

ALGORITMOS EM GRAFOS

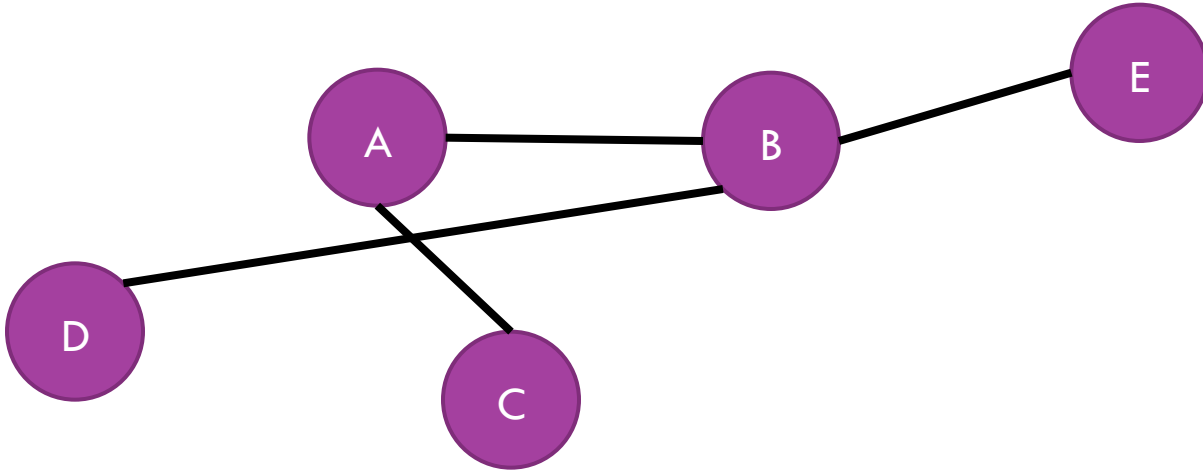
ÁRVORES

Prof. Alexei Machado

Árvores

2

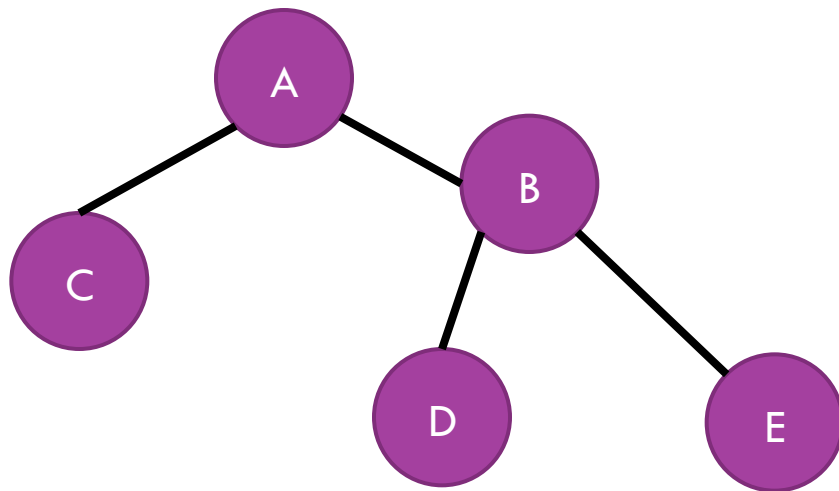
□ Árvore é um grafo conexo que não contém circuitos.



Árvores

3

□ Árvore é um grafo conexo que não contém circuitos.



Árvores

4

- TEOREMA 1: Em uma árvore existe um e apenas um caminho entre cada par de vértices.

Árvores

5

- TEOREMA 2: Se em um grafo G , existe um único caminho entre qualquer par de vértices, então G é uma árvore.

