UNL - FICH - Departamento de Informática - Ingeniería en Informática

Inteligencia Computacional

Guía de trabajos prácticos 3

Sistemas borrosos

1. Objetivos

- Implementar todas las etapas necesarias para la construcción de un sistema de control borroso.
- Estudiar distintas formas de funciones de membresía para conjuntos borrosos.
- Analizar métodos de fuzzificación y defuzzificación para variables continuas.
- Estudiar el uso de reglas de razonamiento borroso para obtener mapeos continuos entrada-salida y cómo se modifica el mismo al cambiar la forma de los conjuntos borrosos.
- Estudiar el comportamiento de un sistema de control borroso simple.

2. Trabajos prácticos

- Ejecicio 1: conjuntos borrosos continuos. Un conjunto borroso A definido sobre una variable x, queda especificado a partir del valor de la función de membresía $\mu_A(x)$ que indica en qué grado el valor específico x pertenece al conjunto A. Existen diversas formas de definir las funciones de membresía. Por ejemplo, utilizando trapecios, de acuerdo a la siguiente ecuación

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \text{ ó } x > d, \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x < b, \\ 1 & \text{si } b \leq x \leq c, \\ 1 - \frac{x-c}{d-c} & \text{si } c < x \leq d, \end{cases} \tag{1}$$

donde puede verse que el conjunto queda perfectamente definido por los puntos $[a\,b\,c\,d]$. Debe notarse que si $a = b$ o $c = d$ se obtienen trapecios verticales por la izquierda o derecha, respectivamente (suelen ser

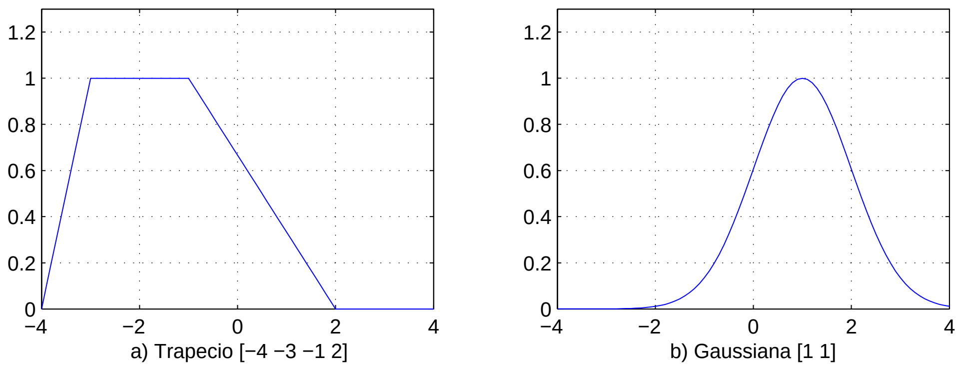

Figura 1: Ejemplos de funciones de membresía.

usados para los conjuntos de los extremos del rango de la variable x), y por otro lado si $b = c$ se obtienen conjuntos de membresía triangulares. Otra forma de conjuntos de membresía utilizados en la práctica es la de conjuntos gaussianos, definidos por

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \tag{2}$$

donde el valor medio m y el desvío estándar σ definen el centro de la gaussiana y la dispersión alrededor del mismo. La Figura 1 presenta ejemplos de un conjunto de membresía trapezoidal y uno gaussiano definidos en el intervalo $[-4, 4]$.

Escriba una función que devuelva el valor de membresía $\mu_A(x)$ para un conjunto A. Debe tomar como parámetros un vector que define el conjunto, el tipo de conjunto que se quiere utilizar, y el valor de x para el cual se quiere conocer su membresía.

- Ejercicio 2: matriz de conjuntos. Dada una variable, se suelen utilizar varios conjuntos borrosos para representar todo el rango posible de valores de la misma. De acuerdo a lo presentado en el ejercicio anterior, cada conjunto puede representarse a partir de un vector de valores numéricos (los valores a, b, c, d para conjuntos trapezoidales o triangulares, y los valores m, σ para conjuntos gaussianos). A su vez, si se concatenan estos vectores como filas de una matriz, pueden guardarse los p conjuntos asociados con una variable, en una matriz de p x 4 (para el caso de conjuntos trapezoidales) o p x 2 (para el caso de conjuntos gaussianos).

