# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

# Trabajo Práctico Número 2 DCNet

### Grupo: 21

Integrante	LU	Correo electrónico
Alvarez, Lautaro Leonel	268/14	lautarolalvarez@gmail.com
Maddonni, Axel Ezequiel	200/14	axel.maddonni@gmail.com
Thibeault, Gabriel Eric	114/13	grojo94@hotmail.com
Vigali, Leandro Ezequiel	951/12	leandrovigali@yahoo.com.ar

### Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

## Índice

1.	Módulo Red	3
2.	Módulo DCNet	<b>15</b>
3.	Módulo AB	26
4.	Módulo Cola de Prioridad Logaritmica ( $\alpha$ )	<b>2</b> 9
<b>5.</b>	Módulo Diccionario Universal $(\sigma)$	35
<b>6.</b>	Módulo Diccionario Logaritmico $(\kappa, \sigma)$	36

#### 1. Módulo Red

### Interfaz

```
usa: CONJ(\alpha), ITCONJ(\alpha), LISTA(\alpha), ITLISTA(\alpha).
    se explica con: Red.
    géneros: red.
Operaciones de Red
    COMPUTADORAS(in r: red) \rightarrow res: conj (hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}
    Complejidad: O(n)
    Descripción: devuelve el conjunto de las computadoras.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    CONECTADAS?(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, \text{dameCompu}(c1), \text{dameCompu}(c2))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: indica si las computadoras estan conectadas por alguna de sus interfaces.
    INTERFAZUSADA(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: interfaz
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{conectadas}(r, \operatorname{dameCompu}(c1), \operatorname{dameCompu}(c2)) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ interfazUsada}(r, \text{dameCompu}(c1), \text{dameCompu}(c2))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve la interfaz por la cual estan conectadas c1 y c2.
    INICIARRED() \rightarrow res : red
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \text{ iniciarRed()} \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: crear una nueva Red.
    AGREGARCOMPU(in/out \ r : red, in \ c1 : compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land (\forall c: \mathrm{compu}) \ c \in \mathrm{computadoras}(r_0) \Rightarrow \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c1)\}
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c1)\}\
    Complejidad: O(L+i) i=cantidad de interfaces
    Descripción: agregar una computadora a la Red.
    Aliasing: la computadora se agrega por copia.
    CONECTAR(in/out r: red, in c_1: hostname, in i_1: interfaz in c_2: hostname, in i_2: interfaz)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land c_1, c_2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r)) \land c_1 \neq c_2 \land \mathbf{computadoras}(r)\}
    \negconectadas?(r, dameCompu(c_1),
                                                      dameCompu(c_2)) \land ¬usaInterfaz?(r,
                                                                                                                 dameCompu(c_1),
    i_1) \land \negusaInterfaz?(r, \text{dameCompu}(c_2), i_2) \land i_1 \in \text{dameCompu}(c_1).interfaces \land i_2 \in
    dameCompu(c_2).interfaces
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} (\operatorname{conectar}(r_0, \operatorname{dameCompu}(c_1), i_1, \operatorname{dameCompu}(c_2), i_2)\}
    Complejidad: O(n^6 + n^5 * L)
    Descripción: conectar dos computadoras de la red.
    VECINOS(in r: red, in c: hostname) \rightarrow res: conj(hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{vecinos}(r, \mathbf{dameCompu}(c)))\}
```

Complejidad: O(n\*L)

```
Descripción: da el conjunto de computadoras vecinas.
    Aliasing: el conjunto se devuelve por copia.
    USAINTERFAZ?(in r: red, in c: hostname, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{usaInterfaz}?(r, \text{dameCompu}(c), i)\}
    Complejidad: O(n)
    Descripción: indica si la interfaz está siendo utilizada.
    CAMINOSMINIMOS(in r: red, in c_1: hostname, in c_2: hostname) \rightarrow res: conj(lista(hostname))
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ dameCaminosdeHostnames}(\operatorname{caminosMinimos}(r, \operatorname{dameCompu}(c_1), \operatorname{dameCompu}(c_2)))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve los conjuntos de caminos minimos entre las computadoras ingresadas.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    \text{HAYCAMINO}?(in r: red, in c_1: hostname, in c_2: hostname) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, \ c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ hayCamino?}(r, \text{dameCompu}(c_1), \text{dameCompu}(c_2))\}
    Complejidad: O(n*n)
    Descripción: indica si las computadoras son alcanzables mediante algún camino.
    ullet == ullet (\mathbf{in} \ r_1 \colon \mathtt{red}, \ \mathbf{in} \ r_2 \colon \mathtt{red}) 	o res : \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (r_1 =_{obs} r_2)\}
    Complejidad: O(n*n*(L+n*n+m)+n*m*m)
    Descripción: indica si dos redes son iguales.
    COPIAR(in r: red) \rightarrow res : red
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{r}\}\
    Descripción: O(n^3)
    Aliasing: copia la red.
    Requiere: res se devuelve por copia
    donde:
hostname es string,
interfaz es nat,
compu es tupla < ip: hostname, interfaces: conj(interfaz) >.
    Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)
TAD RED EXTENDIDA
     extiende
                      Red
     otras operaciones
        damehostnames
                                                 : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
        dameCompu
                                                 : red r \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                                                          \{s \in \text{hostnames}(r)\}
                                                 : red r \times \text{hostname } s \times \text{conj(compu)} cc \longrightarrow \text{compu}
        auxDameCompu
                                                                            \{s \in \text{hostnames}(r) \land cc \subset \text{computadoras}(r)\}
        dameCaminosDeHostnames
                                                 : conj(secu(compu)) \longrightarrow conj(secu(hostname))
```

dameSecuDeHostnames

axiomas

 $: secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)$ 

 $\forall r : \text{red}, \forall cc : \text{conj}(\text{compu}), \forall s : \text{hostname}, \forall cs : \text{conj}(\text{secu}(\text{compu})), \forall secu : \text{secu}(\text{compu})$ 

```
dameHostnames(cc) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio?}(cc) \mathbf{then}
                              else
                                  Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
dameCompu(r, s) \equiv auxDameCompu(r, s, computadoras(r))
\operatorname{auxDameCompu}(r, s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                         dameUno(cc)
                                         \operatorname{auxDameCompu}(r, s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
                                     fi
dameCaminosDeHostnames(cs) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio}?(cs) \mathbf{then}
                                             else
                                                                           dameSecuDeHostnames(dameUno(cs)),
                                                Ag(
                                                dameCaminosDeHostnames(sinUno(cs)))
dameSecuDeHostnames(secu) \equiv if vacia?(secu) then
                                          else
                                              ip(prim(secu)) \bullet dameSecuDeHostnames(fin(secu))
```

Fin TAD

### Representación

▶ Al no tener que cumplir con complejidades utilizamos un diccionario con los hostnames como claves. El significado de cada hostname corresponde a una tupla con datos de la computadora con ese hostname.

```
\\ Rep en Castellano:
Para cada computadora:

1: Las interfaces usadas pertenecen al conjunto de interfaces de la compu.

2: Los vecinos pertenecen a las computadoras de la red.

3: Los vecinos son distintos a la compu actual.

4: Los vecinos no se repiten.

5: Las conexiones son bidireccionales.

6: Los alcanzables pertenecen a las computadoras de la red.

7: Los alcanzables son distintos a la actual.

8: Los alcanzables tienen un camino válido hacia ellos desde la actual.

9: Para cada alcanzable, el conjunto de camiinos válidos no es vacío.

10: Todos los caminos en el diccionario alcanzables son válidos.
```

```
11: Los caminos son mínimos.
 12: Están todos los mínimos.
                  Rep : estr red
                                                                                                                          \longrightarrow bool
                  Rep(e) \equiv true \iff (\forall c: hostname, c \in claves(e))
                                                                            \\ \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \( \) \(
                                                                           (\forall i: interfaz, i \in claves(obtener(e, c).conexiones))
                                                                            \\ 2 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \in claves(e) \land
                                                                            \\ 3 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \neq c \land
                                                                            \\ \ \ \ \ \ (\sigma \exists \cdot i': interfaz, i' \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}), i \neq i') \text{ obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones})
                                                                           c).conexiones, i) == obtener(obtener(e, c).conexiones, i') \land
                                                                           \setminus \setminus 5 (\forall h: hostname) (h == \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i':\text{int}) \text{ obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i':\text{int}) \text{ obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i':\text{int}) \text{ 
                                                                           h).conexiones, i') == c) \land
                                                                            \\ 6 claves(obtener(e, c).alcanzables \subseteq claves(e) \land
                                                                            (\forall a: \text{hostname}, a \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}))
                                                                            \\ 8 (\exists s: secu(hostname)) esCaminoVálido(c, a, s) \land
                                                                             \ #obtener(obtener(e, c).alcanzables, a) >0 \land_L
                                                                           (\forall camino: secu(hostname), camino \in obtener(obtener(e, c).alcanzables, a)
                                                                            \\ 11 \neg (\exists \ camino': \ secu(hostname), \ camino \neq \ camino', \ esCaminoVálido(c, \ a, \ camino'))
                                                                          long(camino') < long(camino) \land
                                                                            \\ 12 \neg (\exists \ camino': \ secu(hostname), \ camino \neq \ camino', \ esCaminoVálido(c, \ a, \ camino'),
                                                                          long(camino == long(camino')) (camino' \notin obtener(obtener(e, c).alcanzables, a)
                  La abreviatura esCaminoValido usada en el Rep se debe leer: (no son funciones, son abreviaturas para
hacer más fácil la lectura)
                  esCaminoValido(oriq, dest, secu) \equiv (prim(secu) == oriq \land
                                                                                                                                                                                                                       (\forall i: \text{nat}, 0 < i < \text{long}(secu)) \text{ esVecino } (secu[i], secu[i+1]) \land
                                                                                                                                                                                                                       secu [long(secu)-1] == dest \land
                                                                                                                                                                                                                      sinRepetidos(secu))
                  Con esVecino (h1, h2) \equiv (\exists i: interfaz) h2 == obtener (obtener(e, h1).conexiones, i)
                  Abs : estr red e \longrightarrow \text{red}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \{\operatorname{Rep}(e)\}
                  Abs(e) \equiv r \mid computadoras(r) = dameComputadoras(e) \wedge_L
                                                                           (\forall c1, c2: compu, c1, c2 \in computadoras(r)) conectadas?(r, c1, c2) = (\exists i: interfaz) (c2.ip = (\forall c1, c2) = 
                                                                          interfazUsada(r, c1, c2) = buscarClave (obtener(e, c1.ip).conexiones, c2.ip)
```

#### Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en abs

```
dameComputadoras
                           : dicc(hostname;X)
                                                                                             \longrightarrow conj(computadoras)
auxDameComputadoras : dicc(hostname;X) \times conj(hostname)
                                                                                                \rightarrow conj(computadoras)
buscarClave
                           : dicc(interfaz;hostname) \times hostname
                                                                                             \longrightarrow interfaz
auxBuscarClave
                           : dicc(interfaz;hostname) \times hostname \times conj(interfaz)
                                                                                             \longrightarrow interfaz
              \forall e: dicc(hostname, X), \forall d: dicc(interfaz, hostname), \forall cc: conj(hostname), \forall ci:
axiomas
              conj(interfaz), \forall h: hostname
dameComputadoras(e) \equiv auxDameComputadoras(e, claves(e))
auxDameComputadoras(e, cc) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cc) \mathbf{then}
                                     else
                                                  <dameUno(cc),
                                                                        obtener(e,
                                                                                        dameUno(cc)).interfaces>,
                                         Ag(
                                         auxDameComputadoras(e, sinUno(cc)))
buscarClave(d, h) \equiv auxBuscarClave(d, h, claves(d))
auxBuscarClave(d, h, ci) \equiv if obtener(d, dameUno(cc)) = h then
                                  dameUno(cc)
                               else
                                   auxBuscarClave(d, h, sinUno(ci))
```

