

Atividade: Álgebra de Boole

Em Matemática, chama-se **proposição** ao enunciado de uma verdade que se quer demonstrar, ou como usaremos: uma sentença que pode ser falsa (0), ou verdadeira (1), mas nunca ambos ao mesmo tempo.

A conjunção é uma relação entre sentenças que estabelece um resultado **verdadeiro** (1) quando associadas duas proposições (p e q), ambas **verdadeiras** (iguais a 1). Basta uma delas ser **falsa** (0), para que a conjunção (s) também seja **falsa** (0).

A porta **AND** (E) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação; pode ter duas (p , q), ou mais entradas, e a saída (s) assumirá o valor 1 (**verdadeiro**) se, e somente se, todas as entradas forem iguais a 1 (**verdadeiras**); caso uma, ou mais entradas forem iguais a 0 (**falso**), a saída terá valor igual a 0 (**falso**).

A disjunção é uma relação entre sentenças que estabelece um resultado **falso** (0) quando duas proposições (p e q) forem **falsas** (0). Basta uma delas ser **verdadeira** (1), para que a disjunção também seja **verdadeira** (1).

A porta **OR** (OU) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação; pode ter duas (p , q), ou mais entradas, e a saída (s) assumirá o valor 0 (**falso**) se, e somente se, todas as entradas forem iguais a 0 (**falso**); caso uma, ou mais entradas forem iguais a 1 (**verdadeiro**), a saída terá valor 1 (**verdadeiro**).

A negação determina que se uma proposição (p) for **falsa** (0), seu resultado será **verdadeiro** (1), ou vice-versa.

A porta **NOT** (NÃO) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação, também chamada de **INVERTER** (INVERSOR), só possui uma entrada (p), e a saída assumirá o valor 1 (**verdadeiro**), se a entrada for igual a 0 (**falso**); senão, a saída terá valor 0 (**falso**), se a entrada for igual a 1 (**verdadeiro**).

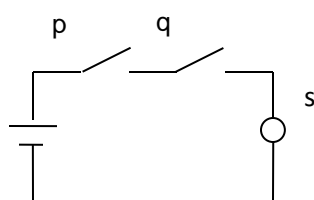
- Analogias com circuitos elétricos

O primeiro circuito a seguir (conjunção) determina que se duas chaves (p e q) forem fechadas (1), o resultado (s) será o de um circuito fechado com uma lâmpada acesa (1), por exemplo; basta que uma delas seja aberta (0), para que o circuito se abra, e a lâmpada apague (0). O circuito poderá ter duas (p, q), ou mais chaves, em série que a saída (s) terá o mesmo resultado (1) se, e somente se, todas as chaves forem fechadas (1); caso uma, ou mais chaves forem abertas (0), o resultado será um circuito aberto com a lâmpada apagada (0).

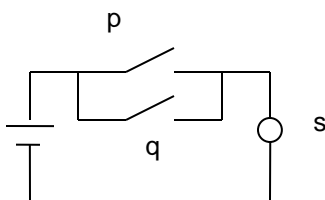
O segundo circuito a seguir (disjunção) determina que se duas chaves (p e q) forem abertas (0), o resultado (s) será o de um circuito aberto com uma lâmpada apagada (0), por exemplo; basta que uma delas seja fechada (1), para que o circuito se feche. O circuito poderá ter duas (p, q), ou mais chaves, em paralelo que a saída (s) terá o mesmo resultado (1), se, e somente se, todas as entradas forem abertas (0); caso uma, ou mais chaves forem fechadas (1), o resultado será um circuito fechado com a lâmpada acesa (1).

O terceiro circuito a seguir (negação) determina que se uma chave (p) for acionada (1), o resultado (s) será o de um circuito aberto com uma lâmpada apagada (0); caso contrário, o circuito permanecerá fechado, e a lâmpada se manterá acesa (1).

