EXAMEN FINAL

Mecánica del Continuo

16 de diciembre de 2004

1. Mostrar que el campo de velocidades $v_i = Ax_i/r^3$, donde $r^2 = x_i x_i$ y A es una constante arbitraria, satisface la ecuación de continuidad para flujo incompresible. Recordar que para flujo incompresible $v_{k,k} = 0$.

2. Sea V el volumen encerrado por la superficie S cuya normal saliente n_i tiene módulo unitario; y sean x_i el vector posición en un punto de V y a_i un vector arbitrario constante, $(i = 1, 2, 3)$. Usando el teorema de Gauss y notación indicial mostrar que:

$$\int_S n \times (a \times x)\, dS = 2aV.$$

3. Se propone el campo de tensiones siguiente:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{P(L-x)}{I} \\ \sigma_{zz} &= 0 \\ \sigma_{xz} &= \frac{P}{2I}\left[\frac{h^2}{4} - z^2\right] \end{aligned}$$

   para el problema de la viga empotrada de espesor unitario planteado en la figura 1. Verificar si el campo propuesto puede ser solución al problema planteado si $I = h^3/12$.

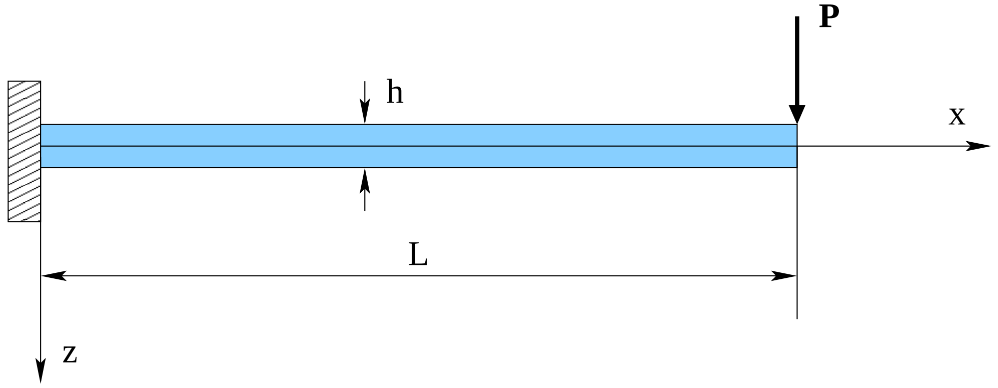

Figure 1: .

4. En un medio continuo el campo de tensiones esta dado por el tensor de tensiones

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & cx_3 & 0 \\ cx_3 & dx_2 & -cx_1 \\ 0 & -cx_1 & 0 \end{pmatrix}$$

donde c y d son constantes. Determine:

(a) la distribución de fuerzas de volumen si las ecuaciones de equilibrio son satisfechas por dicho campo,

(b) en la posición $x = (4, 7, -4)$, calcular el vector de tensión actuando en la superficie plana $-x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$ y en la superficie esférica $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 81$,

(c) las tensiones de corte y normal en dicho punto.

5. **[Opcional]** Probar que $\sigma_{ij}\sigma_{ik}\sigma_{kj}$ es un invariante del tensor de tensiones.