Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico Número 2 DCNet

Grupo: 21

Integrante	LU	Correo electrónico
Alvarez, Lautaro Leonel	268/14	lautarolalvarez@gmail.com
Maddonni, Axel Ezequiel	200/14	axel.maddonni@gmail.com
Thibeault, Gabriel Eric	114/13	grojo94@hotmail.com
Vigali, Leandro Ezequiel	951/12	leandrovigali@yahoo.com.ar

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1.	Módulo Red	3
2.	Módulo DCNet	15
3.	Módulo Cola de Prioridad Logaritmica (α)	26
4.	Módulo Diccionario Universal (σ)	32
5.	Módulo Diccionario Logaritmico (κ, σ)	33

1. Módulo Red

Interfaz

```
usa: CONJ(\alpha), ITCONJ(\alpha), LISTA(\alpha), ITLISTA(\alpha).
    se explica con: RED.
    géneros: red.
Operaciones de Red
    Computadoras(in r: red) \rightarrow res: conj (hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    Complejidad: O(n)
    Descripción: devuelve el conjunto de las computadoras.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    CONECTADAS?(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, \text{dameCompu}(c1), \text{dameCompu}(c2))\}\
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: indica si las computadoras estan conectadas por alguna de sus interfaces.
    INTERFAZUSADA(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: interfaz
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{conectadas}?(r, \operatorname{dameCompu}(c1), \operatorname{dameCompu}(c2)) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ interfazUsada}(r, dameCompu}(c1), dameCompu}(c2))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve la interfaz por la cual estan conectadas c1 y c2.
    INICIARRED() \rightarrow res: red
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \text{iniciarRed}() \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: crear una nueva Red.
    AGREGARCOMPU(in/out \ r: red, in \ c1: compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land (\forall c: compu) \ c \in computadoras(r_0) \Rightarrow ip(c) \neq c1\}
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c1)\}\
    Complejidad: O(L+i) i=cantidad de interfaces
    Descripción: agregar una computadora a la Red.
    Aliasing: la computadora se agrega por copia.
    CONECTAR(in r: red, in c_1: hostname, in i_1: interfaz in c_2: hostname, in i_2: interfaz)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land c_1, c_2 \in \mathrm{dameHostnames}(\mathrm{computadoras}(r)) \land c_1 \neq c_2 \land c_1 \}
                                                      dameCompu(c_2)) \land ¬usaInterfaz?(r,
    \negconectadas?(r, dameCompu(c_1),
                                                                                                               dameCompu(c_1),
    i_1) \land \negusaInterfaz?(r, \text{dameCompu}(c_2), i_2) \land i_1 \in \text{dameCompu}(c_1).interfaces \land i_2 \in
    dameCompu(c_2).interfaces
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} (\operatorname{conectar}(r_0, \operatorname{dameCompu}(c_1), i_1, \operatorname{dameCompu}(c_2), i_2)\}
    Descripción: conectar dos computadoras de la red.
    VECINOS(in r: red, in c: hostname) \rightarrow res: conj(hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{vecinos}(r, \mathbf{dameCompu}(c)))\}
```

Descripción: da el conjunto de computadoras vecinas.

Complejidad: O(n*L)

```
Aliasing: el conjunto se devuelve por copia.
    USAINTERFAZ?(in r: red, in c: hostname, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ usaInterfaz?}(r, \text{dameCompu}(c), i)\}
    Complejidad: O(n)
    Descripción: indica si la interfaz está siendo utilizada.
    CAMINOSMINIMOS(in r: red, in c_1: hostname, in c_2: hostname) \rightarrow res: conj(lista(hostname))
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{dameCaminosdeHostnames}(\operatorname{caminosMinimos}(r, \operatorname{dameCompu}(c_1), \operatorname{dameCompu}(c_2)))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve los conjuntos de caminos minimos entre las computadoras ingresadas.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    \text{HAYCAMINO?}(\text{in } r : \text{red}, \text{in } c_1 : \text{hostname}, \text{in } c_2 : \text{hostname}) \rightarrow res : \text{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ hayCamino?}(r, \text{dameCompu}(c_1), \text{dameCompu}(c_2))\}
    Complejidad: O(n*n)
    Descripción: indica si las computadoras son alcanzables mediante algún camino.
    \bullet == \bullet (\mathbf{in} \ r_1 : \mathbf{red}, \mathbf{in} \ r_2 : \mathbf{red}) \rightarrow res : \mathbf{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (r_1 =_{obs} r_2)\}
    Complejidad: O(n*n*(L+n*n+m)+n*m*m)
    Descripción: indica si dos redes son iguales.
    COPIAR(in r: red) \rightarrow res : red
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{r}\}\
    Descripción: copia la red.
    Aliasing: res se devuelve por copia
    donde:
hostname es string,
interfaz es nat,
compu es tupla < ip: hostname, interfaces: conj(interfaz) >.
    Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)
TAD RED EXTENDIDA
                       RED
     extiende
     otras operaciones
         damehostnames
                                                    : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
         dameCompu
                                                    : red r \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                                                               \{s \in \text{hostnames}(r)\}
        auxDameCompu
                                                    : red r \times \text{hostname } s \times \text{conj(compu) } cc \longrightarrow \text{compu}
                                                                                \{s \in \text{hostnames}(r) \land cc \subset \text{computadoras}(r)\}
         dameCaminosDeHostnames
                                                    : conj(secu(compu)) \longrightarrow conj(secu(hostname))
         dameSecuDeHostnames
                                                    : secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)
                       \forall r : \text{red}, \forall cc : \text{conj}(\text{compu}), \forall s : \text{hostname}, \forall cs : \text{conj}(\text{secu}(\text{compu})), \forall secu : \text{secu}(\text{compu})
     axiomas
```

```
dameHostnames(cc) \equiv if \ vacio?(cc) \ then
                             else
                                 Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
dameCompu(r, s) \equiv auxDameCompu(r, s, computadoras(r))
\operatorname{auxDameCompu}(r, s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                       dameUno(cc)
                                       \operatorname{auxDameCompu}(r, s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
                                   fi
dameCaminosDeHostnames(cs) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio?}(cs) \mathbf{then}
                                           else
                                                                         dameSecuDeHostnames(dameUno(cs)),
                                               Ag(
                                               dameCaminosDeHostnames(sinUno(cs)))
dameSecuDeHostnames(secu) \equiv if vacia?(secu) then
                                             <>
                                         else
                                             ip(prim(secu)) \bullet dameSecuDeHostnames(fin(secu))
                                         fi
```

Fin TAD

Representación

```
red se representa con estr_red
   donde:
estr_red es dicc(hostname, datos)
     donde datos es tupla(interfaces: conj(interfaz)
                           conexiones: dicc(interfaz, hostname)
                           alcanzables: dicc(dest: hostname, caminos: conj(lista(hostname))) )
   hostname es string, interfaz es nat.
Para cada computadora:
1: Las interfaces usadas pertenecen al conjunto de interfaces de la compu.
2: Los vecinos perteneces a las computadoras de la red.
3: Los vecinos son distintos a la compu actual.
4: Los vecinos no se repiten.
5: Las conexiones son bidireccionales.
6: Los alcanzables pertenecen a las computadoras de la red.
7: Los alcanzables son distintos a la actual.
8: Los alcanzables tienen un camino válido hacia ellos desde la actual.
9: Para cada alcanzable, el conjunto de camiinos válidos no es vacío.
10: Todos los caminos en el diccionario alcanzables son válidos.
11: Los caminos son mínimos.
12: Están todos los mínimos.
```

```
Rep : estr red
                                                                                        \longrightarrow bool
             Rep(e) \equiv true \iff (\forall c: hostname, c \in claves(e))
                                                      \\ \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \(
                                                      (\forall i: interfaz, i \in claves(obtener(e, c).conexiones))
                                                      \\ 2 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \in claves(e) \land
                                                      \\ 3 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \neq c \land
                                                      c).conexiones, i) == obtener(obtener(e, c).conexiones, i') \land
                                                      \ 5 (\forall h: hostname) (h == \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i'.\text{int}) \text{ obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i'.\text{int}) \text{ obtener}(e, c).\text{conexio
                                                      h).conexiones, i') == c) \land
                                                      \\ 6 claves(obtener(e, c).alcanzables \subseteq claves(e) \land
                                                      (\forall a: hostname, a \in claves(obtener(e, c).alcanzables)
                                                      \land \land a \neq c \land
                                                      \ (\exists s: secu(hostname)) esCaminoVálido(c, a, s) \land
                                                      \\ 9 #obtener(obtener(e, c).alcanzables, a) > 0 \wedge_L
                                                      (\forall camino: secu(hostname), camino \in obtener(obtener(e, c).alcanzables, a)
                                                      \\ 10 esCaminoVálido(c, a, camino) \land
                                                      \\ 11 \neg (\exists \ camino': \ secu(hostname), \ camino \neq \ camino', \ esCaminoVálido(c, \ a, \ camino'))
                                                      long(camino') < long(camino) \land
                                                      \\ 12 \neg (\exists \ camino': \ secu(hostname), \ camino \neq camino', \ esCaminoVálido(c, a, camino'),
                                                      long(camino == long(camino')) (camino' \notin obtener(obtener(e, c).alcanzables, a))
             La abreviatura esCaminoValido usada en el Rep se debe leer: (no son funciones, son abreviaturas para
hacer más fácil la lectura)
             esCaminoValido(orig, dest, secu) \equiv (prim(secu) == orig \land
                                                                                                                                                          (\forall i: \text{nat}, 0 < i < \text{long}(secu)) \text{ esVecino } (secu[i], secu[i+1]) \land
                                                                                                                                                          secu [long(secu)-1] == dest \land
                                                                                                                                                         sinRepetidos(secu))
             Con esVecino (h1, h2) \equiv (\exists i: interfaz) \ h2 == obtener (obtener(e, h1).conexiones, i)
             Abs : estr red e \longrightarrow red
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   \{\operatorname{Rep}(e)\}
             Abs(e) \equiv r \mid computadoras(r) = dameComputadoras(e) \land_L
                                                     (\forall c1, c2: compu, c1, c2 \in computadoras(r)) conectadas?(r, c1, c2) = (\exists i: interfaz) (c2.ip = c2.ip)
                                                    obtener(obtener(e, c1.ip).conexiones, i) \land_L
                                                     interfazUsada(r, c1, c2) = buscarClave (obtener(e, c1.ip).conexiones, c2.ip)
```

Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en abs

```
dameComputadoras
                           : dicc(hostname;X)
                                                                                             \longrightarrow conj(computadoras)
auxDameComputadoras : dicc(hostname;X) \times conj(hostname)
                                                                                                \rightarrow conj(computadoras)
buscarClave
                           : dicc(interfaz;hostname) \times hostname
                                                                                             \longrightarrow interfaz
                           : dicc(interfaz;hostname) \times hostname \times conj(interfaz)
auxBuscarClave
                                                                                             \longrightarrow interfaz
              \forall e: dicc(hostname, X), \forall d: dicc(interfaz, hostname), \forall cc: conj(hostname), \forall ci:
axiomas
              conj(interfaz), \forall h: hostname
dameComputadoras(e) \equiv auxDameComputadoras(e, claves(e))
auxDameComputadoras(e, cc) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cc) \mathbf{then}
                                     else
                                                  <dameUno(cc),
                                                                       obtener(e,
                                                                                        dameUno(cc)).interfaces>,
                                         Ag(
                                         auxDameComputadoras(e, sinUno(cc)))
buscarClave(d, h) \equiv auxBuscarClave(d, h, claves(d))
auxBuscarClave(d, h, ci) \equiv if obtener(d, dameUno(cc)) = h then
                                  dameUno(cc)
                               else
                                   auxBuscarClave(d, h, sinUno(ci))
```

Algoritmos

end function

```
Algorithm 1 Implementación de Computadoras
  function ICOMPUTADORAS(in r: estr red)\rightarrow res: conj(hostname)
                                                                                                                        ⊳ O(1)
       it \leftarrow crearIt(r)
       res \leftarrow Vacio()
                                                                                                                        ⊳ O(1)
                                                                 ⊳ conjunto
       while HaySiguiente(it) do
                                                \triangleright Guarda: O(1)
                                                                             ⊳ El ciclo se ejecuta n veces
                                                                                                                        \triangleright O(n)
           Agregar(res, SiguienteClave(it))
                                                                                                                        \triangleright O(1)
           Avanzar(it)
                                                                                                                        \triangleright O(1)
       end while
  end function
                                                                                                                        \triangleright O(n)
Algorithm 2 Implementación de Conectadas?
  function ICONECTADAS? (in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: bool
                                                                                                                        ⊳ O(n)
       it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
       res \leftarrow FALSE
                                                                                                                        ⊳ O(1)
       while HaySiguiente(it) && \neg res do \triangleright Guarda: O(1) \triangleright El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces <math>\triangleright O(n)
          if SiguienteClave(it)==c2 then
                                                                                                                        \triangleright O(L)
               res \leftarrow TRUE
           end if
                                                                                                                        \triangleright O(1)
           Avanzar(it)
       end while
  end function
                                                                                                                    ▷ O(n*L)
Algorithm 3 Implementación de InterfazUsada
  function IINTERFAZUSADA (in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: interfaz
       it \leftarrow CrearIt(significado(r,c1).conexiones)
                                                                                                                        ⊳ O(n)
       while HaySiguiente(it) do
                                                                   \triangleright El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                                        ⊳ O(n)
                                           \triangleright Guarda: O(1)
          if SiguienteSignificado(it)==c2 then
                                                                                                                        \triangleright O(L)
               res \leftarrow SiguienteClave(it)
                                                                   ⊳ nat por copia
                                                                                                            \triangleright O(\text{copiar}(\text{nat}))
           end if
           Avanzar(it)
                                                                                                                        \triangleright O(1)
       end while
```

⊳ O(n*L)

Algorithm 4 Implementación de IniciarRed function IINICIARRED() \rightarrow res: estr_red res \leftarrow Vacio() \triangleright Diccionario \triangleright O(1) end function \triangleright O(1)

A1 11 0 T 1 1 1 1 1 1 1 1

end function

```
Algorithm 6 Implementación de Conectar
  function ICONECTAR (inout r: estr red, in c1: hostname, int i1:interfaz, in c2: hostname, in i2:interfaz)
  \\ Actualizo conexiones de ambas
     DefinirRapido(Significado(r, c1).conexiones, i1, c2)
                                                                          \triangleright O(n) + O(L) + O(copiar(nat))
                                                                          \, \triangleright \, O(n) \, + \, O(L) \, + \, O(copiar(nat))
     DefinirRapido(Significado(r, c2).conexiones, i2, c1)
  ActualizarCaminos(r, c1, c2)
     ActualizarCaminos(r, c2, c1)
  \\ Creo conjunto con los actualizados hasta el momento
     actualizados \leftarrow Vacio()
                                                                                                  ⊳ conjunto
     AgregarRapido(actualizados, c1)
     AgregarRapido(actualizados, c2)
  \\ Actualizo caminos del resto de la Red por recursion
      ActualizarVecinos(r, c1, actualizados)
  end function
```

 \triangleright O(L + i) con i=cantidad de interfaces

```
Algorithm 7 Implementación de función auxiliar Actualizar Caminos
  function IACTUALIZARCAMINOS (inout r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname)
  \\ Recorro los alcanzables de c2
     itAlcanzables2 \leftarrow crearIt(Significado(r, c2).alcanzables)
                                                                                                   ⊳ O(1)
     while (HaySiguiente(itAlcanzables2) do
                                                        ⊳ se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                  \triangleright O(n)
  \\ Recorro alcanzables de c1
        itAlcanzables1 \leftarrow crearIt(Significado(r, c1).alcanzables)
                                                                                                   \triangleright O(1)
         while (HaySiguiente(itAlcanzables1)) do
                                                          ⊳ se eiecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                   \triangleright O(n)
            if (SiguienteClave(itAlcanzables2) == SiguienteClave(itAlcanzables1)) then \triangleright O(n) + O(L)
  \\ El alcanzable ya estaba, me fijo que caminos son más cortos
               itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                                                                                                   \triangleright O(1)
               camino2 \leftarrow Siguiente(itCaminos)
                                                              ⊳ camino minimo del c2
                                                                                                   \triangleright O(1)
               itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables1))
                                                                                                   \triangleright O(1)
               camino1 \leftarrow Siguiente(itCaminos)
                                                             ⊳ camino minimo del c1
                                                                                                   \triangleright \mathrm{O}(1)
               if (longitud(camino1) > longitud(camino2)) then
                                                                         ⊳ cada camino tiene a lo sumo n
  elementos
                                                                                                  \triangleright O(n)
  Borrar(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables1)) > O(n) + O(n*L)
  \\ Nuevo alcanzable: me copio los caminos agregando c1 al principio
                   itCaminos \leftarrow crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                   caminos \leftarrow Vacio() > conjunto donde voy a guardar los caminos modificados > O(1)
                   while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                      nuevoCamino ← copy(Siguiente(itCaminos)) ▷ copio el camino que voy a modificar
                      AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                      AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)
                      Avanzar(itCaminos)
                   end while
  \\ agrego el nuevo alcanzable con el camino
                   DefinirRapido(Significado(r,c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos)
               else
                   if (longitud(camino1) == longitud(camino2)) then
  \\ Tengo que agregar los nuevos caminos (modificados) al conjunto de caminos actual
                      itCaminos \leftarrow crearIt(SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                      while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                          nuevoCamino \leftarrow copy(Siguiente(itCaminos))
                                                                              ⊳ copio el camino que voy a
  modificar
                          AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                          Agregar(SiguienteSignificado(itAlcanzables1), nuevoCamino)
                         Avanzar (it Caminos)
                      end while
                   end if
               end if
  \\ Nuevo alcanzable : me copio los caminos agregando c1 al principio
               itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
               caminos \leftarrow Vacio()
                                                  ▷ conjunto donde voy a guardar los caminos modificados
               while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                   nuevoCamino \leftarrow copy(Siguiente(itCaminos))
                                                                    ⊳ copio el camino que voy a modificar
                   AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                   AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)
                   Avanzar(itCaminos)
               end while
               DefinirRapido(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos)
            end if
            Avanzar(itAlcanzables1)
         end while
         Avanzar(itAlcanzables2)
     end while
```

Algorithm 8 Implementación de función auxiliar Actualizar Vecinos

Algorithm 9 Implementación de Vecinos

```
function IVECINOS (inout r: estr red, in c1: hostname) → res: conj(hostname)
                                                                                                              \triangleright O(1) + O(n)
    it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
    res \leftarrow Vacio()
                                                               ▶ Conjunto
                                                                                                                        \triangleright \mathrm{O}(1)
    while HaySiguiente(it) do
                                         ▷ Guarda: O(1)
                                                                 ⊳ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                                        ⊳ O(n)
        AgregarRapido(res, SiguienteSignificado(it))
                                                                                                                       \triangleright O(L)
        Avanzar(it)
                                                                                                                        \triangleright O(1)
    end while
end function
                                                                                                                   \triangleright O(n*L)
```

Algorithm 10 Implementación de UsaInterfaz

```
function IUSAINTERFAZ(in r: estr_red, in c: hostname, in i: interfaz) → res: bool res ← Definido?(Significado(r,c).conexiones,i) \rhd O(comparar(nat)*n) end function \rhd O(n)
```