### Algoritmos

```
Algorithm 1 Implementación de Computadoras
  function ICOMPUTADORAS(in r: estr red)\rightarrow res: conj(hostname)
                                                                                                                       ⊳ O(1)
      it \leftarrow crearIt(r)
      res \leftarrow Vacio()
                                                                                                                       ⊳ O(1)
                                                                 ⊳ conjunto
      while HaySiguiente(it) do
                                               \triangleright Guarda: O(1)
                                                                            ▷ El ciclo se ejecuta n veces
                                                                                                                       \triangleright O(n)
           Agregar(res, SiguienteClave(it))
                                                                                                                       ▷ O(1)
           Avanzar(it)
                                                                                                                       ▷ O(1)
      end while
  end function
                                                                                                                      \triangleright O(n)
Algorithm 2 Implementación de Conectadas?
  function ICONECTADAS? (in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: bool
                                                                                                                       ⊳ O(n)
      it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
      res \leftarrow FALSE
                                                                                                                       \triangleright O(1)
      while HaySiguiente(it) && \neg res do \triangleright Guarda: O(1) \triangleright El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces <math>\triangleright O(n)
           if SiguienteClave(it)==c2 then
                                                                                                                       \triangleright O(L)
              res \leftarrow TRUE
           end if
           Avanzar(it)
                                                                                                                       ▷ O(1)
      end while
  end function
                                                                                                                  ▷ O(n*L)
Algorithm 3 Implementación de InterfazUsada
  function IINTERFAZUSADA(in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname)→ res: interfaz
                                                                                                                       \triangleright O(n)
      it \leftarrow CrearIt(significado(r,c1).conexiones)
      while HaySiguiente(it) do
                                           \triangleright Guarda: O(1)
                                                                  \triangleright El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                                       \triangleright O(n)
          if SiguienteSignificado(it)==c2 then
                                                                                                                       \triangleright O(L)
               res \leftarrow SiguienteClave(it)
                                                                  ⊳ nat por copia
                                                                                                           \triangleright O(\text{copiar}(\text{nat}))
           end if
           Avanzar(it)
                                                                                                                       ⊳ O(1)
      end while
                                                                                                                  ⊳ O(n*L)
  end function
```

Algorithm 4 Implementación de IniciarRed		
<b>function</b> IINICIARRED() $\rightarrow$ res: estr_red		
$res \leftarrow Vacio()$	▷ Diccionario	$\triangleright O(1)$
end function		▷ O(1)

```
Algorithm 6 Implementación de Conectar
  function ICONECTAR (inout r: estr red, in c1: hostname, int i1:interfaz, in c2: hostname, in i2:interfaz)
  \\ Actualizo conexiones de ambas
                                                                                   \triangleright O(n) + O(L) + O(copiar(nat))
      DefinirRapido(Significado(r, c1).conexiones, i1, c2)
      DefinirRapido(Significado(r, c2).conexiones, i2, c1)
                                                                                  \triangleright O(n) + O(L) + O(copiar(nat))
  \\ Actualizo caminos de ambas
                                                                                                    \triangleright O(n^4 + n^3 \times L)
      ActualizarCaminos(r, c1, c2)
      ActualizarCaminos(r, c2, c1)
                                                                                                   \triangleright O(n^4 + n^3 \times L)
  \\ Creo conjunto con los actualizados hasta el momento
      actualizados \leftarrow Vacio()
                                                                                                            ⊳ conjunto
      AgregarRapido(actualizados, c1)
                                                                                                                \triangleright O(L)
                                                                                                               \triangleright O(L)
      AgregarRapido(actualizados, c2)
  \\ Actualizo caminos del resto de la Red por recursion
                                                                                                    > O(n^6 + n^5 * L)
      ActualizarVecinos(r, c1, actualizados)
                                                                                                    \triangleright O(n^6 + n^5 * L)
  end function
```

```
Algorithm 7 Implementación de función auxiliar Actualizar Caminos
  function IACTUALIZARCAMINOS(inout r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname)
  \\ Recorro los alcanzables de c2
     itAlcanzables2 \leftarrow crearIt(Significado(r, c2).alcanzables)
                                                                                                          \triangleright O(n)
     while (HaySiguiente(itAlcanzables2) do
                                                           ⊳ se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                       \triangleright O(n) x
  \\ Recorro alcanzables de c1
         itAlcanzables1 \leftarrow crearIt(Significado(r, c1).alcanzables)
                                                                                                          \triangleright O(n)
         while (HaySiguiente(itAlcanzables1)) do
                                                             ⊳ se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                        \triangleright O(n) x
                                                                                                         \triangleright O(L)
             if (SiguienteClave(itAlcanzables2) == SiguienteClave(itAlcanzables1)) then
  \\ El alcanzable ya estaba, me fijo que caminos son más cortos
                itCaminos \leftarrow crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                                                                                                          ▷ O(1)
                camino2 \leftarrow Siguiente(itCaminos)
                                                                  ⊳ camino minimo del c2
                                                                                                          > O(n)
                itCaminos \leftarrow crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables1))
                                                                                                          ▷ O(1)
                camino1 \leftarrow Siguiente(itCaminos)
                                                                  ⊳ camino minimo del c1
                                                                                                          \triangleright O(n)
                if (longitud(camino1) > longitud(camino2)) then
                                                                              ⊳ cada camino tiene a lo sumo n
  elementos
                                                                                                         ▷ O(1)
  Borrar(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables1))
                                                                                                         ⊳ O(n)
  \\ Nuevo alcanzable: me copio los caminos agregando c1 al principio
                    itCaminos \leftarrow crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                                                                                                          ⊳ O(1)
                    caminos \leftarrow Vacio() > conjunto donde voy a guardar los caminos modificados > O(1)
                    while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                                                                                                        \triangleright O(n) x
                        nuevoCamino ← copy(Siguiente(itCaminos)) ▷ copio el camino que voy a modificar
  \triangleright O(n)
                        AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                                                                                                          \triangleright O(L)
                                                                                                          > O(n)
                        AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)
                        Avanzar(itCaminos)
                                                                                                          ▷ O(1)
                    end while
                                                                                              \triangleright O(n \times (n + L))
  \\ agrego el nuevo alcanzable con el camino
                    DefinirRapido(Significado(r,c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos) >
  O(n) + O(L)
                else
                    if (longitud(camino1) == longitud(camino2)) then
                                                                                                         ▷ O(1)
      Tengo que agregar los nuevos caminos (modificados) al conjunto de caminos actual
                       itCaminos \leftarrow crearIt(SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                                                                                                          ⊳ O(1)
                        while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                                                                                                        \triangleright O(n) x
                           nuevoCamino \leftarrow copy(Siguiente(itCaminos))
                                                                                   ⊳ copio el camino que voy a
  modificar
                                                                                                          \triangleright O(n)
                           AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                                                                                                          \triangleright O(L)
                           Agregar(SiguienteSignificado(itAlcanzables1), nuevoCamino)
                                                                                                          \triangleright O(n)
                           Avanzar(itCaminos)
                                                                                                          \triangleright O(1)
                        end while
                                                                                               \triangleright O(n \times (n + L))
                    end if
                end if
             else
  \\ Nuevo alcanzable : me copio los caminos agregando c1 al principio
                itCaminos \leftarrow crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))
                                                                                                          ⊳ O(1)
                                         > conjunto donde voy a guardar los caminos modificados
                                                                                                          ⊳ O(1)
                caminos \leftarrow Vacio()
                while (HaySiguiente(itCaminos)) do
                                                                                                        \triangleright O(n) x
                    nuevoCamino \leftarrow copy(Siguiente(itCaminos)) \triangleright copio el camino que voy a modificar \triangleright
  O(n)
                    AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)
                                                                                                          \triangleright O(L)
                    AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)
                                                                                                          \triangleright O(n)
                    Avanzar(itCaminos)
                                                                                                          \triangleright O(1)
                end while
                                                                                               \triangleright O(n \times (n + L))
                DefinirRapido(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos)
```

```
Avanzar(itAlcanzables1)
                                                                                    \triangleright O(n x (n + (n x (n + L))))
          end while
          Avanzar(itAlcanzables2)
      end while O(n + n \times (n \times (n + (n \times (n + L))))
                                                                                                  \triangleright O(n^4 + n^3 \times L)
  end function
Algorithm 8 Implementación de función auxiliar Actualizar Vecinos
  function IACTUALIZARVECINOS(inout r: estr red, in c1: hostname, in actualizados: conj(hostname))
  \\ Actualiza los caminos de los vecinos de C, y luego hace recursion para los vecinos de los vecinos.
      itVecinos \leftarrow crearIt(Significado(r, c1).conexiones)
                                                                                                              ⊳ O(n)
      while (HaySiguiente(itVecinos)) do
                                                                                                           \triangleright O(n x)
  \\ Si todavÃa no fue actualizado, lo actualizo y hago recursión sobre los vecinos.
          if (SiguienteClave(itVecinos) ∉ actualizados) then
                                                                                                         \triangleright O(n \times L)
                                                                                                  \triangleright O(n^4 + n^3 \times L)
             ActualizarCaminos(r, SiguienteClave(itVecinos), c)
             AgregarRapido (actualizados, SiguienteClave(itVecinos))
                                                                                                              \triangleright O(L)
             ActualizarVecinos(r, SiguienteClave(itVecinos), actualizados) ⊳ recursión hasta actualizar las n
  computadoras, O(n) x
         end if
          Avanzar(itVecinos)
                                                                                                              \triangleright O(1)
      end while
                                                                                                  \triangleright O(n^6 + n^5 * L)
  end function
Algorithm 9 Implementación de Vecinos
  function IVECINOS(inout r: estr red, in c1: hostname) → res: conj(hostname)
                                                                                                     \triangleright O(1) + O(n)
      it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
      res \leftarrow Vacio()
                                                           ▷ Conjunto
                                                                                                              ▷ O(1)
      while HaySiguiente(it) do
                                       \triangleright Guarda: O(1)
                                                             ▷ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                              \triangleright O(n)
          AgregarRapido(res, SiguienteSignificado(it))
                                                                                                              \triangleright O(L)
          Avanzar(it)
                                                                                                              ⊳ O(1)
      end while
  end function
                                                                                                          ▷ O(n*L)
Algorithm 10 Implementación de UsaInterfaz
  function IUsaInterfaz(in r: estr red, in c: hostname, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
      res \leftarrow Definido?(Significado(r,c).conexiones,i)
                                                                                             ▷ O(comparar(nat)*n)
  end function
                                                                                                             > O(n)
Algorithm 11 Implementación de Caminos Minimos
  function ICAMINOSMINIMOS(in r:
                                              estr red,
                                                            in
                                                                 c1:
                                                                       hostname,
                                                                                          c2:
                                                                                                hostname) \rightarrow
                                                                                     in
  conj(lista(hostname))
      itCaminos \leftarrow crearIt(Significado(Significado(r,c1).alcanzables, c2))
                                                                                                  \triangleright O(1) + O(L*n)
      res \leftarrow Vacio()
                                                           ▷ Conjunto
                                                                                                              \triangleright O(1)
      while HaySiguiente(itCaminos) do
          AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))
                                                                                                              \triangleright O(1)
          Avanzar(itCaminos)
                                                                                                              \triangleright O(1)
      end while
  end function
                                                                                                          > O(n*L)
Algorithm 12 Implementación de HayCamino?
  function IHAYCAMINO?(in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname)→ res: bool
                                                                                                           > O(n*n)
      res \leftarrow Definido?(Significado(r,c1).alcanzables, c2)
                                                                                                          > O(n*n)
  end function
```

```
Algorithm 13 Implementación de ==
 function IIGUALDAD(in r1: estr_red, in r2: estr_red)\rightarrow res: bool
     res \leftarrow TRUE
                                                                                                ▷ O(1)
     if \neg(\#\text{Claves}(r1) = \#\text{Claves}(r2)) then
                                                                                  \triangleright O(comparar(nat))
 res \leftarrow FALSE
                                                                                                ⊳ O(1)
     else
        itRed1 \leftarrow CrearIt(r1)
                                                                                                ⊳ O(1)
        while HaySiguiente(itRed1) && res do
                                                                       ⊳ Se ejecuta n veces
                                                   \triangleright Guarda: O(1)
                                                                                               \triangleright O(n)
 \\ Recorro la red 1 y me fijo para cada una de sus computadoras
           if ¬(Definido?(r2, SiguienteClave(itRed1)) then
                                                                                             > O(L*n)
 \ Si no estA; definido su hostname en la red 2 =>las redes son distintas
              res \leftarrow FALSE
                                                                                                \triangleright O(1)
           else
               Compu2 \leftarrow Significado(r2,SiguienteClave(itRed1))
                                                                                             > O(L*n)
               Compu1 \leftarrow SiguienteSignificado(itRed1)
                                                                                               ▷ O(1)
 \\ Tomo las computadoras de red 1 y red 2 con el mismo hostname y las comparo
               if \neg(Comp1.interfaces == Comp2.interfaces) then
                                                                         ▷ O(m*m) con m=cantidad de
 interfaces
 ⊳ O(1)
                  res \leftarrow FALSE
               end if
               if \neg(Comp1.conexiones == Comp2.conexiones) then
 ⊳ O(1)
                  res \leftarrow FALSE
               end if
               if \neg(\#\text{Claves}(\text{Compu1.alcanzables}) = \#\text{Claves}(\text{Compu2.alcanzables})) then
 res \leftarrow FALSE
                                                                                                ⊳ O(1)
               else
                  itAlc1 \leftarrow CrearIt(Compu1.alcanzables)
                                                                                                \triangleright O(1)
                  while HavSiguiente(itAlc1) && res do
                                                            ⊳ se ejecuta a lo sumo n−1 veces
                                                                                               \triangleright O(n)
 \\ Para cada alcanzable de la computadora de la red 1
                     if ¬(Definido?(Comp2.alcanzables, SiguienteClave(itAlc1))) then
                                                                                               ⊳ O(m)
 \\ Si no está definida en los alcanzables de la compu de la red 2 =>las redes son distintas
                        res \leftarrow FALSE
                     else
                         Caminos1 \leftarrow SiguienteSignificado(itAlc1)
                                                                                                ▷ O(1)
                         Caminos2 \leftarrow Significado(Comp2.alcanzables, itAlc1)
                                                                                               \triangleright O(n)
 \\ Me guardo los 2 conjuntos de caminos (de la compu de la red 1 y la de la red 2)
```

```
if \neg(Longitud(Caminos1) == Longitud(Caminos2)) then \triangleright O(comparar(nat))
res \leftarrow FALSE
                      else
                         itCaminos1 \leftarrow CrearIt(Caminos1)
                                                                                           ▷ O(1)
                         while HaySiguiente(itCaminos1) && res do
\\ Para cada camino en el conjunto de caminos de la compu de la red 1
\\ Recorro los caminos de la compu de la red 2
                            itCaminos2 \leftarrow CrearIt(Caminos2)
                                                                                           ⊳ O(1)
                            noEncontro \leftarrow TRUE
                                                                                           ⊳ O(1)
                            while HaySiguiente(itCaminos2) && noEncontro do
\\ Busco que el camino de la compu de la red 1 esté en la compu de la red 2
                               if Siguiente(itCaminos2) == Siguiente(ItCaminos1) then
                                   noEncontro \leftarrow FALSE
                                end if
                                Avanzar(itCaminos2)
                                                                                           ⊳ O(1)
                            end while
                            if noEncontro then
                                                                                           \triangleright O(1)
res \leftarrow FALSE
                                                                                           \triangleright O(1)
                            end if
                            Avanzar(itCaminos1)
                                                                                           ⊳ O(1)
                         end while
                      end if
                   end if
                   Avanzar(itAlc1)
                                                                                           ⊳ O(1)
                end while
             end if
         end if
         Avanzar(itRed1)
                                                                                           \triangleright O(1)
      end while
   end if
end function
                                                        \triangleright O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)
```

