Examen Final

Mecánica del Continuo

1 de octubre de 2004

NOTA: En las preguntas 1 a 3, cada cuestión puede tener **una o más** respuestas correctas. El alumno debe indicar, justificando adecuadamente, cuáles de ellas considera correcta y porqué.

1) Indicar cuáles de las siguientes proposiciones referidas a la teoría de elasticidad lineal son correctas:
   a. Si los desplazamientos son pequeños ($\mathbf{u} \approx \mathbf{0}$) las deformaciones son siempre infinitesimales.
   b. La densidad ρ no es una incógnita
   c. Las componentes del tensor de constantes elásticas $\mathbb{C}$ no varían con la orientación del sistema de ejes coordenados.
   d. El comportamiento constitutivo queda totalmente caracterizado definiendo el módulo de deformación volumétrica K y el módulo de deformación transversal G.

2) Para un cierto material **elástico lineal isótropo** indicar cuales de las siguientes situaciones son posibles para las componentes de los tensores de tensión y deformación en un sistema de coordenadas cartesiano $\{x, y, z\}$:
   a. $\sigma_y > 0$; $\sigma_x = \sigma_z = 0$ y $\varepsilon_y < 0$
   b. $\sigma_m = \frac{1}{3} Tr(\boldsymbol{\sigma}) < 0$ y $e = Tr(\boldsymbol{\varepsilon}) > 0$
   c. $\sigma_x > 0$; $\sigma_y = \sigma_z = 0$ y $\varepsilon_y < 0$
   d. $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_m \mathbf{1}$ con $\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{1} \neq \mathbf{0}$

3) Indicar cuáles de las siguientes proposiciones referidas a un **material elástico lineal isótropo** son correctas:
   a. El tensor $\boldsymbol{\sigma}$ siempre es esférico.
   b. Las componentes de $\boldsymbol{\sigma}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ no varían con la orientación del sistema de ejes coordenados
   c. Las componentes del tensor de constantes elásticas $\mathbb{C}$ no varían con la orientación del sistema de ejes coordenados.
   d. El comportamiento constitutivo queda totalmente caracterizado definiendo el módulo de deformación volumétrica K y el módulo de deformación transversal G.

4)
   a. Probar que el tensor $B_{ik} = \varepsilon_{ijk}(\alpha + \beta) a_j$ es antisimétrico
   b. Sea B_{ij} un tensor Cartesiano antisimétrico de segundo orden. Sea además el vector $b_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{jki} B_{jk}$. Mostrar que $B_{pq} = \varepsilon_{pqi} b_i$.

5) Pruebe que $\sigma_{ij}\sigma_{ik}\sigma_{km}\sigma_{mj}$ es un invariante del tensor de tensiones.