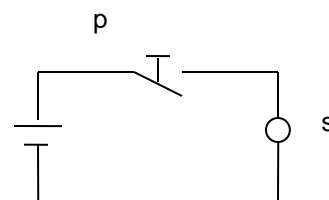
- Representações por circuitos



Circuito série (AND)
(Conjunção)



Circuito paralelo (OR)
(Disjunção)



Curto-circuito (NOT)
(Negação)

- Representações de relações lógicas

Notações

Conjunção (E)
(p e q)

$p \wedge q$
 $p \cdot q = p q$
 $p \& q$
 $p \&\& q$

Disjunção (OU)
(p ou q)

$p \vee q$
 $p + q$
 $p \mid q$
 $p \parallel q$

Negação (NÃO)
(não p)

$\neg p$
 $\bar{p} = p' = p'$
 $\sim p$
 $! p$

Tabela-verdade

Conjunção (E)

$p \quad q \quad s$
 $0 \cdot 0 = 0$
 $0 \cdot 1 = 0$
 $1 \cdot 0 = 0$
 $1 \cdot 1 = 1$

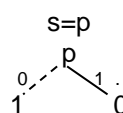
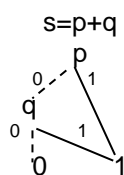
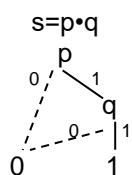
Disjunção (OU)

$p \quad q \quad s$
 $0 + 0 = 0$
 $0 + 1 = 1$
 $1 + 0 = 1$
 $1 + 1 = 1$

Negação (NÃO)

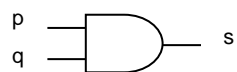
$p \quad s$
 $0' = 1$
 $1' = 0$

Diagrama de Decisão Binária (BDD)

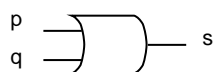


Portas Lógicas

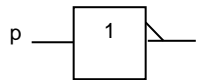
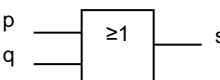
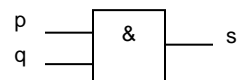
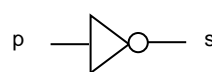
$s = \text{AND} (p, q)$



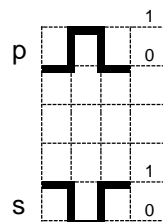
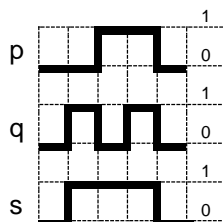
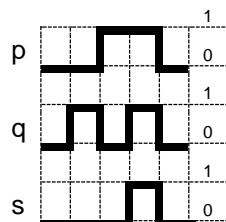
$s = \text{OR} (p, q)$



$s = \text{NOT} (p)$



Diagramas de tempo para as portas lógicas



- Prioridade de conectivos

Estabelece-se que a ordem de avaliação de uma expressão, envolvendo conectivos lógicos, será da esquerda para a direita, respeitando-se as prioridades dos conectivos na ordem mostrada abaixo, sendo a primeira a mais alta quando aplicada imediatamente a um valor.

NÃO
E
OU

Pode-se mudar a ordem de avaliação por meio de parênteses.

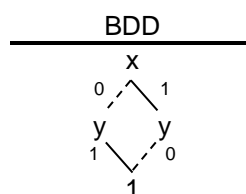
Exemplo:

Considere a expressão lógica: $(\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y)$
de forma mais simples como $(x' \cdot y) + (x \cdot y')$
A sua avaliação será feita na seguinte ordem de prioridade:

- negação de (x) : x'
- conjunção com (y) : $x' \cdot y$
- negação de (y) : y'
- conjunção com (x) : $x \cdot y'$
- disjunção das conjunções : $(x' \cdot y) + (x \cdot y')$

A expressão poderá ser representada nas formas tabular (**tabela-verdade**) ou por BDD (*Binary Decision Diagram*):

x y	$(x' \cdot y)$	$(x \cdot y')$	$(x' \cdot y) + (x \cdot y')$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0



Resumidamente as relações em uma tabela também poderão ser indicadas

- pela disjunção (+) das conjunções iguais a 1 (ou mintermos)

x y	$(x' \cdot y)$	$(x \cdot y')$	$(x' \cdot y) + (x \cdot y')$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0

mintermos (=1)
$m0 = x' \cdot y' = 0$.
$m1 = x' \cdot y = 1 \leftarrow$
$m2 = x \cdot y' = 1 \leftarrow$
$m3 = x \cdot y = 0$.

$$f(x, y) = (x' \cdot y) + (x \cdot y') = m1 + m2 = \sum m(1, 2) = \text{SoP}(1, 2)$$


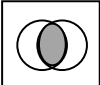

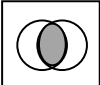













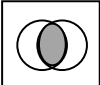






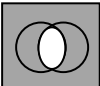

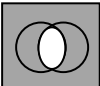

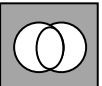











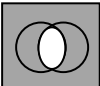



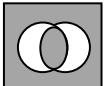

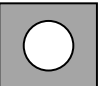

- pela conjunção (·) das disjunções iguais a 0 (ou MAXTERMOS).

