

Departamento de Engenharia Elétrica
FEIS - UNESP

Capítulo 09: Mintermos, Maxtermos e Mapa de Karnaugh

9.1 - Mintermo / Maxtermo

São duas formas padrões para expressar as funções booleanas

Mintermo (Produto padrão).

Produto contendo todas as variáveis na sua forma complementada ou não.

Maxtermo (Soma padrão).

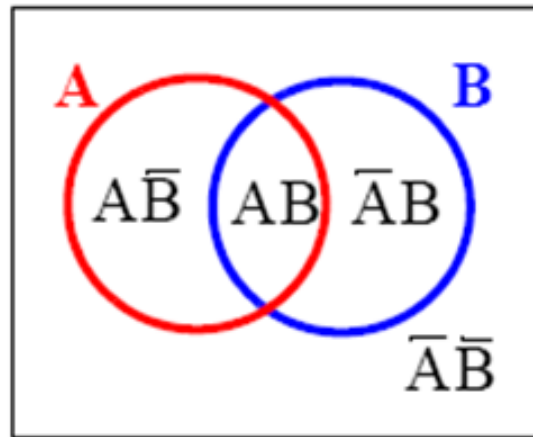
Soma contendo todas as variáveis na sua forma complementada ou não.

9.2 - Mintermo

Com duas variáveis binárias são possíveis ($2^2 = 4$) combinações.

$$\bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB$$

Cada uma dessas combinações define uma área no diagrama de Vern.

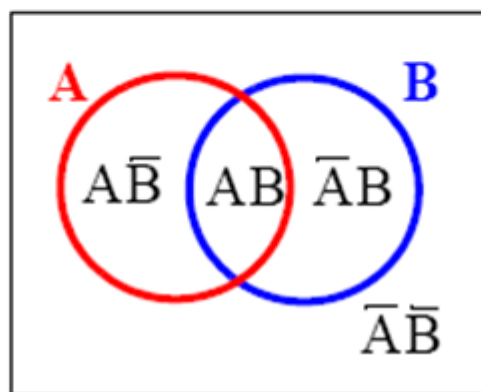


9.2 - Mintermo

Com duas variáveis binárias são possíveis ($2^2 = 4$) combinações.

$$\bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB$$

Cada uma dessas combinações define uma área no diagrama de Vern.



Esses 4 termos são chamados de mintermos ou produto padrão.

Mintermo é composto por duas ou mais variáveis, ou o seu complemento, aplicadas através de uma porta AND.

Para funções de n variáveis tem-se 2^n mintermos, designados por m_j , onde o subscrito j representa o decimal equivalente ao número binário que representa o mintermo.

9.2 - Mintermo

Tabela verdade com os mintermos com funções de 3 variáveis

A	B	C	Minterm	Designation
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0	1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1	0	1	$A\bar{B}C$	m_5
1	1	0	$AB\bar{C}$	m_6
1	1	1	ABC	m_7

9.2 – Mintermo

Tabela verdade com os mintermos com funções de 3 variáveis

A	B	C	Minterm	Designation
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0	1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1	0	1	$A\bar{B}C$	m_5
1	1	0	$AB\bar{C}$	m_6
1	1	1	ABC	m_7

Se a variável assume valor “0” tem-se a variável complementada e se a variável assume valor “1” tem-se a variável na sua forma verdade.

9.3 - Maxtermo

Maxterms

Da mesma forma que os mintermos, uma função OR contendo as variáveis na sua forma complementar ou não é chamado de Maxtermo ou termo produto padrão.

O maxtermo é designado por M_j onde o subscrito j representa o decimal equivalente para cada número binário do maxtermo.

9.3 - Maxtermo

Tabela Verdade com os maxtermos para funções de 3 variáveis.

A	B	C	Maxterm	Designation
0	0	0	$A + B + C$	M_0
0	0	1	$A + B + \bar{C}$	M_1
0	1	0	$A + \bar{B} + C$	M_2
0	1	1	$A + \bar{B} + \bar{C}$	M_3
1	0	0	$\bar{A} + B + C$	M_4
1	0	1	$\bar{A} + B + \bar{C}$	M_5
1	1	0	$\bar{A} + \bar{B} + C$	M_6
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	M_7

9.3 - Maxtermo

Tabela Verdade com os maxtermos para funções de 3 variáveis.