  Escriba una función que, dada una matriz en este formato, el tipo de conjuntos usados y el rango de la variable x, permita graficar los conjuntos definidos en la misma. La Figura 2 presenta un ejemplo del tipo de gráfica a realizar. Utilice para ello la función definida en

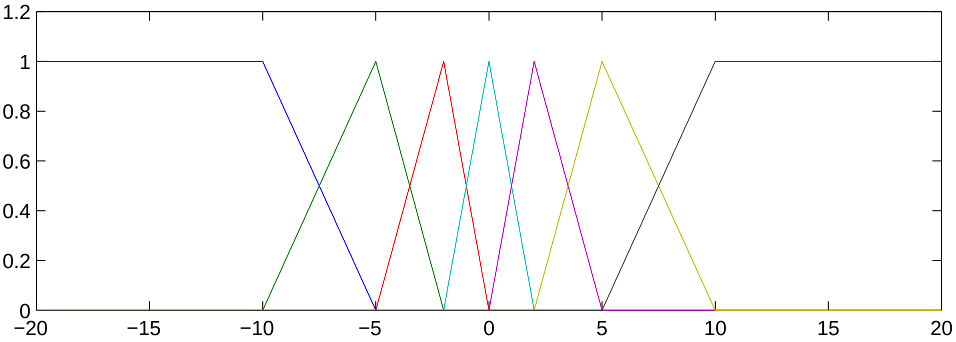

Figura 2: Conjuntos de membresía trapezoidales/triangulares.

el ejercicio 1. Pruebe la misma para la siguiente matriz que define 7 conjuntos de tipo trapezoidal/triangular para una variable x definida en el rango $-20 \leq x \leq 20$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} -20 & -20 & -10 & -5 \\ -10 & -5 & -5 & -2 \\ -5 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 10 \\ 5 & 10 & 20 & 20 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Proponga también una matriz que represente conjuntos de tipo gaussiano para la misma variable y grafíquelos.

- Ejercicio 3: determinación del grado de activación. Dados los p conjuntos borrosos asociados con una variable de entrada, es necesario evaluar para un valor concreto de la variable, el nivel de pertenencia a cada uno de los conjuntos (esto se traducirá en un sistema difuso, en el grado de activación de cada una de las reglas que tengan a esos conjuntos en sus antecedentes).

  Escriba una función que tome como entrada la matriz con la definición de los p conjuntos, y un valor concreto de la variable de entrada, y devuelva un vector con los niveles de membresía de ese valor para los p conjuntos. Pruebe esta función con las matrices de conjuntos utilizadas en el Ejercicio 2.

- Ejercicio 4: defuzzificación. Esta operación permite obtener un único valor de salida a partir de la combinación de varios conjuntos borrosos. Para ello el método más usado es el de centroides: dados q conjuntos de salida, escalados por el grado de activación de la regla que los activó, para cada conjunto se determina una coordenada para su centro de gravedad, y_i^{CG} y se calcula su área A_i. El valor de salida se calcula según:

$$y_{sal} = \frac{\sum_{i=1}^{q} y_i^{CG} A_i}{\sum_{i=1}^{q} A_i}. \tag{4}$$

Implemente una función que tome como entradas los conjuntos de salida, su tipo y el grado de activación para cada uno, y devuelva el valor de salida correspondiente. Las fórmulas para el centroide y las áreas de los conjuntos trapezoidales son relativamente simples. Para funciones gaussianas, suponga que el centroide coincide con la media, y el área es igual a $\sigma(2\pi)^{1/2}$. Para probarlo, utilice los conjuntos de salida definidos en la matriz $\mathcal{S}$ de tipo triangular, y un vector de activación $\mathbf{a} = [0; 0{,}7; 0{,}3; 0; 0; 0; 0]$.

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -5 & -3 \\ -5 & -3 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Pruebe también con conjuntos de salida gaussianos definidos por usted sobre el mismo rango.

- Ejercicio 5: reglas del sistema completo. En los sistemas borrosos, los conjuntos de entrada A_i son mapeados en los conjuntos de salida B_j a partir de reglas tipo ***if-then***, de la forma ***if*** *la entrada x es A_i* ***then*** *la salida y es B_j*. Para una entrada y una salida, este tipo de reglas puede codificarse como un vector de índices $\mathbf{r}$, donde la componente i-esima del vector corresponde al conjunto de entrada i, y el valor r_i es el índice del conjunto de salida que corresponde a esa regla. Por ejemplo, en un sistema con 3 conjuntos de la variable de entrada y tres de la variable de salida, el vector $\mathbf{r} = [3; 2; 1]$ indica que el conjunto A_1 de entrada es mapeado al conjunto B_3 de salida, el A_2 de entrada al B_2 de salida, y el A_3 de entrada al B_1 de salida. Escriba una función que, dadas las matrices que definen los conjuntos de entrada y salida (y sus tipos) para un sistema de una entrada con una salida, y el vector de mapeo entre conjuntos de entrada y conjuntos de salida, devuelva el valor de salida y del sistema para una entrada dada x. Para probarlo, considere un sistema borroso cuyos conjuntos de entrada y salida estén definidos por las matrices $\mathcal{M}$ y $\mathcal{S}$, usadas en los ejercicios anteriores. Además, suponga que las reglas están codificadas en el vector $\mathbf{r} = [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7]$.