Árvores

6

- TEOREMA 3: Uma árvore com n vértices tem $n-1$ arestas

Outros teoremas

7

- Todo grafo conexo com n vértices e $n-1$ arestas é uma árvore
- Um grafo G é uma árvore se, e somente se, a remoção de qualquer aresta o desconectar (grafo minimamente conectado).
- Um grafo G com n vértices, $n-1$ arestas e nenhum circuito é conexo

Um grafo G com n vértices é árvore se

8

- G é conexo e sem circuito, ou
- G é conexo e tem $n-1$ arestas, ou
- G é sem circuito e tem $n-1$ arestas, ou
- Existe exatamente 1 caminho entre todos os pares de vértices de G , ou
- G é um grafo minimamente conectado

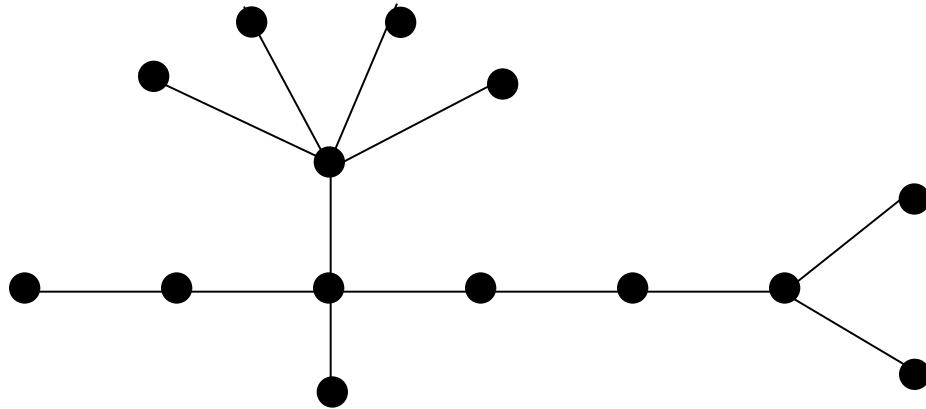
Distância e excentricidade

9

- Em um grafo G , a **distância** d entre um par de vértices v_1 e v_2 corresponde ao número de arestas no menor caminho que une v_1 a v_2
- A **excentricidade** de um vértice v em um grafo conexo G é a distância de v ao vértice mais distante

Distância e excentricidade

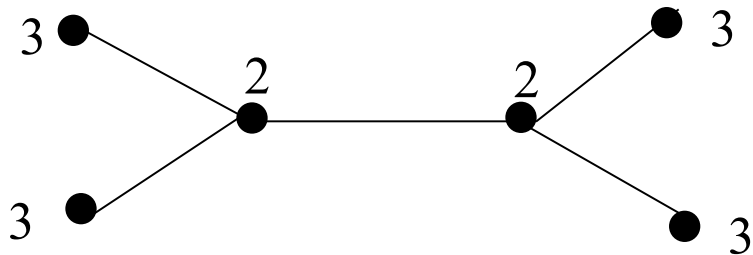
10



Centro

11

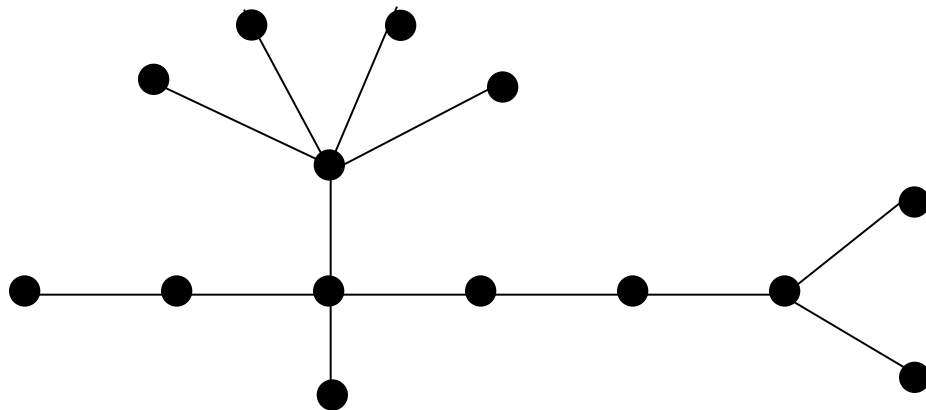
- O **centro** de um grafo G é o vértice de menor excentricidade



