Trabajo Práctico Nº6

Darién Julián Ramírez
Universidad Nacional del Litoral. ianshalaga@gmail.com

A continuación se muestran las resoluciones de los ejercicios 9 y 10 de la guía de trabajos prácticos número 6.

I. Ejercicio 9

Realice el ejercicio 20 de la sección 4.1, página 178, del libro de Burden y Faires 7ma Edición.

---

20. En un circuito con un voltaje impreso $\varepsilon(t)$ y una inductancia L, primera ley de Kirchhooff nos da la siguiente relación $\varepsilon(t)=L\frac{di}{dt}+Ri$, donde R es la resistencia del circuito e i es la corriente. Suponga que medimos la corriente con varios valores de t y obtenemos:

t	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04
i	3.10	3.12	3.14	3.18	3.24

Tabla 1: Mediciones de corriente en distintos valores de tiempo.

Donde t se mide en segundos, i se da en amperes, la inductancia L es una constante de 0.98 [Henries] y la resistencia es de 0.142 [Ohms]. Aproxime el voltaje $\varepsilon(t)$ en los valores de tiempo de la Tabla 1.

Para determinar la derivada de la intensidad de corriente con respecto al tiempo se utilizarán fórmulas de diferenciación de dos y tres puntos, y así asegurar que se tengan los mismos órdenes de error para todos los puntos.

Entonces se utilizarán fórmulas de dos puntos progresivas para los valores de t: 1.00, 1.01, 1.02 y 1.03; y una fórmula de dos puntos regresiva para t = 1.04.

Por otro lado, se utilizará una fórmula de tres puntos progresiva para t = 1.00, una fórmula de tres puntos centrada para t = 1.01, 1.02 y 1.03, y finalmente una fórmula de tres puntos regresiva para t = 1.04.

Se obtienen así los siguientes resultados:

$\frac{di}{dt}$	2	2	4	6	6
$\varepsilon(t)$	2.4002	2.403	4.3659	6.3316	6.3401

Tabla 2: Valores de las derivadas obtenidos con dos puntos y sus respectivos voltajes.

$\frac{di}{dt}$	2	2	3	5	7
$\varepsilon(t)$	2.4002	2.403	3.3859	5.3516	7.3201

Tabla 3: Valores de las derivadas obtenidos con tres puntos y sus respectivos voltajes.

II. Ejercicio 10

Repita el ejercicio 8 de esta guía pero con la integral del ejercicio 1.d) de la sección 4.7, página 226, del libro de Burden y Faires 7ma Edición y sólo para n=3. Luego, resuelva la integral utilizando la función [s] = simp_comp(f,a,b,M) implementada en el ejercicio 6, utilizando 5 pares de subintervalos. Realice los comentarios pertinentes acerca de la precisión de cada uno de los métodos utilizados.

Ejercicio 8: Aproxime el valor de la siguiente integral usando cuadratura de Gauss con n=2 (número de puntos de integración). Compare este resultado con el valor exacto de la integral y con aquí el obtenido mediante la regla de Newton-Cotes que utiliza igual cantidad de puntos de integración. Repita el ejercicio con n=3.

1. d. Aproxime las siguientes integrales usando cuadratura gaussiana con n = 2 y compare sus resultados con los valores exactos de las integrales.

$$\int_0^{\pi/4} x^2 \sin(x)\,dx$$

n	Raíces	Coeficientes
2	0.5773502692	1
	-0.5773502692	1
3	0.7745966692	0.5555555556
	0	0.8888888889
	-0.7745966692	0.5555555556

Tabla 4: Raices y coeficientes tabulados para la cuadratura Gaussiana.

Utilizando los algoritmos *cuad_gauss_tres_puntos* y *fcg*, se consigue un valor aproximado a la integral de 0.088754.

Integral exacta:

$$I=\int_0^{\pi/4} x^2 \sin(x)\,dx\,;\;\; u=x^2\,;\;\; du=2x\,dx\,;\;\; dv=\sin(x)\,dx\,;\;\; v=-\cos(x)$$

$$I=\int_0^{\pi/4} u\,dv=uv-\int_0^{\pi/4} v\,du=-x^2\cos(x)+2\int_0^{\pi/4} x\cos(x)\,dx\,;$$

$$u=x\,;\;\; du=dx\,;\;\; dv=\cos(x)\,dx\,;\;\; v=\sin(x)$$

$$I=-x^2\cos(x)+2\left[x\sin(x)-\int_0^{\pi/4}\sin(x)\,dx\right]$$

$I=-x^2\cos(x)+2x\sin(x)+2\cos(x)$ Que para el intervalo [0,pi/4] da 0.088755.

Utilizando el algoritmo *simp_comp* y *fsc* se calcula el valor de la integral para la función mediante la regla de Simpson compuesta con M=5. El valor obtenido es 0.088754.

Como se puede apreciar, ambos métodos devuelven el mismo resultado obteniendose un error absoluto con respecto al valor de la integral exacta de 1e-6.

III. ALGORITMOS

```
function [df] = dif_prog_reg_dos_puntos(fx,xc,h)
  #Cuando h es positivo es progresiva
  #Cuando h es negativo es regresiva
  df = (feval(fx,xc+h)-feval(fx,xc))/h;
endfunction
```

```
function [df] = dif_prog_reg_tres_puntos(fx,xc,h)
  #Cuando h es positivo es progresiva
  #Cuando h es negativo es regresiva
  df = (1/(2*h))*(-3*feval(fx,xc)+4*feval(fx,xc+h)-feval(fx,xc+2*h));
endfunction
```

```
function [df] = dif_cen_tres_puntos(fx,xc,h)
  df = (1/(2*h))*(feval(fx,xc+h)-feval(fx,xc-h));
endfunction
```

```
function [y] = f(x)
  t = [1.00 1.01 1.02 1.03 1.04];
  i = [3.10 3.12 3.14 3.18 3.24];
  n = length(t);
  for k=1:n
    if (x == t(k))
      y = i(k);
      break;
    endif
  endfor
```

```
endfunction
```

```
function [cg3] = cuad_gauss_tres_puntos(a,b,f)
  t1 = 0.7745966692;
  t2 = 0;
  t3 = -0.7745966692;
  c1 = 0.5555555556;
  c2 = 0.8888888889;
  c3 = 0.5555555556;
  cg3 = ((b-a)/2)*(c1*feval(f,t1)+c2*feval(f,t2)+c3*feval(f,t3));
endfunction
```

```
function [fcg] = fcg(t)
  a = 0;
  b = pi/4;
  x = ((b+a)+(b-a)*t)/2;
  fcg = (x^2)*sin(x);
endfunction
```

```
function [s] = simp_comp(f,a,b,M)
  s = 0;
  h = (b-a)/(2*M);
  x = a+h;
  while x<b
    s = s+feval(f,x-h)+4*feval(f,x)+feval(f,x+h);
    x = x+2*h;
  endwhile
  s = h*s/3;
endfunction
```

```
function [y] = fsc(x)
  y = x^2*sin(x);
endfunction
```

REFERENCIAS

[1] Richard L. Burden & J.Douglas Faires, Análisis Numérico.