X Y	$(X+Y')$	$(X'+Y)$	$(X+Y') \cdot (X'+Y)$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0

MAXTERMOS (=0)
$m0 = X + Y = 0 \leftarrow$
$m1 = X + Y' = 1$.
$m2 = X' + Y = 1$.
$m3 = X' + Y' = 0 \leftarrow$

$$F(X, Y) = (X+Y') \cdot (X'+Y) = M1 \cdot M2 = \prod M(0, 3) = \text{PoS}(0, 3)$$

Principais relações da álgebra de Boole

<table><tr><th colspan="2">s=(p&q) AND</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	s=(p&q) AND		0	1	0	0	0	1	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">s=(p q) OR</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	s=(p q) OR		0	1	0	1	1	1	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">s=(p^q) XOR</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	s=(p^q) XOR		0	1	0	1	1	0	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">BUFFER</th></tr><tr><td colspan="2">s = p</td></tr><tr><td colspan="2">0</td></tr><tr><td colspan="2">1</td></tr></table>	BUFFER		s = p		0		1											
s=(p&q) AND																																																																		
0	1																																																																	
0	0																																																																	
0	1																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
s=(p q) OR																																																																		
0	1																																																																	
0	1																																																																	
1	1																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
s=(p^q) XOR																																																																		
0	1																																																																	
0	1																																																																	
1	0																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
BUFFER																																																																		
s = p																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
<table><tr><th colspan="2">Conjunção</th></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">AND</td></tr><tr><td colspan="3">s = p • q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Conjunção		p		s	q	AND			s = p • q						<table><tr><th colspan="2">Disjunção</th></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">OR</td></tr><tr><td colspan="3">s = p + q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Disjunção		p		s	q	OR			s = p + q						<table><tr><th colspan="2">Disjunção Exclusiva</th></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">XOR</td></tr><tr><td colspan="3">s = p ⊕ q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Disjunção Exclusiva		p		s	q	XOR			s = p ⊕ q						<table><tr><th colspan="2">Cópia</th></tr><tr><td>p</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">BUFFER</td></tr><tr><td colspan="3">s = p</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Cópia		p		s	BUFFER			s = p									
Conjunção																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
AND																																																																		
s = p • q																																																																		
																																																																		
Disjunção																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
OR																																																																		
s = p + q																																																																		
																																																																		
Disjunção Exclusiva																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
XOR																																																																		
s = p ⊕ q																																																																		
																																																																		
Cópia																																																																		
p		s																																																																
BUFFER																																																																		
s = p																																																																		
																																																																		
<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p • q)'</td></tr><tr><td colspan="3">NAND</td></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">Alternative Denial</td></tr></table>				s = (p • q)'			NAND			p		s	q	Alternative Denial			<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p + q)'</td></tr><tr><td colspan="3">NOR</td></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">Joint Denial</td></tr></table>				s = (p + q)'			NOR			p		s	q	Joint Denial			<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p + q)'</td></tr><tr><td colspan="3">XNOR</td></tr><tr><td>p</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">s</td></tr><tr><td>q</td></tr><tr><td colspan="3">Equivalência</td></tr></table>				s = (p + q)'			XNOR			p		s	q	Equivalência			<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = p' = P̄</td></tr><tr><td colspan="3">NOT</td></tr><tr><td>p</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">Negação</td></tr></table>				s = p' = P̄			NOT			p		s	Negação		
																																																																		
s = (p • q)'																																																																		
NAND																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
Alternative Denial																																																																		
																																																																		
s = (p + q)'																																																																		
NOR																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
Joint Denial																																																																		
																																																																		
s = (p + q)'																																																																		
XNOR																																																																		
p		s																																																																
q																																																																		
Equivalência																																																																		
																																																																		
s = p' = P̄																																																																		
NOT																																																																		
p		s																																																																
Negação																																																																		
<table><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table> s=~(p&q) NAND	1	1	1	0	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table> p\q	0		1		<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table> s=~(p q) NOR	1	0	0	0	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table> p\q	0		1		<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table> s=~(p^q) XNOR	1	0	0	1	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table> p\q	0		1		<table><tr><td>1</td></tr><tr><td>0</td></tr></table> s=~p NOT	1	0																												
1	1																																																																	
1	0																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1	0																																																																	
0	0																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1	0																																																																	
0	1																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1																																																																		
0																																																																		