Algorithm 14 Implementación de Copiar			
<b>function</b> ICOPIAR(in r: estr_red) $\rightarrow$ res:	red		
$res \leftarrow IniciarRed()$			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
\\ Crea una red vacia.			
$itRed \leftarrow CrearIt(r)$			▷ O(1)
$\mathbf{while} \; \mathbf{HaySiguiente}(\mathbf{itRed}) \; \mathbf{do}$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$	⊳ se ejecuta n vece	es ▷ O(n)
\\ Para cada computadora en la red origa	in al.		
$copiaAlcanzables \leftarrow Vacio()$		$\triangleright$ diccionario	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $			
$itAlcanzables \leftarrow CrearIt(Siguiente)$	Significado(itRed)	.alcanzables)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itAlcanzables)	) <b>do</b> ▷ Guarda: C	O(1) > se ejecuta a lo su	$n  ext{ veces}  ext{ }  ext{ }  ext{O}(n)$
\\ Para cada conjunto de caminos mínim	nos (cada destino).		
$copiaCaminos \leftarrow Vacia()$		$\triangleright$ lista	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
\\ Inicia el conjunto de caminos mínimo			
$itCaminos \leftarrow CrearIt(Siguiente$	_ (	nzables))	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itCaminos	,		
\\ Para cada camino en el conjunto origi			
AgregarAdelante(copiaCam			$\triangleright O(copiar(camino))$
$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $	idelante del conjun	to de caminos mínimos.	
Avanzar(itCaminos)			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while			
Definir(copiaAlcanzables, Sigui			
\\ Define el destino y sus caminos mínim	nos en la copia de	alcanzables.	- ( )
Avanzar(itAlcanzables)			▷ O(1)
end while			
` '	,	(Siguiente Significado(it R	ded).interfaces), Co-
piar(SiguienteSignificado(itRed).conexion	,	, ,	
\\ Define la copia de la computadora con	i los campos antes	copiados.	
Avanzar(itRed)			$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while			
end function			

### 2. Módulo DCNet

### Interfaz

```
usa: RED, CONJ(\alpha), ITCONJ(\alpha), LISTA(\alpha), ITLISTA(\alpha), DICC_{UNIV}(\kappa, \sigma), DICC_{LOG}(\kappa, \sigma), COLA_{LOG}(\alpha). se explica con: DCNET. géneros: dcnet.
```

### Operaciones de DCNet

```
Red(\mathbf{in}\ d: \mathtt{dcnet}) \to res : \mathtt{red}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{obs} \operatorname{red}(d)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve la red asociada.
Aliasing: res no es modificable.
CAMINORECORRIDO(in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: lista(hostname)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{IDpaqueteEnTransito?}(d, p) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathsf{dameSecuDeHostnames}(\mathsf{caminoRecorrido}(d, \mathsf{damePaquete}(p)))\}
Complejidad: O(n * log(k))
Descripción: devuelve el camino recorrido desde el origen hasta el actual.
Aliasing: res se devuelve por copia.
CantidadEnviados(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{cantidadEnviados}(d, \text{dameCompu}(c))\}
Complejidad: O(L)
Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por la computadora.
ENESPERA(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{obs} \operatorname{enEspera}(d, \operatorname{dameCompu}(c))) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: devuelve los paquetes en la cola de la computadora.
Aliasing: res no es modificable.
INICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: dcnet
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{iniciarDCNet}(r)\}\
Complejidad: O(N*n*(L+n)
Descripción: crea una nueva Dcnet.
Aliasing: la red se agrega por copia.
CREARPAQUETE(in/out d: dcnet, in p: paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0 \land \neg ( (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (\exists p': paqueteEnTransito?(d, p')) \land (\exists p': paqueteEnTransito?(d, p'
\operatorname{origen}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(d))
\operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p)
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \mathbf{crearPaquete}(d_0, p)\}\
Complejidad: O(L + log(k))
Descripción: agrega un paquete a la red.
Aliasing: el paquete se agrega por copia.
```

```
AVANZARSEGUNDO(in/out d: dcnet)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{avanzarSegundo}(d_0)\}\
    Complejidad: O(n * (L + log(k)))
    Descripción: realiza los movimientos de paquetes correspondientes, aplicando los cambios necesarios a
    la dcnet.
    PAQUETEENTRANSITO?(in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \mathbf{IDpaqueteEnTransito?}(d, p) \}
    Complejidad: O(n * k)
    Descripción: indica si el paquete esta en alguna de las colas dado el ID.
    LaQueMasEnvio(\mathbf{in}\ d: \mathtt{dcnet}) \rightarrow res: \mathtt{hostname}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{laQueMasEnvio}(d).ip\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: devuelve la computadora que más paquetes envió.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ d_1 : \mathtt{dcnet}, \ \mathbf{in} \ d_2 : \mathtt{dcnet}) \to res : \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (d_1 =_{obs} d_2 \}
    Complejidad: O(n*n * (L + n*n + m + log(k)) + n*(m*m + L))
    Descripción: indica si dos denet son iguales.
    donde:
hostname es string,
interfaz es nat,
IDpaquete es nat,
compu es tupla < ip: hostname, interfaces: conj(interfaz) >,
paquete es tupla<id: IDpaquete, prioridad: nat, origen: hostname, destino: hostname >.
```

#### Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)

#### TAD DCNET EXTENDIDA

```
DCNET
extiende
otras operaciones
                                              : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
   damehostnames
  dameCompu
                                              : dcnet d \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                        \{s \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
  auxDameCompu
                                              : hostname s \times \text{conj(compu)} cc \longrightarrow \text{compu}
   dameSecuDeHostnames
                                              : secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)
  IDpaqueteEnTransito?
                                              : dcnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{bool}
  damePaquete
                                              : d<br/>cnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{paquete}
                                                                                             \{IDpaqueteEnTransito?(d,p)\}
  dameIDpaquetes
                                              : conj(paquete) \longrightarrow conj(IDpaquete)
                 \forall d: denet, \forall s: hostname, \forall p: IDpaquete, \forall cc: conj(compu), \forall secu: secu(compu), \forall cp:
axiomas
                 conj(paquete),
  dameHostnames(cc) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio?}(cc) \mathbf{then}
                                  else
                                      Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
  dameCompu(d, s) \equiv auxDameCompu(s, computadoras(red((d))))
   \operatorname{auxDameCompu}(s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                          dameUno(cc)
                                          \operatorname{auxDameCompu}(s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
  dameSecuDeHostnames(secu) \equiv if vacia?(secu) then
                                                   <>
                                              else
                                                   ip(prim(secu)) \bullet dameSecuDeHostnames(fin(secu))
  \label{eq:ideal} \mbox{IDpaqueteEnTransito}(d,\,p) \; \equiv \; \mbox{auxIDpaqueteEnTransito}(d,\,\mbox{computadoras}(\mbox{red}(d)),\,p)
  auxIDpaqueteEnTransito(d, cc, p) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio}?(cc) \mathbf{then}
                                                        false
                                                    else
                                                        if p \in \text{dameIDpaquetes}(\text{enEspera}(\text{dameUno}(cc))) then
                                                            true
                                                        else
                                                            auxIDpaqueteEnTransito(d, sinUno(cc), p)
                                                    fi
  dameIDpaquetes(cp) \equiv \mathbf{if} \text{ vacio?}(cp) \mathbf{then}
                                   else
                                       Ag(id(dameUno(cp)), dameIDpaquetes(sinUno(cp)))
                                   fi
```

Fin TAD

### Representación

```
donde estr_dcnet es tupla(red: red computadoras: \operatorname{dicc}(\operatorname{hostname}, \ X) \\ porHostname: \operatorname{dicc}_{UNIV} \ (\operatorname{hostname}, \ \operatorname{ttDicc}(\operatorname{hostname}, \ X)) \\ conMasEnvios: \operatorname{itDicc}(\operatorname{hostname}, \ X) \\ caminos: \quad \operatorname{arreglo\_dimensionable} \ \operatorname{de} \ \operatorname{arreglo\_dimensionable} \ \operatorname{de} \ \operatorname{lista}(\operatorname{hostname}) \ ) \\ \operatorname{donde} \ X \ \operatorname{es} \ \operatorname{tupla}(indice: \ \operatorname{nat} \\ paquetes: \ \operatorname{conj}(\operatorname{paquete}) \\ cola: \ \operatorname{cola}_{LOG}(\operatorname{itConj}(\operatorname{paquete})) \\ paqPorID: \operatorname{dicc}_{LOG} \ (\operatorname{IDpaquete}, \ \operatorname{itConj}(\operatorname{paquete})) \\ cantEnvios: \ \operatorname{nat} \ )
```

- $\triangleright$  El dicc $_{UNIV}$  (basado en un TRIE) nos permite acceder a un significado en O(L) con L el largo del hostname mas largo (utilizando como clave a los hostnames).
- $\triangleright$  Al guardar un iterador a la computadora con mas envíos podemos devolverla por aliasing en O(1), cumpliendo así la complejidad pedida.
- $\triangleright$  Al utilizar una cola $_{LOG}$  (basada en un HEAP) podemos acceder al paquete con prioridad mas alta (el que se tiene que enviar) en O(1) y desencolarlo en O(log(n)) con n = cantidad de paquetes en la cola. Esto nos sirve para poder cumplir avanzarSegundo y nos mantiene dentro de lo pedido en crearPaquete.
- $\triangleright$  Al utilizar un dicc $_{LOG}$  (basado en AA-TREE) podemos acceder a un paquete por medio de su ID en  $O(\log(n))$  con n= cantidad de paquetes en la computadora (pudiendo borrarlo o modificarlo dentro de la misma complejidad). Esto nos sirve para cumplir caminoRecorrido, ya que podemos buscar un paquete en  $O(\log(n))$  dentro de cada computadora, además nos mantiene dentro de la complejidad pedida en crearPaquete y avanzarSegundo.
- $\triangleright$  Al tener cant Envios nos permite obtener en O(1) la cantidad de envíos de cada computadora, lo que nos sirve para (en avanzar Segundo) poder calcular la computadora con más envíos dentro de la complejidad y almacenar lo en con Mas Envios
- ⊳ El índice nos sirve para (como comentamos antes) utilizarlo como posición en el arreglo caminos y poder averiguar su camino mínimo en la complejidad pedida.
- $\triangleright$  Guardamos los paquetes en el conjunto paquetes para poder tenerlos en O(1) y cumplir con la complejidad de en Espera.