- Ejercicio 6: el sistema borroso como mapeo no lineal entrada-salida. Escriba una función que permita graficar este mapeo, para ello use la

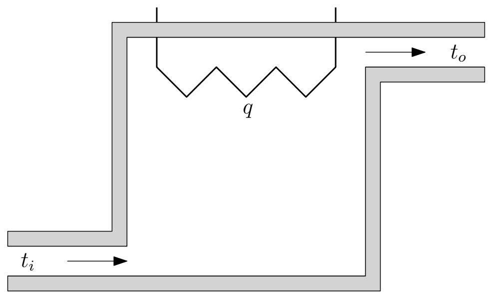

Figura 3: Sistema térmico a controlar.

función del ejercicio anterior, recorriendo todo el rango de valores de entrada posibles y calculando la salida correspondiente. Pruebe esta función con los conjuntos definidos en las matrices $\mathcal{M}$ y $\mathcal{S}$ y el mapeo de reglas $\mathbf{r}$ de los ejercicios anteriores. Modifique los conjuntos de entrada para utilizar conjuntos gaussianos en lugar de los trapezoidales, y vuelva a graficar el mapeo resultante. Estudie como cambia la morfología del mapeo si se modifica el solapamiento entre conjuntos. Cambie el mapeo de reglas a $\mathbf{r} = [7; 6; 5; 4; 3; 2; 1]$ y analice el resultado.

- Ejercicio 7: control borroso de un sistema térmico. Se tiene un acondicionador, cuyo funcionamiento se puede representar esquemáticamente como se observa en la Figura 3. Como se puede apreciar, ingresa líquido a temperatura t_i, cuya temperatura es modificada por el acondicionador, egresando a temperatura t_o. Suponiendo que el flujo es constante, así como la temperatura de ingreso del líquido t_i, que el líquido uniformiza su temperatura en forma instantánea y que el proceso está aislado de forma que no se pierde calor, el incremento de temperatura $t = t_o - t_i$ está relacionado con la cantidad de calor q agregado (o quitado) por el acondicionador. Una simulación del comportamiento térmico del acondicionador puede obtenerse mediante la ecuación $t_o[n] = t_i + gq + a(t_o[n-1] - t_i)$, donde $g = a = 40/41$ son constantes, q es la cantidad de calor aportada (o quitada) por el acondicionador, $t_o[n]$ y $t_o[n-1]$ son los valores actual y anterior de la temperatura de salida, y $t_i = 15$ es el valor de la temperatura de entrada que se supone constante. Suponga que la variable q se puede regular entre -7 y 7.

  Se desea diseñar un controlador de temperatura borroso como el de la Figura 4, el cual toma como entrada el error definido como $e = t_{ref} - t_o$ entre el la temperatura deseada y la que está dando el sistema, y calcula el valor de q a fijar en el acondicionador para generar la temperatura de salida deseada. Utilice como entrada de referencia una temperatura de 15 grados durante los primeros 30 pasos de la simulación, para

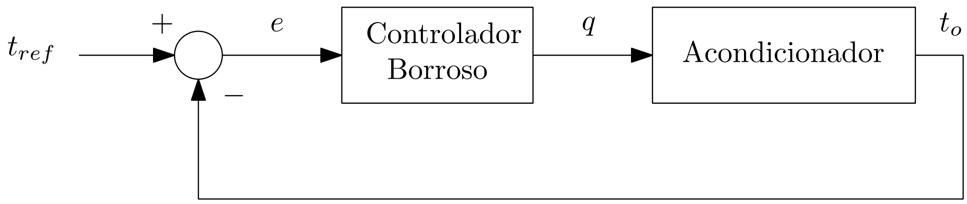

Figura 4: Diagrama en bloques del controlador a utilizar.

pasar a 25 grados en los siguientes 170 pasos. La simulación tiene un tiempo de muestreo de 1 segundo, y se simularan 200 pasos, es decir, 200 segundos. Utilice un valor inicial $t_o[-1] = 15$. Considere las siguientes dos posibilidades de conjuntos de entrada

$$\mathcal{M}_1 = \begin{bmatrix} -20 & -20 & -10 & -5 \\ -10 & -5 & -5 & -2 \\ -5 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 10 \\ 5 & 10 & 20 & 20 \end{bmatrix} \mathcal{M}_2 = \begin{bmatrix} -20 & -20 & -10 & -5 \\ -10 & -5 & -4 & -2 \\ -4 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 10 \\ 5 & 10 & 20 & 20 \end{bmatrix} \tag{6}$$

y las siguientes dos posibilidades de conjuntos de salida

$$\mathcal{S}_1 = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -5 & -3 \\ -5 & -3 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \mathcal{S}_2 = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -5 & -4 \\ -5 & -4 & -4 & -3 \\ -4 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Diseñe el controlador borroso para las cuatro combinaciones de conjuntos de entrada y salida. Para cada caso, analice el comportamiento del controlador, respecto de si presenta error final (alcanza el valor deseado), si oscila, y si tiene sobreimpulso (es decir, inicialmente se pasa del valor final).