

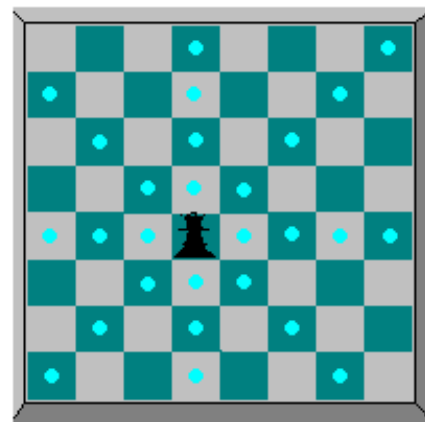
# ALGORITMOS EM GRAFOS

## MODELAGEM

Prof. Alexei Machado

# Exemplo 1

A rainha é a peça mais poderosa do jogo de Xadrez. Numa jogada ela pode mover-se tantas casas quantas quiser em qualquer direção vertical, horizontal ou diagonal, desde que não haja nenhuma outra peça que obstrua sua passagem. O desenho que se segue mostra uma posição particular da rainha, juntamente com as 27 possibilidades de movimento. Estas 27 casas (além daquela onde a rainha está) estão sob o domínio da rainha. Qualquer outra peça que estivesse numa destas casas estaria sob ataque da rainha em questão.



# Exemplo 1 (cont.)

- Encontre o número máximo de rainhas que podem ser colocadas em um tabuleiro de forma que nenhuma rainha ataque a outra. Modele este problema utilizando Teoria dos Grafos e proponha uma solução para ele.
- Encontre o menor número de rainhas que podem ser colocadas em um tabuleiro de forma que toda posição não ocupada seja atacada. Modele este problema utilizando Teoria dos Grafos e proponha uma solução para ele.

# Exemplo 2

- Suponha que  $N$  candidatos a uma vaga devem ser entrevistados individualmente por profissionais de uma empresa.
- Os entrevistadores são escolhidos de acordo com a área de atuação que o candidato está pleiteando
- Como determinar o número mínimo de períodos de entrevista considerando que cada profissional entrevista individualmente cada candidato?
- Como determinar o número mínimo de períodos de entrevista considerando que todos os profissionais entrevistam conjuntamente cada candidato?

# Exemplo 3

- Uma empresa possui  $N$  tarefas a serem executadas e  $K$  funcionários já contratados. Muitas das tarefas são complexas e exigem trabalho especializado, de modo que a partir das características de cada funcionários e de cada tarefa, a empresa já designou quais funcionários estarão responsáveis por quais tarefas. Se todos os funcionários designados para uma determinada tarefa estiverem disponíveis, esta tarefa poderá ser executada em uma hora. A empresa deseja saber o número mínimo de horas que serão necessários para que todas as tarefas sejam executadas. Modele este problema utilizando teoria de grafos e proponha uma solução para ele.

# Exemplo 4

- Existem  $2n$  alunos que toda manhã vão andando para o colégio em grupo de 2. Encontre o número de dias que serão necessários para que cada aluno saia exatamente 1 vez com todos os outros.

# Exemplo 5

- Neste ano, Maria ficou responsável pela organização da quadrilha do seu bairro. Sabe-se que existem  $n$  meninas e  $n$  meninos dispostos a participar. Ela gostaria de saber de quantas maneiras possíveis ela poderia fazer o agrupamento dos casais de forma que nenhum casal se repita de um agrupamento para o outro. Modele este problema utilizando teoria dos grafos e proponha uma solução para ele.

# Exemplo 6

- Suponha que  $n$  times estão participando de uma competição na qual cada time deve jogar exatamente uma vez contra cada um dos outros  $n-1$  times. Assumindo que qualquer quantidade de jogos pode ser jogado simultaneamente, quantas rodadas serão necessárias para finalizar este torneio? Modele este problema utilizando teoria de grafos e proponha uma solução para ele.



