

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

*(con los * determino si se repitió y cuantas veces en los parciales)*

FILTROS

1*)- Ejemplo de dos casos de aplicación donde se requiera la utilización de filtrado estático y adaptativo respectivamente. Justificar.

Rta: Un filtro estático es aquel que siempre filtra de la misma manera, o sea es LTI y sus coeficientes no varían en el tiempo, un ejemplo puede ser el de un ECG que se transmite por radio frecuencia el cuál se sabe que va a poseer ruido desde la frecuencia 50Hz hasta 80Hz SIEMPRE, entonces aplico un filtro estático rechaza-banda para eliminar la misma. Un filtro adaptativo es aquel que se adapta al contexto, es decir sus coeficientes van variando y se trata de sistemas LTV. Un ejemplo puede ser de cualquier sistema en el que las características del ruido no sean constantes, ya sea un ECG que va variando su ruido o un celular el cuál posee dos micrófonos, uno para tomar la voz y otro para tomar el ruido, las cuales son aleatorias y van cambiando en el tiempo, entonces el filtro adaptativo tiene que tomar ambas y a la señal de la voz restarle el ruido interpretado por el otro micrófono. Otro ejemplo es la transmisión de un fax donde la misma puede haber perturbaciones en la señal eléctrica en el envío, entonces se coloca un filtro adaptativo para compensar estas perturbaciones que puede haber en la transmisión.

2*)- Ventajas y desventajas de usar el filtro Chebyshev tipo II.

Rta:

- (+) Banda de transición más angosta con respecto a Butterworth por ejemplo.
- (+) Puedo escoger su paridad para la banda de rechazo.
- (+) Al aumentar su orden estrecho la banda de transición.
- (-) Ya tiene definida su fase y no se puede controlar, es decir no se puede llegar a una fase lineal a diferencia de los FIR.
- (-) Puede llegar a ser inestable por ser un filtro recursivo.
- (-) Posee ondulaciones en la banda de rechazo.
- (-) Banda de paso monótonamente decreciente.

3*)- Describir una técnica de diseño de filtros IIR y una de filtros FIR.

Rta: Los filtros de tipo IIR (respuesta infinita al impulso) son aquellos que están en reposo y al ser estimulados por un impulso, su salida no vuelve al reposo, es decir su energía nunca vuelve a cero. Una técnica para el diseño de un IIR se da inicialmente especificando las características, ya sea de la señal como por ejemplo la frecuencia de muestreo, el ancho de banda de la señal, y las características de la frecuencia y tolerancia como la atenuación de la banda de paso, de rechazo, la frecuencia de paso, corte y rechazo, etc. Entonces se realiza un diseño analógico, que se realiza en el dominio de Laplace al trabajarse con datos continuos. En el mismo se parte de un filtro pasa-bajos normalizado (siempre la misma frecuencia de corte) con una frecuencia normalizada. En estas especificaciones se elige el tipo de filtro a utilizar, ya sea Butterworth, Chebyshev o Elíptico por ejemplo. Luego se realiza una transformación en frecuencia, en este caso es analógico en el plano S, donde puedo convertir el filtro en pasa-alto, pasa-banda, etc. y puedo escalar para que el corte sea en otro punto ahora. Y el paso final consiste en realizar una transformación conforme, mediante la bilineal paso

del plano S al Z, es decir lo convierto digital. Otro método sería realizar las especificaciones igual como se mencionó, pero luego realizar la transformación conforme y trabajar sobre el dominio Z directamente, donde luego puedo realizar la transformación en frecuencia, ya digital en el plano Z.