- 1: Las compus de Red son las compus de DCNet.
- 2: PorHostname y computadoras tienen el mismo conjunto de claves.
- 3: PorHostname permite acceder a los datos de todas las computadoras a través de iteradores.
- 4: Los indices de las computadoras van de 0 a n-1.
- 5: Los indices no se repiten.
- 6: ConMasEnvios es un interador a la computadora con mayor cant de envios.
- 7: La matriz de caminos es de n x n.
- 8: En la matriz caminos[i][j] se guarda uno de los caminos minimos de la red correspondiente al origen y destino correspondientes a los indices i, j, respectivamente. Si no hay, se guarda una lista vacia.
- 9: Las claves del diccionario paquetesPorID son los ID del conjunto paquetes.
- 10: El conjunto de paquetes y la cola de prioridad tienen el mismo tamano.
- 11: La cola ordena los paquetes por prioridad. (usando los observadores del TAD Cola de Prioridad Alaternativa adjunto).

Para todos los paquetes de una computadora:

```
12: El origen y el destino estan entre las computadoras de la denet.
13: El origen y el destino son distintos.
14: Hay un camino posible entre el origen y el destino.
15: La computadora actual esta en el camino minimo entre el origen y el destino.
16: El id es unico.
17: Son accesibles por el dicc usando su ID.
   Rep : estr dcnet
                          \longrightarrow bool
   Rep(e) \equiv true \iff
              2 claves (e.computadoras) = claves (e.porHostname) \land
              = c \land SiguienteSignificado(obtener(e.porHostname, c)) = obtener(e.computadoras, c) \land \land
              (\forall c: hostname, c \in claves(e.computadoras))
                           < obtener(e.computadoras,
                                                             c).indice
                                                                         < #claves(e.computadoras)-1
              obtener(e.computadoras, c).indice = ordenLexicografico(c, claves(e.computadoras)) \land
              = obtener(e.computadoras, c).indice \land
              \land G \neg (\exists c': \text{hostname}, c' \in \text{claves}(e.\text{computadoras}), c \neq c') \text{ obtener}(e.\text{computadoras}),
              c').cantEnvios >SiguienteSignificado(e.conMasEnvios).cantEnvios \land
              \\ 7 tam(e.caminos) = #claves(e.computadoras) \land_L (\forall i: \text{nat}, 0 < i < \#\text{claves}(e.\text{computadoras})-
              1) tam(e.caminos[i]) = \#claves(e.computadoras) \land
              \\ 8 (\forall c1, c2: hostname, c1, c2 \in \text{claves}(e.\text{porHostname}))
                              (caminos Minimos (e.red,
                                                                                   dameCompu(c2))
                                                            dameCompu(c1),
              e.caminos[obtener(e.computadoras,
                                                     c1).indice[obtener(e.computadoras,
                                                                                             c2).indicel
              dameUno(caminosMinimos(e.red, dameCompu(c1), dameCompu(c2))) \land
                        (caminosMinimos(e.red,
                                                        dameCompu(c1),
                                                                                 dameCompu(c2))
              e.caminos[obtener(e.computadoras, c1).indice][obtener(e.computadoras, c2).indice]
                                                                                                          Va-
              cia() \land
              (\forall c: hostname, c \in claves(e.computadoras))
              \ dameIDpaquetes(obtener(e.computadoras, c).paquetes) = claves(obtener(e.computadoras,
              c).paquetesPorID) \land
              \ 10 #(obtener(e.computadoras, c).paquetes) = #(obtener(e.computadoras, c).cola) \land
                 11 vacia?(obtener(e.computadoras, c).cola) = \emptyset?(obtener(e.computadoras, c).paquetes) \land
              Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola}))) \in \text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{paquetes}
              \land \neg (\exists p': paquete, p' \in obtener(e.computadoras, c).paquetes) p'.prioridad
              Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola}))).prioridad \wedge
              \Pi_1(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola})) = \text{Siguiente}(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c)))))
              c).cola))).prioridad \wedge
              desencolar(obtener(e.computadoras, c).cola) = armarCola(obtener(e.computadoras, c).paquetes
              - {Siguiente(\Pi_2(\text{proximo}(\text{obtener}(e.\text{computadoras}, c).\text{cola})))} \land
              (\forall p: paquete, p \in obtener(e.computadoras, c).paquetes)
              \\ 13 \origon(p).\ip \neq \destino(p).\ip \land \
              \\ 14 hayCamino?(e.red, origen(p), destino(p)) \land
               15 esta? (c, caminos obtener (e. computadoras, origen (p). ip) obtener (e. computadoras,
              destino(p).ip) \land
              \\ 16 (\forall c': hostname, c' \in \text{claves}(e.\text{computadoras}), c' \neq c) \neg (\exists p': paquete, p' \in c')
              obtener(e.computadoras, c').paquetes, p \neq p') p.id = p'.id
              \\ 17 definido?(obtener(e.computadoras, c).paquetesPorID, p.id) \wedge_L
              Siguiente(obtener(e.computadoras, c).paquetesPorID, p.id)) = p
```

Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en Rep

```
\longrightarrow cola(paquete)
    armarCola : conj(paquete)
                     \forall cc: conj(paquete)
    axiomas
    \operatorname{armarCola}(cc) \equiv \operatorname{if} \emptyset?(cc) \operatorname{then}
                                Vacia()
                            else
                                \operatorname{encolar}(\operatorname{dameUno}(cc),\operatorname{prioridad},\operatorname{dameUno}(cc),\operatorname{armarCola}(\sin\operatorname{Uno}(cc)))
                            fi
    Abs
                   : estr_dcnet e
                                                                                                                            \{\operatorname{Rep}(e)\}
                                           \longrightarrow denet
    Abs(e) \equiv d \mid red(d) = e.red \land
                  (\forall c: \text{compu}, c \in \text{computadoras}(\text{red}(d)))
                  \operatorname{cantidadEnviados}(d, c) = \operatorname{obtener}(e.\operatorname{computadoras}, c.\operatorname{ip}).\operatorname{cantEnvios} \wedge
                  enEspera(d, c) = obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes \land
                  (\forall p: paquete, p \in obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes) caminoRecorrido (d, p) =
                  e.caminos[obtener(e.computadoras, origen(p).ip).indice[[obtener(e.computadoras, c.ip).indice]])
Algoritmos
Algorithm 15 Implementación de Red
   function IRED(in d: estr\_dcnet) \rightarrow res: Red
                                                                                                                               ⊳ O(1)
       res \leftarrow d.red
   end function
                                                                                                                               \triangleright O(1)
Algorithm 16 Implementación de CaminoRecorrido
   function ICAMINORECORRIDO(in d: estr_dcnet, in p: IDPaquete)\rightarrow res: lista(hostname)
       itCompu \leftarrow CrearIt(d.computadoras)
                                                                                                                               ⊳ O(1)
       yaEncontrado \leftarrow FALSE
                                                                                                                               ⊳ O(1)
       while HaySiguiente(itCompu) && \negyaEncontrado do \triangleright Guarda: O(1) \triangleright Se repite a lo sumo n veces \triangleright
   O(n)
           if Definido?(SiguienteSignificado(itCompu).paqPorID, p) then
                                                                                                                         \triangleright O(\log(k))
                paquete \leftarrow Significado(SiguienteSignificado(itCompu).paqPorID, p)
                                                                                                                               ⊳ O(1)
                yaEncontrado \leftarrow TRUE
                                                                                                                               \triangleright O(1)
           else
                Avanzar(itCompu)
                                                                                                                               \triangleright O(1)
           end if
       end while
       res \leftarrow caminos[Significado(d.computadoras, <math>\pi 3(paquete)).indice[SiguienteSignificado(itCompu).indice]
  \triangleright O(1) + O(n) + O(1)
   end function
                                                                                                                  \triangleright O(n * log(k))
Algorithm 17 Implementación de paquetes enviados
   function ICANTIDADENVIADOS(in d: estr_dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: nat
       it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)
                                                                                                                              \triangleright O(L)
```

end function

 $res \leftarrow SiguienteSignificado(it).cantEnvios$ 

▷ O(1)

 $\triangleright O(L)$ 

Algorithm 18 Implementación EnEspera	
function IENESPERA(in $d$ : estr_dcnet, in $c$ : hostname) $\rightarrow$ res: conj(paquete)	
$it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)$	$\triangleright O(L)$
$res \leftarrow SiguienteSignificado(it).paquetes$	▷ O(1)
end function	$\triangleright O(L)$

```
Algorithm 19 Implementación de iniciarDCNet
  function IINICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: estr dcnet
  \\ creo un diccionario lineal
      diccCompus \leftarrow Vacio()
                                                                                                                   \triangleright O(1)
  \\ creo un diccionario universal(trie)
      diccHostname \leftarrow Vacio()
                                                                                                                   ▷ O(1)
  \\ creo una lista vacía donde voy a guardar los hostnames y ordenarlos
      listaComp \leftarrow Vacia()
                                                                                                                    \triangleright O(1)
      itHostname \leftarrow CrearIt(Computadoras(r))
                                                                                                                    \triangleright O(1)
      masEnvios \leftarrow Siguiente(itHostname)
                                                                                                                    ⊳ O(1)
                                                                                                         \triangleright O(n) + O(1)
      while HaySiguiente(itHostname) do
  \\ agrego el hostname a la lista de computadoras
          AgregarAtras(listaComp, Siguiente(itHostname))
                                                                                                                   \triangleright O(L)
  \\ Inicia el índice como cero, mas adelante les pondremos valor
          X \leftarrow \langle 0, Vacio(), Vacio(), Vacio(), 0 \rangle
                                                                               \triangleright O(1) + O(1) + O(1) + O(1) + O(1)
          itX \leftarrow DefinirRapido(diccCompus, Siguiente(itHostname), X) \triangleright O(copy(hostname)) + O(copy(X))
          Definir(diccHostname, Siguiente(itHostname), itX)
                                                                                                  \triangleright O(L) + O(copy(X))
          Avanzar(itHostname)
                                                                                                                    ▷ O(1)
      end while
      itPC \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                    ▷ O(1)
      itPC2 \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                    ⊳ O(1)
      n \leftarrow \#Claves(diccCompus)
                                                                                                                    ⊳ O(1)
      \operatorname{arrayCaminos} \leftarrow \operatorname{CrearArreglo}(n)
                                                                                                                   \triangleright O(n)
  \\ voy a crear un arreglo en cada posicion de arrayCaminos, el cual va a tener el minimo camino
                                                                                               \triangleright O(\#Computadoras(r))
      while HaySiguiente(itPC) do
          arrayDestinos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                                                    \triangleright O(n)
          while HaySiguiente(itPC2) do
                                                                                               \triangleright O(\#Computadoras(r))
              ConjCaminos \leftarrow CaminosMinimos(r, SiguienteClave(itPC), SiguienteClave(itPC2)) \triangleright O(n*L)
              itConj \leftarrow CrearIt(ConjCaminos)
                                                                                                                   ▷ O(1)
  \\ de todos los caminos minimos me quedo con uno
              if HaySiguiente(itConj) then
                                                                                                                    ▷ O(1)
                  arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice] \leftarrow Siguiente(itConj)
                                                                                                                    ▷ O(1)
              else
  \\ si no hay camino, creo una lista vacia
                  arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice] \leftarrow Vacia()
                                                                                                                    \triangleright O(1)
              end if
```

