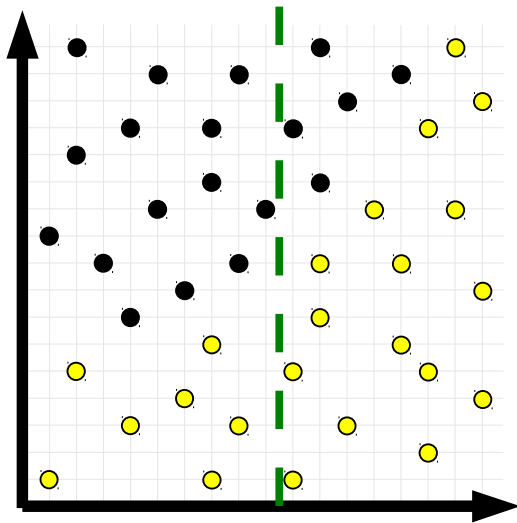
- Los **algoritmos** de aprendizaje automático son procedimientos para entrenar modelos a partir de un conjunto de datos.

Sesgo Inductivo

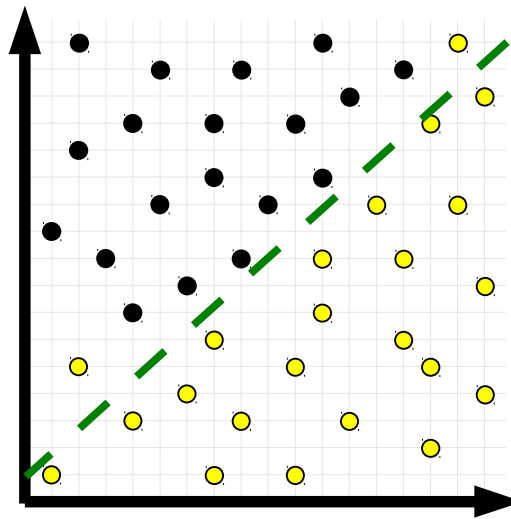
- Un conjunto finito de datos **nunca alcanza** para **inferir** un modelo. Hay infinitas posibilidades para cómo construirlo.
- El **sesgo inductivo** de un algoritmo de aprendizaje es el **conjunto de afirmaciones** que el algoritmo utiliza para construir un modelo.
- El sesgo inductivo incluye:
 - **forma de las hipótesis** (número y tipo de parámetros);
 - características de **funcionamiento del algoritmo** (cómo recorre el espacio de hipótesis hasta elegir un único modelo).

Sesgo Inductivo

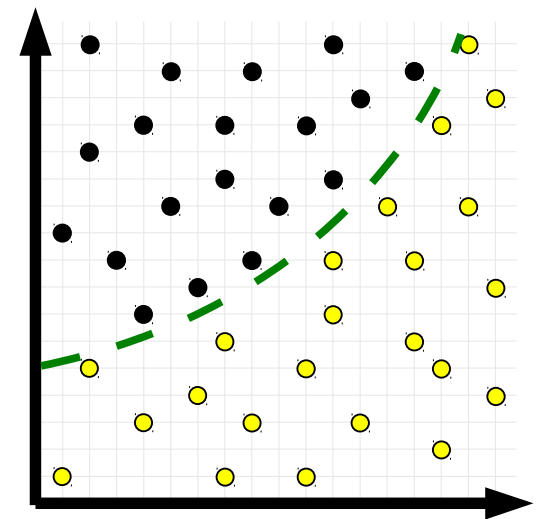
- En cada ejemplo, el **sesgo inductivo** incluye que las hipótesis son...