A	B	C	Maxterm	Designation
0	0	0	$A + B + C$	M_0
0	0	1	$A + B + \bar{C}$	M_1
0	1	0	$A + \bar{B} + C$	M_2
0	1	1	$A + \bar{B} + \bar{C}$	M_3
1	0	0	$\bar{A} + B + C$	M_4
1	0	1	$\bar{A} + B + \bar{C}$	M_5
1	1	0	$\bar{A} + \bar{B} + C$	M_6
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	M_7

Se a variável assume valor “0” tem-se a variável na forma verdade e se a variável assume valor “1” tem-se a variável na sua forma complementar.

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

Cada maxtermo é o complemento do seu correspondente mintermo e vice-versa.

Tabela verdade com os mintermos com funções de 3 variáveis

A	B	C	Minterm	Designation
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0	1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1	0	1	$A\bar{B}C$	m_5
1	1	0	$AB\bar{C}$	m_6
1	1	1	ABC	m_7

Tabela Verdade com os maxtermos para funções de 3 variáveis.

A	B	C	Maxterm	Designation
0	0	0	$A + B + C$	M_0
0	0	1	$A + B + \bar{C}$	M_1
0	1	0	$A + \bar{B} + C$	M_2
0	1	1	$A + \bar{B} + \bar{C}$	M_3
1	0	0	$\bar{A} + B + C$	M_4
1	0	1	$\bar{A} + B + \bar{C}$	M_5
1	1	0	$\bar{A} + \bar{B} + C$	M_6
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	M_7

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

- Cada maxtermo é o complemento do seu correspondente mintermo e vice-versa.

Tabela verdade com os mintermos com funções de 3 variáveis

A	B	C	Minterm	Designation
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0	1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1	0	1	$A\bar{B}C$	m_5
1	1	0	$AB\bar{C}$	m_6
1	1	1	ABC	m_7

Tabela Verdade com os maxtermos para funções de 3 variáveis.

A	B	C	Maxterm	Designation
0	0	0	$A + B + C$	M_0
0	0	1	$A + B + \bar{C}$	M_1
0	1	0	$A + \bar{B} + C$	M_2
0	1	1	$A + \bar{B} + \bar{C}$	M_3
1	0	0	$\bar{A} + B + C$	M_4
1	0	1	$\bar{A} + B + \bar{C}$	M_5
1	1	0	$\bar{A} + \bar{B} + C$	M_6
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	M_7

Teorema de DeMorgan

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

Exemplo 1.

Prove que $\overline{M}_1 = m_1$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

Exemplo 1.

Prove que $\overline{M_1} = m_1$

Prova

$$M_1 = A + B + \overline{C}$$

Complementando M_1 e aplicando o teorema de DeMorgan tem-se

$$\overline{M_1} = \overline{A + B + \overline{C}} = \overline{A} \overline{B} \overline{\overline{C}} = \overline{A} \overline{B} C$$

$$\overline{A} \overline{B} C = m_1 = \overline{M_1}$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

Exemplo 02.

Prove que $\overline{m}_6 = M_6$.

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Conversão de uma forma para outra.

Exemplo 02.

Prove que $\overline{m_6} = M_6$.

Prova:

$$m_6 = ABC\overline{C}$$

Complementando m_6 e aplicando o teorema de DeMorgan tem-se:

$$\overline{m_6} = \overline{ABC\overline{C}} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{\overline{C}} = \overline{A} + \overline{B} + C$$

$$\overline{A} + \overline{B} + C = M_6 = \overline{m_6}$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Propriedades dos Mintermos e Maxtermos.

1. Qualquer função booleana pode ser expressa através da soma de mintermos
2. Qualquer função booleana pode ser expressa através do produto de maxtermos

Uma função booleana pode ser obtida da Tabela Verdade atribuindo-se um mintermo para cada combinação de variáveis que produz lógica 1 e então unindo todos os termos através do operador OR.

3. Quando uma função booleana está representada na forma de soma de mintermos ou produto de maxtermos a função está representada na forma canônica.

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Propriedades dos Mintermos e Maxtermos.

Exercício 03: Expressar as funções D e B através da soma de mintermos.

Tabela Verdade

Inputs			Outputs	
X	Y	Z	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Propriedades dos Mintermos e Maxtermos.

Exercício 03: Expressar as funções D e B através da soma de mintermos.

Tabela Verdade

Inputs			Outputs	
X	Y	Z	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$D = \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}\bar{Z} + XYZ = m_1 + m_2 + m_4 + m_7 = \Sigma(1, 2, 4, 7)$$

$$B = \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + \bar{X}YZ + XYZ = m_1 + m_2 + m_3 + m_7 = \Sigma(1, 2, 3, 7)$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Propriedades dos Mintermos e Maxtermos.