Avanzar(itPC2)	▷ O(1)
end while	
$arrayCaminos[SiguienteSignificado(itPC).indice] \leftarrow arrayDestinos$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
Avanzar(itPC)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while	
$\setminus \setminus$ inicio el Indice en 0	
$indice \leftarrow 0$	▷ O(1)
while indice $<$ #Claves(Computadoras(r)) do $\triangleright$ Guarda: O(n) $\triangleright$ se ejecuta n veces	⊳ O(n)
\\ busco el mínimo de la lista de hostnames (por órden alfabético	. ,
$itHostnames \leftarrow CrearIt(listaComp)$	▷ O(1)
$\min \leftarrow \text{Copiar}(\text{Siguiente}(\text{itHostnames}))$	$\triangleright O(L)$
Avanzar(itHostnames)	⊳ O(1)
while HaySiguiente(itHostnames) do	` '
if min <siguiente(ithostnames) td="" then<=""><td><math>\triangleright O(L)</math></td></siguiente(ithostnames)>	$\triangleright O(L)$
$\min \leftarrow \text{Copiar}(\text{Siguiente}(\text{itHostnames}))$	$\triangleright O(L)$
end if	` '
Avanzar(itHostnames)	▷ O(1)
end while	, ,
Significado(diccCompus, min).indice = indice	$\triangleright O(n)$
\\ creo un iterador de la lista para eliminar el minimo que ya use	, ,
$itHostnames \leftarrow CrearIt(listaComp)$	▷ O(1)
$noElimine \leftarrow TRUE$	⊳ O(1)
while HaySiguiente(itHostnames) && noElimine do    ▷ se ejecuta a lo sumo n veces	⊳ O(n)
if Siguiente(itHostnames) == min then	$\triangleright O(L)$
EliminarSiguiente(itHostnames)	⊳ O(1)
$noElimine \leftarrow FALSE$	⊳ O(1)
end if	
Avanzar(itHostnames)	▷ O(1)
end while	` '
$indice \leftarrow indice + 1$	▷ O(1)
end while	` '
$res \leftarrow < Copiar(r), \ diccCompus, \ diccHostname, \ masEnvios, \ arrayCaminos > \triangleright \ O(Copiar(r))$	+ O(1) +
O(1) + O(1) + O(1)	. /
end function	

#### 

```
Algorithm 21 Implementación de AvanzarSegundo
  function IAVANZARSEGUNDO(inout d: estr dcnet)
      arreglo \leftarrow crearArreglo[\#Claves(d.computadoras)] \ de \ tupla(usado: \ bool, \ paquete: \ paquete, \ destino: \ paquete)
  string), donde paquete es tupla(IDpaquete: nat, prioridad: nat, origen: string, destino: string)
                                                    \triangleright O(n) para calcular cantidad de claves, O(1) para crearlo
      for (int i=0, < \#Claves(d.computadoras), i++) do
                                                                                        ⊳ el ciclo se hará n veces
         arreglo[i].usado = false
                                                                                                           \triangleright O(1)
      end for
  \\ Inicializo Iterador
      itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)
                                                                                                           \triangleright O(1)
     i \leftarrow 0
                                                             ▷ Ciclo 1: Desencolo y guardo en arreglo auxiliar.
      while (HaySiguiente(itCompu)) do
                                                                             ⊳ el ciclo se hará a lo sumo n veces
         if (¬(Vacia?(SiguienteSignificado(itCompu).cola))) then
                                                                                                           ▷ O(1)
  \\ Borro el de mayor priorirdad del heap:
             itPaquete \leftarrow Desencolar(SiguienteSignificado(itCompu).cola)
                                                                                                       \triangleright O(\log k)
  \\ Lo elimino del dicc AVL
             Borrar(SiguienteSignificado(itCompu).paquetesPorID, Siguiente(itPaquete).IDpaquete)
                                                                                                       \triangleright O(\log k)
  \\ Guardo el paquete en una variable
             paqueteDesencolado \leftarrow Siguiente(itPaquete)
                                                                                                           \triangleright O(1)
  \\ Lo elimino del conjunto lineal de paquetes
                                                                                                          \triangleright O(1)
             EliminarSiguiente(itPaquete)
  \\ Calculo proximo destino fijandome en la matriz
  \\ El origen lo tengo en O(1) en el significado del iterador de compus.
             origen \leftarrow (SiguienteSignificado(itCompu)).indice
                                                                                                           ▷ O(1)
  \ El destino lo obtengo en O(L) buscando por hostname el destino del paquete, y luego quardo el indice.
             itdestino \leftarrow Significado(d.porHostname, paqueteDesencolado.destino)
                                                                                                           \triangleright O(L)
             destino \leftarrow (SiguienteSignificado(itdestino)).indice
                                                                                                           ⊳ O(1)
             proxDest \leftarrow d.caminos[origen][destino][1]
                                                                                                           ▷ O(1)
  \\ Lo inserto en el arreglo junto con el destino sólo si el destino no era el final.
             if (proxDest \neq paqueteDesencolado.destino) then
                 arreglo[i] \leftarrow \langle true, paqueteDesencolado, proxDest \rangle
                                                                                                           ▷ O(1)
             end if
  \\ Aumento cantidad de envíos
             SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios ++
                                                                                                           ⊳ O(1)
  envios \leftarrow SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios
                                                                                                           ⊳ O(1)
             if (envios > SiguienteSIgnificado(d.conMasEnvios).cantEnvios) then
                                                                                                           ⊳ O(1)
                 d.conMasEnvios \leftarrow itCompu
             end if
         end if
  Avanzar(itCompu)
                                                                                                           \triangleright O(1)
         i++
      end while
```

```
▷ Ciclo 2: Encolo los paquetes del vector a sus destinos correspondientes.
   i \leftarrow 0
   \mathbf{while} HaySiguiente(itCompu) \mathbf{do}
                                                                               \trianglerightel ciclo se hará a lo sumo <br/>n veces
       \mathbf{if} \ \mathrm{arreglo[i].usado} \ \mathbf{then}
\\ Busco el proxDestino guardado en el arreglo por hostname.
           itdestino \leftarrow Significado(d.porHostname, arreglo[i].destino)
                                                                                                             \triangleright O(L)
\\ Agrego el paquete al conjunto de paquetes del prox destino.
           it paquete \leftarrow Agregar Rapido(Siguiente Significado(it destino).paquetes, \ arreglo[i].paquete)
                                                                                                              ▷ O(1)
\\ Encolo el heap del destino
           prioridad \leftarrow (arreglo[i].paquete).prioridad
           Encolar(SiguienteSignificado(itdestino).cola, prioridad, itpaquete)
                                                                                                          \triangleright O(\log k)
IDpaq \leftarrow (arreglo[i].paquete).IDpaquete
                                                                                                               ⊳ O(1)
                                                                                                          \rhd O(\log\,k)
           Definir(SiguienteSignificado(itdestino).paquetesPorID, IDpaq, itpaquete)
       end if
       i++
        Avanzar(itCompu)
    end while
                                                                                          > O( n * ( L + log(k) ) )
end function
```

Algorithm 22 Implementación de PaqueteEnTransito?	
function iPaqueteEnTransito?(in d: estr_dcnet, in p:IDpaquete)-	$\rightarrow$ res: bool
$res \leftarrow false$	▷ O(1)
$itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)$	▷ O(1)
while HaySiguiente(itCompu) && ¬res do	
$\triangleright$ a lo sumo n veces, la guarda es $\mathcal{O}(1)$	
$itPaq \leftarrow crearIt(siguienteSignificado(itCompu).paquetes)$	▷ O(1)
while (HaySiguiente(itPaq) && Siguiente(itPaq).id $\neq$ p) do	⊳ a lo sumo k veces, la guarda es
O(1)	
Avanzar(itPaq)	▷ O(1)
end while	
$\mathbf{if} \ \mathrm{Siguiente}(\mathrm{itPaq}) == \mathrm{p}) \ \mathbf{then}$	▷ O(1)
$res \leftarrow True$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end if	
Avanzar(itCompu)	▷ O(1)
end while	
end function	▷ O(n * k)

Algorithm 23 Implementación de LaQueMasEnvió	
function ILaQueMasEnvió(in d: estr_dcnet)→ res: hostname	
$res \leftarrow SiguienteClave(d.conMasEnvios)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	▷ O(1)

```
Algorithm 24 Implementación de ==
  function IIGUALDAD(in d1: estr dcnet, in d2: estr dcnet) \rightarrow res: bool
  \triangleright O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)
     res \leftarrow (d1.red == d2.red)
     if (res) then
                                                                                                   \triangleright O(1)
        itCompu \leftarrow crearIt(d1.computadoras)
                                                                                                   ⊳ O(1)
        string host
                                                                                                  ▷ O(1)
  \\ Recorro las computadoras
        while (HaySiguiente(itCompu) && res) do
                                                                     \triangleright itero O(n) veces, la guarda es O(1)
            host \leftarrow SiguienteClave(itCompu)
  res \leftarrow (enEspera(d1, host) == enEspera(d2, host) \&\&
  cantidadEnviados(d1,host) == cantidadEnviados(d2,host)
                                                                                                   \triangleright O(L)
            itpaq \leftarrow crearIt(SiguienteSignificado(itCompu).paquetes)
                                                                                                   ▷ O(1)
            int j \leftarrow 0
                                                                                                   ▷ O(1)
            nat id
                                                                                                  ▷ O(1)
  \\ Recorro paquetes de cada computadora
            while (HaySiguiente(itpaq) && res ) do
                                                                     ⊳ itero O(k) veces, la guarda es O(1)
               id \leftarrow Siguiente(itpaq).IDpaquete
                                                                                                  ▷ O(1)
  \rhd O(n * \log(k))
               res \leftarrow (caminoRecorrido(d1, id) == caminoRecorrido(d2, id))
               avanzar(itpaq)
                                                                                                   \triangleright O(1)
            end while
            avanzar (itCompu)
                                                                                                   ⊳ O(1)
         end while
     end if
                                                   \, \triangleright \, O(n^*n \, * \, ( \, \, L \, + \, n^*n \, + \, m \, + \, \log(k) \, \, ) \, + \, n^*(m^*m \, + \, L))
  end function
```