Teorema

12

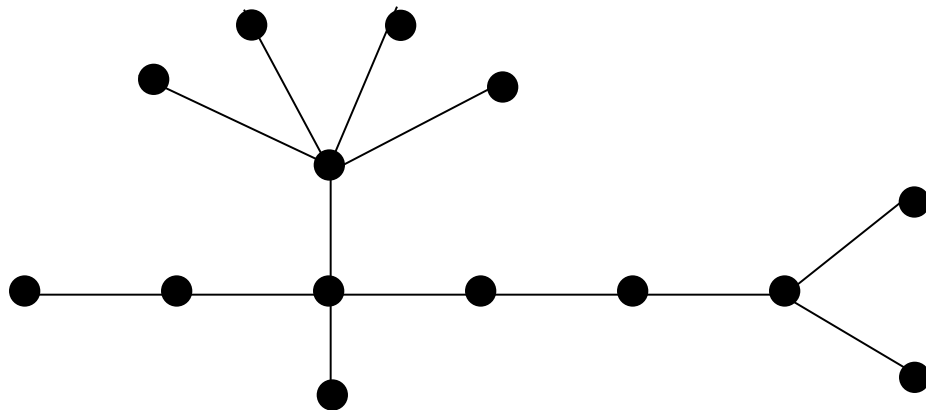
- Toda árvore tem exatamente 1 ou 2 centros
 - Se uma árvore tem 2 centros, eles são adjacentes



Raio e diâmetro

13

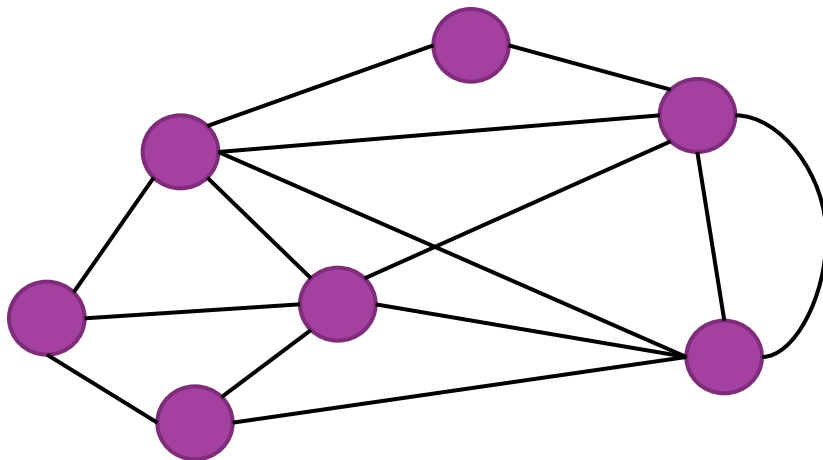
- O **raio** é a excentricidade do centro.
- O **diâmetro** é tamanho do maior caminho em G



Árvores geradoras

14

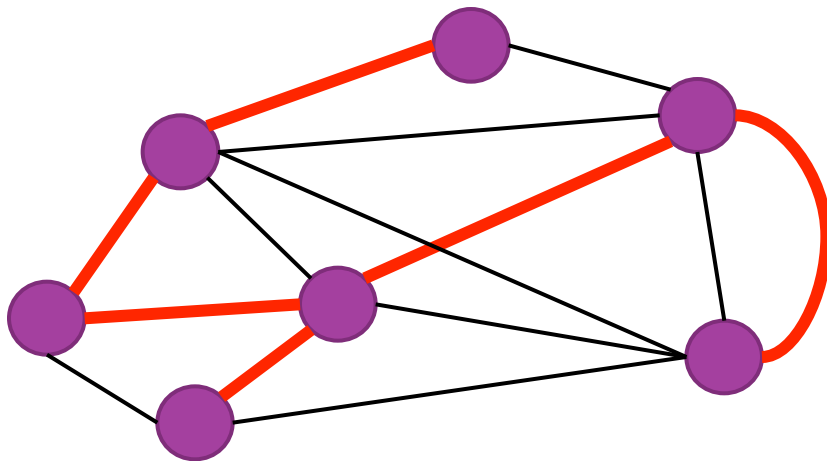
- Uma **árvore geradora** de um grafo conexo G é um subgrafo de G que contém todos os vértices de G e é uma árvore