Rectas verticales

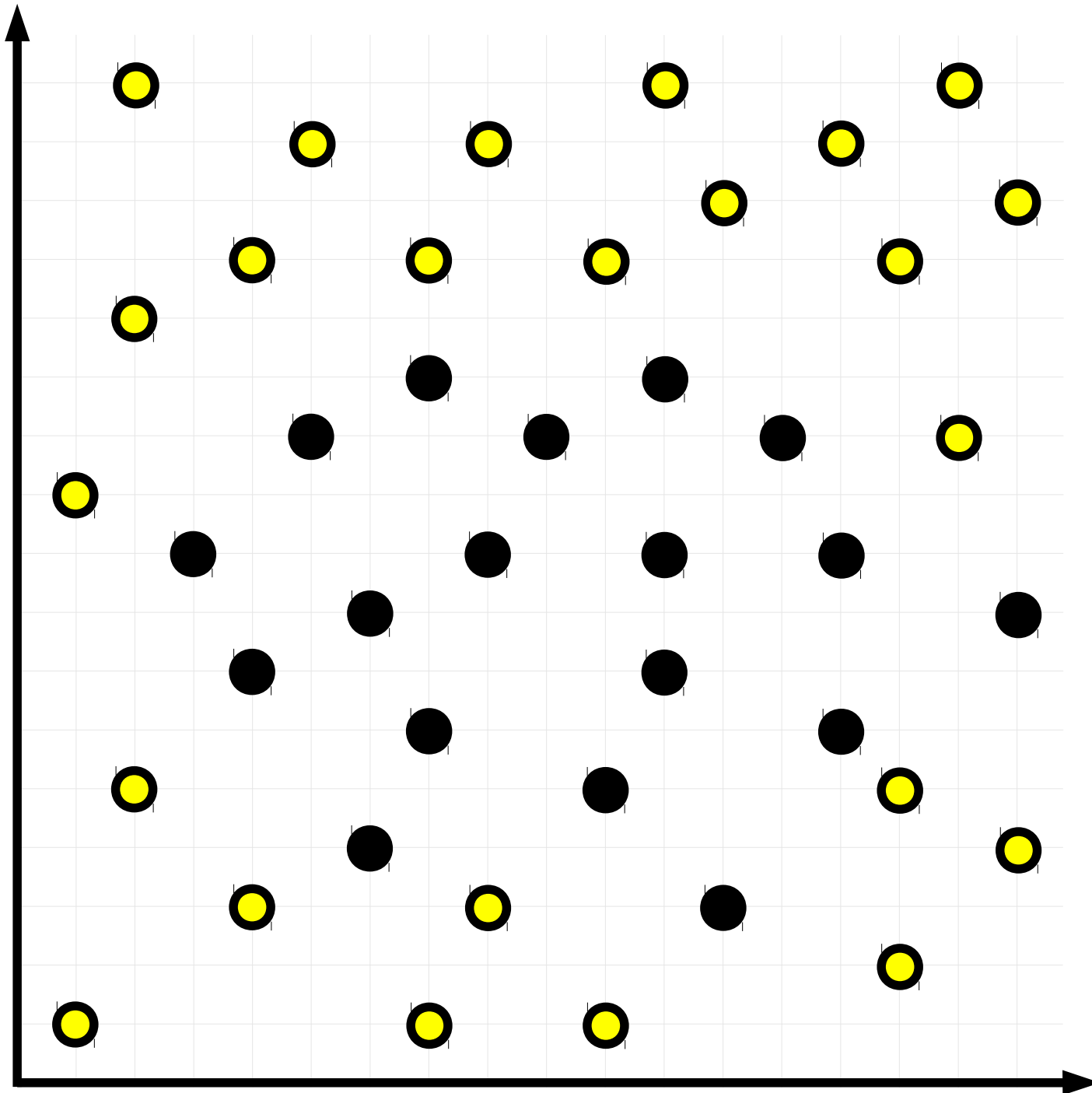


Rectas

