

ALGORITMOS EM GRAFOS

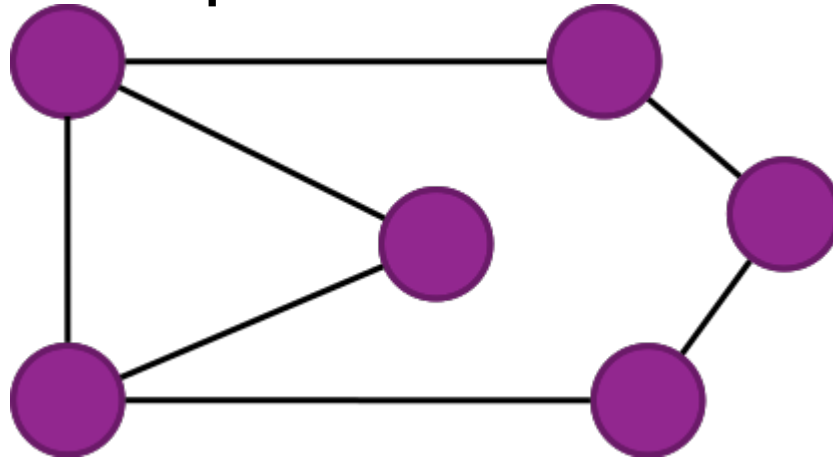
DEFINIÇÕES – PARTE 2

Prof. Alexei Machado

Grafo conexo

2

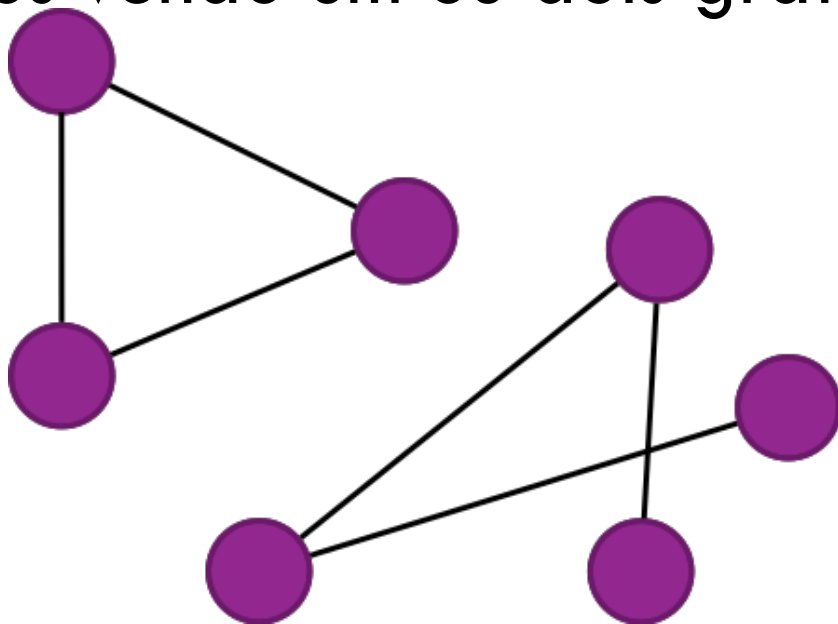
- Grafo em que existe pelo menos um caminho entre todos os pares de vértices de G



Uma dúvida

3

□ Estamos vendo um ou dois grafos?



Grafo desconexo

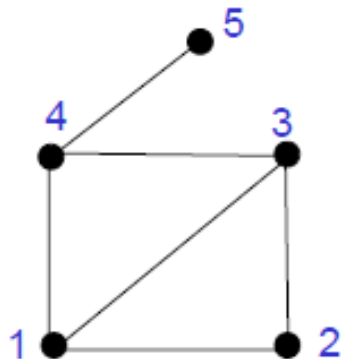
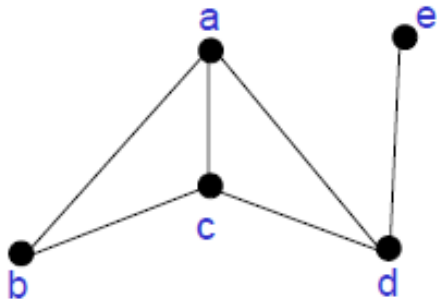
4

