Exámenes Final y Parcial 2

Mecánica del Continuo

17 de julio de 2003

Preguntas para exámenes parcial y final:

1) Elasticidad bidimensional:

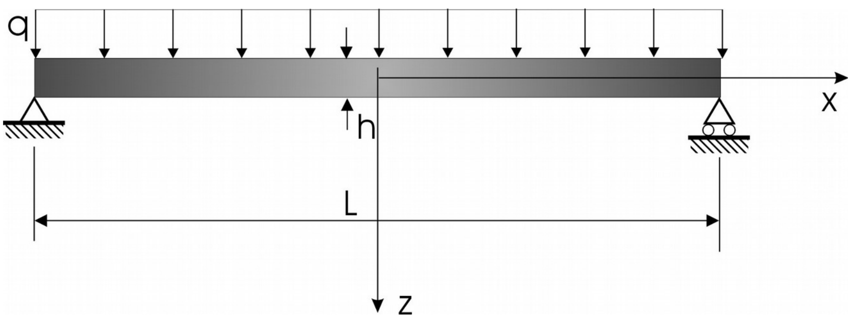
Se propone el campo de tensiones siguiente:

$$\sigma_{xx} = -\frac{q}{2I}\left(x^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)z + \frac{q}{2I}\left(\frac{2}{3}z^3 - \frac{h^2}{10}z\right)$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{q}{2I}\left(\frac{1}{3}z^3 - \frac{h^2}{4}z + \frac{h^3}{12}\right)$$

$$\sigma_{xz} = -\frac{q}{2I}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)x$$

para el problema de la viga apoyada de espesor unitario planteado en la figura:



Verificar si el campo propuesto puede ser solución del problema planteado. La constante $I = h^3/12$. Para ello:

a. Verificar que la solución cumple la ecuación de equilibrio en el interior del dominio.
b. Verificar que se cumplen las condiciones de borde en tensiones en las fronteras superior e inferior.
c. Verificar que, en las fronteras izquierda y derecha, las condiciones de borde en tensiones se cumplen de forma integral. O sea, que la integral de las tracciones de superficie en dirección vertical es igual a la reacción en el apoyo. Además, verificar si la componente horizontal de las tracciones de superficie en ambas fronteras es nula.

2)

a. Probar que el tensor $B_{ik} = \varepsilon_{ijk} a_j$ es antisimétrico
b. Sea B_{ij} un tensor cartesiano antisimétrico de segundo orden. Sea además el vector $b_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk} B_{jk}$. Mostrar que $B_{pq} = \varepsilon_{pqi} b_i$.

Preguntas para examen parcial (solamente):

3) Muestre que $\oint_S x_i n_j dS = V\delta_{ij}$, donde $n_j dS$ representa el diferencial de superficie S que encierra al volumen V, x_i es el vector posición de $n_j dS$ y n_j es la normal saliente.

Sugerencia: usar el teorema de Green.

Preguntas para examen final (solamente):

3) Elasticidad:
Para un cuerpo elástico en equilibrio bajo la acción de fuerzas de másicas b_i y fuerzas de superficie $t_{ij}^{(n)}$, mostrar que la energía total de deformación es igual a la mitad del trabajo hecho por las fuerzas externas que producen los desplazamientos u_i . Es decir

$$\frac{1}{2}\int_V \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{2}\left[\int_V \rho b_i u_i dV + \int_S t_i^{(n)} u_i dS\right]$$

Sugerencia: partir de la ecuación de equilibrio, multiplicar por el desplazamiento u_i y luego integrar sobre el volumen. En el resultado hallado, aplicar integración por partes (teorema de Green). Tener en cuenta además la simetría del tensor de tensiones.

4) Desarrolle la expresión de los tensores de deformación de Green-Lagrange y de Almansi. Explique cómo se derivan ambos tensores y su interpretación. Cuándo se usa uno y cuándo el otro?

Ayuda adicional : Teorema de Green:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_i} A_{jkl\ldots}\ dV = \int_S n_i A_{jkl\ldots}\ dS$$