Los filtros de tipo FIR (respuesta finita al impulso) son aquellos que al ser estimulados por un impulso tendrán una respuesta finita y luego su energía vuelve a cero. Un método de diseño del mismo es por ejemplo el denominado “Método de Fourier y Ventaneo”, que consta de 6 pasos. Inicialmente especifico los requerimientos, es decir el modulo y la fase de la respuesta en frecuencia. Luego muestreo esta respuesta en frecuencia, es decir paso a discreto las frecuencias. Como estoy trabajando en el dominio frecuencial, aplico una transformada de Fourier inversa y voy al dominio temporal. Donde el mismo es no causal y de duración infinita (se trata de un sinc con la IFFT realizada). Le realizo un truncado temporal, donde con ventanas centrada en el espectro elimino los costados que son casi cero, pero que hacen que sea de duración infinita. Para esto debo determinar que ventana utilizar teniendo en cuenta el efecto Gibbs y cuál es la que mejor lo disimula. Luego le realizo una corrección de amplitud donde multiplico la señal por un valor que quiero disminuir o aumentar la amplitud. Y finalmente, aunque es opcional, se le corrige la causalidad realizando un corrimiento de la señal.

4)- Explicar que es un filtro de compensación de fase, filtro de fase lineal y filtro adaptativo.

Rta: Un filtro de compensación de fase es aquel que deshace una modificación para obtener la señal con la fase original, es decir compensa problemas de distorsión de fase previos. No modifica la magnitud ni las frecuencias, solamente la fase.

Un filtro de fase lineal es aquel que modifica la fase de la señal de entrada de forma lineal de forma proporcional a la frecuencia, independiente del módulo. Se realiza esta modificación para que no haya distorsión en la fase.

Un filtro adaptativo es aquel que se adapta a los cambios que suceden, es decir se adapta al contexto. Se trata de un sistema LTV, el cuál es variante en el tiempo, o sea los coeficientes a calcular van cambiando. Tener coeficientes variables del filtro es necesario cuando se conoce a priori las características estadísticas de la señal a filtrar o cuando se conoce y se sabe que son variables en el tiempo.

5)- Diferencias y similitudes entre un sistema y un filtro.

Rta: Un filtro ES un sistema, el cual es capaz de producir cambios en las características de la señal como la amplitud y/o fase. Mientras que un sistema abarca más cosas, dentro de ellas los filtros.

6)- Ventajas y desventajas de usar el filtro Butterworth.

(+) Las bandas de paso y de rechazo son planas sin presentar ondulaciones, pareciéndose lo más posible al filtro ideal.

(+) Al aumentar su orden es el único que mantiene su forma en cuanto a las bandas de paso y de rechazo, achicando la banda de transición.

(+) Distribución de polos uniforme, evitando oscilaciones.

(-) Lenta transición entre la banda de paso y de rechazo.

(-) Ya tiene definida su fase y no se puede controlar, es decir no se puede llegar a una fase lineal a diferencia de los FIR.

(-) Puede llegar a ser inestable por ser un filtro recursivo.

IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

1*)- Deducir ecuación de Wiener-Hopf para predicción lineal.

Rta: Ver demo.

2*)- Describir métodos de estimación de orden y determinar ventajas.

Rta: Dentro de los métodos para estimar el orden tenemos el error de predicción final (FPE) y el criterio de Akaike.

El FPE utiliza la medición de los errores residuales en la resolución del sistema de Wiener-Hopf. Mediante el método de Levinson-Durbin obtengo el E_p (error de predicción), donde $V_p = E_p$ (normalizado). En este método tengo en cuenta una

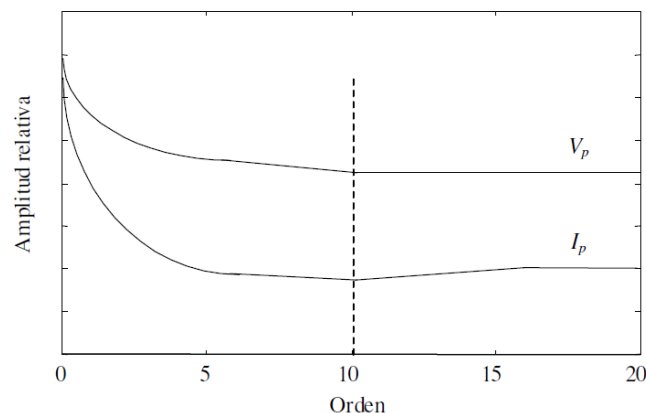
tolerancia: $1 - \frac{V_{p+1}}{V_p} < \gamma$, para este método debo fijarme que orden elegir, porque a

