Universidad Nacional del Litoral
FACULTAD DE INGENIERÍA
Y CIENCIAS HÍDRICAS

Departamento de Informática

Mecánica del Continuo

Examen Final – 23/02/06

1. Demostrar, usando notación indicial:
   a.
   $$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c})\mathbf{b}-(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\mathbf{c}$$
   b.
   $$\mathbf{a}\times(\mathbf{a}\times(\mathbf{a}\times\mathbf{c}))=-\|\mathbf{a}\|^2(\mathbf{a}\times\mathbf{c})$$
2. Dados
   $$S_{ij}=\begin{bmatrix}1&0&2\\0&1&2\\3&0&3\end{bmatrix}\qquad \text{y} \qquad a_i=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$$
   calcular
   a. S_{ii}
   b. $S_{ij}S_{ij}$
   c. $S_{ij}a_ia_j$
3. Considere el movimiento:
   $$x_1=X_1$$
   $$x_2=kX_1^2t^2+X_2$$
   $$x_3=X_3$$

donde X_i son las coordenadas materiales.

   a. Sea un cuadrado unitario cuyos vértices, en $t=0$, se encuentran en A(0,0,0), B(0,1,0), C(1,1,0), y D(1,0,0). Determinar la posición de A, B, C y D en $t=1$. Haga un esquema de la nueva forma del trozo material.
   b. Halle la velocidad $\mathbf{v}$ y la aceleración $\frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ en una descripción material.
   c. Muestre que el campo de velocidad espacial está dado por:
   $$v_1=0$$
   $$v_2=2kx_1^2t$$
   $$v_3=0$$
4.
   a. Considere el campo vectorial $\mathbf{v}=\varphi\mathbf{a}$, donde φ es un campo escalar dado y $\mathbf{a}$ es un vector arbitrario constante (independiente de la posición). Usando el teorema de la divergencia, probar que:

$$\int_V \nabla \varphi \, dV = \int_S \varphi \, \mathbf{n} \, dS$$

b. Mostrar que para toda superficie cerrada S

$$\int_S \mathbf{n} \, dS = 0$$

Ayuda: teorema de la divergencia:

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{v} \, dV = \int_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS$$

5. La distribución de tensiones en un cuerpo está dada por:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 100x_1 & -100x_2 \\ 100x_1 & 0 & 0 \\ -100x_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hallar el vector de tensión que actúa en el plano que pasa a través del punto $(1/2, \sqrt{3}/2, 3)$ y es tangente a la superficie cilíndrica circular $x_1^2 + x_2^2 = 1$ en ese punto.