- Consiste de dois ou mais grafos conexos. Cada um dos **subgrafos** conexos é chamado de **componente**

Isomorfismo

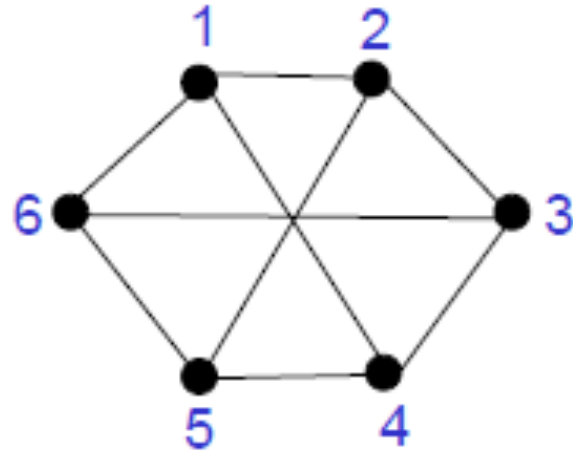
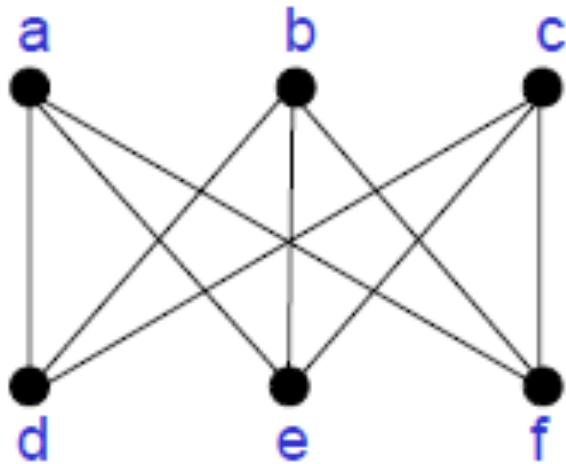
5

- Dois grafos G e H são ditos **isomorfos** se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas



Isomorfismo

6



Isomorfismo

7

- Condições **necessárias** mas **não suficientes** para que G e H sejam isomorfos:
 - mesmo número de vértices
 - mesmo número de arestas
 - mesmo número de componentes
 - mesmo número de vértices com o mesmo grau

Isomorfismo

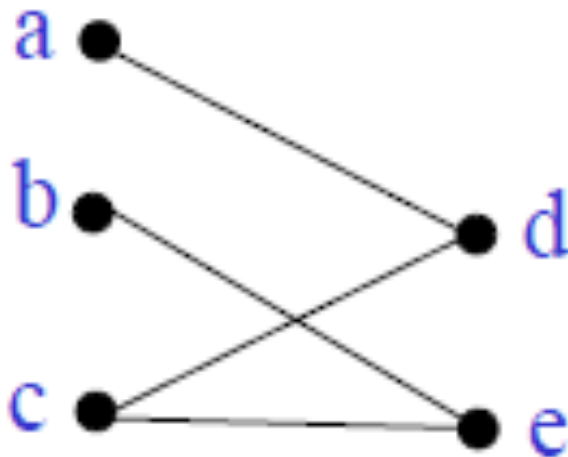
8

- Infelizmente, não existe um algoritmo eficiente para determinar o isomorfismo entre dois grafos
- Considerando as estruturas estudadas, o que você proporia fazer para verificar o isomorfismo?

