Examen Final
Mecánica del Continuo
9 de febrero de 2006

1) Elasticidad bidimensional:

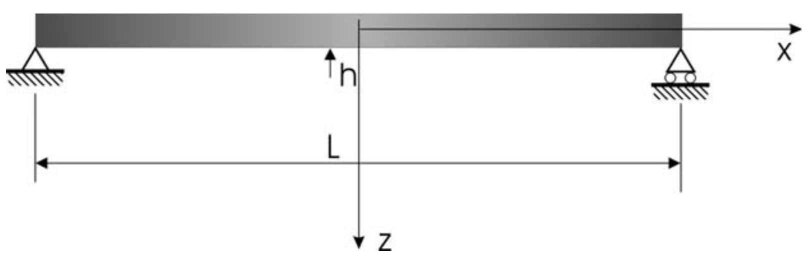
Se propone el campo de tensiones siguiente:

$$\sigma_{xx} = -\frac{q}{2I}\left[x^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right]z + \frac{q}{2I}\left(\frac{2}{3}z^3 - \frac{h^2}{10}z\right)$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{q}{2I}\left[\frac{1}{3}z^3 - \frac{h^2}{4}z + \frac{h^3}{12}\right]$$

$$\sigma_{xz} = -\frac{q}{2I}\left[\frac{h^2}{4} - z^2\right]x$$

para el problema de la viga apoyada de espesor unitario planteado en la figura:



Donde la constante $I = h^3/12$.

a. Verificar que la solución cumple la ecuación de equilibrio en el interior del dominio.
b. Determinar la condición de borde en tensiones que se cumple en en las fronteras superior e inferior.

2) Sea $b = rot(v)$, mostrar que

$$\int_S \lambda b_i n_i \, dS = \int_V \lambda_{,i} b_i \, dV ,$$

donde $n_i \, dS$ representa el diferencial de superficie S que encierra al volumen V, n_i es la normal saliente y $\lambda = \lambda(x_i)$ es una función escalar de las coordenadas x_i.

Sugerencia: usar el teorema de Green:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_i} A_{jkl\cdots} \, dV = \int_S n_i A_{jkl\cdots} \, dS$$

3) A partir de la identidad

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm} = \delta_{ik}\delta_{jl} - \delta_{il}\delta_{jk}$$

verificar que:

a) $\varepsilon_{ilm}\varepsilon_{jlm} = 2\delta_{ij}$

b) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} = 6$

4)

a. Si $\varepsilon_{ijk}T_{jk} = 0$, mostrar que $T_{ij} = T_{ji}$

b. Mostrar que $\varepsilon_{ijk}\delta_{jk} = 0$

5) Si $\dot{u} = \omega \times u$ y $\dot{v} = \omega \times v$, utilizando notación indicial muestre que

$$\frac{d}{dt}(u \times v) = \omega \times (u \times v)$$