Resumo

				AND	OR	XOR	XNOR	NOR	NAND
				$p \& q$	$p \mid q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \mid q)$	$\sim (p \& q)$
0	$p' \cdot q'$	$P+Q$	0	0	0	0	1	1	1
1	$p' \cdot q$	$P+Q'$	0	0	1	1	0	0	1
2	$p \cdot q'$	$P'+Q$	1	0	1	1	0	0	1
3	$p \cdot q$	$P'+Q'$	1	1	1	0	1	0	0
				[1]	[7]	[6]	[9]	[8]	[14]
mintermos				3	1,2,3	1,2	0,3	0	0,1,2
MAXTERMS				0,1,2	0	0,3	1,2	1,2,3	3

Principais propriedades da Álgebra de Boole

Idempotência	Comutativa	Associativa
$p + p = p$	$p + q = q + p$	$(p + q) + r = p + (q + r)$
$p \cdot p = p$	$p \cdot q = q \cdot p$	$(p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$
Identidade	De Morgan	Distributiva
$p + 0 = p$ $p \cdot 0 = 0$	$\overline{(p + q)} = \bar{p} \cdot \bar{q}$	$p + (q \cdot r) = (p + q) \cdot (p + r)$
$p + 1 = 1$ $p \cdot 1 = p$	$\overline{(p \cdot q)} = \bar{p} + \bar{q}$	$p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$
Complementar	Absorção	Consenso
$p + \bar{p} = 1$ (tautologia)	$p + (\bar{p} \cdot q) = (p + q)$	$(p \cdot q) + (\bar{p} \cdot r) + (q \cdot r)$ $= (p \cdot q) + (\bar{p} \cdot r)$
$p \cdot \bar{p} = 0$ (contradição)	$\bar{p} + (p \cdot q) = (\bar{p} + q)$	$(p + q) \cdot (\bar{p} + r) \cdot (q + r)$ $= (p + q) \cdot (\bar{p} + r)$
$\bar{\bar{p}} = p$ (dupla negação)	$p + (p \cdot q) = p$	

Principais propriedades da álgebra com XOR.

Básicas	Identidade	Complementar
$p \oplus p = 0$	$p \oplus 0 = p$	$\bar{p} \oplus \bar{q} = p \oplus q$
$p \oplus \bar{p} = 1$	$p \oplus 1 = \bar{p}$	$\overline{(p \oplus q)} = \bar{p} \oplus q = p \oplus \bar{q}$
Associativa		Comutativa
$(p \oplus q) \oplus r = p \oplus (q \oplus r)$		$p \oplus q = q \oplus p$
Disjunção	Distributiva	Transposição
se: $p = q \oplus r$ e $q \cdot r = 0$ então: $p = q + r$	$p \cdot (q \oplus r) = (p \cdot q) \oplus (p \cdot r)$	se: $p = q \oplus r$ então: $q = p \oplus r$ e $r = p \oplus q$

Tabela-verdade

Expressões lógicas podem ser expressas na forma tabular (tabela-verdade):

Exemplo:

Avaliar a expressão: $x' \cdot y + x \cdot y'$

considerando a ordem de prioridades entre negação, conjunção e disjunção.

$x \ y$	$x' \cdot y$	$x \cdot y'$	$x' \cdot y + x \cdot y'$
0 0	0	0	0
0 1	1	1	1
1 0	0	0	1
1 1	0	0	0

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----  
// TRUTH TABLE  
// Nome: xxx yyy zzz  
// Matricula: 999999  
// -----  
  
// -----  
// -- expression  
// -----  
  
module fxy (output s,  
            input x, y);  
    assign s = ~x & y | x & ~y;  
  
endmodule // fxy
```

Uma função lógica também pode ser descrita pela soma de produtos (mintermos) ou SoP (disjunção das conjunções dos termos na tabela onde a função for igual a 1).

#mintermo	mintermo	x y	f(x,y)	
0	$x' \cdot y'$	0 0	0	
1	$x' \cdot y$	0 1	1	←
2	$x \cdot y'$	1 0	1	←
3	$x \cdot y$	1 1	0	

$$f(x,y) = (x' \cdot y) + (x \cdot y') = \sum m(1, 2)$$

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----
// -- SoP
// -----

module SoP (output s,
            input x, y);
    // mintermos
    assign s = ~x & y // 1
           | x & ~y; // 2
endmodule // SoP
```