mayor orden me permitirá reducir el error, pero también no quiero un sistema con un orden muy grande. Por eso lo que se hace es colocar una tolerancia que sería el γ , y la división V_{p+1}/V_p siempre va a ser menor a uno pero acercándose a él, porque el V_{p+1} es un valor siguiente de predicción y gráfica va disminuyendo, entonces siempre es menor a V_p . Como ventaja podemos mencionar que es fácil de implementar, aunque Akaike también no es difícil. Otra ventaja es que se puede realizar una mejor estimación o reducción del error que Akaike pero inversamente lleva un gran número de orden. Pero como desventaja podemos mencionar que el orden apropiado debería ser del sistema y no de quien lo hace, o sea a alguien le puede parecer bien una determinada tolerancia γ y a otro colocarle una distinta, o sea está más en criterio de quien lo haga y no debería ser así.

En cuanto al criterio de Akaike, el otro método para estimar el orden, está basado en la entropía, es decir con gran entropía hay poca capacidad de predecir y con poca entropía

es más fácil de predecir. En este método hay una ecuación $I_p = \log E_p + \frac{2P}{N_e}$, ésta

ecuación posee una parte logarítmica (que provee el decrecimiento) y otra lineal, graficando ambas me va a dar una intersección entre las mismas, donde allí voy a encontrar el único valor de orden estimado. Por lo tanto como ventaja podemos encontrar que es mejor que el FPE ya que determina solamente una estimación y la realiza el sistema sin quedar a criterio de nadie.



3*)- Escribir una definición de identificación de sistemas.

Rta: Identificar un sistema consiste en encontrar un conjunto de reglas y parámetros asociados, que describan un modelo aceptable para el proceso en el que se está llevando a cabo. Los resultados de esta identificación son la estructura y el conjunto de parámetros característicos del modelo. A veces la estructura se puede conocer de antemano, entonces la identificación de sistemas sería solamente para encontrar los parámetros adecuados.

4)- Limitaciones del método de predicción lineal.

Rta: El método de predicción lineal (LPC) es para determinar los parámetros. La salida es predecible mediante una combinación lineal de las entradas y salidas anteriores (mediante modelos ARMA y AR). El método de predicción lineal tiene como limitaciones que se necesita un orden muy grande para realizar una buena estimación y otra limitación por ejemplo es que la entrada no cumpla con las hipótesis iniciales, es decir que la entrada sea un delta de Dirac o un ruido blanco (donde su autocorrelación es un delta de Dirac).

5)- Deducir la ecuación para el cálculo de la ganancia en el método de predicción lineal.

Rta: Ver página 109 de la biblia (7 de esa unidad).

6)- Indicar V o F y justificar sobre las afirmaciones de identificación de sistemas de predicción lineal: *(no estoy seguro que lo haya hecho bien)*

- a)- No pueden utilizarse en sistemas con entradas aleatorias.
- b)- Son los métodos más sencillos para identificar un sistema lineal de orden pequeño.
- c)- No sirven para encontrar los parámetros de un sistema ARMA.
- d)- Pueden extenderse fácilmente a los sistemas no lineales.

Rta:

a)- Falso. Dentro de la predicción lineal, está el sistema de Wiener-Hopf para señales aleatorias (estacionarias y no estacionarias). De aleatorias sólo se habla de valores esperados para las medidas del error.

b)- Verdadero. Para sistemas de primer o segundo orden es simple obtener sus parámetros estimulándolos con un escalón y analizando gráficamente ciertos patrones identificables en su respuesta.

c)- Falso. La salida es predecible a partir de una combinación lineal de entradas y de las salidas anteriores. Por lo tanto se puede realizar tanto para un modelo ARMA como AR. En este caso tendría que encontrar también los coeficientes b_k , pero sí es posible.

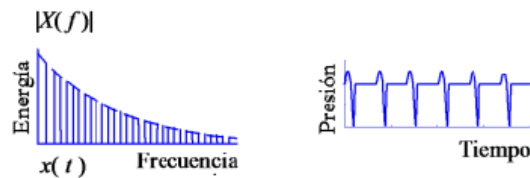
d)- Verdadero. Para los sistemas no lineales la realización es mediante los métodos adaptativos, donde debo encontrar ahora el ECI (error cuadrático instantáneo). Dentro de ellos por ejemplo tenemos el método adaptativo de Widrow.