Exercício 04: Expressar as funções D e B através do produto de maxtermo.

Tabela Verdade

Inputs			Outputs	
X	Y	Z	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Propriedades dos Mintermos e Maxtermos.

Exercício 04: Expressar as funções D e B através do produto de maxtermo.

Tabela Verdade

Inputs			Outputs	
X	Y	Z	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$\begin{aligned} D &= (X + Y + Z)(X + \bar{Y} + \bar{Z})(\bar{X} + Y + \bar{Z})(\bar{X} + \bar{Y} + Z) \\ &= (M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6) = \Pi(0, 3, 5, 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (X + Y + Z)(\bar{X} + Y + Z)(\bar{X} + Y + \bar{Z})(\bar{X} + \bar{Y} + Z) \\ &= (M_0 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6) = \Pi(0, 4, 5, 6) \end{aligned}$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

$$A + \bar{A} = 1, B + \bar{B} = 1$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

$$A + \bar{A} = 1, B + \bar{B} = 1$$

$$D = A(B + \bar{B}) + (A + \bar{A})\bar{B}C = AB + A\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

$$A + \bar{A} = 1, B + \bar{B} = 1$$

$$D = A(B + \bar{B}) + (A + \bar{A})\bar{B}C = AB + A\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$C + \bar{C} = 1$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

$$A + \bar{A} = 1, B + \bar{B} = 1$$

$$D = A(B + \bar{B}) + (A + \bar{A})\bar{B}C = AB + A\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$C + \bar{C} = 1$$

$$\begin{aligned} D &= AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \\ &= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \end{aligned}$$

9.4 - Mintermo / Maxtermo

Muitas funções booleanas são compostas por termos que não contêm todas as variáveis.

$$D = f(A, B, C) = A + \bar{B}C$$

Contudo é possível expressar a função através da soma de produto.

$$\begin{aligned} D &= AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \\ &= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC \\ &= m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Contém as mesmas informações contidas na Tabela Verdade, entretanto permite que o projetista identifique os termos que podem ser simplificados.

Cada linha da Tabela Verdade representa uma célula no Mapa de Karnaugh.

O Mapa de Karnaugh é um método para reduzir uma expressão booleana na sua forma mais simples.

O teorema utilizado é $AB + AB' = A$

Termos que diferem em um único bit podem ser simplificados, eliminando a variável que assume valor “1” em um dos termos e valor “0” no outro termo.

Código Gray

9.5 - Mapa de Karnaugh

Cada linha da Tabela Verdade representa uma célula no Mapa de Karnaugh.

O Mapa de Karnaugh é um método para reduzir uma expressão booleana na sua forma mais simples.

$$\underline{AB + AB' = A}$$

Tabela verdade de duas variáveis

A \ B	0	1	Representa os possíveis estados para a variável B
0	a	b	Representa os possíveis estados para a variável A.
1	c	d	

9.5 - Mapa de Karnaugh

Tabela Verdade de duas variáveis

A \ B	0	1	Representa os possíveis estados para a variável B
0	a	b	Representa os possíveis estados para a variável A.
1	c	d	

a representa a combinação $A = 0$ and $B = 0$, isto é $a \Rightarrow \overline{A}\overline{B}$

b representa a combinação $A = 0$ and $B = 1$, isto é $b \Rightarrow \overline{A}B$

c representa a combinação $A = 1$ and $B = 0$, isto é $c \Rightarrow A\overline{B}$

