Pasaje a FNC

Paso a paso

1. Eliminar implicación
2. Forma normal negada
3. Forma normal prenexa (opcional)
4. Forma normal de Skolem (dependencias = variables libres dentro del alcance del $\exists$)
5. Forma normal conjuntiva
6. Distribución de cuantificadores y renombre de variables

La regla de resolución en el marco proposicional

$$\frac{\mathcal{A}_i = \{A_1, \ldots, A_m, Q\} \qquad \mathcal{A}_j = \{B_1, \ldots, B_n, \neg Q\}}{\mathcal{B} = \{A_1, \ldots, A_m, B_1, \ldots, B_n\}}$$

- A $\mathcal{B}$ se lo llama **resolvente** (de $\mathcal{A}_i$ y $\mathcal{A}_j$)
- La regla se apoya en el hecho de que la siguiente proposición es una tautología:

$$(A \vee P) \wedge (B \vee \neg P) \Leftrightarrow (A \vee P) \wedge (B \vee \neg P) \wedge (A \vee B)$$

- El conjunto de cláusulas $\{\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_k\}$ es lógicamente equivalente a $\{\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_k, \mathcal{B}\}$

La regla de resolución en primer orden

$$\frac{\mathcal{A}_i = \{A_1, \ldots, A_m, P_1, \ldots, P_k\} \quad \mathcal{A}_j = \{B_1, \ldots, B_n, \neg Q_1, \ldots, \neg Q_l\}}{\mathcal{B} = \sigma(\{A_1, \ldots, A_m, B_1, \ldots, B_n\})}$$

- σ es el MGU de $\{P_1, \ldots, P_k, Q_1, \ldots, Q_l\}$
  es decir, $\sigma(P_1) = \ldots = \sigma(P_k) = \sigma(Q_1) = \ldots = \sigma(Q_l)$
- A $\mathcal{B}$ se lo llama **resolvente** (de $\mathcal{A}_i$ y $\mathcal{A}_j$)
- Cada paso de resolución **preserva satisfactibilidad** (Teorema de Herbrand-Skolem-Gödel)

Resolución en lógica de primer orden

Repaso

Estrategia

- Para demostrar que la fórmula F es universalmente válida
  Demostramos que $\neg F$ es insatisfactible.
- Para demostrar que F se deduce de $H_1, \dots H_n$
  Demostramos que $H_1, \dots, H_n, \neg F$ es insatisfactible.

Esquema general

- Expresar la o las fórmulas como cláusulas.
- Aplicar sucesivamente un paso de resolución
  (generando nuevas cláusulas)...
- Hasta llegar a la cláusula vacía
  o concluir que no es posible llegar a ella.
- Importante: al aplicar resolución suelen presentarse varias opciones.
  Conviene tener un plan.

Cosas importantes para recordar[1]

- Al skolemizar, usar la misma constante o función si y sólo si la variable que estamos eliminando es **la misma** (nunca para otras, aun si tienen el mismo nombre).
- Para encontrar las dependencias, ver qué variables están libres dentro del alcance del $\exists$ (sin contar la que se está eliminando).
- ¡No olvidarse de negar lo que se quiere demostrar! Y recordar que $\neg((A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \supset B) = A_1 \wedge \ldots \wedge A_n \wedge \neg B$.
- Antes de empezar a aplicar pasos de resolución, convencerse de que lo que se quiere demostrar es verdadero, y trazar un plan para demostrarlo (mentalmente o por escrito).
- Recordar bien cómo funciona la unificación, y sustituir siempre **variables** (ni funciones, ni constantes, ni predicados).

[1] Seguir las indicaciones de esta lista previene los errores más frecuentes en los parciales.

Resolución SLD

Un caso particular de la resolución general

- Cláusulas de Horn con exactamente una cláusula objetivo
- Resolvemos la cláusula objetivo con una cláusula de definición
- Eso nos da otra cláusula objetivo
- Repetimos el proceso con esta nueva cláusula
- Hasta llegar a la cláusula vacía
- Si se busca un resultado, computamos la sustitución respuesta

$$\frac{\overbrace{\{R, \neg B_1, \ldots, \neg B_n\}}^{\text{def.}} \qquad \overbrace{\{\neg A_1, \ldots, \neg A_{k-1}, \neg A_k, \neg A_{k+1}, \ldots, \neg A_m\}}^{\text{obj.}}}{\underbrace{\sigma(\{\neg A_1, \ldots, \neg A_{k-1}, \neg B_1, \ldots, \neg B_n, \neg A_{k+1}, \ldots, \neg A_m\})}_{\text{nuevo obj.}}}$$

donde σ es el MGU de $\{R, A_k\}$.