Grafo bipartido / bipartite

9

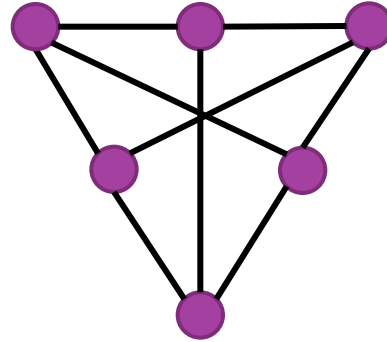
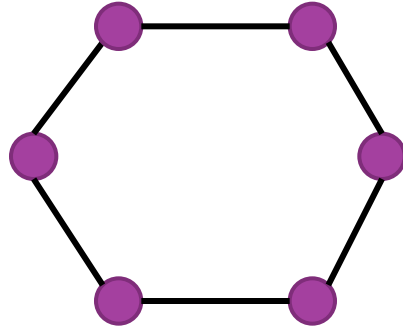
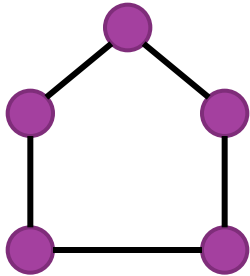
- Grafo não orientado em que o conjunto de vértices V pode ser particionado em 2 subconjuntos, V_1 e V_2 , tais que não existem arestas entre dois vértices de um mesmo subconjunto.



Grafo bipartido / bipartite

10

□ Estes são grafos bipartidos?



Subgrafos

11

- Um grafo g é dito ser um **subgrafo** de um grafo G se todos os vértices e todas as arestas de g estão em G

Subgrafos

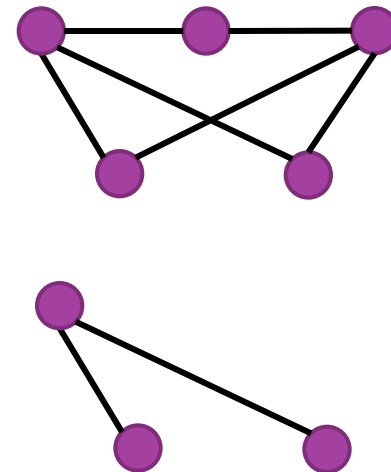
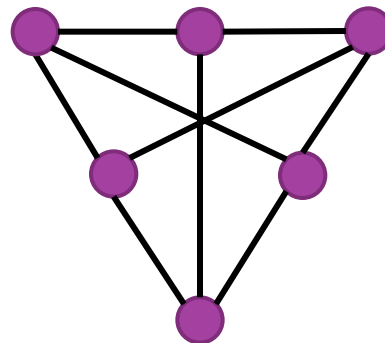
12

- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G

Subgrafos

13

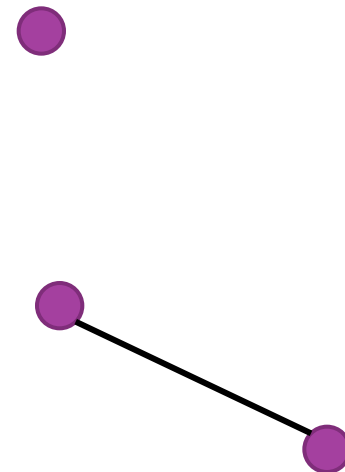
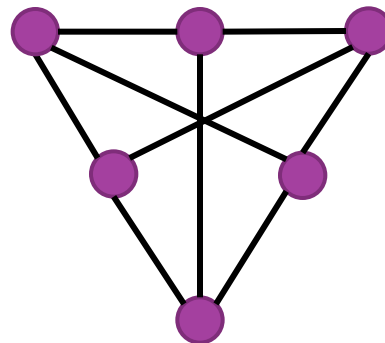
- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G



Subgrafos

14

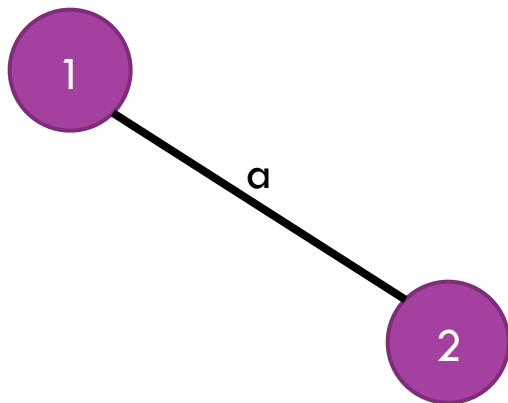
- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G



