Programação Ciber-Física
TPC 2
Exercício 2

Afonso Xavier Cardoso Marques :: PG53601

Maio 2024

Questões

Exercício 2 (***)

Provar a seguinte equivalência:

$$\mathtt{wait}_{\mathtt{n}}(\mathtt{wait}_{\mathtt{m}}(\mathtt{p})) \sim \mathtt{wait}_{\mathtt{n+m}}(\mathtt{p})$$

Existem mais equivalências interessantes que se possa provar? Quantas mais equivalências um compilador souber, mais fácil será para ele fazer otimizações.

De modo a provar que as expressões são equivalentes temos que mostrar que ambas produzem o mesmo resultado. Para a primeira expressão temos que:

$$wait_n(wait_m(p))$$

$$\cfrac{\cfrac{\langle p, \sigma\rangle \Downarrow a, \sigma'}{<wait\ m\ (p), \sigma> \Downarrow m + a, \sigma'}}{<wait\ n\ (wait\ m\ (p)),\ \sigma > \ \Downarrow\ n+m+a,\ \sigma'}\ \text{(wait)}$$

Relativamente à segunda expressão temos:

$$wait_{n+m}(p)$$

$$\frac{\langle p,\ \sigma\rangle \Downarrow a,\ \sigma'}{< wait\ n+m\ (p),\ \sigma > \ \Downarrow (n+m)+a,\ \sigma'}\ \text{(wait)}$$

Após estas duas derivações podemos aferir que

$$\langle p,\ \sigma\rangle \Downarrow a,\ \sigma' \rightarrow\ < wait\ n\ (wait\ m\ (p)),\ \sigma > \ \Downarrow n+m+a,\ \sigma'$$

o que é trivialmente correto pela com base no resultado da primeira derivação. Também conseguimos deduzir que

$$\langle p,\ \sigma\rangle \Downarrow a,\ \sigma' \rightarrow\ < wait\ n+m\ (p),\ \sigma > \ \Downarrow (n+m)+a,\ \sigma'$$

é trivialmente correto com base na segunda derivação. Deste modo conseguimos concluir que as expressões são de facto equivalentes, uma vez que obtemos o mesmo resultado nas duas derivações, o que significa que elas se implicam uma à outra nos dois sentidos.

$$< wait\ n\ (wait\ m\ (p)),\ \sigma > \ \Downarrow n+m+a,\ \sigma' \leftrightarrow\ < wait\ n+m\ (p),\ \sigma > \ \Downarrow (n+m)+a,\ \sigma'$$

Para efeitos de valorização, outra equivalência que podemos provar é que **(p; q); r** $\sim$ **p; (q; r)**. Para tal podemos proceder do mesmo modo que anteriormente. Para a primeira expressão temos que,

$$(p;\ q);\ r$$

$$\frac{\dfrac{\langle p,\sigma\rangle \Downarrow a,\sigma' \qquad \langle q,\sigma\rangle \Downarrow b,\sigma'}{<(p;\ q),\sigma> \Downarrow a+b,\sigma'}\ \text{(seq)} \qquad \langle r,\ \sigma\rangle \Downarrow c,\ \sigma''}{< (p;\ q);\ r,\ \sigma > \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma''}\ \text{(seq)}$$

Relativamente à segunda expressão temos:

$p;\ (q;\ r)$

$$\dfrac{\langle p,\ \sigma\rangle \Downarrow a,\ \sigma' \qquad \dfrac{\langle q,\sigma\rangle \Downarrow b,\sigma' \qquad \langle r,\sigma\rangle \Downarrow c,\sigma''}{<(q;\ r),\sigma> \Downarrow b+c,\sigma''}\ \text{(seq)}}{<p;\ (q;\ r),\ \sigma> \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma''}\ \text{(seq)}$$

Após estas duas derivações podemos aferir que

$$\langle p,\ \sigma\rangle \Downarrow a,\ \sigma' \ \wedge\ \langle q,\ \sigma\rangle \Downarrow b,\ \sigma' \rightarrow\ <(p;\ q);\ r,\ \sigma> \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma''$$

o que é trivialmente correto pela com base no resultado da primeira derivação. Também conseguimos deduzir que

$$\langle q,\ \sigma\rangle \Downarrow b,\ \sigma' \ \wedge\ \langle r,\ \sigma\rangle \Downarrow c,\ \sigma'' \rightarrow\ <p;\ (q;\ r),\ \sigma> \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma''$$

é trivialmente correto com base na segunda derivação. Novamente, conseguimos concluir que as expressões são de facto equivalentes, o que significa que elas se implicam uma à outra nos dois sentidos.

$$<(p;\ q);\ r,\ \sigma> \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma'' \leftrightarrow\ <p;\ (q;\ r),\ \sigma> \ \Downarrow a+b+c,\ \sigma''$$

NOTA: A resolução apresentada nas duas provas foi realizada recorrendo ao sotfware Mathcha (https://www.mathcha.io/editor).