Uma função lógica pode ser descrita pelo produto de somas (MAXTERMOS) ou PoS, (conjunção das disjunções dos termos na tabela onde a função for igual a 0), cujo resultado é equivalente à soma de produtos complementar

#MAXTERMOS	MAXTERMOS	X Y	F(X,Y)	
0	$X + Y$	0 0	0	←
1	$X + Y'$	0 1	1	
2	$X' + Y$	1 0	1	
3	$X' + Y'$	1 1	0	←

$$F(X,Y) = (X + Y) \cdot (X' + Y') = \prod M(0, 3)$$

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----
// -- PoS
// -----

module PoS (output S,
            input X, Y);
    // MAXTERMOS
    assign S = ( X | Y ) // 0
           & ( X | ~Y ); // 3

endmodule // PoS
```


cujo módulo com os conjuntos de testes em Verilog poderá ser

```
// -----  
// -- test_module  
// -----  
  
module test_module;  
  reg  x, y;  
  wire s1, s2, s3;  
      // instancias  
  fxy FXY1 (s1, x, y);  
  SoP SOP1 (s2, x, y);  
  PoS POS1 (s3, x, y);  
  
      // valores iniciais  
  initial begin: start  
    x=1'bx; y=1'bx; // indefinidos  
  end  
      // parte principal  
  initial begin: main  
    // identificacao  
    $display("Exemplo- xxx yyy zzz - 999999");  
    $display("Test boolean expression");  
    $display("\nx'&y+x&y' = s\n");  
    // monitoramento  
    $display("x y = s1 s2 s3");  
    $monitor("%2b %2b = %2b %2b %2b", x, y, s1, s2, s3);  
    // sinalizacao  
    #1 x=0; y=0;  
    #1 x=0; y=1;  
    #1 x=1; y=0;  
    #1 x=1; y=1;  
  end  
  
endmodule // test_module
```

Preparação

Vídeos recomendados

Como preparação para o início das atividades,
recomenda-se assistir os seguintes vídeos:

<http://www.youtube.com/watch?v=Tb1qLGR2hvU>

<http://www.youtube.com/watch?v=UrA-miNZ6ag>

<http://www.youtube.com/watch?v=wAqlu7M4xvA>

Exercícios:

01.) Construir a tabela-verdade para as proposições
e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$\bar{x} + (\bar{y} \cdot \bar{z})$$

#mintermos	mintermos	x y z	x'	y'	z'	y'•z'	x'+(y'•z')
0	x'•y'•z'	0 0 0	1	1	1	1	1
1	x'•y'•z	0 0 1	1	1	0	0	1
2	x'•y•z'	0 1 0	1	0	1	0	1
3	x'•y•z	0 1 1	1	0	0	0	1
4	x•y'•z'	1 0 0	0	1	1	1	1
5	x•y'•z	1 0 1	0	1	0	0	0
6	x•y•z'	1 1 0	0	0	1	0	0
7	x•y•z	1 1 1	0	0	0	0	0

SoP (0,1,2,3,4)

```
module fxyz (output s,  
             input x, y, z);  
    assign s = ~x | (~y & ~z);  
  
endmodule // fxyz
```

a.) $\overline{x \cdot (y + z)}$

b.) $\overline{(x + y)} \cdot z$

c.) $\overline{(\overline{x + y})} \cdot \bar{z}$

d.) $\overline{(x \cdot y)} + \bar{z}$

e.) $(\bar{x} + \bar{y}) \cdot (y + z)$

02.) Simplificar as expressões abaixo pelas propriedades da álgebra de Boole e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$\begin{aligned} & (\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + \bar{z}) \\ & = x' + (y' \cdot z') \quad (\text{propriedade distributiva}) \end{aligned}$$

```
module fxyz (output s1, output s2, input x, y, z);
  assign s1 = (~x | ~y) & (~x | ~z);
  assign s2 = ~x | (~y & ~z);
endmodule // fxyz
```

a.) $x \cdot \overline{x + y}$

b.) $(x + \bar{y}) + (\bar{y} \cdot x)$

c.) $\overline{(x \cdot y)} \cdot (\bar{x} + \bar{y})$

d.) $\overline{(x \cdot y)} + (\bar{x} + \bar{y})$

e.) $\overline{(y + x)} \cdot (y + x)$

03.) Montar as tabelas-verdades expressas pelas somas de produtos abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$f(x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4) = \text{SoP}(0,1,2,3,4) = 1$$