Exercício

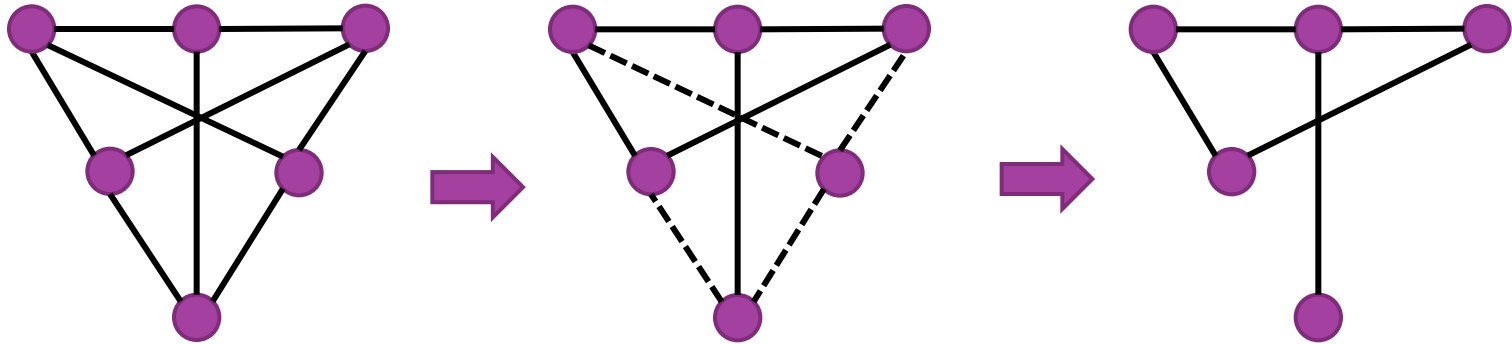
15

- Quais são todos os subgrafos de G abaixo?