# Exemplo 7

- O Rio de Janeiro está preparando uma campanha de vacinação. O mapa a seguir mostra a localização de postos de vacinação e arestas ligando postos cujo tempo de deslocamento seja menor que 15 minutos. Cada posto de vacinação pode ser transformado em um posto de coordenação e distribuição de vacinas. Para facilitar a logística, um ponto de coordenação pode atender todos os postos de vacinação cujo tempo de deslocamento seja menor que 15 minutos. Qual é o número mínimo de postos de coordenação necessários? Modele este problema utilizando a teoria dos grafos e proponha uma solução para ele.

| Government          | Percentage |
|---------------------|------------|
| Current government  | 85%        |
| Previous government | 15%        |



# Exemplo 8

- Uma escola deve programar a distribuição dos exames especiais de forma que os alunos não tenham que fazer mais do que um exame por dia. Existem oito disciplinas no curso e a secretaria organizou um quadro que marca com um asterisco as disciplinas que possuem alunos em comum. Qual é o número mínimo de dias de exame necessários? Modele este problema utilizando Teoria do Grafos e proponha uma solução para ele.

# Exemplo 8 (cont.)

|            | Português | Matemática | História | Geografia | Inglês | Biologia | Química | Física |
|------------|-----------|------------|----------|-----------|--------|----------|---------|--------|
| Português  | -         | *          | -        | *         | -      | *        | *       | *      |
| Matemática |           | -          | *        | -         | -      | -        | *       | *      |
| História   |           |            | -        | *         | -      | -        | -       | *      |
| Geografia  |           |            |          | -         | *      | *        | -       | *      |
| Inglês     |           |            |          |           | -      | *        | -       | -      |
| Biologia   |           |            |          |           |        | -        | *       | -      |
| Química    |           |            |          |           |        |          | -       | *      |
| Física     |           |            |          |           |        |          |         | -      |

# Exemplo 9

- Em uma creche há 10 crianças matriculadas, porém, nunca estão todas ao mesmo tempo na creche. É necessário planejar os escaninhos em que os pais deixam as refeições das crianças. A tabela a seguir apresenta a permanência de cada criança (enumeradas de 1 a 10) na creche nos horários entre 7:00 e 12:00 – o horário em que a creche funciona. Um asterisco indica que uma determinada criança está na creche no horário indicado, e deve ter um escaninho reservado para sua refeição. Modele o problema utilizando a teoria de grafos e determine o número mínimo de escaninhos necessários para que cada criança tenha um escaninho individual.

## Exemplo 9 (cont.)

|              | <b>01</b> | <b>02</b> | <b>03</b> | <b>04</b> | <b>05</b> | <b>06</b> | <b>07</b> | <b>08</b> | <b>09</b> | <b>10</b> |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>07:00</b> | *         | -         | -         | -         | *         | -         | -         | *         | -         | -         |
| <b>08:00</b> | *         | *         | *         | -         | *         | -         | -         | *         | -         | -         |
| <b>09:00</b> | *         | *         | *         | -         | -         | *         | -         | *         | -         | *         |
| <b>10:00</b> | *         | *         | -         | -         | -         | *         | *         | -         | *         | *         |
| <b>11:00</b> | *         | -         | -         | *         | -         | -         | *         | -         | *         | *         |
| <b>12:00</b> | -         | -         | -         | *         | -         | -         | -         | -         | *         | *         |

# Exemplo 10

- Existem  $n$  experimentos biológicos sendo processados  $e_1; e_2; \dots; e_i$  em determinado laboratório. Cada um desses experimentos possui várias lâminas de ensaio que devem ser mantidas refrigeradas segundo uma temperatura constante em um intervalo de temperatura  $[l_i; h_i]$ . A temperatura pode ser fixada livremente dentro do intervalo, contudo, uma vez fixada, não mais poderá ser alterada, sob pena de destruir os elementos biológicos. Dados os intervalos e sabendo-se que cada refrigerador é grande o suficiente para preservar todas as lâminas de todos os experimentos, cada refrigerador deverá funcionar em apenas uma temperatura. Modele o problema utilizando a teoria de grafos e determine o menor número possível de refrigeradores capazes de atender ao laboratório.