PROCESAMIENTO DE LA VOZ

1)- Describir y clasificar desde el punto de vista fenomenológico a la señal producida a nivel de las cuerdas vocales. Características de su espectro. Graficar.

Rta: La señal de voz producida por las cuerdas vocales se trata de una señal cuasi-periódica, es decir entre los distintos períodos la señal presenta variaciones mínimas,

haciendo que la misma no sea completamente periódica. En cuanto a su espectro podemos ver que posee la característica de que a medida que su frecuencia aumenta la energía va disminuyendo. La variación de la energía se produce por una variación en la presión subglotal y de la forma del tracto vocal. Al ser un sonido sonoro provoca vibraciones en las cuerdas vocales haciendo que tenga energía como ya se mencionó, pero además el cruce por ceros se va a reducir.



2)- A que se denominan frecuencias formantes, como se denotan y qué importancia tienen en la generación de la voz.

Rta: Las frecuencias formantes son picos de intensidad en el espectro de una señal relacionadas con la frecuencia fundamental F_0 . Es donde se concentra energía, determinada por una frecuencia. Técnicamente son bandas de frecuencias donde se concentra la mayor parte de energía sonora de un sonido. Se producen por resonancia del tracto vocal, que modifica la amplitud del sonido. Se denotan con F_1 , F_2 , F_3 , etc. Con las F_1 y F_2 podemos estimar las vocales en el habla español, mientras que con las F_3 y F_4 podemos detectar al hablante.

3)-Cuál es la relación que existe entre la frecuencia física de un sonido medida en Hz y su correspondiente percepción psicoacústica (medida en mels).

Rta: Básicamente la frecuencia física de un sonido es la frecuencia real, es decir cómo suena verdaderamente un sonido. Como el oído humano no detecta el sonido tal cual es producido, o sea a la frecuencia física, se introdujo la denominada escala de mel. El mel es una unidad de medida para el pitch, que es lo que las personas oyen verdaderamente, o sea una frecuencia que se percibe. De esta forma como el oído no percibe de manera lineal, se hace un mapeo entre la frecuencia real (física) y la percibida. Arbitrariamente se designó que $1000 \text{ Hz} = 1000 \text{ mel}$, y por encima de estas frecuencias se realiza un mapeo logarítmico $F_{mel} = 1000 \log_2(1 + \frac{F_{Hz}}{1000})$. Por ejemplo si oímos una señal de

10Hz y luego una de 50Hz podemos notar la diferencia, mientras que si escuchamos una de 2010Hz y una de 2050Hz ya no es posible o es mucho más difícil percibir el cambio.

4)- Proponer un método para clasificar tramos de una señal de voz según sean sonoros (presencia de F_0) o sordos (sin presencia de F_0).

Rta: Para clasificar tramos de una señal según sean sordos o sonoros tenemos por ejemplo:

- Energía: con su variación nos permite saber si hay voz o no, o sea si hay sonidos sordos o sonoros. Un sonoro produce vibraciones en las cuerdas vocales y aumenta la energía, mientras que un sordo disminuye la energía.
- Tasa de cruces por ceros: podemos determinar si hay voz o no, ya que un sonoro tiene poca TCC, mientras que un sordo posee gran cantidad de TCC.

- Magnitud: es similar a la energía con la diferencia que en los sordos la magnitud no desciende tanto como en la energía, aunque aún así permite determinar sonoros y sordos. Este método es más barato computacionalmente.
- Autocorrelación: se mide la similitud de una señal con ella misma desplazada. Obtengo el primer pico alto por la AC consigo misma, luego desplazo y obtengo otro pico de menor magnitud y así sucesivamente. La separación que hay entre estos picos me determinan el periodo fundamental y luego puedo obtener la F0 con su inversa. Entonces mediante la F0 determino si es sordo o sonoro de acuerdo a si se encuentra (sonoros) o no (sordos).