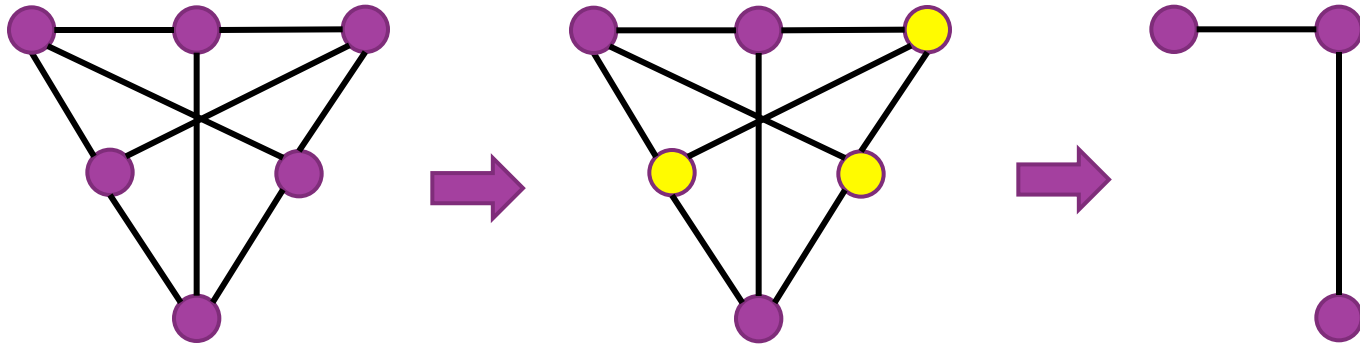
Subgrafos induzidos por arestas

16



Subgrafos induzidos por vértices

17



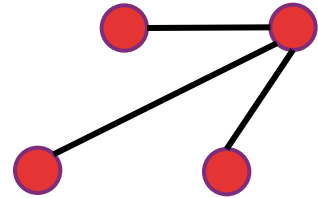
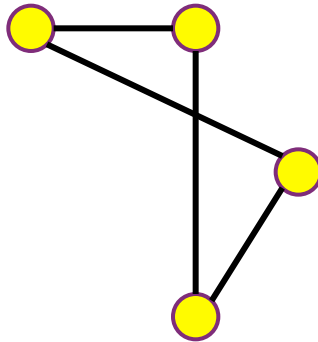
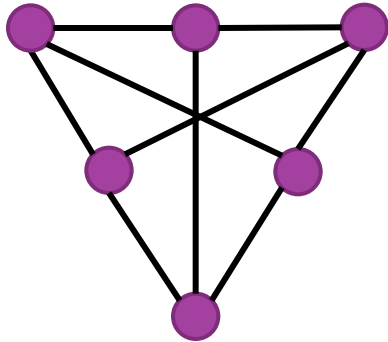
Subgrafos disjuntos de arestas

18

- Dois (ou mais) subgrafos g_1 e g_2 de um grafo G são disjuntos de arestas se g_1 e g_2 não tiverem arestas em comum
 - g_1 e g_2 podem ter vértices em comum?

Subgrafos disjuntos de aristas

19



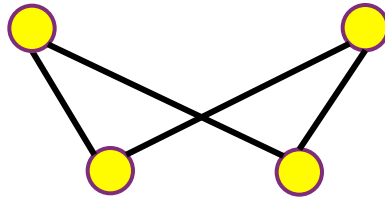
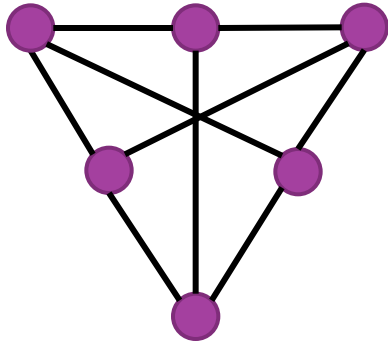
Subgrafos disjuntos de vértices

20

- Dois (ou mais) subgrafos g_1 e g_2 de um grafo G são disjuntos de vértices se g_1 e g_2 não tiverem vértices em comum
 - g_1 e g_2 podem ter arestas em comum?

Subgrafos disjuntos de vértices

21



Operações com grafos

22

□ Sejam $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$, tem-se:

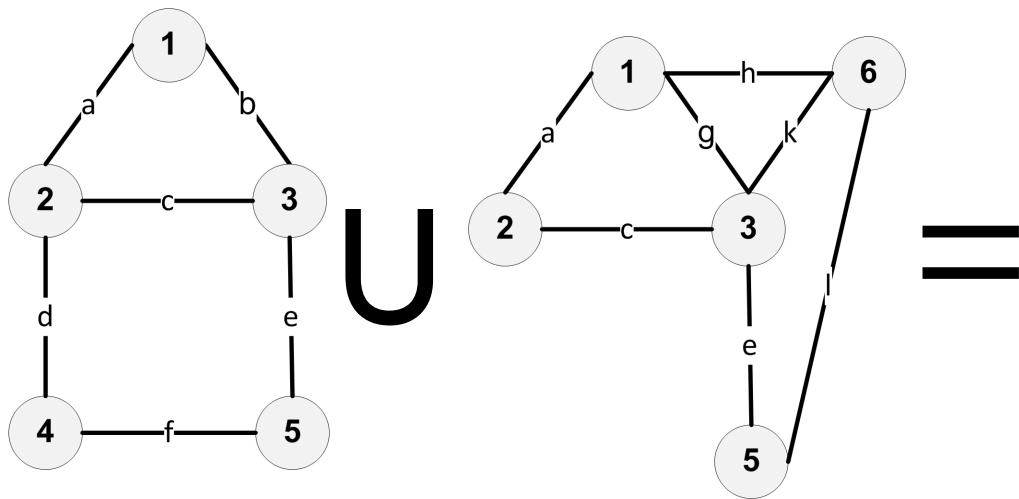
$$G_{\text{união}} = G_1 \cup G_2 = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$$