Algorithm 11 Implementación de Caminos Minimos

```
function
            ICAMINOSMINIMOS(in r:
                                             estr red,
                                                               c1:
                                                                      hostname,
                                                                                         c2:
                                                                                               hostname) \rightarrow
conj(lista(hostname))
                                                                                                 \triangleright O(1) + O(L*n)
   itCaminos \leftarrow crearIt(Significado(Significado(r,c1).alcanzables, c2))
   res \leftarrow Vacio()
                                                         ▶ Conjunto
                                                                                                             \triangleright \mathrm{O}(1)
   while HaySiguiente(itCaminos) do
       AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))
                                                                                                             ⊳ O(1)
       Avanzar(it Caminos)
                                                                                                             ⊳ O(1)
   end while
end function
                                                                                                         > O(n*L)
```

Algorithm 12 Implementación de HayCamino?

```
      function IHAYCAMINO? (in r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: bool

      res ← Definido? (Significado(r,c1).alcanzables, c2)
      \triangleright O(n*n)

      end function
      \triangleright O(n*n)
```

```
Algorithm 13 Implementación de ==
  function IIGUALDAD(in r1: estr red, in r2: estr red)→ res: bool
     res \leftarrow TRUE
                                                                                                 \triangleright O(1)
     if \neg(\#\text{Claves}(r1) = \#\text{Claves}(r2)) then
                                                                                    \triangleright O(comparar(nat))
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                 ⊳ O(1)
     else
        itRed1 \leftarrow CrearIt(r1)
                                                                                                 ⊳ O(1)
         while HaySiguiente(itRed1) && res do
                                                    ▷ Guarda: O(1)
                                                                        ⊳ Se ejecuta n veces
                                                                                                 \triangleright O(n)
  \\ Recorro la red 1 y me fijo para cada una de sus computadoras
            if ¬(Definido?(r2, SiguienteClave(itRed1)) then
                                                                                              \triangleright O(L*n)
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                 \triangleright \mathrm{O}(1)
            else
               Compu2 \leftarrow Significado(r2,SiguienteClave(itRed1))
                                                                                               \triangleright O(L*n)
               Compu1 \leftarrow SiguienteSignificado(itRed1)
                                                                                                 ▷ O(1)
  \\ Tomo las computadoras de red 1 y red 2 con el mismo hostname y las comparo
               if \neg(Comp1.interfaces == Comp2.interfaces) then
                                                                          ▷ O(m*m) con m=cantidad de
  interfaces
  ⊳ O(1)
                  res \leftarrow FALSE
               end if
               if \neg(Comp1.conexiones == Comp2.conexiones) then
  \ Si sus conexiones son distintas =>las redes son distintas
                  res \leftarrow FALSE
                                                                                                 ⊳ O(1)
               end if
               \mathbf{if} \ \neg (\# Claves(Compu1.alcanzables) = = \# Claves(Compu2.alcanzables)) \ \mathbf{then}
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                 ⊳ O(1)
               else
                  itAlc1 \leftarrow CrearIt(Compu1.alcanzables)
                                                                                                 ⊳ O(1)
                  while HaySiguiente(itAlc1) && res do
                                                            ⊳ se ejecuta a lo sumo n−1 veces
                                                                                                 \triangleright O(n)
  \\ Para cada alcanzable de la computadora de la red 1
                     if ¬(Definido?(Comp2.alcanzables, SiguienteClave(itAlc1))) then
                                                                                                \triangleright O(m)
  \\ Si no está definida en los alcanzables de la compu de la red 2 =>las redes son distintas
                         res \leftarrow FALSE
                      else
                         Caminos1 \leftarrow SiguienteSignificado(itAlc1)
                                                                                                 \triangleright O(1)
                         Caminos2 \leftarrow Significado(Comp2.alcanzables, itAlc1)
                                                                                                 \triangleright O(n)
  \\ Me guardo los 2 conjuntos de caminos (de la compu de la red 1 y la de la red 2)
```

```
if ¬(Longitud(Caminos1) == Longitud(Caminos2)) then ▷ O(comparar(nat))
\ Si~sus~cantidades~son~distintas=>las~redes~son~distintas
                          res \leftarrow FALSE
                       else
                          itCaminos1 \leftarrow CrearIt(Caminos1)
                                                                                                \triangleright O(1)
                           while HaySiguiente(itCaminos1) && res do
\\ Para cada camino en el conjunto de caminos de la compu de la red 1
\\ Recorro los caminos de la compu de la red 2
                              itCaminos2 \leftarrow CrearIt(Caminos2)
                                                                                                ⊳ O(1)
                              noEncontro \leftarrow TRUE
                                                                                                ⊳ O(1)
                              while HaySiguiente(itCaminos2) && noEncontro do
\\ Busco que el camino de la compu de la red 1 esté en la compu de la red 2
                                 if Siguiente(itCaminos2) == Siguiente(ItCaminos1) then
                                     noEncontro \leftarrow FALSE
                                 end if
                                 Avanzar(itCaminos2)
                                                                                                ⊳ O(1)
                              end while
                              if noEncontro then
                                                                                               ▷ O(1)
res \leftarrow FALSE
                                                                                                \triangleright O(1)
                              end if
                              Avanzar (it Caminos1)
                                                                                                \triangleright O(1)
                           end while
                       end if
                    end if
                    Avanzar(itAlc1)
                                                                                                ⊳ O(1)
                 end while
             end if
          end if
          Avanzar(itRed1)
                                                                                                ⊳ O(1)
      end while
   end if
end function
                                                          \triangleright O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)
```

Algorithm 14 Implementación de Copiar			
function ICOPIAR(in r: estr_red) \rightarrow res:	red		
$res \leftarrow IniciarRed()$			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $			
$itRed \leftarrow CrearIt(r)$			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$\mathbf{while} \; \mathbf{HaySiguiente}(\mathbf{itRed}) \; \mathbf{do}$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$	⊳ se ejecuta n veces	$\triangleright O(n)$
\\ Para cada computadora en la red orig	in al.		
$copiaAlcanzables \leftarrow Vacio()$		\triangleright diccionario	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $			
$itAlcanzables \leftarrow CrearIt(Siguiente)$			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itAlcanzables	·	* *	no n veces $\triangleright O(n)$
\\ Para cada conjunto de caminos mínim	$nos\ (cada\ destino$		
$copiaCaminos \leftarrow Vacia()$		\triangleright lista	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
\\ Inicia el conjunto de caminos mínimo			0 (1)
$itCaminos \leftarrow CrearIt(Siguienter)$		anzables))	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itCaminos	·		
\\ Para cada camino en el conjunto origi		G	0/ / / / /
Agregar Adelante (copia Cam			O(copiar(camino))
\\ Copia el camino original y lo agrega a	idelante del conju	nto de caminos minimos.	0(1)
Avanzar (it Caminos)			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while			
Definir(copiaAlcanzables, Sigui			
\\ Define el destino y sus caminos mínin	nos en la copia a	e atcanzaotes.	s O(1)
$egin{aligned} ext{Avanzar}(ext{itAlcanzables}) \ ext{end while} \end{aligned}$			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
Definir(res, SiguienteClave(itRed) Tuple(Conjer	(Signiant of ignificand of it Pod)	interfered Coni
ar(SiguienteSignificado(itRed).conexiones).interfaces), Copi-
\\ Define la copia de la computadora con	/ / -	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
Avanzar(itRed)	i ios campos ante	s copiaaos.	⊳ O(1)
end while			VO(1)
end while end function			

2. Módulo DCNet

Interfaz

```
usa: RED, CONJ(\alpha), ITCONJ(\alpha), LISTA(\alpha), ITLISTA(\alpha), DICC_{UNIV}(\kappa, \sigma), DICC_{LOG}(\kappa, \sigma), COLA_{LOG}(\alpha).
se explica con: DCNET.
géneros: dcnet.
```

Operaciones de DCNet

```
\operatorname{Red}(\mathbf{in}\ d\colon \mathtt{dcnet}) 	o res: \mathtt{red}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{obs} \operatorname{red}(d)) \}
Complejidad: O()
Descripción: devuelve la red asociada.
Aliasing: res no es modificable.
CAMINORECORRIDO (in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: lista (hostname)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{IDpaqueteEnTransito?}(d, p) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ dameSecuDeHostnames}(\operatorname{caminoRecorrido}(d, \operatorname{damePaquete}(p)))\}
Complejidad: O()
Descripción: devuelve el camino recorrido desde el origen hasta el actual.
Aliasing: res se devuelve por copia.
CantidadEnviados(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ cantidadEnviados}(d, \text{dameCompu}(c))\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por la computadora.
ENESPERA(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{obs} \operatorname{enEspera}(d, \operatorname{dameCompu}(c))) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: devuelve los paquetes en la cola de la computadora.
Aliasing: res no es modificable.
INICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res : dcnet
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{iniciarDCNet}(r)\}\
Complejidad: O()
Descripción: crea una nueva Dcnet.
Aliasing: la red se agrega por copia.
CREARPAQUETE(in/out d: dcnet, in p: paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0 \land \neg ( (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paqueteEnTransito?(d, p')) \land (\exists p': paqueteEnTransito?(d, p'
\operatorname{origen}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(d))
\operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p)
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{crearPaquete}(d_0, p)\}\
Complejidad: O()
Descripción: agrega un paquete a la red.
Aliasing: el paquete se agrega por copia.
```

```
AVANZARSEGUNDO(in/out d: dcnet)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{avanzarSegundo}(d_0)\}\
    Complejidad: O()
    Descripción: realiza los movimientos de paquetes correspondientes, aplicando los cambios necesarios a
    la denet.
    PAQUETEENTRANSITO? (in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{IDpaqueteEnTransito?}(d, p)\}
    Complejidad: O()
    Descripción: indica si el paquete esta en alguna de las colas dado el ID.
    LaQueMasEnvio(\mathbf{in}\ d: \mathtt{dcnet}) \rightarrow res: \mathtt{hostname}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{laQueMasEnvio}(d).ip\}
    Complejidad: O()
    Descripción: devuelve la computadora que más paquetes envió.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ d_1 : \mathtt{dcnet}, \ \mathbf{in} \ d_2 : \mathtt{dcnet}) \to res : \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (d_1 =_{obs} d_2)\}
    Complejidad: O()
    Descripción: indica si dos denet son iguales.
    donde:
hostname es string,
interfaz es nat,
IDpaquete es nat,
compu es tupla < ip: hostname, interfaces: conj(interfaz) >,
paquete es tupla<id: IDpaquete, prioridad: nat, origen: hostname, destino: hostname >.
```

Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)

TAD DCNET EXTENDIDA

```
DCNET
extiende
otras operaciones
  damehostnames
                                            : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
  dameCompu
                                            : dcnet d \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                      \{s \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
  auxDameCompu
                                            : hostname s \times \text{conj(compu)} cc \longrightarrow \text{compu}
                                            : secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)
  dameSecuDeHostnames
  IDpaqueteEnTransito?
                                            : dcnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{bool}
  damePaquete
                                            : dcnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{paquete}
                                                                                           \{IDpaqueteEnTransito?(d,p)\}
  dameIDpaquetes
                                            : conj(paquete) \longrightarrow conj(IDpaquete)
                \forall d: dcnet, \forall s: hostname, \forall p: IDpaquete, \forall cc: conj(compu), \forall secu: secu(compu), \forall cp:
axiomas
                conj(paquete),
  dameHostnames(cc) \equiv if vacio?(cc) then
                                 else
                                     Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
  dameCompu(d, s) \equiv auxDameCompu(s, computadoras(red((d))))
  \operatorname{auxDameCompu}(s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                         dameUno(cc)
                                         \operatorname{auxDameCompu}(s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
  dameSecuDeHostnames(secu) \equiv if vacia?(secu) then
                                                 <>
                                             else
                                                 ip(prim(secu)) \bullet dameSecuDeHostnames(fin(secu))
  \label{eq:definition} \mbox{IDpaqueteEnTransito}(d,\,p) \; \equiv \; \mbox{auxIDpaqueteEnTransito}(d,\,\mbox{computadoras}(\mbox{red}(d)),\,p)
  auxIDpaqueteEnTransito(d, cc, p) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio?}(cc) \mathbf{then}
                                                      false
                                                  else
                                                      if p \in \text{dameIDpaquetes}(\text{enEspera}(\text{dameUno}(cc))) then
                                                          true
                                                      else
                                                          auxIDpaqueteEnTransito(d, sinUno(cc), p)
                                                  fi
  dameIDpaquetes(cp) \equiv if vacio?(cp) then
                                  else
                                      Ag(id(dameUno(cp)), dameIDpaquetes(sinUno(cp)))
                                  fi
```

Fin TAD

Representación

```
dcnet se representa con estr_dcnet
    donde estr_dcnet es tupla(red: red
                                computadoras: dicc(hostname, X)
                                porHostname: diccUNIV (hostname, itDicc(hostname, X))
                                conMasEnvios: itDicc(hostname, X)
                                             arreglo_dimensionable de arreglo_dimensionable de
                                lista(hostname) )
    donde X es tupla(indice: nat
                     paquetes: conj(paquete)
                     cola: cola_{LOG}(itConj(paquete))
                     paqPorID: dicc_{LOG} (IDpaquete, itConj(paquete))
                     cantEnvios: nat )
1: Las compus de Red son las compus de DCNet.
2: PorHostname y computadoras tienen el mismo conjunto de claves.
3: Por Hostname permite acceder a los datos de todas las computadoras a través de iteradores.
4: Los indices de las computadoras van de 0 a n-1.
5: Los indices no se repiten.
6: ConMasEnvios es un interador a la computadora con mayor cant de envios.
7: La matriz de caminos es de n x n.
8: En la matriz caminos[i][j] se guarda uno de los caminos minimos de la red correspondiente al origen y
destino correspondientes a los indices i, j, respectivamente. Si no hay, se guarda una lista vacia.
9: Las claves del diccionario paquetesPorID son los ID del conjunto paquetes.
10: El conjunto de paquetes y la cola de prioridad tienen el mismo tamano.
11: La cola ordena los paquetes por prioridad. (usando los observadores del TAD Cola de Prioridad Alater-
nativa adjunto).
Para todos los paquetes de una computadora:
12: El origen y el destino estan entre las computadoras de la denet.
13: El origen y el destino son distintos.
14: Hay un camino posible entre el origen y el destino.
15: La computadora actual esta en el camino minimo entre el origen y el destino.
16: El id es unico.
```

17: Son accesibles por el dicc usando su ID.

```
Rep : estr dcnet
                        \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff
            \\ 2 claves (e.computadoras) = claves (e.porHostname) \land
            = c \land SiguienteSignificado(obtener(e.porHostname, c)) = obtener(e.computadoras, c)) \land
            (\forall c: hostname, c \in claves(e.computadoras))
            \setminus \setminus \downarrow 0 < \text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{indice} < \#\text{claves}(e.\text{computadoras})-1 \land \bullet
            \setminus \setminus 5 \neg (\exists c': \text{hostname}, c' \in \text{claves}(e.\text{computadoras}), c \neq c') \text{ obtener}(e.\text{computadoras}, c').\text{indice}
            = obtener(e.computadoras, c).indice \land
            \\ 6 \neg (\exists c': \text{hostname}, c' \in \text{claves}(e.\text{computadoras}), c \neq c') \text{ obtener}(e.\text{computadoras})
            c').cantEnvios >SiguienteSignificado(e.conMasEnvios).cantEnvios \land
            1) tam(e.caminos[i]) = \#claves(e.computadoras) \land
            \\ 8 (\forall c1, c2: hostname, c1, c2 \in \text{claves}(e.\text{porHostname}))
                             (caminos Minimos(e.red,
                                                                                     dameCompu(c2))
                                                            dameCompu(c1),
            e.caminos[obtener(e.computadoras,
                                                     c1).indice||obtener(e.computadoras,
                                                                                                c2).indice
            dameUno(caminosMinimos(e.red, dameCompu(c1), dameCompu(c2))) \land
                       (caminosMinimos(e.red,
                                                        dameCompu(c1),
                                                                                   dameCompu(c2))
            e.caminos[obtener(e.computadoras, c1).indice][obtener(e.computadoras, c2).indice]
                                                                                                              Va-
            cia() \land
            (\forall c: hostname, c \in claves(e.computadoras))
            \ dameIDpaquetes(obtener(e.computadoras, c).paquetes) = claves(obtener(e.computadoras,
            c).paquetesPorID) \land
            10 #(obtener(e.computadoras, c).paquetes) = #(obtener(e.computadoras, c).cola) \land
              11 vacia?(obtener(e.computadoras, c).cola) = \emptyset?(obtener(e.computadoras, c).paquetes) \land
            Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola}))) \in \text{obtener}(e.\text{computadoras}, c). paquetes
            \land \neg (\exists p': paquete, p' \in obtener(e.computadoras, c).paquetes) p'.prioridad
            Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola}))).prioridad \wedge
            \Pi_1(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola})) = \text{Siguiente}(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c)))))
            c).cola))).prioridad \wedge
            desencolar(obtener(e.computadoras, c).cola) = armarCola(obtener(e.computadoras, c).paquetes
            - {Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola})))} \wedge
            (\forall p: paquete, p \in obtener(e.computadoras, c).paquetes)
            \setminus 12 origen(p).ip \in claves (e.computadoras) \land destino(p).ip \in claves (e.computadoras) \land
            \\ 13 origen(p).ip \neq destino(p).ip \wedge
            \\ 14 hayCamino?(e.red, origen(p), destino(p)) \land
             15 esta? (c, caminos[obtener(e.computadoras, origen(p).ip)][obtener(e.computadoras,
            destino(p).ip) \land
            \\ 16 (\forall c': hostname, c' \in \text{claves}(e.\text{computadoras}), c' \neq c) \neg (\exists p': paquete, p' \in c')
            obtener(e.computadoras, c').paquetes, p \neq p') p.id = p'.id
            \\ 17 definido?(obtener(e.computadoras, c).paquetesPorID, p.id) \wedge_L
            Siguiente (obtener (obtener (e.computadoras, c).paquetes Por ID, p.id)) = p
Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en Rep
```

```
armarCola : conj(paquete)
                                                   \longrightarrow cola(paquete)
axiomas
                       \forall cc: conj(paquete)
\operatorname{armarCola}(cc) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cc) \ \mathbf{then}
                                      Vacia()
                                else
                                      \operatorname{encolar}(\operatorname{dameUno}(cc), \operatorname{prioridad}, \operatorname{dameUno}(cc), \operatorname{armarCola}(\sin\operatorname{Uno}(cc)))
                                fi
```

```
Abs : estr_dcnet e \longrightarrow dcnet \{Rep(e)\}

Abs(e) \equiv d \mid red(d) = e.red \land

(\forall c: compu, c \in computadoras(red(d))) (
    cantidadEnviados(d, c) = obtener(e.computadoras, c.ip).cantEnvios \land

    enEspera(d, c) = obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes \land

(\forall p: paquete, p \in obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes ) caminoRecorrido (d, p) = e.caminos]obtener(e.computadoras, origen(p).ip).indice]obtener(e.computadoras, c.ip).indice]
```

