Exámenes Final y Recuperatorio

Mecánica del Continuo

11 de agosto de 2003

1) Mostrar que

$$\left(P_{ijk} + P_{jki} + P_{jik}\right) x_i x_j x_k = 3P_{ijk} x_i x_j x_k$$

2) Si B_{ij} es antisimétrica y A_{ij} es simétrica, probar que

$$A_{ij} B_{ij} = 0$$

3) El estado de tensión en un continuo, con respecto a un sistema de ejes Cartesianos $\{Ox_1x_2x_3\}$, está dado por

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 3x_1x_2 & 5x_2^2 & 0 \\ 5x_2^2 & 0 & 2x_3 \\ 0 & 2x_3 & 0 \end{bmatrix}$$

Determinar el vector de tensión que actúa en el punto $P\left(2,1,\sqrt{3}\right)$, en el plano tangente en P a la superficie cilíndrica $x_2^2 + x_3^2 = 4$.

4) Un campo de desplazamientos está definido por

$$x_1 = X_1 - CX_2 + BX_3$$
$$x_2 = CX_1 + X_2 - AX_3$$
$$x_3 = -BX_1 + AX_2 + X_3$$

   a. Probar que este desplazamiento representa la rotación de un cuerpo rígido solamente si las constantes A, B, C son muy pequeñas.
   b. Determinar el vector de rotación ω para una rotación infinitesimal de un cuerpo rígido.

5) Elasticidad – Ecuación de equilibrio:

La ecuación de Navier-Cauchy (ecuación de equilibrio para un sólido elástico) puede ser escrita de la forma $\mu u_{i,jj} + \frac{\mu}{1-2\nu} u_{j,ji} + \rho b_i = 0$ que para el caso incompresible ($\nu = 1/2$) esta claramente indeterminada. Use las ecuaciones de equilibrio para esta situación demostrando que la ecuación se transforma en $\mu u_{i,jj} + \sigma_{kk,i}/3 + \rho b_i = 0$.

6) Tensor de tensiones:

Pruebe que $\sigma_{ij}\sigma_{ik}\sigma_{kj}$ es un invariante del tensor de tensiones.