#### 3. Módulo AB

#### Interfaz

```
se explica con: AB(\sigma).
     géneros: ab(\sigma).
Operaciones
     NIL?(\mathbf{in}\ a: \mathbf{ab}(\sigma)) \rightarrow res: Bool
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
     Post \equiv \{res =_{obs} nil?(a)\}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Indica si el arbol está vacío.
     RAIZ(\mathbf{in}\ a: ab(\sigma)) \rightarrow res: \sigma
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg nil?(a)\}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{raiz}(\mathbf{a}) \}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Devulve el valor de la raiz del arbol.
     Aliasing: El valor se devuelve por referencia, res es modificable.
     IZQ(\mathbf{in}\ a: \mathtt{ab}(\sigma) \to res: \mathtt{ab}(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg nil?(a)\}
     Post \equiv \{ res =_{obs} vacio() \}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Devulve el subárbol izquierdo.
     Aliasing: El subA¡rbol se devuelve por referencia, res es modificable.
     SETEARIZQ(in/out a: ab(\sigma, in i: ab(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{nil?(a)}\}\
     \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} bin(i, raiz(a), der(a)) \}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Asigna i como nuevo subÃ;rbol izquierdo.
     DER(\mathbf{in} \ a : \mathtt{ab}(\sigma) \rightarrow res : \mathtt{ab}(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg nil?(a)\}\
     Post \equiv \{res =_{obs} vacio()\}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Devulve el subA;rbol derecho.
     Aliasing: El subárbol se devuelve por referencia, res es modificable.
     SETEARDER(in/out a: ab(\sigma, in d: ab(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg nil?(a)\}
     \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} bin(izq(a), raiz(a), d) \}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Asigna d como nuevo subÃ;rbol derecho.
     NIL() \rightarrow res : ab(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{nil}() \}
     Complejidad: O(1)
     Descripción: Devuelve un árbol binario vacio.
     BIN(\mathbf{in}\ i : ab(\sigma), \mathbf{in}\ d : ab(\sigma), \mathbf{in}\ a : \sigma) \to res : ab(\sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
```

```
 \begin{aligned} \mathbf{Post} &\equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{bin}(\mathrm{i},\mathrm{d},\mathrm{a}) \} \\ \mathbf{Complejidad:} & \mathrm{O}(\mathrm{copiar}(\sigma)) \\ \mathbf{Descripción:} & \mathrm{Crea} \text{ un árbol binario con raiz a, hijo derecho d e hijo izquierdo i.} \end{aligned}
```

### Representación

```
estr se representa con puntero (nodo(\sigma))
                     donde nodo (\alpha) es tupla(izq: ab(\sigma)
                                                                                                                            der: ab(\sigma)
                                                                                                                            valor: \sigma
 \\ 1: Si un elemento es el hijo (izquierdo o derecho) de otro, entonces no es el hijo de ningún otro
\\ 2: Si un elemento es hijo izquierdo de cierto elemento, no puede ser también el derecho
\\ Nos referimos a estr.primero al primer nodo del arbol.
              Rep: estr \rightarrow bool Rep(estr) \equiv true \iff
\setminus \setminus 1 ((\forall n_1, n_2, n_3 : nodo(\alpha, \sigma))((n_1 \in arbol(estr.primero) \land n_2 \in arbol(estr.primero) \land n_3 \in
arbol(estr.primero) \land (n_1 = n_2 \rightarrow izq \lor n_1 = n_2 \rightarrow der) \land n_2 \neq n_3) \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_1 \neq n_2 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_2 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_2 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_2 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_3 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_3 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_3 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow izq \land n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_3 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \neq n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der)) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_2 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_2 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_2 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_2 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_4 \neq n_3 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_4 \neq n_4 \rightarrow der) \land n_4 \Rightarrow_L (n_4 \Rightarrow n_4 \rightarrow der) \land 
n_1 \neq n_2 \rightarrow der
              Abs
                                                                                                                                                      : estr e \longrightarrow ab(\sigma)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            \{\operatorname{Rep}(e)\}
              Abs(e) \equiv a \mid nil?(a) = (e == NULL)
                                                          raiz(a) = e->valor
                                                          izq(a) = e->izq
                                                           der(a) e->der
              Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs
              arbol
                                                                                                                                                     : \operatorname{nodo}(\alpha \times \sigma) \longrightarrow \operatorname{conj}(\operatorname{nodo}(\alpha, \sigma))
              caminoHastaRaiz
                                                                                                                                                      : nodo(\alpha \times \sigma) \longrightarrow nat
              arbol(n) \equiv if \ n.izq \neq null \land n.der \neq null \ then
                                                                               Ag(n, arbol(n.izq) \cup arbol(n.der))
                                                                              if n.izq \neq null then
                                                                                          Ag(n, arbol(n.izq))
                                                                               else
                                                                                           if n.der \neq null then Ag(n, arbol(n.der)) else Ag(n, \emptyset) fi
                                                                 fi
              caminoHastaRaiz(n) \equiv if n.padre = null then 0 else caminoHastaRaiz(n.padre) + 1 fi
```

### Algoritmos

```
Algorithm 25 Implementación de nil?

function INIL?(in a: ab(\sigma)) \rightarrow res: bool

res \leftarrow a == \text{NULO})

end function
```

Algorithm 26 Implementación de raiz	
<b>function</b> IRAIZ(in a: $ab(\sigma)$ ) $\rightarrow$ res: $\sigma$	
$res \leftarrow a \rightarrow raiz$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	

Algorithm 27 Implementación de izq	
<b>function</b> IIzQ(in a: $ab(\sigma)$ ) $\rightarrow$ res: $ab(\sigma)$	
$res \leftarrow a \rightarrow izq$	$\triangleright O(1)$
end function	

Algorithm 28 Implementación de setearIzq	
function iSetearIzq(inout a: $ab(\sigma)$ , in i: $ab(\sigma)$ )	
$a \rightarrow izq \leftarrow i$	$\triangleright O(1)$
end function	

Algorithm 29 Implementación de der	
function IDER(in a: $ab(\sigma)$ ) $\rightarrow$ res: $ab(\sigma)$	
$res \leftarrow a \rightarrow der$	▷ O(1)
end function	

Algorithm 30 Implementación de setearDer	
<b>function</b> ISETEARDER(inout a: $ab(\sigma)$ , in d: $ab(\sigma)$ )	
$a \rightarrow der \leftarrow d$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end function	

Algorithm 31 Implementación de nil	
function INIL $\rightarrow$ res: ab( $\sigma$ )	
$res \leftarrow NULL$	$\triangleright O(1)$
end function	

### 4. Módulo Cola de Prioridad Logaritmica ( $\alpha$ )

#### Interfaz

vacía.

```
usa: TUPLA, NAT, BOOL, \alpha.
    se explica con: Cola de Prioridad Alternativa.
    géneros: colaLog(\alpha).
Operaciones de Cola de Prioridad _{HEAP}
    VACIA() \rightarrow res : colaLog(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{obs} \mathrm{vacia} \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea una cola vacia.
    VACIA?(in estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{vacia?}(estr)\}\
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Indica si la cola esta vacia.
    PROXIMO(in\ estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: tupla(nat, \alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg Vacia?(estr)\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} proximo(estr)\}\
    Complejidad: O(copiar(\alpha))
    Descripción: Devuelve una tupla que contiene al próximo elemento y su prioridad.
    ENCOLAR(in/out estr: colaLog(\alpha), in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{estr} = \mathbf{estr}_0 \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res \land \operatorname{estr} =_{obs} \operatorname{encolar}(\operatorname{estr}_0)\}
    Complejidad: O(log(n) + copiar(\alpha))
    Descripción: Crea un nuevo elemento con los parametros dados y lo agrega a la cola.
    DESENCOLAR(in/out estr: colaLog(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ estr = estr_0 \land \neg Vacia?(estr) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathbf{estr} =_{obs} \mathbf{desencolar}(estr_0) \land res =_{obs} proximo(estr_0) \}
    Complejidad: O(log(n) + copiar(\alpha) + borrar(\alpha))
    Descripción: Devuelve al elemento de mayor prioridad y lo remueve de la cola. La cola no debe estar
```

### **TAD** COLA DE PRIORIDAD ALTERNATIVA $(\alpha)$

```
géneros \operatorname{colaPrio}(\alpha)
```

exporta  $colaPrio(\alpha)$ , generadores, observadores

usa Bool, Nat, Tupla

#### observadores básicos

```
vacía? : colaPrior(\alpha) \longrightarrow bool
```

próximo :  $\operatorname{colaPrior}(\alpha) c \longrightarrow \operatorname{tupla}(nat, \alpha)$   $\{\neg \operatorname{vac\'ia?}(c)\}$  desencolar :  $\operatorname{colaPrior}(\alpha) c \longrightarrow \operatorname{colaPrior}(\alpha)$   $\{\neg \operatorname{vac\'ia?}(c)\}$ 

#### generadores

 $\begin{array}{ccc} \text{vac\'ia} & : & \longrightarrow & \text{colaPrior}(\alpha) \\ \text{encolar} & : & \text{nat} \times \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) & \longrightarrow & \text{colaPrior}(\alpha) \end{array}$ 

**axiomas**  $\forall c: \text{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$ 

vacía?(vacía)  $\equiv$  true vacía?(encolar(p, e, c))  $\equiv$  false

próximo(encolar(p, e, c))  $\equiv$  if vacía? $(c) \vee_{\mathbb{L}} \Pi_1(proximo(c)) < p$  then < p, e > else if  $\Pi_1(proximo(c)) = p$  then  $< p, e > \vee proximo(c)$  else proximo(c) fi

fi

$$\begin{split} \operatorname{desencolar}(\operatorname{encolar}(p,\,e,\,c)) & \equiv \mathbf{if} \quad \operatorname{vac}(a?(c) \quad \vee_{\scriptscriptstyle L} \quad \Pi_1(\operatorname{proximo}(c)) \\ & \Pi_1(\operatorname{proximo}(c)) & = p \ \mathbf{then} \ c \quad \vee \ \operatorname{encolar}(p,e,\operatorname{desencolar}(c) \ \mathbf{el-proximo}(c)) \end{split}$$

se encolar(p, e, desencolar(c) fi fi

#### Fin TAD

### Representación

```
colaLog(\alpha) se representa con estr_heap(\alpha)
    donde estr_heap(\alpha) es tupla(size: nat
                                arb: ab(\mathsf{tupla}(prio: \mathsf{nat}, valor: \alpha, padre: \mathsf{ab}(\alpha)))
\\ De aquí en adelante, para el rep y abs, por cuestiones de brevedad y legibilidad, se referirá al primer nodo
del arbol como estr.primero; al padre de cada nodo simplemente como nodo.padre; a el valor propiamente
dicho\ como\ nodo.valor\ y\ a\ cada\ nodo(tupla(nat,\ tupla(puntero(nodo\alpha),\ \alpha)))\ como\ nodo(\alpha).
\\ El invariante del árbol binario se sigue cumpliendo para arb
\\ \ 1: El tamaño del árbol (size) debe ser igual a la cantidad de nodos en el árbol
\\ 2: El primer elemento no tiene padre
\\ 3: Todos los nodos, con la excepción del primero, deben tener padre, y deben ser el hijo izquierdo o
(exclusivo) derecho de su padre (el invariante del árbol binario garantiza que ningún nodo pueda ser tanto el
hijo izquierdo como el derecho de su padre)
\\ 4: La prioridad del padre es menor o igual a la de los hijos
\\ 5: La altura del árbol es igual a uno más la parte entera del logaritmo de su tamaño (es decir que la altura
del \ arbol \ es \ O(log(n))
   Rep: estr heap(\alpha) \rightarrow bool
   Rep(estr) \equiv true \iff
n \lor (n.padre).der = n)))) \land
n.prio \leq (n.der).prio))) \land
1))
   Abs: estr heap(\alpha) e \to \text{colaPrio}(\alpha) \{ \text{Rep}(e) \}
Abs(e) \equiv c: colaPrio(\alpha) \mid (Vacia?(c) \iff e.primero == NULO) \land_L
   (\neg Vacia?(c) \Rightarrow Proximo(c) = \langle *(estr.primero)).prioridad, *(estr.primero)).valor > \land
   (\neg Vacia?(e) \Rightarrow Desencolar(e) = Desencolar(c))
\\ Las operaciones auxiliares utilizadas en la especificación del Rep y el Abs están detalladas en la Estructura
```