5)- Qué es la escala de mel y como se utiliza para el análisis de la voz.

Rta: En pregunta 3 se responde básicamente.

6)- Proponga un método para contar la cantidad de cruces por cero de un tramo de una señal de voz. Como haría para que el método sea robusto al ruido.

Rta: Para determinar la cantidad de cruces por ceros, una señal muestreada en el tiempo puedo ir recorriéndola y preguntar si la magnitud de ese valor es mayor o igual a cero y el que le sigue es menor a cero, entonces se produjo un cruce, mientras que también debería preguntar si su magnitud es menor a cero y su siguiente es mayor o igual a cero también se produce un cruce.

Ej: if (($x(i) \geq 0$ and $x(i+1) < 0$) or ($x(i) < 0$ and $x(i+1) \geq 0$))

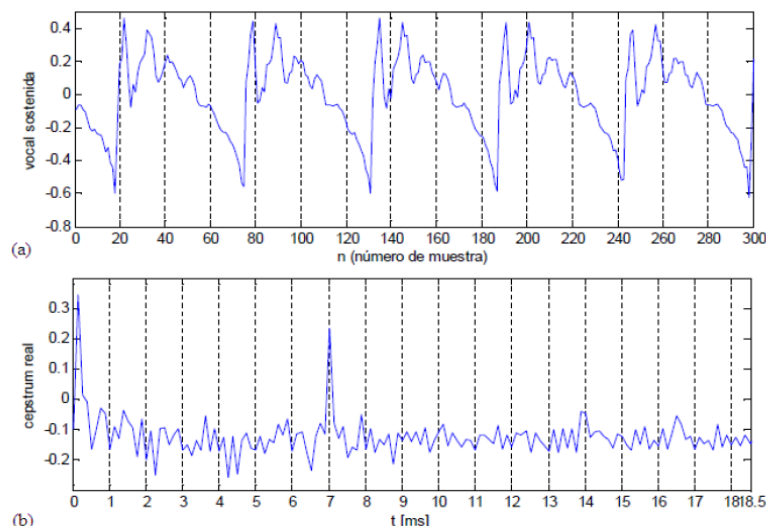
TCC=TCC+1;

Para hacerlo robusto ante el ruido, debo tener en cuenta si conozco la amplitud del ruido y preguntar de la misma forma que antes, pero si esos valores son mayores a la amplitud que posee el ruido, entonces no estaría evaluando los valores pequeños correspondiente al ruido, que hacen que se produzca gran cantidad de cruces por cero.

7)- Considere la gráfica de una vocal sostenida $x[n]$ que se muestra en la Figura 1.(a). Indique, dibujando sobre la misma, un Período Fundamental (T_0) y estime (aproximadamente) su duración. La frecuencia de muestreo es de 8 kHz:

a) Defina el cepstrum real $c[n]$. (No estoy seguro si lo hice bien)

b) A partir de la Figura 1.(b) , correspondiente al cepstrum real del segmento de vocal mostrado en la Figura 1.(a), indique cómo estimar la Frecuencia Fundamental (F_0) del segmento y compare con el resultado obtenido en el punto anterior.



Rta:

a)- El cepstrum obtenido por el procesamiento homomórfico es llamado cepstrum complejo (cc). La parte par se denomina cepstrum real y la parte impar contiene información relativa a la fase. El cepstrum real no es invertible, es decir a partir de los coeficientes cepstrum no se puede obtener la señal original, pero sí es más rápido que el cepstrum complejo.

$Cr = IFFT\{\log |FFT(x(n))|\}$ (estoy tomando la magnitud, esto es lo que cambia con respecto al complejo).

b)- Observando la primer figura, un período podría ser considerado que va desde 18 hasta 75. O sea $T_0 = (75-18) = 57$.

En 1 segundo $\rightarrow 8000\text{Hz}$

En x segundo $\rightarrow 57\text{Hz}$, entonces el periodo fundamental es de 7.125×10^{-3} .