d representa a combinação $A = 1$ and $B = 1$, isto é $d \Rightarrow AB$

9.5 - Mapa de Karnaugh

- ° Tabela Verdade de duas variáveis

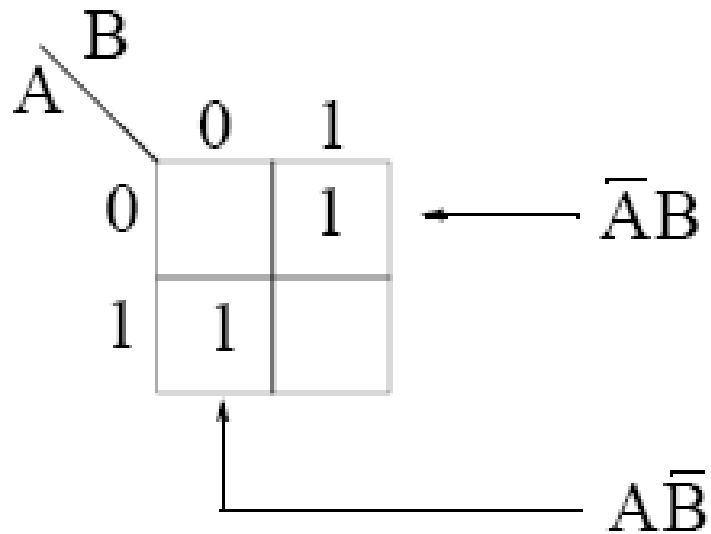
$$C = \bar{A}B + A\bar{B}$$

		B		
		0	1	
A	0		1	← $\bar{A}B$
	1	1		↑ $A\bar{B}$

9.5 - Mapa de Karnaugh

- ° Tabela Verdade de duas variáveis

$$C = \bar{A}B + A\bar{B}$$



XOR

9.5 - Mapa de Karnaugh

• Tabela Verdade de três variáveis

		BC			
		\bar{B}		B	
A	\bar{A} 0				
	A 1				
		\bar{C}	C	\bar{C}	

9.5 - Mapa de Karnaugh

- ° Tabela Verdade de quadro variáveis

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01					-----
-----	11					B
A	10					-----
		\bar{D}	D	\bar{D}		\bar{B}
		-----		-----		

A	B	X
0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 → AB

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B} + AB \right\}$$

(a)

	\bar{B}	B
\bar{A}	1	0
A	0	1

A	B	C	X
0	0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1 → $\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1 → $AB\bar{C}$
1	1	1	0

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \right\}$$

(b)

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 → $\bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1 → $AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 → $ABCD$

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + AB\bar{C}D + ABCD \right\}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

FIGURA 4.11
Mapas de Karnaugh e tabelas-verdade para (a) duas, (b) três e (c) quatro variáveis.

(c)

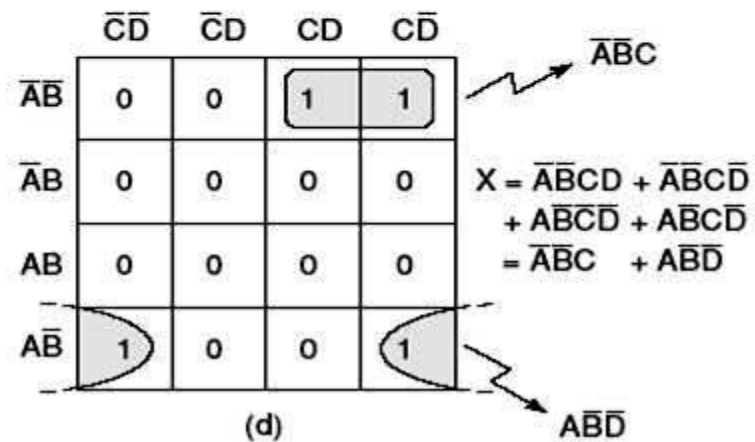
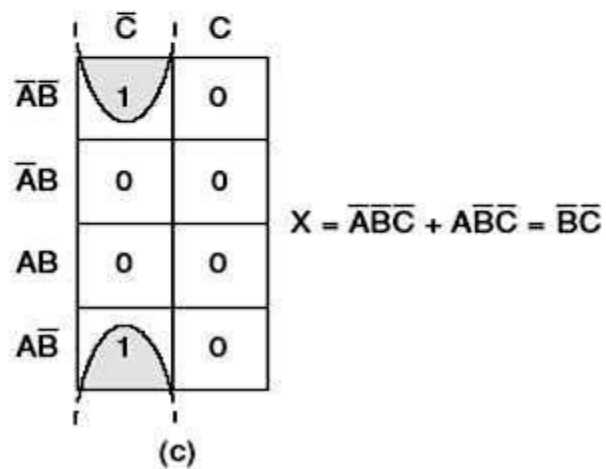
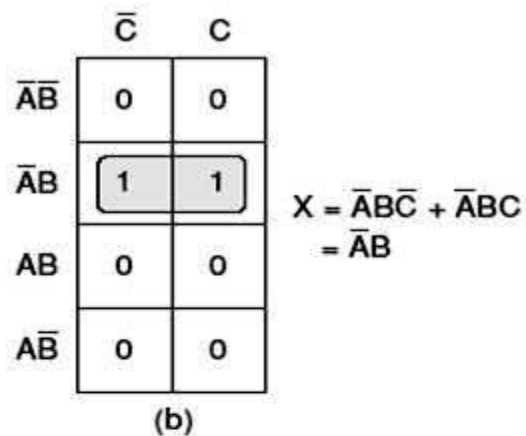
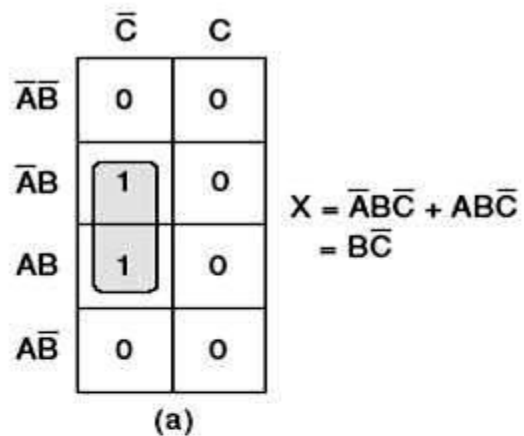