$$G_{\text{interseção}} = G_1 \cap G_2 = (V_1 \cap V_2, E_1 \cap E_2)$$

União

23

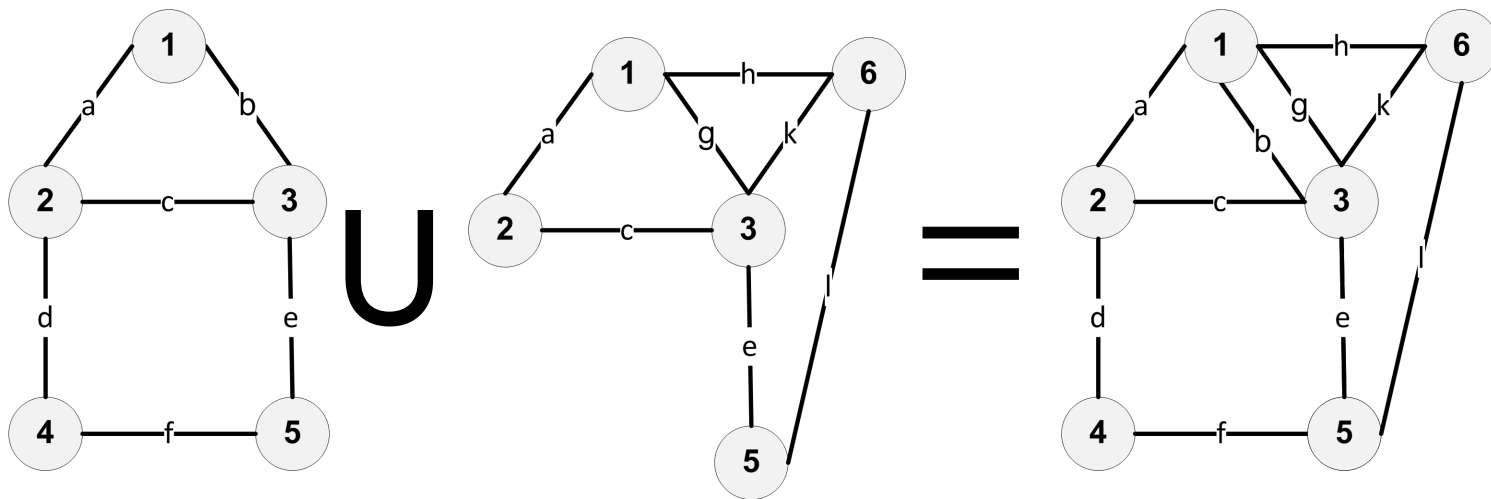
□ Mostre o grafo resultante da união



União

24

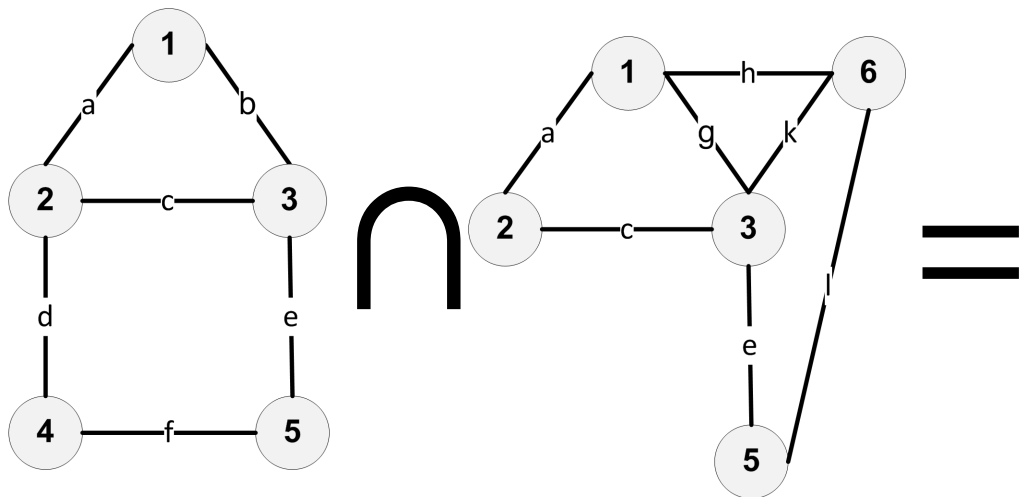
