Cálculo Numérico 2016
Trabajo Práctico 8

Algoritmos para problemas de valores de contorno lineales

Ejercicio 1: Escriba una función de Octave que aproxime la solución de un problema de valores de contorno del siguiente tipo mediante el método del disparo lineal

$$-y'' + p(x)y' + q(x)y + r(x) = 0, \qquad a \le x \le b, \quad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta$$

donde los extremos a y b, las condiciones de frontera α y β y el número de subintervalos N deben ingresarse como argumento de la función.

Ejercicio 2: Dado el problema en su forma general como se presenta en el ejercicio anterior, comente acerca de las condiciones que tienen que satisfacer las funciones p, q y r para que tenga solución única.

Ejercicio 3: Dado el siguiente problema de valores de contorno

$$y'' = -\frac{2}{x}y' + \frac{2}{x^2}y + \frac{\sin(\ln(x))}{x^2}, \qquad 1 \le x \le 2, \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 2$$

cuya solución exacta está dada por

$$y = c_1 x + \frac{c_2}{x^2} - \frac{3}{10}\sin(\ln(x)) - \frac{1}{10}\cos(\ln(x))$$

donde

$$c_2 = \frac{1}{70}[8 - 12\sin(\ln(2)) - 4\cos(\ln(2))]$$

y

$$c_1 = \frac{11}{10} - c_2$$

aplique el algoritmo del disparo lineal con $h = 0.1$ y $h = 0.01$ para hallar la solución aproximada del mismo. Utilice el método de Runge-Kutta de orden 4 para integrar. Calcule el error cometido y el órden empírico del método. Saque conclusiones.

Ejercicio 4: Escriba una función de Octave que aproxime la solución de un problema de valores de contorno del siguiente tipo mediante el método de diferencias finitas lineal 1-D

$$-y'' + p(x)y' + q(x)y + r(x) = 0, \qquad a \le x \le b, \quad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta$$

donde los extremos a y b, las condiciones de frontera α y β y el número de subintervalos N deben ingresarse como argumento de la función.

Ejercicio 5: Resuelva el problema de valores de contorno que se presenta en el ejercicio 3, con los mismos tamaños para h, pero aplicando el método de diferencias finitas lineal 1-D. Compare el resultado con aquél obtenido por el método del disparo lineal y saque conclusiones.