FIGURA 4.12
Exemplos de agrupamentos de pares de 1s adjacentes.

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	1
$\bar{A}B$	0	1
$A\bar{B}$	0	1
AB	0	1

$X = C$

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1
AB	0	0	0	0

$X = AB$

(b)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	1	1	0
AB	0	0	0	0

$X = BD$

(c)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1

$X = A\bar{D}$

(d)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1
AB	0	0	0	0

$X = \bar{B}\bar{D}$

(e)

FIGURA 4.13
Exemplos de agrupamentos de quatro 1s (quartetos).

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$$X = B$$

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\bar{B}$	1	1	0	0

$$X = \bar{C}$$

(b)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$$X = B$$

(c)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$$X = \bar{D}$$

(d)

FIGURA 4.14
Exemplos de agrupamentos de oito 1s (octetos).

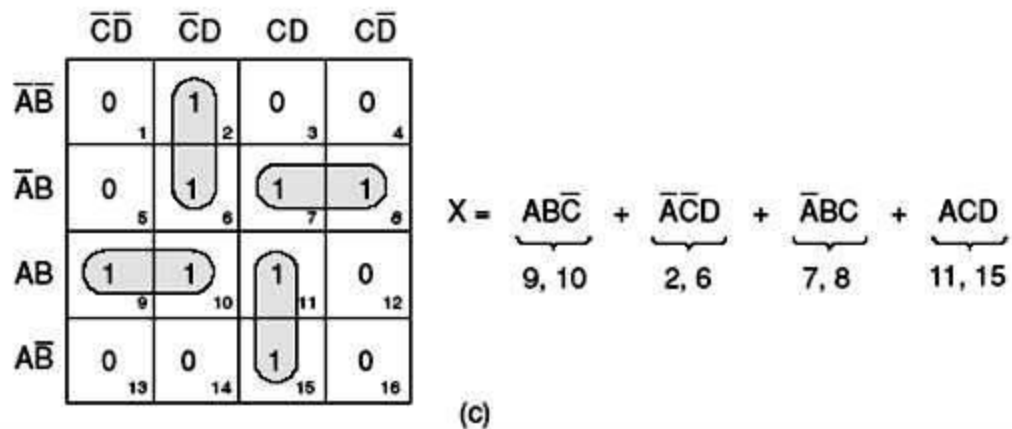
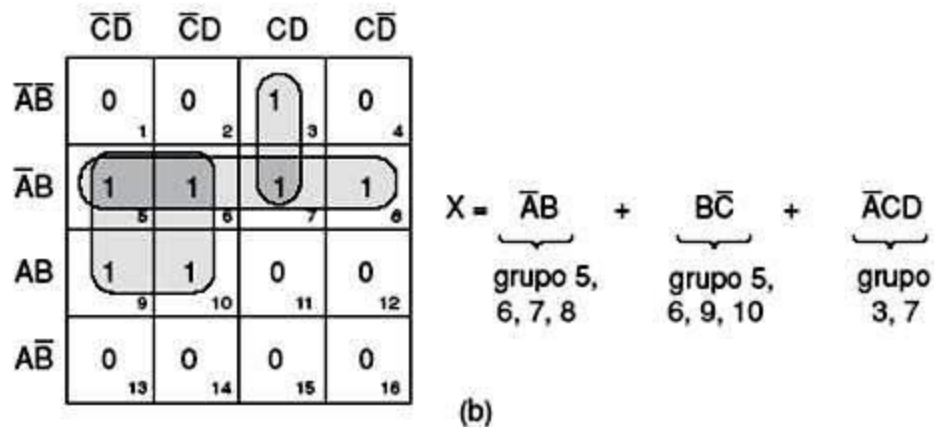
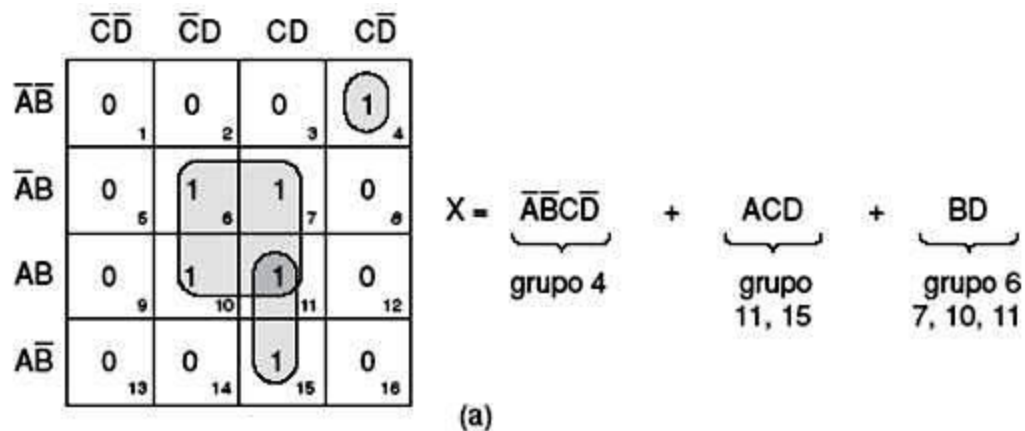


