# Examen Final
## Mecánica del Continuo
28 de julio de 2005

1) Las componentes del tensor de tensiones en P están dadas en forma matricial por

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 57 & 0 & 24 \\ 0 & 50 & 0 \\ 24 & 0 & 43 \end{bmatrix}$$

   a. Determine las partes desviadora y esférica de este tensor.
   b. Determine los valores principales de las partes desviadora y esférica de este tensor de tensiones.

2) Las componentes del tensor de tensiones en un punto P están dadas en forma matricial por

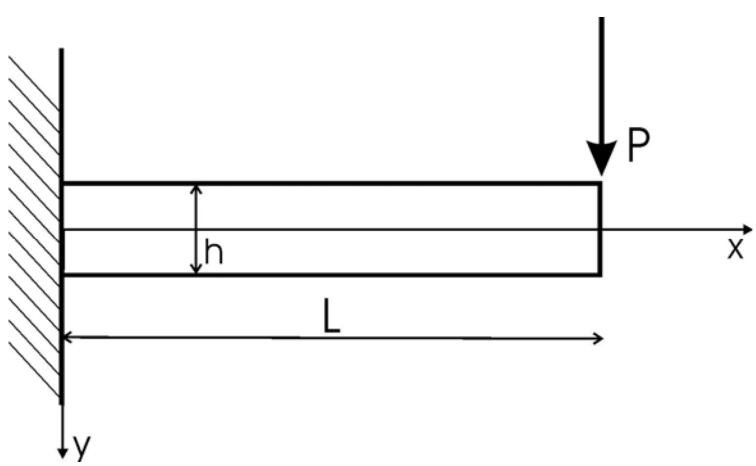
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

donde el valor de $\sigma_{11}$ no está especificado. Determine una dirección $\mathbf{n}$ en P para la cual el plano perpendicular a $\mathbf{n}$ sea libre de tensiones, o sea que el vector de tensiones $\mathbf{T_n}$ sea cero para este plano. Cuál es el valor de $\sigma_{11}$ que permite hallar tal condición?

3) Elasticidad bidimensional: para el problema de la viga empotrada de la figura, se propone la siguiente función de tensión de Airy:

$$\Phi(x,y) = -\frac{2PL}{th^3}y^3 + \frac{2P}{th^3}xy^3 - \frac{3}{2}\frac{P}{th}xy$$

donde $t$ es el espesor de la viga y $h$ la altura de la sección transversal.




   a. Verificar que el campo de tensiones correspondiente es:

$$\sigma_{xx} = -\frac{P}{I}\left(L-x\right)y$$
$$\sigma_{yy} = 0$$
$$\sigma_{xy} = \frac{P}{2I}\left[\frac{h^2}{4} - y^2\right]$$

con $I = {th^3}\big/{12}$.

b. Verificar que este campo de tensiones puede ser solución del problema planteado. Para ello:
   i. Verificar que la solución cumple la ecuación de equilibrio en el interior del dominio.
   ii. Verificar que se cumplen las condiciones de borde en tensiones en las fronteras superior e inferior.
   iii. Verificar que, en las fronteras izquierda y derecha, las condiciones de borde en tensiones se cumplen de forma integral.

4) Mostrar que el campo de velocidad:

$$v_1 = 1.5x_3 - 3x_2$$
$$v_2 = 3x_1 - x_3$$
$$v_3 = x_2 - 1.5x_1$$

corresponde a una rotación de cuerpo rígido. Determinar además el eje de rotación.

5) Una deformación homogénea infinitesimal $u_i = A_{ij}X_j$ es tal que los coeficientes $A_{ij}$ son tan pequeños que sus productos (entre ellos mismos) pueden ser despreciados en comparación con su valor. Usando notación indicial muestre que la deformación total resultante de dos deformaciones homogéneas infinitesimales sucesivas pueden ser consideradas como suma de dos deformaciones individuales y que el orden en que se produzcan las deformaciones no altera la configuración final.
6) Determine la tensión normal media $\sigma_{ii}/3$ para un fluido incompresible para el cual la ecuación constitutiva es $\tau_{ij} = \alpha D_{ij} + \beta D_{ik}D_{kj}$, donde $\alpha$ y $\beta$ son constantes y $D_{ij}$ es el tensor velocidad de deformación.
7) Pruebe que $\sigma_{ij}\sigma_{ik}\sigma_{kj}$ es un invariante del tensor de tensiones.