

Unidade IV:

Ordenação Interna - Shellsort

Prof. Max do Val Machado



PUC Minas

Instituto de Ciências Exatas e Informática
Curso de Ciência da Computação

Introdução

- Proposto por Shell em 1959 como uma extensão da Inserção
- O problema da Inserção é efetuamos $(n - 1)$ comparações e movimentações quando o menor elemento está à direita
- O método de Shell contorna esse problema permitindo trocas de registros distantes um do outro (passo h)

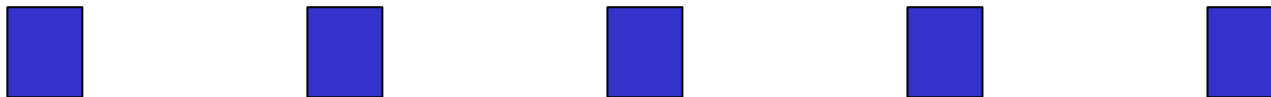
Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Funcionamento Básico

- Os elementos separados de h posições são ordenados via Inserção
- Por exemplo, se $h = 4$, ordenamos com a Inserção cada um dos pseudo *array*



Pode parecer loucura, mas repetiremos a Inserção para cada pseudo *array*

Funcionamento Básico

- Neste momento, nossa sequência é dita h-ordenada (para nosso exemplo 4-ordenada)
- Em seguida, reduzimos o valor de h e repetimos o processo. Isso até que o valor de h seja um e efetuamos a Inserção pela última vez

Funcionamento Básico

- Neste momento, nossa sequência é dita h-ordenada (para nosso exemplo 4-ordenada)
- Em seguida, reduzimos o valor de h e repetimos o processo. Isso até que o valor de h seja um e efetuamos a Inserção pela última vez

Traduzindo: Nós já fizemos quatro vezes a Inserção e vamos fazer mais...

Funcionamento Básico

- Neste momento, nossa sequência é dita h-ordenada (para nosso exemplo 4-ordenada)
- Em seguida, reduzimos o valor de h e repetimos o processo. Isso até que o valor de h seja um e efetuamos a Inserção pela última vez

... você acredita que isso
ainda é bom!!! Fala sério!

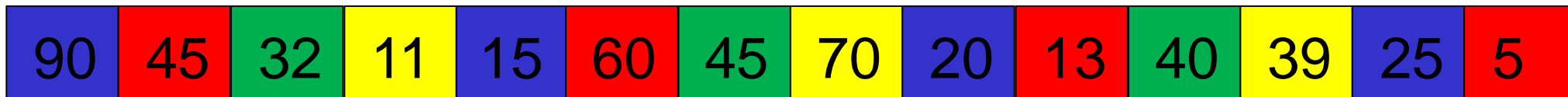
Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

90	45	32	11	15	60	45	70	20	13	40	39	25	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1



Como $h = 4$, define-se quatro pseudo *arrays* com as cores azul, vermelha, verde e amarela

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

90 45 32 11 15 60 45 70 20 13 40 39 25 10

Fazendo o algoritmo de inserção nos azuis

Exemplo

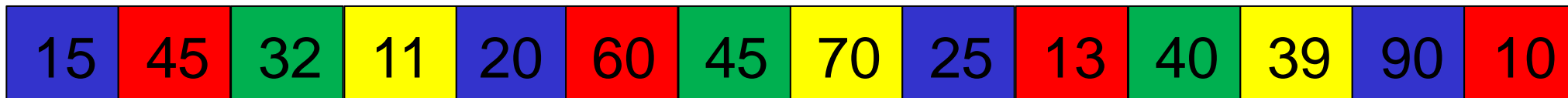
- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 45 32 11 20 60 45 70 25 13 40 39 90 10

Fazendo o algoritmo de inserção nos azuis

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1



Fazendo o algoritmo de inserção nos vermelhos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 45 32 11 20 60 45 70 25 13 40 39 90 10