FIGURA 4.15
Exemplos 4.10 a 4.12.

FIGURA 4.16
O mesmo mapa K com duas
soluções igualmente boas.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ACD$$

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}BD + BC\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{D}$$

(b)

FIGURA 4.17
Exemplo 4.14.

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	0	1
$\overline{A}B$	1	1	0	1
AB	1	1	0	1
$A\overline{B}$	1	1	1	1

$$y = A\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Tabela-Verdade de quadro variáveis

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01					
A	11					B
	10					\bar{B}
		\bar{D}	D	\bar{D}		

$$E = \bar{A}BCD + ABCD$$

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01			1		
A	11			1		B
	10					\bar{B}
		\bar{D}	D	\bar{D}		

$$E = \bar{A}BCD + ABCD = (A + \bar{A})BCD = BCD$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 07. Simplificar a expressão booleana:

$$E = \bar{A}\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 07. Simplificar a expressão booleana:

$$E = \bar{A}\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD$$

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00			1		\bar{B}
	01					---
---	---					B
A	11	1			1	---
	10			1		\bar{B}
		\bar{D}		D	\bar{D}	

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 07. Simplificar a expressão booleana:

$$E = \bar{A}\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD$$

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00			1		\bar{B}
	01					---
A	11	1			1	B
	10			1		---
		\bar{D}		D	\bar{D}	

$$E = AB\bar{D} + \bar{B}CD$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 08. Simplificar a expressão booleana:

$$D = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 08. Simplificar a expressão booleana:

$$D = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

		BC		\bar{B}		B	
		00	01	11	10		
A	\bar{A} 0	1			1	\bar{C}	
	A 1	1			1		
		\bar{C}		C		\bar{C}	

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 09. Obter a expressão booleana:

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01	1	1			---
A	11	1	1			B
	10					---
		\bar{D}	D	\bar{D}		

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 09. Obter a expressão booleana:

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01	1	1			---
A	11	1	1			B
	10					---
		\bar{D}	D	\bar{D}		

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01	1	1			---
A	11	1	1			B
	10					---
		\bar{D}	D	\bar{D}		

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 09. Obter a expressão booleana:

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01	1	1			---
A	11	1	1			B
	10					---
		\bar{D}	D	\bar{D}		

$$E = B\bar{C}$$

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00					\bar{B}
	01	1	1			---
A	11	1	1			B
	10					---
		\bar{D}	D	\bar{D}		

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 10. Obter a expressão booleana:

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00	1	1	1	1	\bar{B}
	01					---
---	11					B
A	10	1	1	1	1	\bar{B}
		\bar{D}	D	\bar{D}		

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 10. Obter a expressão booleana:

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00	1	1	1	1	\bar{B}
	01					---
A	11					B
	10	1	1	1	1	\bar{B}
		\bar{D}	D	\bar{D}		

AB \ CD		\bar{C}		C		
		00	01	11	10	
\bar{A}	00	1	1	1	1	\bar{B}
	01					---
A	11					B
	10	1	1	1	1	\bar{B}
		\bar{D}	D	\bar{D}		