del Arbol Binario

# Algoritmos

Algorithm 33 Implementación de Vacia	
function IVACIA $\rightarrow$ res: colaLog( $\alpha$ )	
$\operatorname{res} \leftarrow \langle 0, \operatorname{nil}() \rangle$	$\triangleright O(1)$
end function	, ,
Algorithm 34 Implementación de Vacia?	
function IVACIA?(in $estr$ : estr_heap( $\alpha$ )) $\rightarrow res$ : bool	
$res \leftarrow nil?(estr.arb)$	$\triangleright O(1)$
end function	
Algorithm 35 Implementación de Próximo	
function PRÓXIMO(in $estr$ : $estr\_heap(\alpha)$ ) $\rightarrow res$ : $tupla(nat, \alpha)$	
$res \leftarrow < (raiz(estr.arb)).prio, (raiz(estr.arb)).valor>$	$\triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))$
end function	, - , ,,

```
Algorithm 36 Implementación de Encolar
   function IENCOLAR(in/out estr: estr_heap(\alpha), in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
        res \leftarrow true
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
        if nil?(estr.arb) then
             estr.ab \leftarrow bin(nil(), <prio, valor, nil()>, nil())
                                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
        else
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
             size++
                                                                                                                                                    ▷ O(1)
             x \leftarrow size
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
             y \leftarrow <>
             while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser
   un arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
                  y \leftarrow (x \% 2) \bullet y
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                  x \leftarrow x 2
                                                                                                                                                    ▷ O(1)
             end while
                                                                                                                                             \triangleright O(\log(n))
             y \leftarrow com(y)
             z \leftarrow estr.arb
                                                                                                                                                    ▷ O(1)
             y \leftarrow fin(y)
                                                                                                                                                    \triangleright O(1)
             while long(y) > 1 do
                                                                                                         \triangleright El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
                  z \leftarrow if prim(y) == 0 then izq(z) else der(z)
                                                                                                                                                    \triangleright O(1)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                  y \leftarrow fin(y)
             end while
             w \leftarrow bin(nil(), <prio, valor, z>, nil())
                                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
             if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                  setearIzq(z, w)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
             else
                  setearDer(z, w)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
             end if
             while w \neq \text{estr.abs} \land_L \pi_1(\text{raiz}(w)) > \pi_1(\text{raiz}(\pi_3(\text{raiz}(w)))) do
                                                                                                                  ejecuta el ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(log(n))
                  aux \leftarrow \pi_1(raiz(w))
                                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                  \pi_2(\text{raiz}(\mathbf{w})) \leftarrow \pi_2(\text{raiz}(\pi_3(\text{raiz}(\mathbf{w}))))
                                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                  \pi_2(\text{raiz}(\pi_3(\text{raiz}(\mathbf{w})))) \leftarrow \text{aux}
                                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                  aux2 \leftarrow \pi_1(raiz(w))
                                                                                                                                                    ▷ O(1)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                  \pi_1(\text{raiz}(\mathbf{w})) \leftarrow \pi_1(\text{raiz}(\pi_3(\text{raiz}(\mathbf{w}))))
                  \pi_1(\text{raiz}(\pi_3(\text{raiz}(w)))) \leftarrow \text{aux}2
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                                                                                                                                                    ⊳ O(1)
                  \mathbf{w} \leftarrow \pi_3(\mathrm{raiz}(\mathbf{w}))
             end while
        end if
   end function
```

```
Algorithm 37 Implementación de Desencolar
  function IDESENCOLAR(in/out estr: estr_heap(\alpha))\rightarrow res: \alpha
       res \leftarrow raiz(estr.arb)
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
       x \leftarrow size
                                                                                                                                            ▷ O(1)
       y \leftarrow <>
                                                                                                                                            ▷ O(1)
       while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser un
  arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
            y \leftarrow (x \% 2) \bullet y
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
            x \leftarrow x 2
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
       end while
                                                                                                                                     \triangleright O(\log(n))
       y \leftarrow com(y)
       z \leftarrow \text{estr.arb}
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
       y \leftarrow fin(y)
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
       while long(y) > 1 do
                                                                                                   \triangleright El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
            z \leftarrow if prim(y) == 0 then izq(z) else der(z)
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
                                                                                                                                            ▷ O(1)
            y \leftarrow fin(y)
       end while
                                                                                                                                 \triangleright O(copiar(\alpha))
       w \leftarrow bin(nil(), <prio, valor, nil()>, nil()>
       raiz(w).padre \leftarrow z
                                                                                                                                            ▷ O(1)
       if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
            setearIzq(z, w)
                                                                                                                                            ▷ O(1)
       else
            setearDer(z, w)
                                                                                                                                            ▷ O(1)
       end if
       (raiz(estr.arb)).valor \leftarrow raiz(z).valor
                                                                                                                                 \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
       (raiz(estr.arb)).prio \leftarrow raiz(z).prio
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
       borrar(z)
                                                                                                                                \triangleright O(borrar(\alpha))
       z \leftarrow estr.arb
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
       size-
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
       while (izq(z) \neq null \lor der(z) \neq null) \land_L raiz(z).prio < minPrio(izq(z), der(z)) do  \triangleright La cantidad de
  veces que se ejecuta el ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(log(n))
   \\ minPrio devuelve la mínima prioridad entre los nodos si ambos punteros son validos, o la prioridad
   apuntada por el puntero no nulo en caso de que alguno no lo sea
            if der(z) == null \lor_L raiz(izq(z)).prio \ge raiz(der(z)).prio then
                                                                                                                                            ▷ O(1)
                 aux \leftarrow raiz(z).valor
                                                                                                                                 \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                 raiz(z).valor \leftarrow raiz(izq(z)).valor
                                                                                                                                 \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                 raiz(izq(z)).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                 \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                 aux2 \leftarrow raiz(z).prio
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
                 raiz(z).prio \leftarrow raiz(izq(z)).prio
                                                                                                                                            ▷ O(1)
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
                 raiz(izq(z)).prio \leftarrow aux2
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
                 z \leftarrow izq(z)
            else
                                                                                                                                 \triangleright O(copiar(\alpha))
                 aux \leftarrow raiz(z).valor
                 raiz(z).valor \leftarrow raiz(der(z)).valor
                                                                                                                                 \triangleright O(\operatorname{copiar}(\alpha))
                                                                                                                                 \triangleright O(copiar(\alpha))
                 raiz(der(z)).valor \leftarrow aux
                 aux2 \leftarrow raiz(z).prio
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
                 raiz(z).prio \leftarrow raiz(der(z)).prio
                                                                                                                                            \triangleright O(1)
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
                 raiz(der(z)).prio \leftarrow aux2
                 z \leftarrow der(z)
                                                                                                                                            ⊳ O(1)
            end if
       end while
  end function
```

### 5. Módulo Diccionario Universal $(\sigma)$

#### Interfaz

```
se explica con: Diccionario(STRING, \sigma).
    géneros: diccUniv(\kappa, \sigma).
Operaciones
    DEFINIDA(in d: diccUniv(STRING, \sigma), in c: STRING) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    Post \equiv \{res =_{obs} def?(c,d)\}
    Complejidad: O(L), donde L es la cantidad de caracteres de la clave más grande.
    Descripción: Indica si la clave dada está definida en el diccionario.
    SIGNIFICADO(in d: diccUniv(STRING, \sigma), in c: STRING) \rightarrow res: \sigma
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
    Post \equiv \{res =_{obs} obtener(c,d)\}
    Complejidad: O(L)
    Descripción: Devuelve el significado asociado a la clave dada.
    Aliasing: Devuelve al significado por alias.
    	ext{VACIO}() 	o res: 	ext{diccUniv}(	ext{STRING}, \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    Post \equiv \{res =_{obs} vacio()\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea un diccionario vacío.
    DEFINIR(in/out d: diccUniv(STRING,\sigma), in c: STRING, in s: \sigma) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg def?(c,d) \land d=d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d = definir(c, d_0)\}\
    Complejidad: O(L) + O(copiar(\sigma))
    Descripción: Agrega la clave al diccionario, asociándole el significado dado como parámetro. res indica
    si la clave ya estaba definida.
    BORRAR(in/out d: diccUniv(STRING,\sigma), in c: STRING) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0\}
    Post \equiv \{d=borrar(c,d_0)\}
    Complejidad: O(L) + O(borrar(\sigma))
    Descripción: Borra la clave dada y su significado del diccionario. res indica si la clave estaba definida
    (su valor es true en caso de estarlo).
    \mathtt{CLAVES}(\mathbf{in}\ d: \mathtt{diccUniv}(\mathtt{STRING}, \sigma)) 	o res: \mathtt{conj}(\mathtt{STRING})
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{claves(d)} \}
    Complejidad: O(n*L), donde n es la cantidad de claves.
    Descripción: Devuelve el conjunto de las claves del diccionario.
```

\\ Diseño provisto por la cátedra.

### 6. Módulo Diccionario Logaritmico $(\kappa, \sigma)$

### Interfaz

```
usa: Bool, Nat.
     se explica con: DICCIONARIO(\kappa, \sigma).
     géneros: diccLog(\kappa, \sigma).
Operaciones
     DEFINIDO?(in d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa) \rightarrow res: Bool
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} def?(c,d) \}
     Complejidad: O(log(n) * comparar(\kappa))
     SIGNIFICADO(in d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa) \rightarrow res: \sigma
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{obtener}(\mathrm{c,d}) \}
     Complejidad: O(log(n) * comparar(\kappa) + copiar(\sigma))
     VACIO() \rightarrow res : diccLog(\kappa, \sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{vacio}() \}
     Complejidad: O(1)
     DEFINIR(in/out d: diccLog(\kappa, \sigma), in c: \kappa, in s: \sigma)
     \mathbf{Pre} \equiv \{\neg def?(c,d) \land d=d_0\}
     \mathbf{Post} \equiv \{d = definir(c, d_0)\}\
     Complejidad: O(log(n))
     BORRAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ d: \mathbf{diccLog}(\kappa, \sigma), \mathbf{in}\ c : \kappa)
     \mathbf{Pre} \equiv \{ def?(c,d) \wedge d = d_0 \}
     \mathbf{Post} \equiv \{d = borrar(c, d_0)\}\
```

Complejidad:  $O(log(n) * comparar(\kappa) + max(borrar(\kappa), borrar(\sigma)) + max(copiar(\kappa), copiar(\sigma)))$ 

### Representación

```
diccLog se representa con estr: ab(clave: \kappa, nivel: nat, significado: \sigma)
```

```
\\ De aquí en adelante, para el rep y abs, por cuestiones de brevedad y legibilidad se referirá al primer elemento del árbol binario (arb.primero) simplemente como primero; al nivel de cada nodo (nodo.prio.nivel) como nodo.nivel; a la clave de cada nodo (nodo.prio.clave) como nodo.clave; al significado de cada nodo (nodo.valor) como nodo.significado; a cada nodo (tupla(\kappa, nat), \sigma) como nodo(\kappa, \sigma.
```

\\ La estructura utilizada para representar al diccionario Logaritmico es un AA tree. Es un tipo de ABB auto-balanceado que provee busqueda, insercion y borrado en tiempo logaritmico. Los AA trees son similares a los Red-Black Trees, pero solo pueden tener hijos derechos "rojos" (en vez de utilizar un valor booleano de color, usan un valor entero de nivel; los hijos "rojos" son los que tienen mismo nivel que sus padres), lo que reduce considerablemente la cantidad de operaciones necesarias para mantener el arbol.

```
\\ Rep en castellano:
\\ Se sigue cumpliendo el invariante del Árbol Binario
\\ 1: Las claves de todos los elementos del sub-árbol izquierdo de un nodo son menores que la suya. Las claves de todos los elementos del sub-árbol derecho de un nodo son mayores que la suya.
\\ 2: El nivel de toda hoja es 1.
\\ 3: El nivel de cada hijo izquierdo es exactamente 1 menos que el de su padre.
\\ 4: El nivel de cada hijo derecho es igual o 1 menos que el de su padre.
\\ 5: El nivel de cada nieto derecho (hijo derecho del hijo derecho de un nodo) es estrictamente menor que el de su abuelo.
\\ 6: Cada nodo con nivel (estrictamente) mayor a 1 tiene dos hijos.
```

```
\begin{aligned} \operatorname{Rep}(e) &\equiv \operatorname{true} \iff \\ &\setminus 1 \ ((\forall n_1, n_2 : nodo(\kappa, \sigma))( \ n_1 \in arbol(e) \land \ n_2 \in arbol(e) \Rightarrow_L \ (n_1 \in arbol(n_2.izquierdo) \Rightarrow n_1.clave < n_2.clave) \land \ (n_1 \in arbol(n_2.derecho) \Rightarrow n_1.clave > n_2.clave) \land \\ &\setminus 2 \ ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))( \ n \in arbol(e) \land n.izquierdo = NULO \land n.derecho = NULO \Rightarrow n.nivel = 1) \land \\ &\setminus 3 \ ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))( \ n \in arbol(e) \land n.izquierdo \neq NULO \Rightarrow (n.izquierdo).nivel = n.nivel - 1) \land \\ &\setminus 4 \ ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))( \ n \in arbol(e) \land n.derecho \neq NULO \Rightarrow ((n.derecho).nivel = n.nivel - 1 \lor (n.derecho).nivel = n.nivel)) \land \\ &\setminus 5 \ ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))( \ n \in arbol(e) \land n.derecho \neq NULO \land_L \ (n.derecho).derecho \neq NULO \Rightarrow_L \ ((n.derecho).derecho).nivel < n.nivel) \land \\ &\setminus 6 \ ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))( \ n \in arbol(e) \land n.nivel > 1 \Rightarrow (n.izquierdo \neq NULO \land n.derecho \neq NULO) \end{aligned}
\text{Abs: } estrd \rightarrow dicc(\kappa, \sigma) \ \{\text{Rep}(d) \ \}
\text{Abs}(d) \equiv c: \operatorname{dicc}(\kappa, \sigma) \ \{\text{Rep}(d) \ \}
\text{Abs}(d) \equiv c: \operatorname{dicc}(\kappa, \sigma) \ \{(\forall k : \kappa)( \ k \in claves(c) \Rightarrow (\exists n : estr(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \land n.clave = k)) \land ((\forall n : nodo(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \Rightarrow n.clave \in claves(c)))) \land_L
```