Algoritmos

```
Algorithm 15 Implementación de Red
  function IRED(in d: estr_dcnet)\rightarrow res: Red
      res \leftarrow d.red
                                                                                                                       ⊳ O(1)
  end function
                                                                                                                       \triangleright O(1)
Algorithm 16 Implementación de CaminoRecorrido
  function ICAMINORECORRIDO(in d: estr_dcnet, in p: IDPaquete) \rightarrow res: lista(hostname)
      itCompu \leftarrow CrearIt(d.computadoras)
                                                                                                                       ⊳ O(1)
      yaEncontrado \leftarrow FALSE
                                                                                                                       \triangleright \mathrm{O}(1)
      while HaySiguiente(itCompu) && \negyaEncontrado do \triangleright Guarda: O(1) \triangleright Se repite a lo sumo n veces \triangleright
  O(n)
          if Definido? (Siguiente Significado (it Compu).paqPorID, p) then
                                                                                                                  \triangleright O(\log(k))
              paquete ← Significado(SiguienteSignificado(itCompu).paqPorID, p)
                                                                                                                       \triangleright \mathrm{O}(1)
              vaEncontrado \leftarrow TRUE
                                                                                                                       ⊳ O(1)
          else
              Avanzar(itCompu)
                                                                                                                       \triangleright O(1)
          end if
      end while
      res \leftarrow caminos[Significado(d.computadoras, \pi3(paquete)).indice][SiguienteSignificado(itCompu).indice]
  \triangleright O(1) + O(n) + O(1)
  end function
                                                                                                           \triangleright O(n * log(k))
```

```
      Algorithm 17 Implementación de paquetes enviados

      function ICANTIDADENVIADOS (in d: estr_dcnet, in c: hostname) → res: nat

      it ← Significado (d.porHostname, c)
      ▷ O(L)

      res ← SiguienteSignificado (it).cantEnvios
      ▷ O(1)

      end function
      ▷ O(L)
```

Algorithm 18 Implementación EnEspera	
$\textbf{function} \texttt{IENESPERA}(\textbf{in} \ d \colon \texttt{estr_dcnet}, \ \textbf{in} \ c \colon \texttt{hostname}) {\rightarrow} \ res : estr$	
$it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)$	$\triangleright \mathrm{O}(\mathrm{L})$
$res \leftarrow SiguienteSignificado(it).paquetes$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	$\triangleright O(L)$

 $\triangleright O(n)$

```
Algorithm 19 Implementación de iniciarDCNet
  function IINICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: estr dcnet
   \\ creo un diccionario lineal
      diccCompus \leftarrow Vacio()
                                                                                                                    ▷ O(1)
  \\ creo un diccionario universal(trie)
      diccHostname \leftarrow Vacio()
                                                                                                                    ⊳ O(1)
  \\ creo una lista vacía donde voy a quardar los hostnames y ordenarlos
      listaComp \leftarrow Vacia()
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      itHostname \leftarrow CrearIt(Computadoras(r))
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      masEnvios \leftarrow Siguiente(itHostname)
                                                                                                                    ⊳ O(1)
  while HaySiguiente(itHostname) do
                                                                                                           \triangleright O(n) + O(1)
   \\ agrego el hostname a la lista de computadoras
          AgregarAtras(listaComp, Siguiente(itHostname))
                                                                                                                    \triangleright O(L)
   \\ Inicia el Andice como cero, mas adelante les pondremos valor
          X \leftarrow \langle 0, \text{Vacio}(), \text{Vacio}(), \text{Vacio}(), 0 \rangle
                                                                               \triangleright O(1) + O(1) + O(1) + O(1)
   \\ ver complejidad
          itX \leftarrow DefinirRapido(diccCompus, Siguiente(itHostname), X)
                                                                                                 \triangleright O(\text{copy}(\text{hostname})) +
   O(copy(X))
   \\ ver complejidad
          Definir(diccHostname, Siguiente(itHostname), itX)
                                                                                                    \triangleright O(L) + O(copy(X))
          Avanzar(it Host name)
                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
      end while
      itPC \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      itPC2 \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      n \leftarrow \#Claves(diccCompus)
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      arrayCaminos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                                                    \triangleright O(n)
   \\ voy a crear un arreglo en cada posicion de array Caminos, el cual va a tener el minimo camino
   while HaySiguiente(itPC) do
                                                                                                ▷ O(#Computadoras(r))
          arrayDestinos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                                                    \triangleright O(n)
      \#Computadoras(r)) \acute{o} O(n)
          while HaySiguiente(itPC2) do
                                                                                                \triangleright O(\#Computadoras(r))
              ConjCaminos \leftarrow CaminosMinimos(r, SiguienteClave(itPC), SiguienteClave(itPC2)) > O(n*L)
              itConj \leftarrow CrearIt(ConjCaminos)
                                                                                                                    \triangleright O(1)
  \\ de todos los caminos minimos me quedo con uno
              if HaySiguiente(itConj) then
                                                                                                                     ⊳ O(1)
                  arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice] \leftarrow Siguiente(itConj)
                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
  arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice] \leftarrow Vacia()
                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
              end if
              Avanzar(itPC2)
                                                                                                                     ⊳ O(1)
          end while
          arrayCaminos[SiguienteSignificado(itPC).indice] \leftarrow arrayDestinos
                                                                                                                     \triangleright O(1)
           Avanzar(itPC)
                                                                                                                     \triangleright O(1)
      end while
  \\ inicio el Indice en 0
      indice \leftarrow 0
                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
       while indice <#Claves(Computadoras(r)) do
                                                                 ⊳ Guarda: O(n)
                                                                                        ⊳ se ejecuta n veces
                                                                                                                    \triangleright O(n)
  \\ busco el mínimo de la lista de hostnames (por órden alfabético
          itHostnames \leftarrow CrearIt(listaComp)
                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
          \min \leftarrow \text{Copiar}(\text{Siguiente}(\text{itHostnames}))
                                                                                                                     \triangleright O(L)
          Avanzar(itHostnames)
                                                                                                                     ⊳ O(1)
          while HaySiguiente(itHostnames) do
              if min <Siguiente(itHostnames) then
                                                                                                                     \triangleright O(L)
                  \min \leftarrow \text{Copiar}(\text{Siguiente}(\text{itHostnames}))
                                                                                                                     \triangleright O(L)
                                                                                           Universidad de Buenos Aires \triangleright O(1)
Facultad de Crencias Exactas y Naturales
                                                           22/37
              Avanzar(itHostnames)
           end while
```

Significado(diccCompus, min).indice = indice

Algorithm 20 Implementación de crearPaquete

```
\begin{array}{lll} \textbf{function} \ \ ICREARPAQUETE(\textbf{in/out} \ d: \texttt{estr\_dcnet}, \textbf{in} \ p: \texttt{paquete}) \\ itPC \leftarrow Significado(d.porHostname, paquete.origen) & \rhd O(L) \\ itPaq \leftarrow AgregarRapido(SiguienteSignificado(itPC).paquetes, p) & \rhd O(copiar(nat) + O(L)) & \rhd O(L) \\ Encolar(SiguienteSignificado(itPC).cola, p.prioridad, itPaq) & \rhd O(log(n)), n \ cantidad \ de \\ nodos)O(log(k) & & & & \\ Definir(SiguienteSignificado(itPC).paquetesPorID, IDpaquete, itPaq) & \rhd O(log(k)) \\ \textbf{end function} & & & \rhd O(L + log(k)) \\ \end{array}
```

```
Algorithm 21 Implementación de AvanzarSegundo
  function IAVANZARSEGUNDO(inout d: estr dcnet)
     arreglo ← crearArreglo[#Claves(d.computadoras)] de tupla(usado: bool, paquete: paquete, destino:
  string), donde paquete es tupla(IDpaquete: nat, prioridad: nat, origen: string, destino: string)
                                                 ▷ O(n) para calcular cantidad de claves, O(1) para crearlo
     for (int i=0, < \#Claves(d.computadoras), i++) do
                                                                                    ⊳ el ciclo se hará n veces
         arreglo[i].usado = false
                                                                                                      ⊳ O(1)
     end for
  \\ Inicializo Iterador
     itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)
                                                                                                      \triangleright O(1)
     i \leftarrow 0
                                                          ⊳ Ciclo 1: Desencolo y guardo en arreglo auxiliar.
     while (HaySiguiente(itCompu)) do
                                                                         ⊳ el ciclo se hará a lo sumo n veces
         if (¬(Vacia?(SiguienteSignificado(itCompu).cola))) then
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Borro el de mayor priorirdad del heap:
            itPaquete ← Desencolar(SiguienteSignificado(itCompu).cola)
                                                                                                  \triangleright O(\log k)
  \\ Lo elimino del dicc AVL
            Borrar(SiguienteSignificado(itCompu).paquetesPorID, Siguiente(itPaquete).IDpaquete)
                                                                                                  \triangleright O(\log k)
  \\ Guardo el paquete en una variable
            paqueteDesencolado \leftarrow Siguiente(itPaquete)
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Lo elimino del conjunto lineal de paquetes
            EliminarSiguiente(itPaquete)
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Calculo proximo destino fijandome en la matriz
  \\ El origen lo tengo en O(1) en el significado del iterador de compus.
            origen \leftarrow (SiguienteSignificado(itCompu)).indice
                                                                                                      ▷ O(1)
  itdestino ← Significado(d.porHostname, paqueteDesencolado.destino)
                                                                                                      \triangleright O(L)
            destino \leftarrow (SiguienteSignificado(itdestino)).indice
                                                                                                      ⊳ O(1)
            proxDest \leftarrow d.caminos[origen][destino][1]
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Lo inserto en el arreglo junto con el destino sólo si el destino no era el final.
            if (proxDest \neq paqueteDesencolado.destino) then
                arreglo[i] \leftarrow \langle true, paqueteDesencolado, proxDest \rangle
                                                                                                      \triangleright O(1)
            end if
  \\ Aumento cantidad de envíos
            SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios ++
                                                                                                      ▷ O(1)
  envios \leftarrow SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios
                                                                                                      ⊳ O(1)
            if (envios > SiguienteSIgnificado(d.conMasEnvios).cantEnvios) then
                                                                                                      ⊳ O(1)
                d.conMasEnvios \leftarrow itCompu
            end if
         end if
  \\ Avanzo de computadora
         Avanzar(it Compu)
                                                                                                      \triangleright \mathrm{O}(1)
         i++
     end while
```

```
▷ Ciclo 2: Encolo los paquetes del vector a sus destinos correspondientes.
   i \leftarrow 0
                                                                     ⊳ el ciclo se hará a lo sumo n veces
   while HaySiguiente(itCompu) do
      if arreglo[i].usado then
itdestino \leftarrow Significado(d.porHostname, arreglo[i].destino)
                                                                                                \triangleright O(L)
\\ Agrego el paquete al conjunto de paquetes del prox destino.
          itpaquete \leftarrow AgregarRapido(SiguienteSignificado(itdestino).paquetes, arreglo[i].paquete)
                                                                                                ⊳ O(1)
\\ Encolo el heap del destino
          prioridad \leftarrow (arreglo[i].paquete).prioridad
          Encolar(SiguienteSignificado(itdestino).cola, prioridad, itpaquete)
                                                                                            \triangleright O(\log k)
IDpaq \leftarrow (arreglo[i].paquete).IDpaquete
                                                                                                 ⊳ O(1)
          Definir(SiguienteSignificado(itdestino).paquetesPorID, IDpaq, itpaquete)
                                                                                             \triangleright O(\log k)
      end if
      i++
      Avanzar(itCompu)
   end while
                                                                               ▷ O( n * ( L + log(k) ) )
end function
```