9.5 - Mapa de Karnaugh

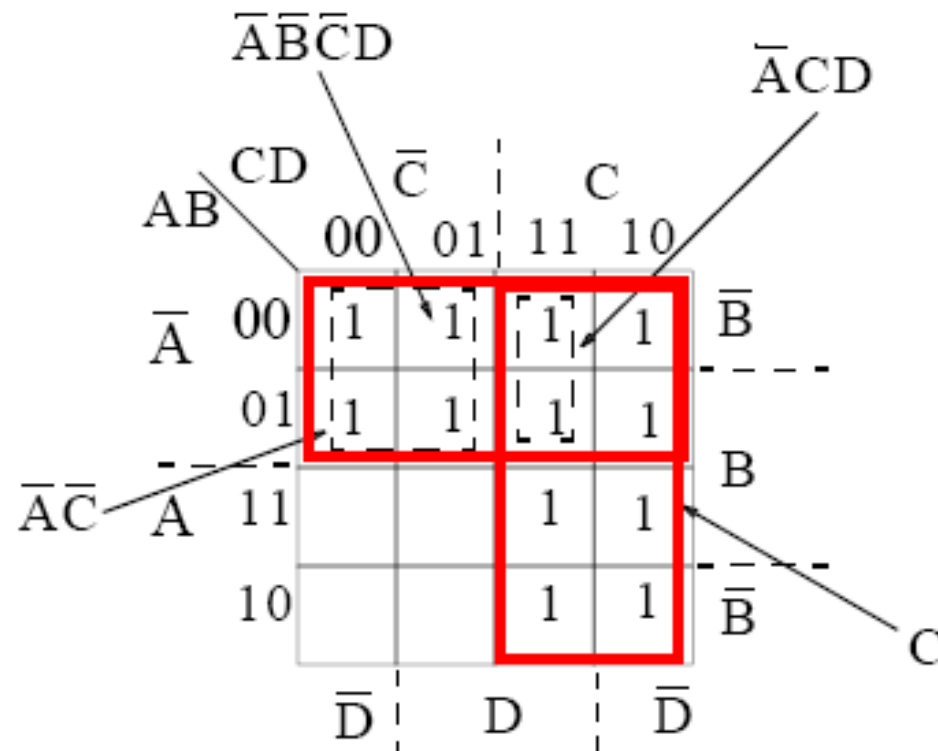
Exercício 11. Simplificar a expressão booleana:

$$E = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}CD + \overline{A}\overline{C} + C$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 11. Simplificar a expressão booleana:

$$E = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}CD + \bar{A}\bar{C} + C$$



8.5 - Mapa de Karnaugh

B \ A	0	1
	0	1
0	0	2
1	1	3

2 Variáveis

C \ AB	00	01	11	10
	0	1	3	2
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

3 Variáveis

CD \ AB	00	01	11	10
	0	1	3	2
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

4 Variáveis

8.5 - Mapa de Karnaugh

A=0					A=1						
BC										BC	
DE	00	01	11	10	00	01	11	10	DE		
00	0	4	12	8	16	20	28	24	00		
01	1	5	13	9	17	21	29	25	01		
11	3	7	15	11	19	23	31	27	11		
10	2	6	14	10	18	22	30	26	10		

5 Variáveis

8.5 - Mapa de Karnaugh

		B = 0				B = 1					
		CD				CD					
		EF	00	01	11	10	00	01	11	10	EF
A = 0	00	00	0	4	12	8	16	20	28	24	00
	01	01	1	5	13	9	17	21	29	25	01
	11	11	3	7	15	11	19	23	31	27	11
	10	10	2	6	14	10	18	22	30	26	10
A = 1	00	00	32	36	44	40	48	52	60	56	00
	01	01	33	37	45	41	49	53	61	57	01
	11	11	35	39	47	43	51	55	63	59	11
	10	10	34	38	46	42	50	54	62	58	10
		EF	CD				EF	CD			
			00	01	11	10		00	01	11	10

6 Variáveis

9.5 - Mapa de Karnaugh

Don't Care Conditions

1. Quando uma condição nunca ocorre;
2. Quando uma condição não tem importância (tanto faz);
3. Quando não se sabe como a condição responde (o que ocorre?)