 $(\forall n : nodo(\kappa, \sigma))(n \in arbol(d) \Rightarrow obtener(c, n.clave) =_{obs} n.significado)$ 

### Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs

```
\begin{array}{l} \text{arbol: } puntero(nodo(\kappa\,\sigma)) \to conj(puntero(nodo(\kappa,\sigma))) \\ \text{arbol(n)} &\equiv \text{ if } n.izq \neq null \land n.der \neq null \text{ then} \\ &\quad \text{Ag}(\&n,arbol(n.izq) \cup arbol(n.der)) \\ \text{else} &\quad \text{ if } n.izq \neq null \text{ then} \\ &\quad \text{Ag}(\&n,arbol(n.izq)) \\ &\quad \text{else} &\quad \text{ if } n.der \neq null \text{ then } \text{Ag}(\&n,arbol(n.der)) \text{ else } \text{Ag}(\&n,\emptyset) \text{ fi} \\ &\quad \text{ fi} \end{array}
```

### Algoritmos

end function

```
Algorithm 38 Implementación de Definido?
  function iDefinido?(in d: estr , in c: \kappa)\rightarrow res: bool
   \\ Búsqueda estándar en un ABB
       nodoActual \leftarrow d
                                                                                                                           ⊳ O(1)
       res \leftarrow FALSE
                                                                                                                           \triangleright O(1)
       while ¬nil?(nodoActual) && ¬res do
                                                            ▶ El ciclo se ejecuta en el peor caso una cantidad de veces
  igual a la altura del arbol. Al ser auto-balanceado, su altura siempre sera O(\log(n))
           if \pi_1(\text{raiz}(\text{nodoActual})) == c then
                                                                                                             \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
               res \leftarrow TRUE
                                                                                                                           \triangleright O(1)
           else
               if c < \pi_1(raiz(nodoActual)) then
                                                                                                             \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
                   nodoActual \leftarrow izq(nodoActual)
                                                                                                                           ▷ O(1)
               else
                   nodoActual \leftarrow der(nodoActual)
                                                                                                                           ▷ O(1)
               end if
           end if
       end while
  end function
Algorithm 39 Implementación de Significado
  function ISIGNIFICADO(in d: estr , in c: \kappa)\rightarrow res: \sigma
   \\ Búsqueda estándar en un ABB
       nodoActual \leftarrow d
                                                                                                                           ▷ O(1)
       while ¬nil?(nodoActual) && ¬res do
                                                                   \triangleright El ciclo se ejecuta en el peor caso O(\log(n)) veces.
           if \pi_1(\text{raiz}(\text{nodoActual})) == c \text{ then}
                                                                                                             \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
               res \leftarrow \pi_3(raiz(nodoActual))
                                                     \triangleright O(copiar(\sigma)). Esta operacion solo se ejecuta una vez (implica
   ¬guarda del ciclo que la contiene).
           else
               if c < \pi_1(raiz(nodoActual)) then
                                                                                                             \triangleright O(\operatorname{comparar}(\kappa))
                   nodoActual \leftarrow izq(nodoActual)
                                                                                                                           ⊳ O(1)
               else
                                                                                                                           ⊳ O(1)
                   nodoActual \leftarrow der(nodoActual)
               end if
           end if
       end while
```

#### Algorithm 40 Implementación de Vacio

```
function IVACIO\rightarrow res: estr

res \leftarrow nil() \triangleright O(1)

end function
```

```
Algorithm 41 Implementación de Definir
```

```
function IDEFINIR(inout d: estr., in c: \kappa, in s: \sigma)
\\ Si ya se llego a una hoja, se inserta el nuevo elemento
    if nil?(d) then
                                                                                                                   ▷ O(1)
        res \leftarrow \langle c, NULO, NULO, s, 1 \rangle
                                                                                      \triangleright O(\max(\text{copiar}(\kappa), \text{copiar}(\sigma)))
\\ Se busca la posicion correspondiente al nuevo nodo (antes de rebalancear el arbol).
    else if c < \pi_1(raiz(d)) then
                                                                                                       \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
        setearIzq(d, iDefinir(izquierdo(d), c, s)) > En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(log(n)).
    else if c > \pi_1(raiz(d)) then
                                                                                                      \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
        setearDer(d, iDefinir(d.derecho,c,s))
                                                    ▷ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(log(n)).
    end if
\\ Se tuerce y divide el arbol en cada nivel, rebalanceandolo.
    d \leftarrow Torsion(d)
                                                                                                                   ⊳ O(1)
    d \leftarrow Division(d)
                                                                                                                   ⊳ O(1)
end function
```

#### Algorithm 42 Implementación de Torsion

```
function ITORSION(in d: estr)\rightarrow res: estr
\\ Si el nodo tiene un hijo izquierdo del mismo nivel se debe realizar una rotacion para restaurar el
invariante.
    if nil?(d) \parallel nil?(izq(d)) then
                                                                                                                     \triangleright O(1)
        res \leftarrow d
                                                                                                                     \triangleright O(1)
    else
\\ El hijo izquierdo de mismo nivel pasa a ser el padre del nodo derecho. El hijo derecho del nodo izquierdo
pasa a ser el hijo izquierdo del nodo derecho.
       if \pi_2(\text{raiz}(\text{izq}(d))) == \pi_2(d) then
                                                                                                                     ▷ O(1)
            nodoAux \leftarrow izq(d)
                                                                                                                     ⊳ O(1)
            setearIzq(d, der(nodoAux))
                                                                                                                     ▷ O(1)
            setearDer(nodoAux, d)
                                                                                                                     ▷ O(1)
            res \leftarrow nodoAux
                                                                                                                     ▷ O(1)
       else
            res \leftarrow d
                                                                                                                     \triangleright O(1)
       end if
    end if
```

end function

```
Algorithm 43 Implementación de Division
   \mathbf{function} \ \mathtt{iDivision}(\mathrm{in} \ \mathrm{d} \colon \mathrm{estr}) {\rightarrow} \ \mathrm{res} \colon \mathrm{estr}
   \\ Si hay dos hijos derechos del mismo nivel que el padre se debe realizar una rotacion para restaurar el
       if nil?(d) \parallel nil?(der(d)) \parallel nil?(der(der(d))) then
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
            res \leftarrow d
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
       else
   \\ El primero hijo derecho pasa a ser el padre, con un nivel mas. Su hijo izquierdo pasa a ser el hijo
   derecho de su padre original.
            if (d.derecho.derecho).nivel == d.nivel then
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
                 nodoAux \leftarrow der(d)
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
                 setearDer(d, izq(nodoAux))
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
                 setearIzq(nodoAux, d)
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
                 \pi_2(\text{raiz}(\text{nodoAux})) \leftarrow \pi_2(\text{raiz}(\text{nodoAux})) + +
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
                 res \leftarrow nodoAux
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
            else
                 res \leftarrow d
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
            end if
       end if
   end function
```

```
Algorithm 44 Implementación de Borrar
  function IBORRAR(inout d: estr, in c: \kappa)
       if nil?(d) then
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
           endFunction\\
  \\ Se busca recursivamente la posicion del elemento a borrar mediante una busqueda estandar en ABB.
       else if c > \pi_1(raiz(d)) then
                                                                                                                    \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
           setearDer(d, iBorrar(der(d), c))
                                                              ▷ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
  cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(\log(n)).
       else if c < \pi_1(raiz(d)) then
                                                                                                                    \triangleright O(\text{comparar}(\kappa))
           setearIzq(d, iBorrar(izq(d), c))
                                                              ⊳ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
  cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es O(log(n)).
  \\ Si el elemento a borrar es una hoja, simplemente se lo borra.
       else if nil?(izq(d)) \wedge nil?(der(d)) then
                                                                                                                                   ▷ O(1)
                                                                                                  \triangleright O(\max(borrar(\kappa), borrar(\sigma)))
           borrar(d)
           d \leftarrow NULO
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
  \\ Si el elemento a borrar no es una hoja, se reduce al caso hoja.
       else if nil?(izq(d)) then
                                                                                                                                  ▷ O(1)
  \\ Se busca el sucesor del elemento (bajando una vez por la rama izquierda y luego por la derecha hasta
  encontrar una hoja).
           aux \leftarrow der(d)
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
           while \neg nil?(izq(aux)) do
                                                                       \triangleright En el peor caso el ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces.
                aux \leftarrow izq(aux)
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
           end while
  \\ Se hace un swap y se elimina el elemento.
           setearDer(d, iBorrar(\pi_1(raiz(aux)), der(d)))
           \pi_1(\text{raiz}(d)) \leftarrow \pi_1(\text{raiz}(\text{aux}))
                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\kappa))
           \pi_3(\text{raiz}(d)) \leftarrow \pi_3(\text{raiz}(\text{aux}))
                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\sigma))
  \\ Se busca el predecesor del elemento (bajando una vez por la rama derecha y luego por la izquierda hasta
  encontrar una hoja).
           aux \leftarrow izq(d)
                                                                                                                                   ▷ O(1)
           while \neg nil?(der(aux)) do
                                                                       \triangleright En el peor caso el ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces.
                aux \leftarrow der(aux)
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
           end while
  \ Se hace un swap y se elimina el elemento.
           setearIzq(d, iBorrar(\pi_1(raiz(aux)), izq(d)))
           \pi_1(\text{raiz}(d)) \leftarrow \pi_1(\text{raiz}(\text{aux}))
                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\kappa))
           \pi_3(\text{raiz}(d)) \leftarrow \pi_3(\text{raiz}(\text{aux}))
                                                                                                                        \triangleright O(\operatorname{copiar}(\sigma))
       end if
  \\ Se nivela, divide y tuerce para restaurar el invariante.
       d \leftarrow Nivelar(T)
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
       d \leftarrow Torsion(T)
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
       if \neg nil?(der(d)) then
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
           setearDer(der(d), Torsion(der(der(d)))
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
       end if
       d \leftarrow Division(T)
                                                                                                                                   ▷ O(1)
       setearDer(d, Division(der(d))
                                                                                                                                   ▷ O(1)
       res \leftarrow d
                                                                                                                                   ▷ O(1)
  end function
  procedure Nivelar(inout d: estr)
       nivel correcto \leftarrow \min(\pi_2(\text{raiz}(\text{izq}(d))), \pi_2(\text{raiz}(\text{der}(d)))) + 1
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
       if nivel correcto \langle \pi_2(\text{raiz}(d)) \text{ then }
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
           \pi_2(\text{raiz}(d)) \leftarrow \text{nivel correcto}
                                                                                                                                   ⊳ O(1)
           if nivel_correcto <\pi_2(\text{raiz}(\text{der}(d))) then
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
                \pi_2(\text{raiz}(\text{der}(\text{d}))) \leftarrow \text{nivel correcto}
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
           end if
       end if
  end procedure
```