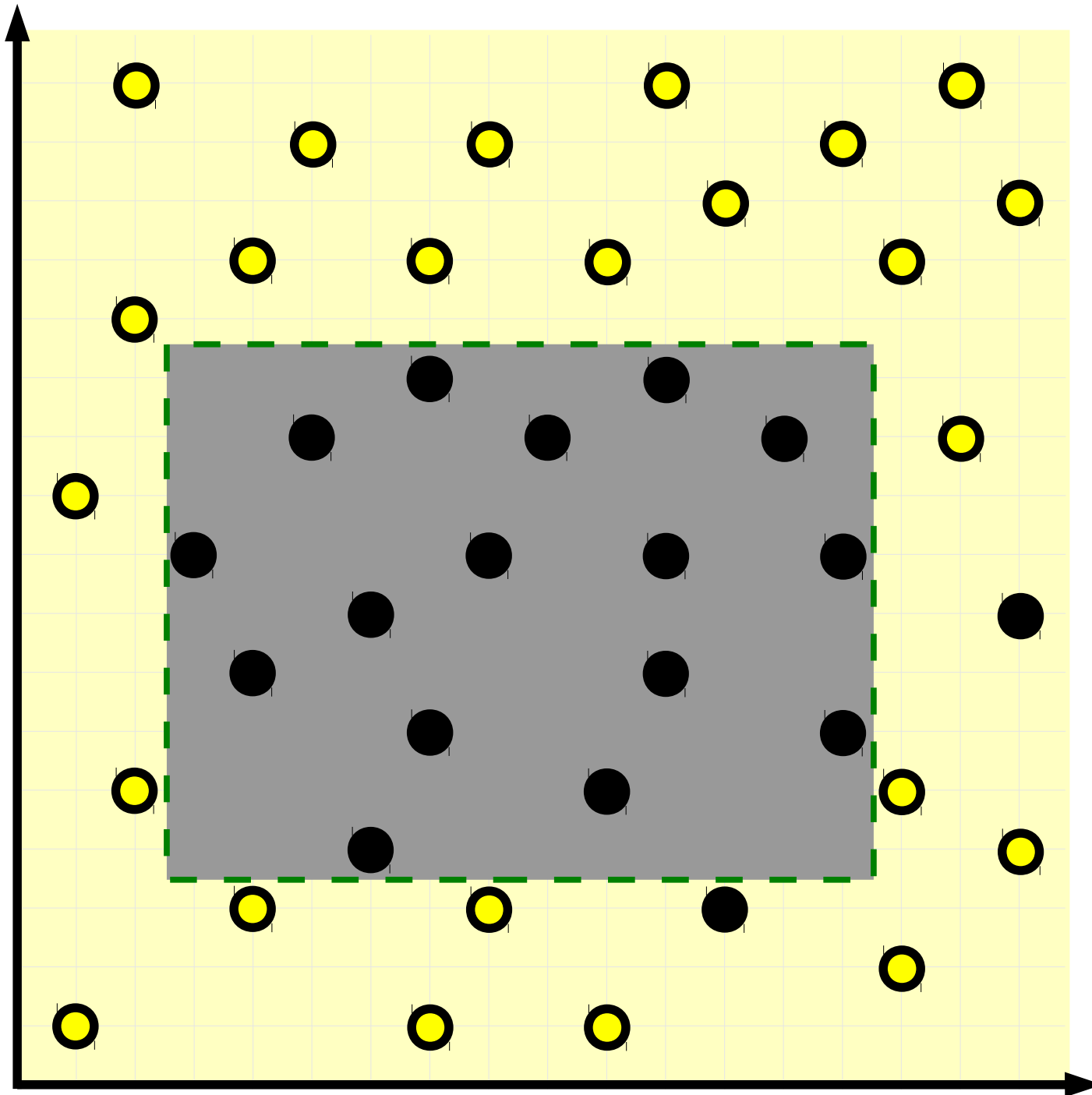


Parábolas

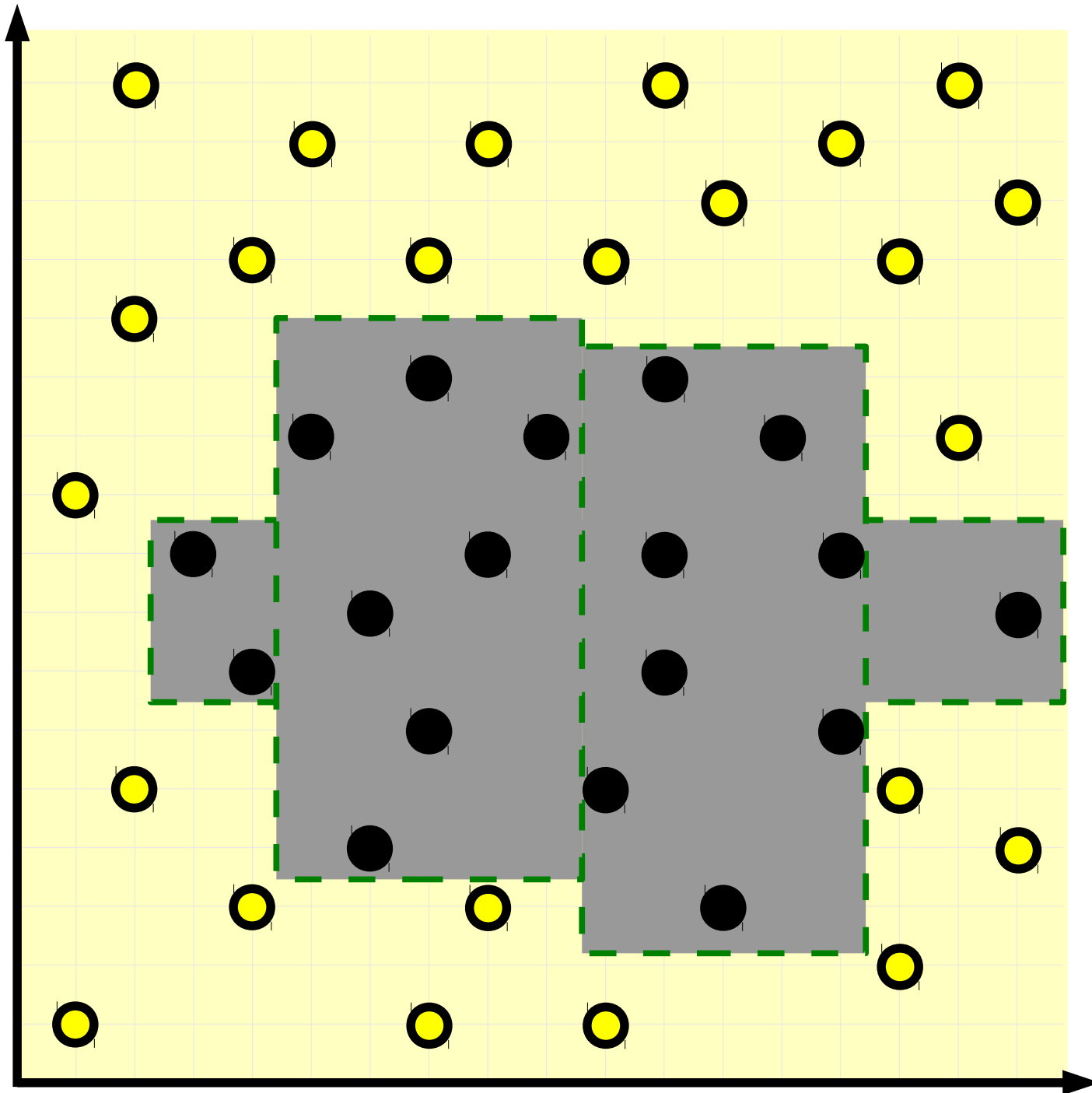
- También incluye la forma en que se busca y elige una hipótesis en el espacio de hipótesis H .