Árvores geradoras

15

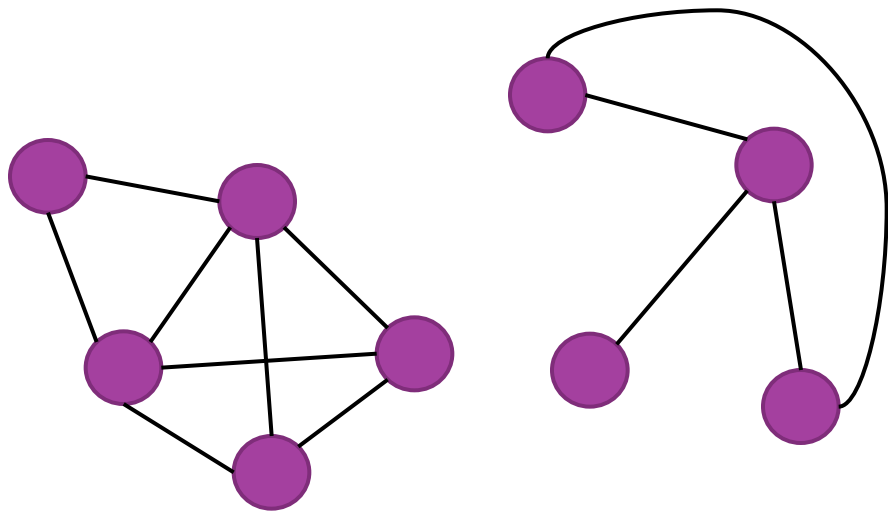
- Uma **árvore geradora** de um grafo conexo G é um subgrafo de G que contém todos os vértices de G e é uma árvore



Árvores geradoras

16

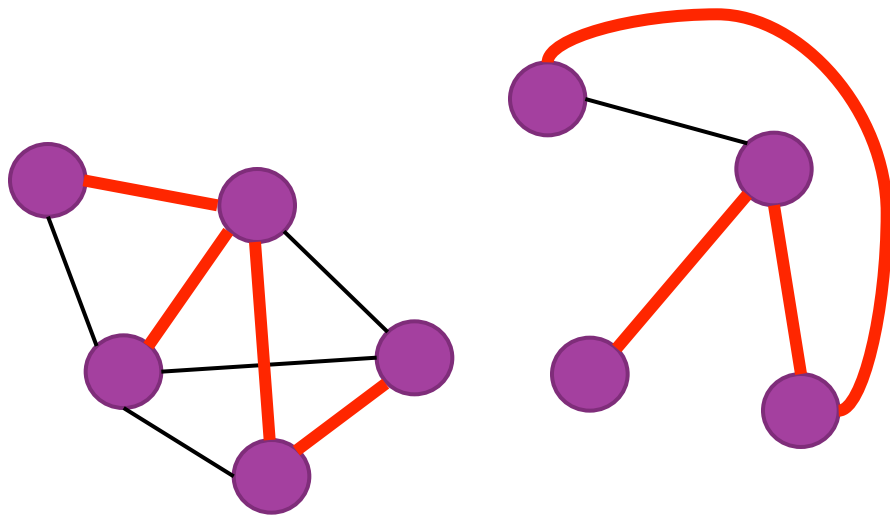
- Grafos não conexos possuem *florestas* geradoras



Árvores geradoras

17

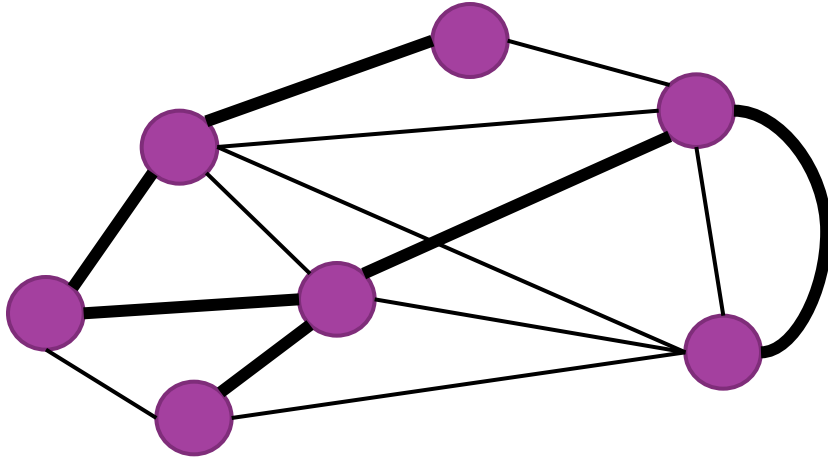
- Grafos não conexos possuem *florestas* geradoras