```
module SoP (output s, input x, y);      // mintermos
//   m  0      1      2      3      4
  assign s = (~x&~y&~z) | (~x&~y&z) | (~x&y&~z) | (~x&y&z) | (x&~y&~z);

endmodule // SoP
```

x y z	mintermos	SoP (0,1,2,3,4)
0 0 0	$x' \cdot y' \cdot z' = m0$	1
0 0 1	$x' \cdot y' \cdot z = m1$	1
0 1 0	$x' \cdot y \cdot z' = m2$	1
0 1 1	$x' \cdot y \cdot z = m3$	1
1 0 0	$x \cdot y' \cdot z' = m4$	1
1 0 1	$x \cdot y' \cdot z$	0
1 1 0	$x \cdot y \cdot z'$	0
1 1 1	$x \cdot y \cdot z$	0

a) $f(x,y,z) = \sum m(1, 2, 4, 5)$

b) $f(x,y,z) = \sum m(0, 2, 3, 6)$

c) $f(x,y,w,z) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12)$

d) $f(x,y,w,z) = \sum m(0, 2, 4, 6, 8, 11, 13)$

e) $f(x,y,w,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 6, 11, 15)$

04.) Montar as expressões PoS equivalentes aos produtos das somas abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$F(X,Y,Z) = \prod M(5, 6, 7) = \text{PoS}(5,6,7) = 0$$

```
module PoS (output S, input X, Y);    // MAXTERMOS
//      M      5          6          7
    assign S = (~X|Y|~Z) & (~X|~Y|Z) & (~X|~Y|~Z);

endmodule // PoS
```

x y z	MAXTERMOS	PoS (5,6,7)
0 0 0	X+Y+Z	1
0 0 1	X+Y+Z'	1
0 1 0	X+Y'+Z	1
0 1 1	X+Y'+Z'	1
1 0 0	X'+Y+Z	1
1 0 1	X'+Y+Z' = M5	0
1 1 0	X'+Y'+Z = M6	0
1 1 1	X'+Y'+Z' = M7	0

- a) $F(X,Y,Z) = \prod M(1, 3, 4, 5)$
- b) $F(X,Y,Z) = \prod M(0, 1, 2, 4, 6)$
- c) $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 1, 2, 5, 7, 8, 10, 12)$
- d) $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 2, 4, 5, 8, 9, 13)$
- e) $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 1, 2, 6, 7, 13, 15)$

05.) Identificar as expressões SoP e PoS equivalentes às tabelas abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

a.)

n	x y	f(x,y)		
0	0 0	1	SoP() = _____
1	0 1	1		
2	1 0	0	PoS() = _____
3	1 1	1		

b.)

n	x y	f(x,y)		
0	0 0	1	SoP() = _____
1	0 1	0		
2	1 0	1	PoS() = _____
3	1 1	1		

c.)

n	x y z	f(x,y,z)		
0	0 0 0	1	SoP() = _____
1	0 0 1	0		
2	0 1 0	1		
3	0 1 1	1		
4	1 0 0	0	PoS() = _____
5	1 0 1	0		
6	1 1 0	1		
7	1 1 1	0		

d.)

n	x y z	f(x,y,z)		
0	0 0 0	1	SoP() = _____
1	0 0 1	0		
2	0 1 0	1		
3	0 1 1	0		
4	1 0 0	1	PoS() = _____
5	1 0 1	1		
6	1 1 0	1		
7	1 1 1	0		

e.)

n	x y w z	f(x,y,w,z)		
0	0 0 0 0	1	SoP() = _____
1	0 0 0 1	1		
2	0 0 1 0	0		
3	0 0 1 1	0		
4	0 1 0 0	1		
5	0 1 0 1	0		
6	0 1 1 0	1		
7	0 1 1 1	0		
8	1 0 0 0	1	PoS() = _____
9	1 0 0 1	1		
10	1 0 1 0	1		
11	1 0 1 1	1		
12	1 1 0 0	1		
13	1 1 0 1	0		
14	1 1 1 0	1		
15	1 1 1 1	1		