Algorithm 22 Implementación de PaqueteEnTransito?	
function iPaqueteEnTransito?(in d: estr_dcnet, in p:IDpaquete)-	→ res: bool
$res \leftarrow false$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itCompu) && ¬res do	
\triangleright a lo sumo n veces, la guarda es $O(1)$	
$itPaq \leftarrow crearIt(siguienteSignificado(itCompu).paquetes)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while (HaySiguiente(itPaq) && Siguiente(itPaq).id \neq p) do	⊳ a lo sumo k veces, la guarda es
O(1)	
Avanzar(itPaq)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while	
$\mathbf{if} \; \mathrm{Siguiente}(\mathrm{itPaq}) == \mathrm{p}) \; \mathbf{then}$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$res \leftarrow True$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end if	
Avanzar(it Compu)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while	
end function	▷ O(n * k)

```
      Algorithm 23 Implementación de LaQueMasEnvió

      function ILaQueMasEnvió(in d: estr_dcnet) → res: hostname

      res ← SiguienteClave(d.conMasEnvios)

      end function
      ▷ O(1)
```

```
Algorithm 24 Implementación de ==
  function IIGUALDAD(in d1: estr dcnet, in d2: estr dcnet) → res: bool
  res \leftarrow (d1.red == d2.red)
                                                                 \triangleright O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)
     if (res) then
                                                                                                 \triangleright \mathrm{O}(1)
        itCompu \leftarrow crearIt(d1.computadoras)
                                                                                                 ⊳ O(1)
        string host
                                                                                                ▷ O(1)
  \\ Recorro las computadoras
        while (HaySiguiente(itCompu) && res) do
                                                                    \triangleright itero O(n) veces, la guarda es O(1)
            host \leftarrow SiguienteClave(itCompu)
  res \leftarrow (enEspera(d1, host) == enEspera(d2, host) \&\&
  cantidadEnviados(d1,host) == cantidadEnviados(d2,host))
                                                                                                 \triangleright O(L)
            itpaq \leftarrow crearIt(SiguienteSignificado(itCompu).paquetes)
                                                                                                 \triangleright O(1)
            int j \leftarrow 0
                                                                                                 \triangleright O(1)
            nat id
                                                                                                \triangleright O(1)
  \\ Recorro paquetes de cada computadora
            while (HaySiguiente(itpaq) && res ) do
                                                                    \triangleright itero O(k) veces, la guarda es O(1)
               id \leftarrow Siguiente(itpaq).IDpaquete
                                                                                                ▷ O(1)
  \triangleright O(n * log(k))
               res \leftarrow (caminoRecorrido(d1, id)) == caminoRecorrido(d2, id))
                                                                                                 ⊳ O(1)
               avanzar(itpaq)
            end while
            avanzar (itCompu)
                                                                                                 ⊳ O(1)
        end while
     end if
  end function
                                                  \triangleright O(n*n*(L+n*n+m+\log(k))+n*(m*m+L))
```

3. Módulo Cola de Prioridad Logaritmica (α)

Interfaz

```
usa: TUPLA, NAT, BOOL, \alpha.
    se explica con: Cola de Prioridad Alternativa.
    géneros: colaLog(\alpha).
Operaciones de Cola de Prioridad _{HEAP}
    VACIA() \rightarrow res : colaLog(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{true}\}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{obs} \mathrm{vacia} \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea una cola vacia.
    VACIA? (in estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{vacia?}(estr)\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Indica si la cola esta vacia.
    PROXIMO(in\ estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: tupla(nat, \alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg Vacia?(estr)\}\
    Post \equiv \{res =_{obs} proximo(estr)\}\
    Complejidad: O(copiar(\alpha))
    Descripción: Devuelve una tupla que contiene al próximo elemento y su prioridad.
    ENCOLAR(in/out estr: colaLog(\alpha), in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{estr} = \mathbf{estr}_0 \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res \land \operatorname{estr} =_{obs} \operatorname{encolar}(\operatorname{estr}_0)\}
    Complejidad: O(log(n) + copiar(\alpha))
    Descripción: Crea un nuevo elemento con los parametros dados y lo agrega a la cola.
    DESENCOLAR(in/out estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ estr = estr_0 \land \neg Vacia?(estr) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathbf{estr} =_{obs} \mathbf{desencolar}(estr_0) \land res =_{obs} proximo(estr_0) \}
    Complejidad: O(log(n) + copiar(\alpha) + borrar(\alpha))
    Descripción: Devuelve al elemento de mayor prioridad y lo remueve de la cola. La cola no debe estar
    vacía.
```

TAD COLA DE PRIORIDAD ALTERNATIVA (α)

```
géneros \operatorname{colaPrio}(\alpha)
```

exporta cola $Prio(\alpha)$, generadores, observadores

usa Bool, Nat, Tupla

observadores básicos

```
vacía? : colaPrior(\alpha) \longrightarrow bool
```

próximo :
$$\operatorname{colaPrior}(\alpha) c \longrightarrow \operatorname{tupla}(nat, \alpha)$$
 $\{\neg \operatorname{vac\'{}}a?(c)\}$ desencolar : $\operatorname{colaPrior}(\alpha) c \longrightarrow \operatorname{colaPrior}(\alpha)$ $\{\neg \operatorname{vac\'{}}a?(c)\}$

generadores

$$\begin{array}{cccc} \text{vac\'ia} & : & \longrightarrow & \text{colaPrior}(\alpha) \\ \text{encolar} & : & \text{nat} \times \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) & \longrightarrow & \text{colaPrior}(\alpha) \end{array}$$

axiomas $\forall c: \operatorname{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

$$vacía?(vacía)$$
 \equiv true

$$\text{vacía?}(\text{encolar}(p,\,e,\,c)) \qquad \equiv \text{ false}$$

$$pr\'{o}ximo(encolar(p, e, c)) \qquad \equiv \textbf{ if } vac\'{a}?(c) \lor_{\tt L} \Pi_1(proximo(c)) \textbf{ else if } \Pi_1(proximo(c)) = p \textbf{ then } < p, e > \lor proximo(c) \textbf{ else } proximo(c) \textbf{ fi}$$

fi

desencolar(encolar(p, e, c)) \equiv if vacía?(c) $\vee_{\text{L}} \Pi_{1}(proximo(c)) < p$ then c else if $\Pi_{1}(proximo(c)) = p$ then $c \vee encolar(p, e, desencolar(c))$ else

encolar(p, e, desencolar(c) fi fi

Fin TAD

Representación

```
colaLog(\alpha) se representa con estr_heap(\alpha)
                          donde estr_heap(\alpha) es tupla(size: nat
                                                                                                                                                                                     primero: nodo(\alpha)
                          donde nodo(\alpha) es tupla(padre: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                       izq: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                        der: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                      prio: nat
                                                                                                                                                       valor: \alpha
                 Rep: estr heap(\alpha) \rightarrow bool
                 Rep(estr) \equiv true \iff size = \#arbol(estr.primero) \land_L
                 ((estr.primero).padre = null \land
                 (\forall e: estr \ heap)(e \in arbol(estr.primero) \land \ e \neq (estr.primero) \Rightarrow (e.padre \neq null \land_L (((e.padre).izq = (e.padre) \land_L ((e.padre).izq = (e.padre).izq = (
e \lor (e.padre).der = e) \land \neg(((e.padre).izq = e \land (e.padre).der = e))))) \land
                 (\forall e \ : \ estr\_heap)(e \ \in \ arbol(estr.primero) \ \Rightarrow \ ((estr.izq \ \neq \ null \ \Rightarrow \ estr.prio \ \geq \ (estr.izq).prio) \ \land \\
 (estr.der \neq null \Rightarrow estr.prio \geq (estr.der).prio))) \land
                 (\forall e: estr\_heap)(e \in arbol(estr.primero) \Rightarrow caminoHastaRaiz(e, arbol(estr.primero)) \leq \lfloor log_2(size) \rfloor + \lfloor log_2(size) \rfloor
1))
                 Abs: estr heap(\alpha) e \to \text{colaPrio}(\alpha) { Rep(e) }
Abs(e) \equiv c: colaPrio(\alpha) \mid Vacia?(e) = Vacia?(c) \land_L
                 (\neg Vacia?(e) \Rightarrow Proximo(e) = Proximo(c)) \land
                 (\neg Vacia?(e) \Rightarrow Desencolar(e) = Desencolar(c))
                 Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs
                 arbol
                                                                                                                                                                                        : \operatorname{nodo}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{conj}(\operatorname{nodo}(\alpha))
                 \operatorname{caminoHastaRaiz}
                                                                                                                                                                                        : nodo(\alpha) \longrightarrow nat
                 arbol(n) \equiv if \ n.izq \neq null \land n.der \neq null \ then
                                                                                                Ag(n.valor, arbol(n.izq) \cup arbol(n.der))
                                                                                else
                                                                                                if n.izq \neq null then
                                                                                                                Ag(n.valor, arbol(n.izq))
                                                                                                else
                                                                                                                if n.der \neq null then Ag(n.valor, arbol(n.der)) else Ag(n.valor, \emptyset) fi
                 caminoHastaRaiz(n) \equiv if \ n.padre = null \ then \ 0 \ else \ caminoHastaRaiz(n.padre) + 1 \ fi
```

