

Análisis Funcional - 1º cuatrimestre 2017

FINAL

1. Espacios Vectoriales

1.1. Propiedades Elementales

Definición Si \mathcal{X} es un espacio vectorial sobre un cuerpo \mathbb{F} , un conjunto $\mathcal{B} = \{v_i\}_{i \in I}$ se dice:

1. *Linealmente independiente* si dados $v_{i_1}, \dots, v_{i_k} \in \mathcal{B}$ y $\lambda_{i_1}, \dots, \lambda_{i_k}$ in \mathcal{F} tal que $\sum_i \lambda_{i_i} v_{i_i} = 0$ implica que $\lambda_{i_i} = 0$ para todo $1 \leq i \leq k$.
2. *Sistema de generadores* si dado $v \in \mathcal{X}$ entonces existen $v_{i_1}, \dots, v_{i_k} \in \mathcal{B}$ y $\lambda_{i_1}, \dots, \lambda_{i_k}$ in \mathcal{F} tal que $\sum_i \lambda_{i_i} v_{i_i} = v$.
3. *Base* si es a la vez un sistema de generadores linealmente independiente.

Ejemplos:

- $X = \mathbb{R}[X]$ es un espacio vectorial, si consideramos $\mathcal{B} = 1, X, X^2, \dots = X^j_{j \in \mathbb{N}}$ es base.
-