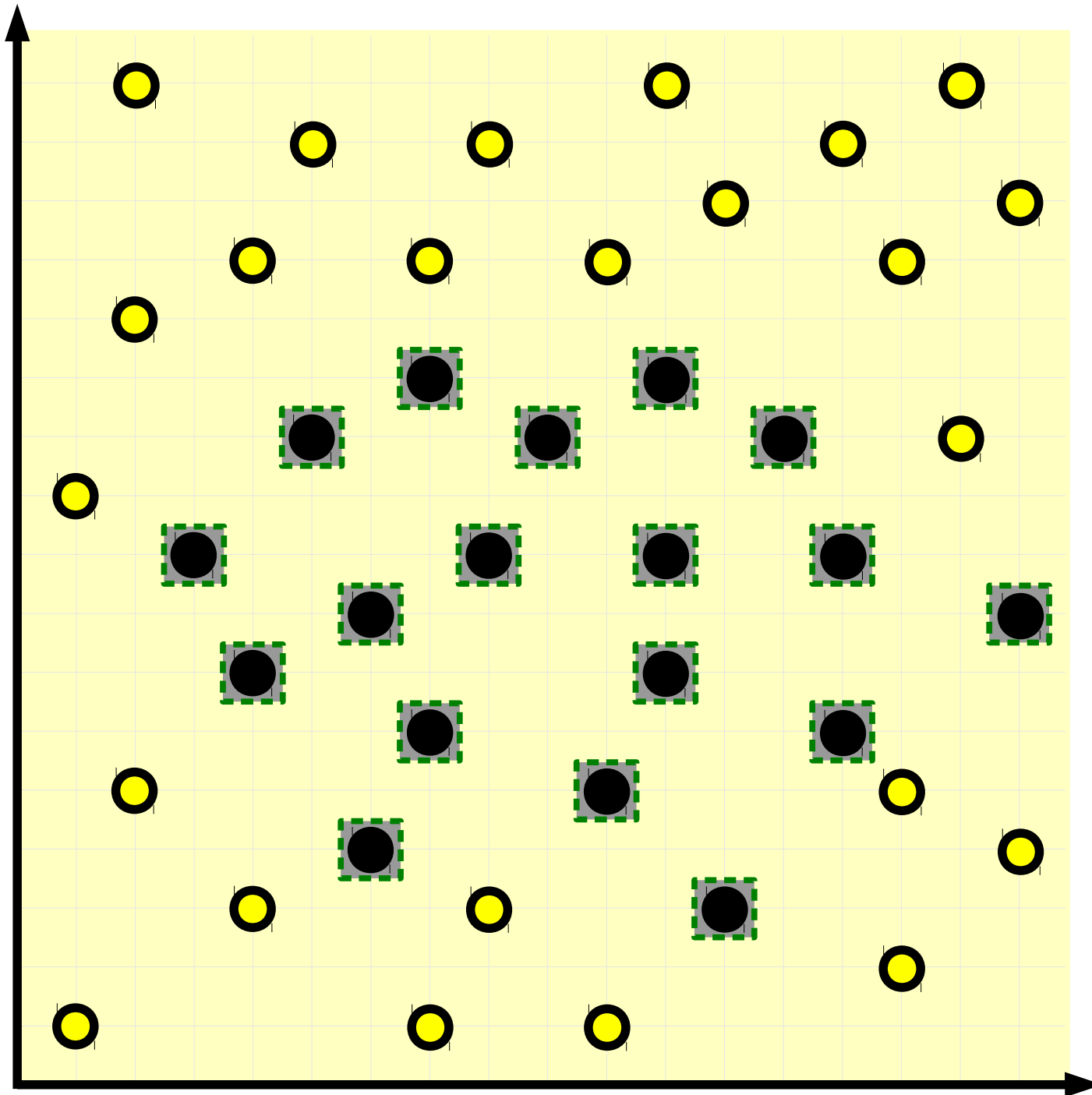
- Nuevo ejemplo.
- Queremos aprender un **concepto** (*función objetivo*) desconocido.
- Tenemos un conjunto de datos.



- Elegimos un algoritmo cuyas hipótesis tienen forma rectangular.
- Cada rectángulo tiene:
 - Base (b)
 - Altura (h)
 - Posición (x, y)
 - Color interior (azul/rojo)
- Espacio de hipótesis
 - $H = \langle b, h, x, y, colorint \rangle$



- Ahora, elegimos otro algoritmo con hipótesis formadas por varios rectángulos.



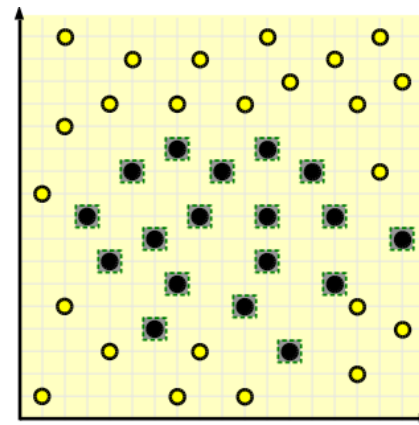
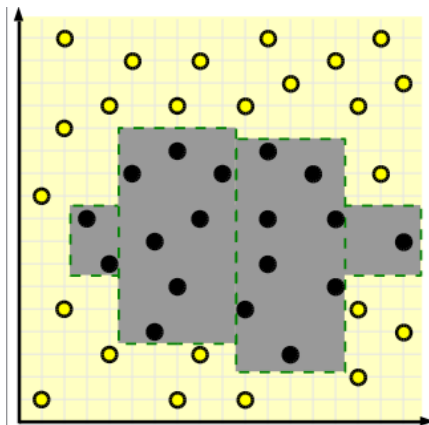
- Ahora, elegimos otro algoritmo con hipótesis formadas por varios rectángulos.
- Riesgo de **sobreajuste** (*overfitting*).

