Examen Final

Mecánica del Continuo

2 de octubre de 2003

1. Usando notación indicial probar que:

$$\left| a \cdot b \times c \right| r = (a \cdot r) b \times c + (b \cdot r) c \times a + (c \cdot r) a \times b \ .$$

2. Mostrar que la forma cuadrática $D_{ij} x_i x_j$ no cambia si se reemplaza por su parte simétrica $D_{(ij)}$.

3. Elasticidad tridimensional:

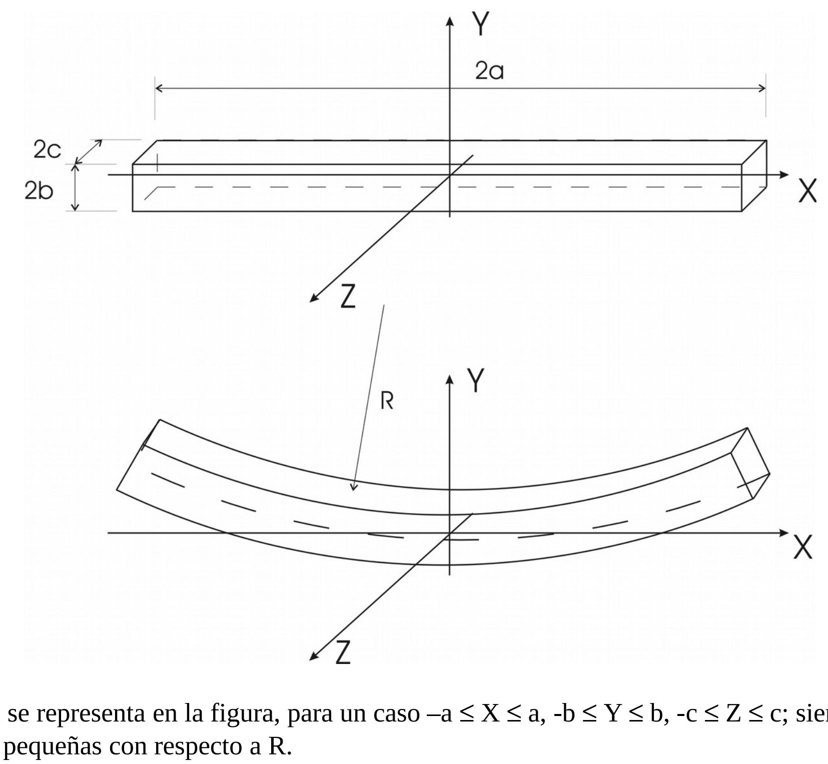
El campo de desplazamientos de una viga en flexión esta dado por:

$$u_x = -\frac{1}{R} XY$$

$$u_y = \frac{1}{2R} X^2 + \frac{\nu}{2R}\left(Y^2 - Z^2\right)$$

$$u_z = \frac{\nu}{R} YZ$$

donde R es el radio de curvatura de la viga después de la deformación y ν es la relación de Poisson. A lo largo del eje x la viga resulta indeformada, o sea, que no sufre estiramiento de su eje medio (ver figura).



La deformación se representa en la figura, para un caso –a ≤ X ≤ a, -b ≤ Y ≤ b, -c ≤ Z ≤ c; siendo a, b y c constantes muy pequeñas con respecto a R.

Se pide:

a) Calcular el vector de rotación ω y el tensor lineal de deformaciones e_{ij} , como función de los parámetros a, b, c y del radio R, para cada punto de coordenada material (X, Y, Z).

b) Si consideramos un sólido elástico lineal isótropo el tensor de tensiones está dado por la ecuación constitutiva

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda Tr(e)\delta_{ij} ,$$

donde μ y λ son los coeficientes de Lamé. Para este caso encuentre la distribución de tensiones.

c) Muestre que satisface la ecuación de equilibrio $div(\sigma) = 0.$

d) Encuentre los vectores tensión en cada una de las superficies de la viga.

e) Para cada superficie donde el vector de tensiones no es nulo calcule la fuerza total resultante en cada una de ellas y el torque alrededor del punto medio de cada superficie.