Algoritmos

Algorithm 25 Implementación de Vacia	
function IVACIA $\rightarrow res$: colaLog(α)	
$res \leftarrow <0, null>$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	
Algorithm 26 Implementación de Vacia?	
function IVACIA? (in $estr$: $estr_heap(\alpha)$) $\rightarrow res$: bool	
$res \leftarrow (estr.primero == null)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	
Algorithm 27 Implementación de Próximo	
function PRÓXIMO(in $estr$: $estr_heap(\alpha)$) $\rightarrow res$: $tupla(nat, \alpha)$	
$res \leftarrow < (estr.primero).prioridad, (estr.primero).valor >$	$\triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))$
end function	

```
Algorithm 28 Implementación de Encolar
   function IENCOLAR(in/out estr: estr_heap(\alpha), in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
        res \leftarrow true
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
        if estr.size == 0 then
             estr.primero \leftarrow puntero(< null, null, null, prio, valor >)
                                                                                                                                      \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
        else
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
             size + +
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
             x \leftarrow sizer
             y \leftarrow <>
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
             while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser
   un arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
                  y \leftarrow (x \% 2) \bullet y
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
                  x \leftarrow x/2
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
             end while
             y \leftarrow \text{com}(y)
                                                                                                                                           \triangleright O(\log(n))
             z \leftarrow estr.primero
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
             y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                       \triangleright El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
             while long(y) > 1 do
                  z \leftarrow \mathbf{if} \ \mathrm{prim}(y) == 0 \ \mathbf{then} \ z.izq \ \mathbf{else} \ z.der
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
                  y \leftarrow \operatorname{fin}(y)
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
             end while
                                                                                                                                       \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
             w \leftarrow \langle null, null, null, prio, valor \rangle
             w.padre \leftarrow z
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
             if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
                  z.izq \leftarrow w
             else
                  z.der \leftarrow w
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
             end if
             while w \neq estr.primero \land_L w.prio > (w.padre).prio do > La cantidad de veces que se ejecuta el
   ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(\log(n))
                  aux \leftarrow w.valor
                                                                                                                                       \triangleright O(copiar(\alpha))
                                                                                                                                       \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                  w.valor \leftarrow (w.padre).valor
                  (w.padre).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                       \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                  aux2 \leftarrow w.prio
                                                                                                                                                  \triangleright O(1)
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
                  w.prio \leftarrow (w.padre).prio
                  (w.padre).prio \leftarrow aux2
                                                                                                                                                  ⊳ O(1)
                  w \leftarrow w.padre
                                                                                                                                                  \triangleright \mathrm{O}(1)
             end while
        end if
   end function
```

```
Algorithm 29 Implementación de Desencolar
   function IDESENCOLAR(in/out estr: estr_heap(\alpha))\rightarrow res: \alpha
         res \leftarrow *(estr.primero)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
         x \leftarrow size
        y \leftarrow <>
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
         while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser un
   arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
              y \leftarrow (x\%2) \bullet y
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
              x \leftarrow x/2
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
         end while
                                                                                                                                                        \triangleright O(\log(n))
         y \leftarrow \text{com}(y)
         z \leftarrow estr.primero
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
         y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
         while long(y) > 1 do
                                                                                                                 \triangleright El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
              z \leftarrow \mathbf{if} \ \mathrm{prim}(y) == 0 \ \mathbf{then} \ z.izq \ \mathbf{else} \ z.der
                                                                                                                                                                ⊳ O(1)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
              y \leftarrow \text{fin}(y)
         end while
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
         w \leftarrow \langle null, null, null, prio, valor \rangle
         w.padre \leftarrow z
                                                                                                                                                                ⊳ O(1)
         if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
              z.izq \leftarrow puntero(w)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
         else
              z.der \leftarrow puntero(w)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
         end if
         (estr.primero).valor \leftarrow z.valor
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
         (estr.primero).prio \leftarrow z.prio
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
         borrar(z)
                                                                                                                                                   \triangleright O(borrar(\alpha))
         z \leftarrow \ estr.primero
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
         size - -
                                                                                                                                                                ⊳ O(1)
         while (z.izq \neq null \lor z.der \neq null) \land_L z.prio < maxPrio(z.izq, z.der) do \triangleright La cantidad de veces
   que se ejecuta el ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(log(n))
   \\ maxPrio devuelve la maxima prioridad si ambos punteros son validos, o la prioridad apuntada por el
   puntero no nulo en caso de que alguno no lo sea
              \textbf{if} \ z.der == null \ \lor_L \ (z.izq).prio \ge (z.der).prio \ \textbf{then}
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                    aux \leftarrow z.valor
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                    z.valor \leftarrow (z.izq).valor
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                    (z.izq).valor \leftarrow aux
                    aux2 \leftarrow z.prio
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
                    z.prio \leftarrow (z.izq).prio
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                    (z.izq).prio \leftarrow aux2
                                                                                                                                                                ⊳ O(1)
                    z \leftarrow z.izq
              else
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                    aux \leftarrow z.valor
                    z.valor \leftarrow (z.der).valor
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                    (z.der).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                                   \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                    aux2 \leftarrow \ z.prio
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
                    z.prio \leftarrow (z.der).prio
                                                                                                                                                                \triangleright \mathrm{O}(1)
                                                                                                                                                                ⊳ O(1)
                    (z.der).prio \leftarrow aux2
                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                    z \leftarrow z.der
              end if
         end while
   end function
```

4. Módulo Diccionario Universal (σ)

Interfaz

```
se explica con: Diccionario(STRING, \sigma).
    géneros: diccUniv(\kappa, \sigma).
Operaciones
    DEFINIDA(in d: diccUniv(STRING, \sigma), in c: STRING) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{def?(c,d)} \}
    Complejidad: O(L), donde L es la cantidad de caracteres de la clave más grande.
    Descripción: Indica si la clave dada está definida en el diccionario.
    Obtener(in d: diccUniv(STRING, \sigma), in c: STRING) \rightarrow res : \sigma
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
    Post \equiv \{res =_{obs} obtener(c,d)\}
    Complejidad: O(L)
    Descripción: Devuelve el significado asociado a la clave dada.
    Aliasing: Devuelve al significado por alias.
    	ext{VACIO}() 
ightarrow res : 	ext{diccUniv}(	ext{STRING}, \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{vacio}() \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea un diccionario vacío.
    DEFINIR(in/out d: diccUniv(STRING,\sigma), in c: STRING, in s: \sigma) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg def?(c,d) \land d = d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d = definir(c, d_0)\}\
    Complejidad: O(L) + O(copiar(\sigma))
    Descripción: Agrega la clave al diccionario, asociándole el significado dado como parámetro. res indica
    si la clave ya estaba definida.
    BORRAR(in/out d: diccUniv(STRING,\sigma), in c: STRING) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0\}
    Post \equiv \{d=borrar(c,d_0)\}
    Complejidad: O(L) + O(borrar(\sigma))
    Descripción: Borra la clave dada y su significado del diccionario. res indica si la clave estaba definida
    (su valor es true en caso de estarlo).
    CLAVES(\mathbf{in}\ d: \mathtt{diccUniv}(\mathtt{STRING}, \sigma)) \to res: \mathtt{conj}(\mathtt{STRING})
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{claves(d)} \}
    Complejidad: O(n*L), donde n es la cantidad de claves.
    Descripción: Devuelve el conjunto de las claves del diccionario.
```

\\ Diseño provisto por la cátedra.

5. Módulo Diccionario Logaritmico (κ, σ)

Interfaz

```
usa: BOOL, NAT.
     se explica con: DICCIONARIO(\kappa, \sigma).
     géneros: diccLog(\kappa, \sigma).
Operaciones
     DEFINIDO?(in d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa) \rightarrow res: Bool
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{def}?(c,d) \}
     Complejidad: O(log(n) * comparar(\kappa))
     SIGNIFICADO(in d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa) \rightarrow res: \sigma
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{\mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{obtener}(c,d)\}
     Complejidad: O(log(n) * comparar(\kappa) + copiar(\sigma))
     VACIO() \rightarrow res : diccLog(\kappa, \sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{vacio}() \}
     Complejidad: O(1)
     DEFINIR(in/out d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa, in s: \sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg def?(c,d) \land d = d_0\}
     \mathbf{Post} \equiv \{d = definir(c, d_0)\}\
     Complejidad: O(log(n))
     BORRAR(in/out d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ def?(c,d) \land d = d_0 \}
     Post \equiv \{d = borrar(c,d_0)\}
     Complejidad: O(log(n) * comparar(\kappa) + max(borrar(\kappa), borrar(\sigma)) + max(copiar(\kappa), copiar(\sigma)))
```