La frecuencia entonces es $1/T_0 = 140.35$

Ahora en este segundo paso observando la figura de abajo veo que el pico lo encuentro en 7ms, lo que me determinaría la frecuencia fundamental, o sea 7×10^{-3} con una frecuencia de 142.85, dándome valores casi parecidos entre las dos determinaciones.

ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

1***)- Definir STFT en versión discreta. Y en su versión continua.

Rta: La transformada de Fourier en tiempo corto, corrige el problema de la pérdida de información temporal. Es decir realizando Fourier simplemente, obtengo el dominio frecuencial, pero pierdo la información del dominio temporal, y la TFD no es adecuada para señales estacionarias. Por ejemplo viendo los gráficos de dos señales solapadas, de una forma u otra, o sumadas, me dan todas la misma TF, por lo tanto luego no sé cómo obtener la información temporal. Esto es lo que soluciona la STFT mediante ventaneo, trabajando sobre señales no estacionarias, y con ese ventaneo hago que sea estacionaria por tramos. Entonces dada una ventana real simétrica $g(t) = g(-t)$ se la desplaza y modula. La STFT en versión continua, la desplazo μ y la modulo con una frecuencia ξ , obteniendo la siguiente ventana: $g_{\mu, \xi}(t) = g(t - \mu)e^{-i\xi t}$ (átomo tiempo frecuencia). Entonces localizo la atención en los alrededores de μ y con el producto interno mediré el grado de parecido. Suponiendo que $\|g_{\mu, \xi}(t)\| = 1$ (está normalizada), entonces la STFT se obtiene mediante el producto interno de una señal $f(t)$ y la ventana mencionada. $\langle f(t), g_{\mu, \xi}(t) \rangle = Sf(\mu, \xi)$, entonces:

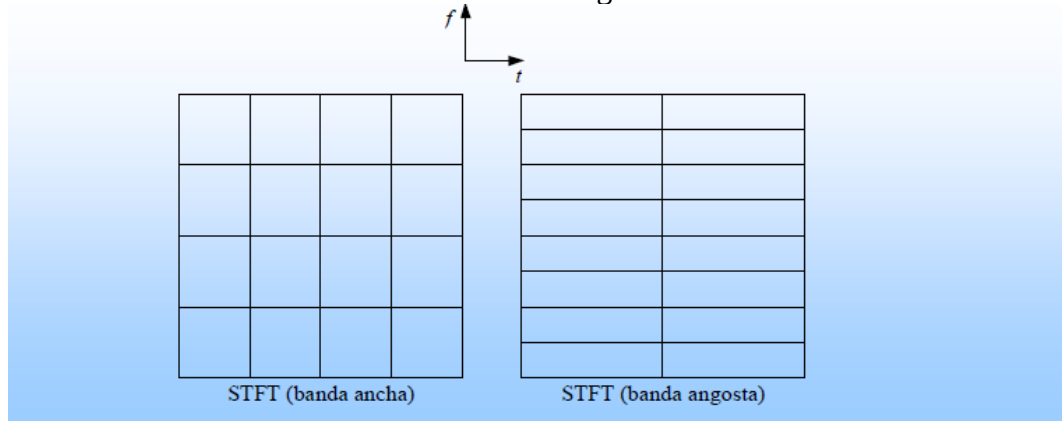
$$Sf(\mu, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot g(t - \mu) e^{-i\xi t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot g_{\mu, \xi}^*(t) dt$$

La STFT en versión discreta, posee la siguiente ventana $g[n] = g[n - m]e^{-i\frac{2\pi L}{N}n}$ (átomo tiempo frecuencia) y con el producto interno ante una señal $f[n]$ obtengo:

$$Sf[m, L] = \langle f[n], g_{m, L}[n] \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] g[n - m] e^{-i\frac{2\pi L}{N}n}$$