□ Mostre o grafo resultante da união



Interseção

25

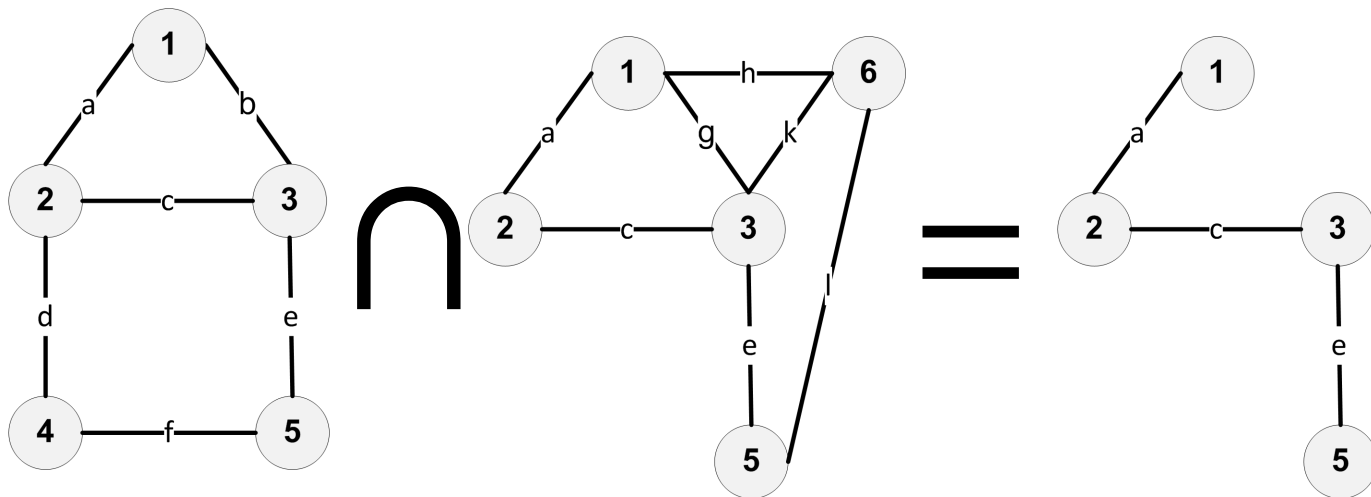
□ Mostre o grafo resultante da interseção:



Interseção

26

□ Mostre o grafo resultante da interseção:



“Ring sum”

