Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas

Examen 14 de abril de 2016

1)

a. Mostrar que si $\boldsymbol{W}$ es un tensor de segundo orden antisimétrico, e $\boldsymbol{I}$ el tensor de identidad de segundo orden, luego se cumple:

$$\det(\mathbf{I}+\mathbf{W}) = 1+\frac{1}{2}|\mathbf{W}|^2, \qquad \text{donde} \quad |\mathbf{W}| = \sqrt{W_{ij}W_{ij}}$$

b. Mostrar que $\boldsymbol{I}+\boldsymbol{W}$ es invertible, mientras que $\boldsymbol{W}$ no lo es.

2) Determinar las direcciones principales y los valores principales del tensor Cartesiano de segundo orden $\mathbf{T}$, cuya representación matricial es la siguiente:

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

Mostrar que los ejes principales calculados forman un conjunto de ejes ortogonales.

3) El potencial de campo eléctrico λ para una región por la cual fluye un fluido está dada por

$$\lambda = \frac{5At^2}{r} + 8t$$

donde A es una constante arbitraria y $r^2 = x_1^{\,2} + x_2^{\,2}$. El campo de velocidad del fluido está dado por:

$$v_1 = x_1^2 x_2; \quad v_2 = -x_1^4 - x_1 x_2^2; \quad v_3 = 0$$

a. Calcular la derivada de λ en un punto P de coordenadas (x_1, x_2, x_3).

b. Calcular la derivada material de λ en un punto P de coordenadas (x_1, x_2, x_3).

c. Explique la significación física de cada una de las cantidades anteriores.

4) Sea V el volumen encerrado por la superficie S de normal saliente n_i unitaria. Sean x_i el vector posición en un punto de V y a_i un vector arbitrario constante, $(i = 1, 2, 3)$. Usando el teorema de Gauss y notación indicial mostrar que:

$$\int_S n \times (a \times x) \;\; dS = 2aV$$

5) (Alumnos libres) Desarrollar el tema “medidas de deformación”. Explicar cómo se obtiene el tensor de deformación de Green-Lagrange.