FICH

Universidad Nacional del Litoral

Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas

Estadística

Ingeniería en Informática

Mg. Susana Vanlesberg: Profesor Titular
Dr. Mario Silber: Profesor Adjunto
Dra. Andrea Bergesio: Jefe de Trabajos Prácticos
A.I.A. Juan Pablo Taulamet: Auxiliar de Primera

:: GUÍA 2 ::

VARIABLE ALEATORIA

:: 2014 ::

Ejercicio 1

El número de horas (que se miden en unidades de 1000 hs.) que una fábrica usa una máquina durante un año es una V.A. que se distribuye según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{para } 0 \le x < 1 \\ 2 - x & \text{para } 1 \le x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si la función es correcta encontrar la probabilidad de que la fábrica use la máquina durante un año:

a) menos de 1200 horas
b) entre 500 y 1000 horas

Ejercicio 2

La proporción de personas que contestan una cierta encuesta enviada por correo es una variable aleatoria X que se distribuye según la función siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x+2)}{5} & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Definir la variable que caracteriza esta función y clasificarla.
b) Si la función es correcta, encontrar la probabilidad de que más de 1/4 pero menos de 1/2 de las personas en contacto respondan a este tipo de encuesta.
c) Hallar la función de distribución y utilizarla para resolver nuevamente el punto anterior.

Ejercicio 3

Una variable aleatoria posee la siguiente función que la caracteriza:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ \dfrac{x^2}{4} & \text{para } 0 \le x < 1 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{4} & \text{para } 1 \le x < 2 \\ -\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4} & \text{para } 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$

Obtener la función de densidad y comprobar que lo sea.

Ejercicio 4

La distribución de probabilidad de X: número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos de ancho uniforme es la siguiente:

x	0	1	2	3	4
f(x)	**0.41**	**0.37**	**0.16**	**0.05**	**0.01**

Determinar la función acumulativa de X y utilizarla para determinar la probabilidad de encontrar más de 3 defectos por cada 10 m de tela.

Ejercicio 5

Dada la variable aleatoria X que se distribuye según la función siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{49}{16}x + 2 & 0 < x < b \\ \dfrac{1}{4} & b \le x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcular el valor de b.
b) Calcular la función de distribución y utilizándola determinar P(1.3 < X < 1.8) y P(X >1.2).

Ejercicio 6

El error de medida de cierto aparato de laboratorio es una variable aleatoria que se distribuye según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 + x + 1) & si\ 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Haga lo que considere conveniente para que la función sea de probabilidad.
b) Calcule la probabilidad de que en una medición cualquiera resulte un error inferior a una centésima.

Ejercicio 7

Se conoce que la duración (en días) de un disco rígido es una variable aleatoria que se distribuye según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1000}{x^2} & \text{para x} > 1000 \\ 0 & \text{en otro rango} \end{cases}$$

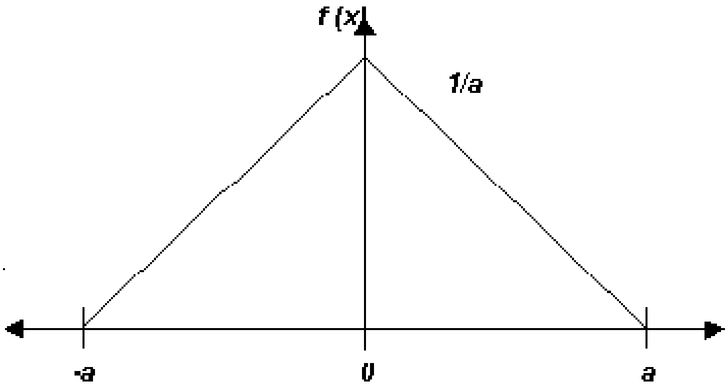
¿Cuál es la probabilidad de que un disco rígido dure menos de 2000 días, si se conoce que el disco funciona aún después de 1500 días de uso de la máquina?

Ejercicio 8

Una variable aleatoria está distribuida según la ley que se muestra en la figura:

a) Encontrar la expresión para la función de densidad, verificando que lo sea.

b) Obtener la función de distribución correspondiente.



Ejercicio 9

Suponga que X e Y tienen la siguiente distribución de probabilidades conjunta:

f(x,y)		**x**		
		1	2	3
y	1	0	1/6	1/12
	2	1/5	1/9	0
	3	2/15	1/4	1/18

a) Calcule la distribución marginal de X.
b) Calcule la distribución marginal de Y.
c) Encontrar P(Y=3 / X=2).

Ejercicio 10

Sea X el número de veces que falla cierta máquina de control numérico: 1,2 o 3 veces en un día dado. Sea Y el número de veces que se llama a un técnico para subsanar la falla. Su distribución de probabilidad conjunta está dada por:

f(x,y)		**x**		
		1	2	3
y	1	0.05	0.05	0.10
	2	0.05	0.10	0.35
	3	0.00	0.20	0.10

a) Cómo se evaluaría la distribución de probabilidades del número de veces que falla la máquina? Y de la cantidad de veces que se llama al técnico?
b) Encontrar P(Y=3/X=2). ¿Cómo se interpreta este valor?
c) ¿Son independientes el número de veces que falla la máquina y las veces que se llama al técnico?

Ejercicio 11

Una vinoteca cuenta con las instalaciones para atender a clientes que llegan en automóvil y a quienes llegan caminando. En un día seleccionado aleatoriamente, sean X e Y respectivamente, los períodos de tiempo que se utilizan para cada caso y suponiendo que la función de densidad conjunta para estas dos variables es

$$f(x,y)= \begin{cases} 2/3(x+2y) & 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

a) Encuentre la densidad marginal de X.
b) Encuentre la densidad marginal de Y.
c) Encuentre la probabilidad de que las instalaciones para quienes lleguen en automóvil se utilicen menos de la mitad del tiempo.
d) Calcule P(X+Y<1) e interprete.

Ejercicio 12

Dada la función de densidad conjunta:

$$f(x,y)= \begin{cases} (6-x-y)/8 & 0< x < 2,\ 2 < y < 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre $P(2 < Y < 3 \mid X < 1)$

Ejercicios propuestos

X e Y representan las duraciones, en años, de dos componentes en un sistema electrónico. Si la función de densidad conjunta de estas variables es

$$f(x,y)= \begin{cases} e^{-(x+y)} & x > 0,\ y > 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

encuentre $P(0 < X < 1 \mid Y < 2)$

Una máquina fabrica un determinado tipo de herramienta, cuya longitud (cm) se distribuye de la siguiente manera:

$$f(x)= \begin{cases} k(3+2x) & \text{para } 20 < x < 40 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Tomando en cuenta que las herramientas no se desechan si sus longitudes están entre 27 y 38 cm. ¿Cuál es la probabilidad de no desechar una herramienta?