Fazendo o algoritmo de inserção nos vermelhos

Exemplo

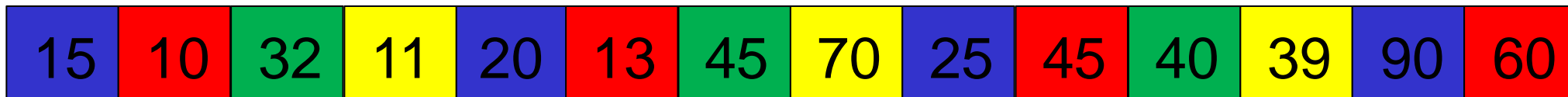
- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 45 70 25 45 40 39 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos vermelhos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1



Fazendo o algoritmo de inserção nos verdes

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 45 70 25 45 40 39 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos verdes

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 40 70 25 45 45 39 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos verdes

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 40 70 25 45 45 39 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos amarelos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 40 39 25 45 45 70 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos amarelos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	32	11	20	13	40	39	25	45	45	70	90	60
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Com $h = 4$, o *array* não está ordenado, mas os números estão mais próximos de suas posições

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	32	11	20	13	40	39	25	45	45	70	90	60
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Fazendo $h = 2$, define-se dois pseudo *arrays* com as cores azul e vermelha

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	32	11	20	13	40	39	25	45	45	70	90	60
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Fazendo o algoritmo de inserção nos azuis

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 32 11 20 13 40 39 25 45 45 70 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos azuis

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 20 11 25 13 32 39 40 45 45 70 90 60

Fazendo o algoritmo de inserção nos azuis

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	32	11	20	13	40	39	25	45	45	70	90	60
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Com $h = 4$, o *array* não está ordenado, mas os números estão mais próximos de suas posições

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	20	11	25	13	32	39	40	45	45	70	90	60
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Fazendo o algoritmo de inserção nos vermelhos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15 10 20 11 25 13 32 39 40 45 45 60 90 70

Fazendo o algoritmo de inserção nos vermelhos

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	20	11	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

15	10	20	11	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	15	20	11	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----




Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	15	20	11	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	15	11	20	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	15	20	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	15	20	25	13	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	15	20	13	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	15	13	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----




Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	90	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Exemplo

- Ordene o *array* abaixo com o Shellsort, fazendo $h = 4, 2$ e 1

10	11	13	15	20	25	32	39	40	45	45	60	70	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Fazendo $h = 1$, ou seja, a inserção original

Sequência de Passos

- Segundo Knuth (1973, p. 95), de forma empírica, a sequência 1, 4, 13, 40, 121, ... é difícil de ser batida por mais de 20% em eficiência

$$\begin{cases} h(s) = 3h(s-1) + 1 \\ h(1) = 1 \end{cases}$$

Algoritmo em C *like*

```

void shellsort() {
    int h = 1;
    do { h = (h * 3) + 1; } while (h < n);
    do {
        h /= 3;
        for(int cor = 0; cor < h; cor++){
            insercaoPorCor(cor, h);
        }
    } while (h != 1);
}

void insercaoPorCor(int cor, int h){
    for (int i = (h + cor); i < n; i+=h) {
        int tmp = array[i];
        int j = i - h;
        while ((j >= 0) && (array[j] > tmp)) {
            array[j + h] = array[j];
            j -= h;
        }
        array[j + h] = tmp;
    }
}

```

```

void insercao(){
    for (int i = 1; i < n; i+= 1) {
        int tmp = array[i];
        int j = i - 1;
        while ((j >= 0) && (array[j] > tmp)) {
            array[j + 1] = array[j];
            j -= 1;
        }
        array[j + 1] = tmp;
    }
}

```

Análise do Número de Comparações

- A razão da eficiência do algoritmo ainda não é conhecida
- Sua análise contém alguns problemas matemáticos difíceis, a começar pela própria sequência de incrementos
- O que se sabe é que cada incremento não deve ser múltiplo do anterior
- Conjecturas para o número de comparações dado a seq. de Knuth:
 - Conjetura 1: $C(n) = O(n^{1,25})$
 - Conjetura 2: $C(n) = O(n(\ln n)^2)$

- Vantagens:

- Shellsort é uma ótima opção para arquivos de tamanho moderado
- Sua implementação é simples e requer pouco código

- Desvantagens:

- Seu tempo de execução é sensível à ordem inicial do arquivo
- Algoritmo não estável

Exercício

- Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o *array* abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
----	---	---	---	----	----	---	----	----	----	----	---	----	---	---	----	---	---