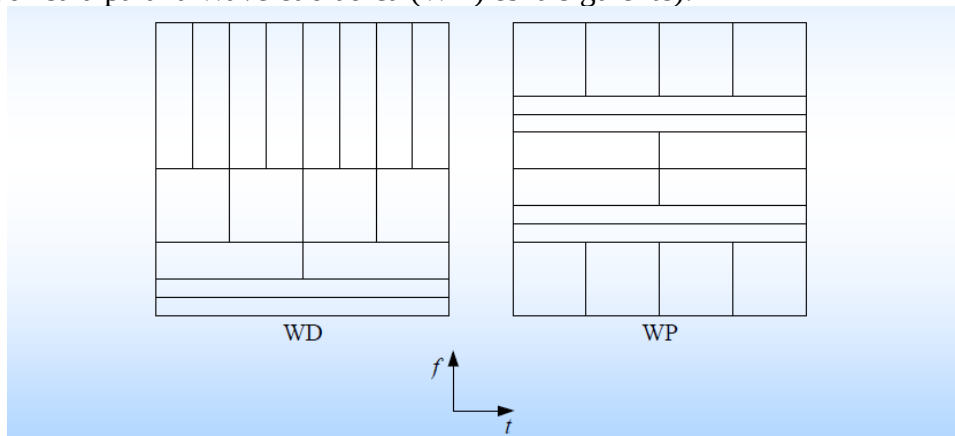
2)- Esquematizar cuadrículas de tiempo-frecuencia de la STFT y la Wavelet diádica discreta. Gráfico con magnitudes y unidades en los ejes.

Rta: Para las cuadrículas de STFT tenemos las siguientes:



En la cuadrícula de la izquierda es realizada con ventanas más cortas, lo que me da una mejor resolución temporal y peor resolución frecuencial, mientras que la cuadrícula de la derecha está realizado con ventanas más anchas, por lo tanto tengo peor resolución temporal y mayor resolución frecuencial.

La cuadrícula para la Wavelet diádica (WD) es la siguiente):



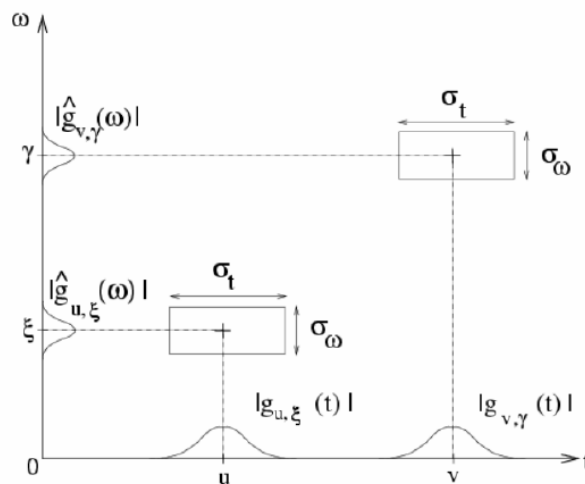
La cuadrícula de la izquierda corresponde a la Wavelet Diadica discreta, está realizada con múltiplos de 2, es decir este es un caso de orden 3 si no me equivoco, que arriba termina dibujando 8 ventanas en el tiempo. La resolución temporal y frecuencial está distribuida de acuerdo al árbol diádico. La cuadrícula de la izquierda no se de cuál es. Igual pide la WD nomas.

3)- Explicar para que tipo de señales es adecuado utilizar un análisis tiempo-frecuencia. Presentar un ejemplo y comentar cual sería la información relevante que podría aportar este tipo de análisis.

Rta: El análisis de tiempo frecuencia es adecuado realizarlo para señales no estacionarias, ya que de ésta forma con la TFD no alcanza. Un ejemplo podría ser el marcado de un número de teléfono como vimos antes, que cada vez que apretó un botón realiza un ruido que es la suma de dos frecuencias, por lo tanto con la escala tiempo-frecuencia localizo en que tiempo se realizo un marcado y la frecuencia de los mismos, obteniendo fácilmente el número de marcado. Otro ejemplo sería recorrer una escala de notas y determinar cuando suena la nota LA en que tiempo. Entonces directamente podría localizar en el espectrograma de tiempo frecuencia cuando se produjo la nota LA, de acuerdo a la frecuencia que tiene la misma, y así localizar fácilmente el tiempo en que se ejecutó.

4*)- Explicar en qué consiste el principio de incertidumbre y como se expresa analíticamente.