27

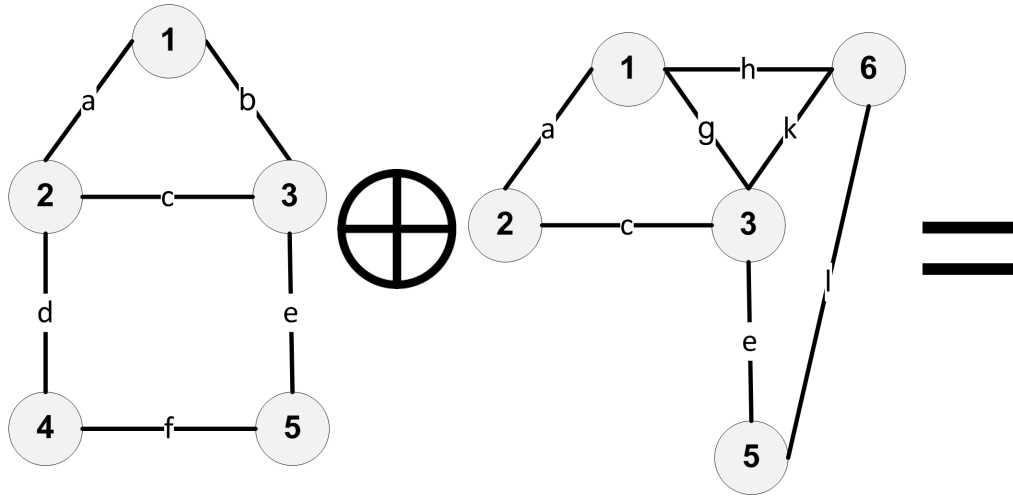
$$\square G_{\text{ring sum}} = G_1 \oplus G_2 = (V_1 \oplus V_2, E_1 \oplus E_2)$$

- \square A operação *ring sum* consiste na união dos grafos G_1 e G_2 , de modo que a interseção entre eles não seja incluída

Ring sum

28

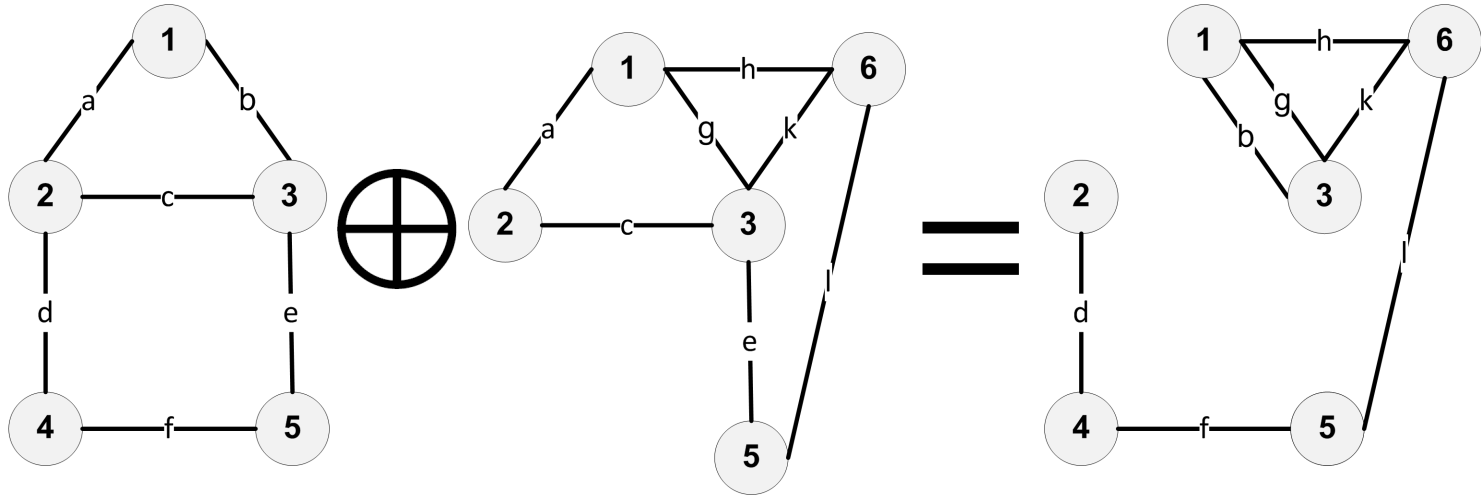
□ Mostre o grafo resultante da “ring sum”:



Ring sum

29

□ Mostre o grafo resultante da “ring sum”:



Propriedades das operações

30

- Propriedades:
- $G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1$
- $G_1 \cap G_2 = G_2 \cap G_1$
- $G_1 \oplus G_2 = G_2 \oplus G_1$
- $G \cup G = G \cap G = G$
- $G \oplus G = \emptyset$