

Examen Final

Mecánica del Continuo

2 de octubre de 2003

1. Usando notación indicial probar que:

$$[a \cdot b \times c]r = (a \cdot r)b \times c + (b \cdot r)c \times a + (c \cdot r)a \times b.$$

2. Mostrar que la forma cuadrática $D_{ij}x_i x_j$ no cambia si se reemplaza por su parte simétrica $D_{(ij)}$.

3. Elasticidad tridimensional:

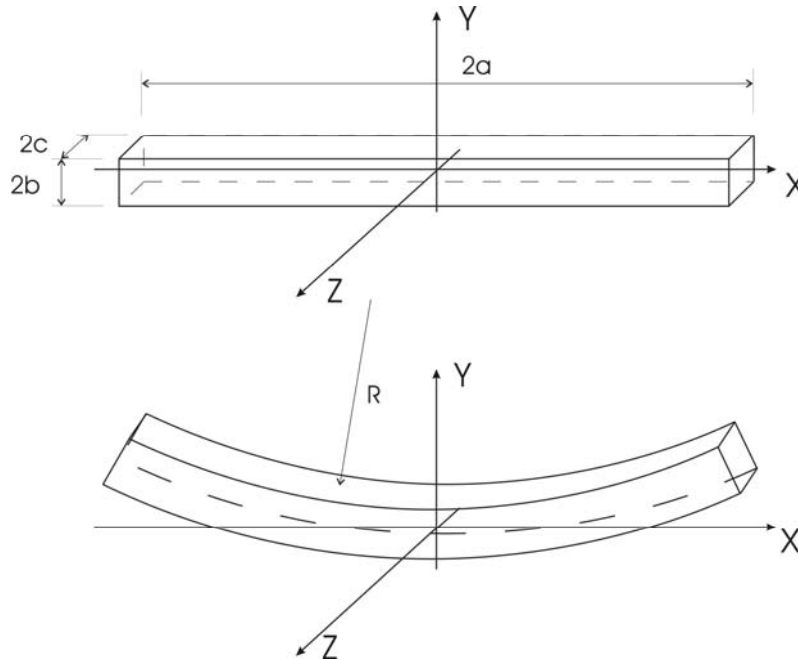
El campo de desplazamientos de una viga en flexión esta dado por:

$$u_x = -\frac{1}{R}XY$$

$$u_y = \frac{1}{2R}X^2 + \frac{\nu}{2R}(Y^2 - Z^2)$$

$$u_z = \frac{\nu}{R}YZ$$

donde R es el radio de curvatura de la viga después de la deformación y ν es la relación de Poisson. A lo largo del eje x la viga resulta indeformada, o sea, que no sufre estiramiento de su eje medio (ver figura).



La deformación se representa en la figura, para un caso $-a \leq X \leq a$, $-b \leq Y \leq b$, $-c \leq Z \leq c$; siendo a , b y c constantes muy pequeñas con respecto a R .

Se pide:

- a) Calcular el vector de rotación ω y el tensor lineal de deformaciones e_{ij} , como función de los parámetros a, b, c y del radio R, para cada punto de coordenada material (X, Y, Z).
- b) Si consideramos un sólido elástico lineal isótropo el tensor de tensiones está dado por la ecuación constitutiva

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda \text{Tr}(e)\delta_{ij},$$

donde μ y λ son los coeficientes de Lamé. Para este caso encuentre la distribución de tensiones.

- c) Muestre que satisface la ecuación de equilibrio $\text{div}(\sigma) = 0$.
- d) Encuentre los vectores tensión en cada una de las superficies de la viga.
- e) Para cada superficie donde el vector de tensiones no es nulo calcule la fuerza total resultante en cada una de ellas y el torque alrededor del punto medio de cada superficie.