Rta: El principio de incertidumbre de Heisenberg menciona la imposibilidad de que dos pares de magnitudes (en este caso el tiempo y la frecuencia) sean conocidos con precisión arbitraria, es decir, cuando se busca más tiempo se va a obtener una menor frecuencia. La varianza temporal σ_t y la varianza frecuencial σ_ω de una función $f(t) \in L^2 R$ satisfacen la siguiente inecuación: $\sigma_t \cdot \sigma_\omega \geq 1/2$. La misma es una inecuación hasta que elijo que ventana utilizar, donde ahí se convierte en ecuación (igualdad). Lo que dice el principio de incertidumbre es que para los valores de u, v con γ y ξ , existe un rectángulo de incertidumbre σ_t y σ_ω con área de al menos $1/2$. En la STFT función $g(t)$ permanece siempre igual, solo cambia la fase (desplazo en el tiempo), entonces tiene resolución uniforme tanto en el tiempo como en la frecuencia. La resolución temporal y frecuencial van a depender del tamaño de las ventanas. Por este criterio entonces nunca se va a poder obtener un resultado ajustado en ambos dominios, sino que debo determinar depende de la aplicación si ajusto más uno u otro. También se puede determinar que el área del cuadradito de incertidumbre va a ser mínimo cuando $g(t)$ es una ventana Gaussiana como en el caso de Gabor.



5)- Describir el algoritmo rápido para el cálculo de la Wavelet Diádica.

Rta: El algoritmo para la Wavelet Diádica es el siguiente:

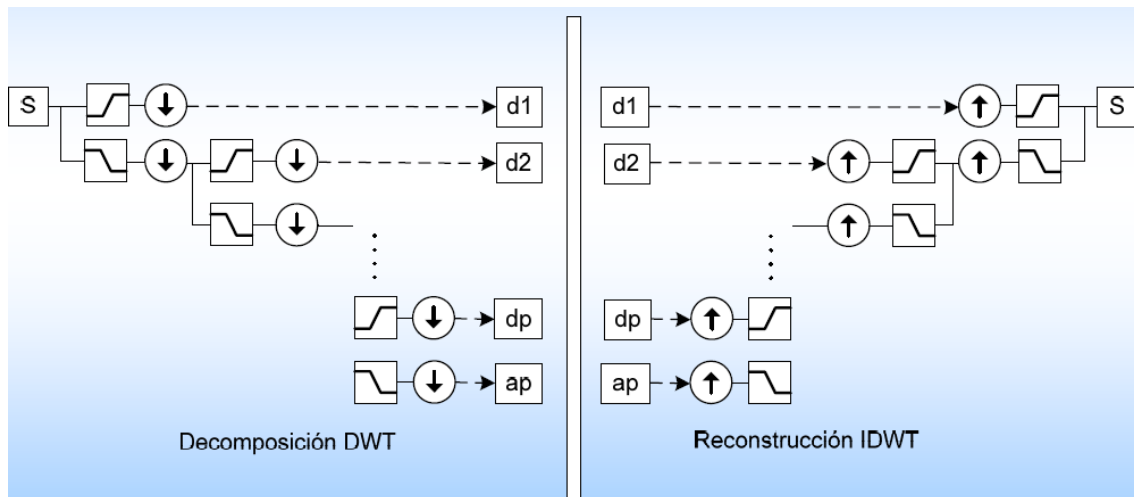
A partir de los filtros h y g se pueden verificar las siguientes ecuaciones:

$$a_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n - 2p]a_j[n]$$

$$d_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n - 2p]a_j[n]$$

Y para la reconstrucción:

$$a_j[p] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n - 2p]a_j[n] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n - 2p]d_{j+1}[n]$$



6)- ¿Es posible interpretar STFT en términos de una base? Si es así ejemplifique graficando algunos elementos de la misma.

Rta: No es posible. Para que sea una base debe ser conjunto generador y LI. Entonces si las ventanas utilizadas en STFT no se solapan estaré perdiendo información entonces no sería generador, y si solapo las ventanas estoy repitiendo información (redundancia) entonces no sería LI.