Árvores geradoras

18

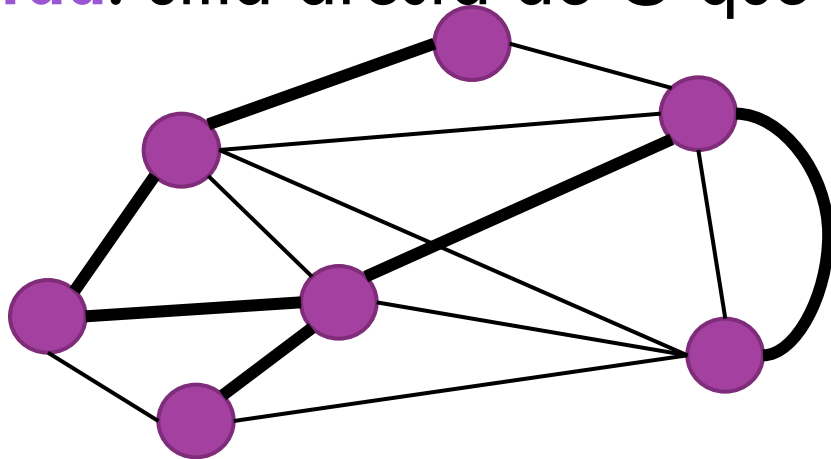
- Chama-se de T uma árvore geradora de um grafo G
- **Galho**: um aresta de G em T



Árvores geradoras

19

- Chama-se de T uma árvore geradora de um grafo G
- **Galho**: uma aresta de G em T
- **Corda**: uma aresta de G que não pertence a T



Teoremas

20

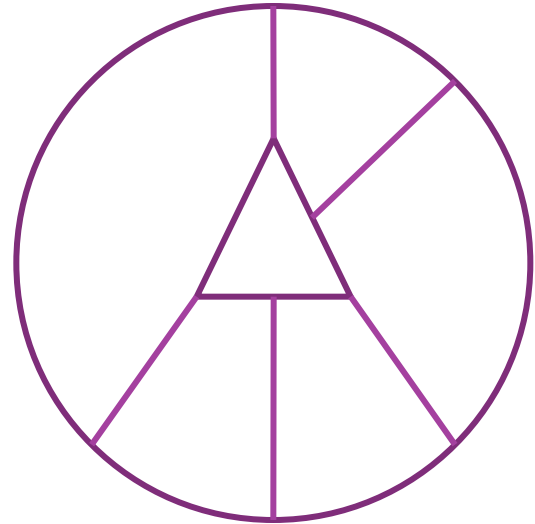
- Todo grafo conexo G tem uma árvore geradora

- Dados um grafo conexo G com \underline{n} vértices, \underline{e} arestas e uma árvore geradora T de G :
 - G tem $n-1$ galhos e $e-n+1$ cordas

Aplicação - exemplo

21

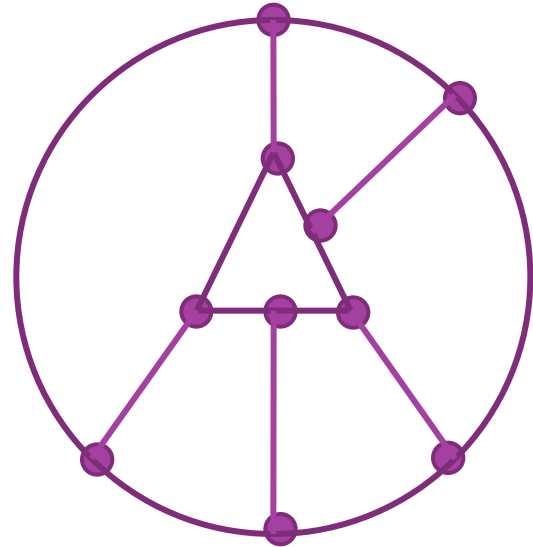
- Um conjunto de 6 lotes murados como mostrado na figura ficou alagado após dias de chuva. Quantos muros devem ser removidos para que toda a água seja liberada?