Navaja de Occam

(o de Ockham)



- “*Pluralitas non est ponenda sine necessitate.*”
 - La pluralidad no debe postularse sin necesidad.
- En igualdad de condiciones, elegir la explicación más simple.
- Es un **principio** metodológico (¡no una ley!).
- Aprendizaje Automático:
 - Ante dos hipótesis que se ajustan igualmente bien a los datos disponibles, es esperable que la más simple generalice mejor.



Fragmentos de “Funes el Memorioso”

Jorge Luis Borges, Ficciones, 1944

“Nosotros, de un vistazo, percibimos tres copas en una mesa; Funes, todos los vástagos y racimos y frutos que comprende una parra.”

“Funes no sólo recordaba cada hoja de cada árbol de cada monte, sino cada una de las veces que la había percibido o imaginado.”

“Era casi incapaz de ideas generales, platónicas. No sólo le costaba comprender que el símbolo genérico 'perro' abarcara tantos individuos dispares de diversos tamaños y diversa forma; le molestaba que el perro de las tres y catorce (visto de perfil) tuviera el mismo nombre que el perro de las tres y cuarto (visto de frente).”

“Había aprendido sin esfuerzo el inglés, el francés, el portugués, el latín. Sospecho, sin embargo, que no era muy capaz de pensar. Pensar es olvidar diferencias, es generalizar, abstraer. En el abarrotado mundo de Funes no había sino detalles, casi inmediatos.”

Repaso de Probabilidades

$P(A)$ Probabilidad de ocurrencia del evento A

$$P(\neg A) = 1 - P(A)$$

$$P(A \wedge B) = P(A \cap B) = P(A, B)$$

$P(A \mid B)$ Probabilidad de que ocurra A suponiendo que B ocurre

$$P(A \wedge B) = P(A \mid B) \cdot P(B) = P(B \mid A) \cdot P(A)$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

Si A_1, A_2, \dots, A_n es una partición del espacio muestral, entonces:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \mid A_i) \cdot P(A_i)$$

Teorema de Probabilidad Total
(Marginalización)

Aprendizaje Automático

$$h_{\text{MAP}} = \underset{h \in H}{\operatorname{argmax}} P(h \mid D) = \underset{h \in H}{\operatorname{argmax}} \frac{P(D \mid h) \cdot P(h)}{P(D)}$$

Diagram illustrating the Maximum A Posteriori (MAP) hypothesis formula with annotations:

- h_{MAP} : Máxima a posteriori
- $P(h \mid D)$: Probabilidad a posteriori
- $P(D \mid h)$: Verosimilitud
- $P(h)$: Probabilidad a priori
- $P(D)$: $P(D)$ es constante respecto de h

Si suponemos $P(h_i) = P(h_j) \quad \forall h_i, h_j \in H$, entonces:

$$h_{\text{ML}} = \underset{h \in H}{\operatorname{argmax}} P(D \mid h)$$

Diagram illustrating the Maximum Likelihood (ML) hypothesis formula with annotation:

- h_{ML} : Máxima verosimilitud

Resumen

- Aprendizaje de conceptos.
- Función objetivo; instancias; clases; atributos.
- Hipótesis/modelo; espacio de hipótesis.
- Aprendizaje inductivo.
- Sesgo inductivo de un algoritmo de aprendizaje.
- Sobreajuste; Navaja de Occam.
- Hipótesis MAP, ML.
- Probabilidad a priori, a posteriori, verosimilitud.