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 12: Simplifique a expressão.

$$F(w,x,y,z) = S(4,5,8,12,13) + D(3,14,15)$$

9.5 - Mapa de Karnaugh

Exercício 12: Simplifique a expressão.

$$F(w,x,y,z) = S(4,5,8,12,13) + D(3,14,15)$$

wx					
yz		00	01	11	10
00			1	1	1
01			1	1	
11		X		X	
10				X	

		00	01	11	10
00		0	4	12	8
01		1	5	13	9
11		3	7	15	11
10		2	6	14	10

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	x
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

} irrelevante

(a)

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	0
$\bar{A}B$	0	x
AB	1	1
$A\bar{B}$	x	1

(b)



	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	0
$\bar{A}B$	0	0
AB	1	1
$A\bar{B}$	1	1

(c)

z = A

FIGURA 4.18
Condições de irrelevância devem ser alteradas para 0 ou 1 de forma a gerar agrupamentos no mapa K que produzam a expressão mais simples.

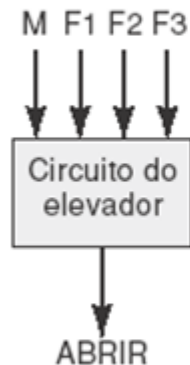
Exercício:

Projetar um circuito lógico que controla a porta de um elevador em um prédio de 3 andares. O circuito tem 4 entradas:

M = 1 que indica quando o elevador está se movendo e zero, caso esteja parado;

F1, F2, F3 – indicador de andar, nível alto apenas quando o elevador está no respectivo andar. Caso mais de uma entrada esteja em nível alto, a saída é irrelevante (don't care).

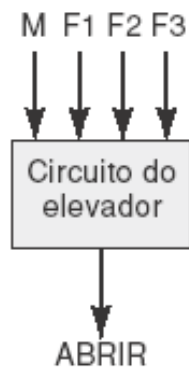
ABRIR (saída): Nível lógico 1 quando a porta deve ser aberta.



(a)

M	F1	F2	F3	ABRIR
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

(b)



(a)

M	F1	F2	F3	ABRIR
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	X
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

(b)

	$\overline{F2}\overline{F3}$	$\overline{F2}F3$	$F2F3$	$F2\overline{F3}$
$\overline{M}\overline{F1}$	0	1	X	1
$\overline{M}F1$	1	X	X	X
$M\overline{F1}$	0	X	X	X
$M\overline{F1}$	0	0	X	0


(c)

	$\overline{F2}\overline{F3}$	$\overline{F2}F3$	$F2F3$	$F2\overline{F3}$
$\overline{M}\overline{F1}$	0	1	1	1
$\overline{M}F1$	1	1	1	1
$M\overline{F1}$	0	0	0	0
$M\overline{F1}$	0	0	0	0

$$ABRIR = \overline{M} (F1 + F2 + F3)$$

(d)

FIGURA 4.19
Exemplo 4.15.



Obtenha as expressões de todos as saídas Z do seguinte circuito digital, considerando que X e Y tem dois bits cada um.

$$Z = X+Y+5$$

Trabalho 6 – 3 alunos

6.1 Simplifique as seguintes funções na forma de soma de produto. Use o Mapa de Karnaugh.

$$F(ABCD) = \text{Sm}(0,1,3,4,7,13,15)$$

$$F(ABCD) = \text{Sm}(3,4,6,7,13,15)$$

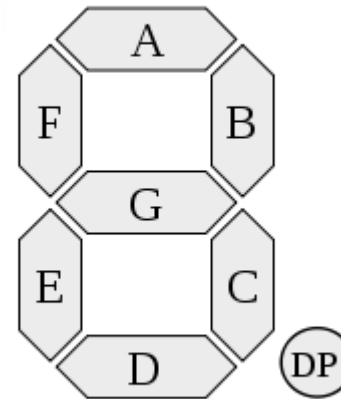
$$F(ABCDE) = \text{Sm}(0,1,3,4,7,13,15,19,20,22,23,29,31)$$

Trabalho 6.2

2. Simplifique as seguintes funções na forma de soma de produto. Use o Mapa de Karnaugh. As saídas são os leds de um display de sete segmentos. NIVEL "0" – Segmento apagado.

Desenhe o circuito lógico obtido para cada saída

Decimal Digit	Inputs				Segment Outputs						
	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X
11	1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X
12	1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
13	1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X



Trabalho 6.3 Modifique a tabela abaixo para que o display exiba também valores hexadecimais. Simplifique as saídas na forma de soma de produto, usando o Mapa de Karnaugh. As saídas são os leds de um display de sete segmentos. NIVEL “0” – Segmento apagado. Desenhe o circuito lógico obtido para cada saída

Decimal Digit	Inputs				Segment Outputs						
	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X
11	1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X
12	1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
13	1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X