Aplicação - exemplo

22

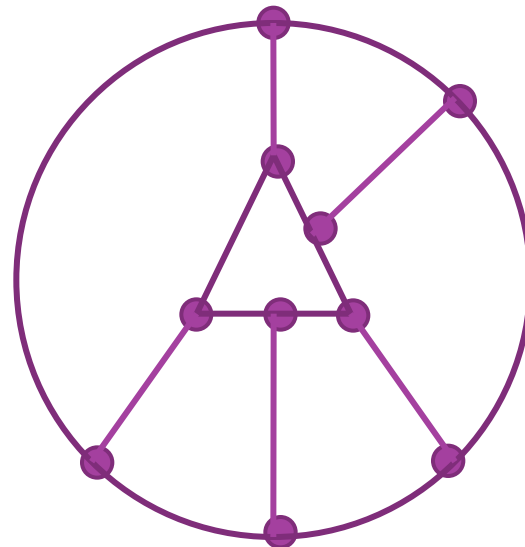
- Um conjunto de 6 lotes murados como mostrado na figura ficou alagado após dias de chuva. Quantos muros devem ser removidos para que toda a água seja liberada?



Aplicação - exemplo

23

- Grafo:
 - ▣ 10 vértices
 - ▣ 15 arestas



Aplicação - exemplo

24

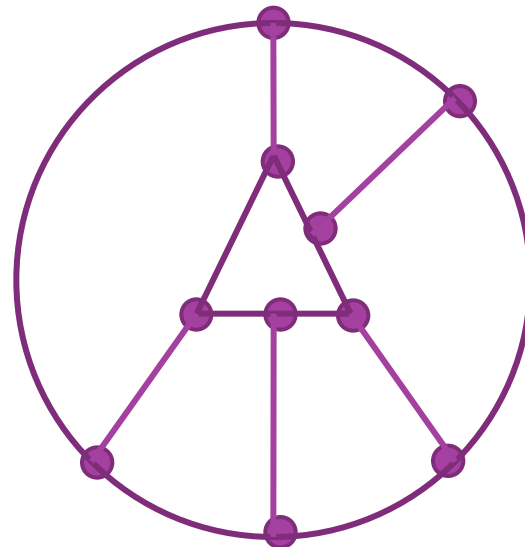
□ Grafo:

▣ 10 vértices

▣ 15 arestas

□ Galhos: $10 - 1 = 9$

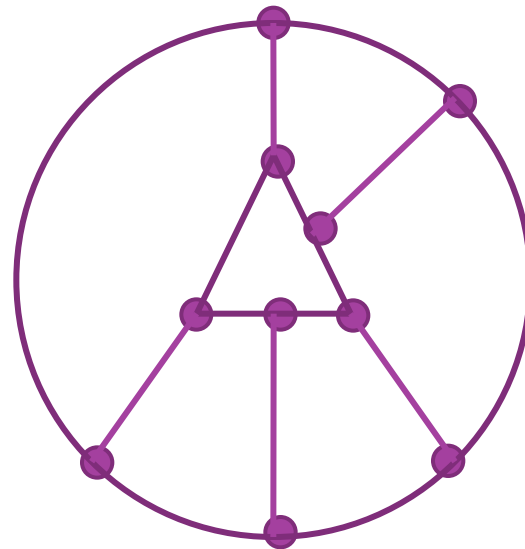
□ Cordas: $15 - 10 + 1 = 6$



Aplicação - exemplo

25

- Removemos 6 muros.
- Porém... Quais?



Aplicação - exemplo

26

- Removemos 6 muros.
- Porém... Quais?
 - ▣ *Em breve...*