Representación

```
diccLog se representa con puntero (estr(\kappa, \sigma)
                        donde \operatorname{estr}(\kappa, \sigma) es \operatorname{tupla}(\operatorname{clave}: \kappa)
                                                                                                                                                  izquierdo: puntero(nodo(\kappa, \sigma))
                                                                                                                                                  derecho: puntero(nodo(\kappa, \sigma))
                                                                                                                                                  significado: \sigma
                                                                                                                                                  nivel: nat )
Rep: estr \rightarrow bool
                \operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \iff ((\forall n_1, n_2 : \operatorname{estr}(\kappa, \sigma))(n_1 \in \operatorname{arbol}(e) \land n_2 \in \operatorname{arbol}(e) \Rightarrow_L
                (n_1.clave < n_2.clave \Rightarrow n_1 \in arbol(n_2.izquierdo)) \land (n_1.clave > n_2.clave \Rightarrow n_1 \in arbol(n_2.derecho)) \land (n_1.clave < n_2.clave \Rightarrow n_1 \in arbol(n_2.izquierdo)) \land (n_1.clave > n_2.clave \Rightarrow n_2.
                ((\forall n_1, n_2 : estr(\kappa, \sigma))(n_1 \in arbol(e) \land n_2 \in arbol(e) \land n_1.clave \neq n_2.clave \Rightarrow_L
                (n_1.izquierdo = n_2.izquierdo \lor n_1.izquierdo = n_2.derecho \Rightarrow n_1.izquierdo = NULO) \land
                (n_1.derecho = n_2.izquierdo \lor n_1.derecho = n_2.derecho \Rightarrow n_1.derecho = NULO)) \land
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(e) \land n.izquierdo = NULO \land n.derecho = NULO \Rightarrow n.nivel = 1) \land
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(e) \land n.izquierdo \neq NULO \Rightarrow (n.izquierdo).nivel = n.nivel - 1) \land
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(e) \land n.derecho \neq NULO \Rightarrow
                ((n.derecho).nivel = n.nivel - 1 \lor (n.derecho).nivel = n.nivel)) \land
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(e) \land n.derecho \neq NULO \land_L (n.derecho).derecho \neq NULO \Rightarrow_L
                ((n.derecho).derecho).nivel < n.nivel) \land
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(e) \land n.nivel > 1 \Rightarrow (n.izquierdo \neq NULO \land n.derecho \neq NULO)
                Abs: diccLog(\kappa, \sigma) \ d \rightarrow \ dicc(\kappa, \sigma) \ \{Rep(d) \ \}
                Abs(d) \equiv c: dicc(\kappa, \sigma) \mid ((\forall k : \kappa)(\ k \in claves(c) \Rightarrow (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clav
                ((\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \Rightarrow n.clave \in claves(c)))) \land_L
                (\forall n: estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \Rightarrow obtener(c, n.clave) =_{obs} n.significado)
                Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs
                arbol: puntero(estr(\kappa \sigma)) \rightarrow conj(puntero(\kappa, \sigma))
                arbol(n) \equiv if \ n.izq \neq null \land n.der \neq null \ then
                                                                                      \operatorname{Ag}(\&n, arbol(n.izq) \cup arbol(n.der))
                                                                        else
                                                                                      if n.izq \neq null then
                                                                                                     Ag(&n, arbol(n.izq))
                                                                                      else
                                                                                                    if n.der \neq null then Ag(\&n, arbol(n.der)) else Ag(\&n, \emptyset) fi
                                                                        fi
```

Algoritmos

```
Algorithm 30 Implementación de Definido?
  function IDEFINIDO? (in d: estr , in c: \kappa) \rightarrow res: bool
      nodoActual \leftarrow d
                                                                                                                      ⊳ O(1)
      res \leftarrow FALSE
                                                                                                                      ⊳ O(1)
      veces igual a la altura del arbol. Al ser auto-balanceado, su altura siempre sera O(\log(n))
                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{comparar}(\kappa))
          if nodoActual.clave == c then
              res \leftarrow TRUE
                                                                                                                      \triangleright O(1)
          else
              if c < nodoActual.clave then
                                                                                                        \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
                  nodoActual \leftarrow nodoActual.izquierdo
                                                                                                                      \triangleright O(1)
              else
                  nodoActual \leftarrow nodoActual.derecho
                                                                                                                      \triangleright O(1)
              end if
          end if
      end while
  end function
Algorithm 31 Implementación de Significado
  function iSignificado(in d: estr , in c: \kappa)\rightarrow res: \sigma
      nodoActual \leftarrow d
                                                                                                                      \triangleright O(1)
      while \neg \text{(nodoActual} == \text{NULO)} && \neg \text{res do} \triangleright El ciclo se ejecuta en el peor caso O(\log(n)) veces.
          if nodoActual.clave == c then
                                                                                                        \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
              res \leftarrow nodoActual.significado \triangleright O(copiar(\sigma)). Esta operacion solo se ejecuta una vez (implica
   ¬guarda del ciclo que la contiene).
          else
              if c < nodoActual.clave then
                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{comparar}(\kappa))
                  nodoActual \leftarrow nodoActual.izquierdo
                                                                                                                      \triangleright O(1)
              else
                  nodoActual \leftarrow nodoActual.derecho
                                                                                                                      ⊳ O(1)
              end if
          end if
      end while
  end function
Algorithm 32 Implementación de Vacio
  function IVACIO\rightarrow res: estr
      res \leftarrow NULO
                                                                                                                      \triangleright O(1)
  end function
```

```
Algorithm 33 Implementación de Definir
  function IDEFINIR (inout d: estr., in c: \kappa, in s: \sigma)
       \mathbf{if} d == NULO \mathbf{then}
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
            res \leftarrow \langle c, NULO, NULO, s, 1 \rangle
                                                                                                    \triangleright O(\max(\operatorname{copiar}(\kappa), \operatorname{copiar}(\sigma))
       else if c < d.clave then
                                                                                                                      \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
            d.izquierdo \leftarrow iDefinir(d.izquierdo, c, s) \triangleright En el peor caso se llama recursivamente a la funcion
   una cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(log(n)).
       else if c > d.clave then
                                                                                                                     \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
            d.derecho \leftarrow iDefinir(d.derecho, c, s) \triangleright En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
   cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(log(n)).
       end if
       d \leftarrow Torsion(d)
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
       d \leftarrow Division(d)
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
   end function
```

```
Algorithm 34 Implementación de Torsion
   function ITORSION(in d: estr)→ res: estr
       if d == NULO \parallel d.izquierdo == NULO then
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            res \leftarrow d
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       else
            if (d.izquierdo).nivel \ge d.nivel then
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
                nodoAux \leftarrow d.izquierdo
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
                d.izquierdo \leftarrow nodoAux.derecho
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
                nodo.derecho \leftarrow d
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
                res \leftarrow nodoAux
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            else
                res \leftarrow d
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
            end if
       end if
   end function
```

```
Algorithm 35 Implementación de Division
   function IDIVISION(in d: estr)\rightarrow res: estr
       if d == NULO \parallel d.derecho == NULO \parallel d.derecho.derecho == NULO then
                                                                                                                                    \triangleright \mathrm{O}(1)
            res \leftarrow d
                                                                                                                                    \triangleright \mathrm{O}(1)
       else
           if (d.derecho.derecho).nivel == d.nivel then
                                                                                                                                    \triangleright \mathrm{O}(1)
                nodoAux \leftarrow d.derecho
                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                d.derecho \leftarrow nodoAux.izquierdo
                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                nodoAux.izquierdo \leftarrow d
                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                nodoAux.nivel++
                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                res \leftarrow nodoAux
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
            else
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
                res \leftarrow d
           end if
       end if
   end function
```

```
Algorithm 36 Implementación de Borrar
   function IBORRAR(inout d: estr, in c: \kappa)
       if d == NULO then
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
            endFunction
       else if c > d.clave then
                                                                                                                      \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
                                                               ⊳ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
            d.derecho \leftarrow iBorrar(d.derecho, c)
  cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(\log(n)).
       else if c < d.clave then
                                                                                                                      \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
            d.izquierdo \leftarrow iBorrar(d.izquierdo, c) > En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
   cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(\log(n)).
       else if d.izquierdo == NULO \land d.derecho == NULO then
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            borrar(d)
                                                                                                    \triangleright O(\max(\mathrm{borrar}(\kappa), \mathrm{borrar}(\sigma)))
            d \leftarrow NULO
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       else if d.izquierdo == NULO then
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            aux \leftarrow d.derecho
                                                                        \triangleright En el peor caso el ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces.
            while aux.izquierdo \neq NULO do
                aux \leftarrow aux.izquierdo
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
            end while
            d.derecho \leftarrow iBorrar(aux.clave, d.derecho)
            d.clave \leftarrow aux.clave
                                                                                                                          \triangleright O(\operatorname{copiar}(\kappa))
            d.significado \leftarrow \ aux.significado
                                                                                                                          \triangleright O(\operatorname{copiar}(\sigma))
       else
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
            aux \leftarrow d.izquierdo
            while aux.derecho \neq NULO do
                                                                        \triangleright En el peor caso el ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces.
                aux \leftarrow aux.derecho
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            end while
            d.izquierdo \leftarrow iBorrar(aux.clave, d.izquierdo)
            d.clave \leftarrow aux.clave
                                                                                                                          \triangleright O(\operatorname{copiar}(\kappa))
            d.significado \leftarrow aux.significado
                                                                                                                          \triangleright O(\operatorname{copiar}(\sigma))
       end if
       d \leftarrow Nivelar(T)
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
       d \leftarrow Torsion(T)
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       if d.derecho \neq NULO then
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
            (d.derecho).derecho \leftarrow Torsion((d.derecho).derecho)
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       end if
       d \leftarrow Division(T)
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
       d.derecho \leftarrow Division(d.derecho)
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
       res \leftarrow d
   end function
   procedure Nivelar(inout d: estr)
       nivel \ correcto \leftarrow min((d.izquierdo).nivel, (d.derecho).nivel) + 1
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
       if nivel correcto < d.nivel then
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
            d.nivel \leftarrow nivel \ correcto
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
            \mathbf{if} \ nivel\_correcto < (d.derecho).nivel \ \mathbf{then}
                                                                                                                                     \triangleright \mathrm{O}(1)
                (d.derecho)nivel \leftarrow nivel \ correcto
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
            end if
       end if
   end procedure
```