Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico Número 2 DCNet

Grupo: 21

Integrante	LU	Correo electrónico
Alvarez, Lautaro Leonel	268/14	lautarolalvarez@gmail.com
Maddonni, Axel Ezequiel	200/14	axel.maddonni@gmail.com
Thibeault, Gabriel Eric	114/13	grojo94@hotmail.com
Vigali, Leandro Ezequiel	951/12	leandrovigali@yahoo.com.ar

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. N	Módulo Red	3
2. N	Módulo DCNet	10
3. N	Módulo Cola de Prioridad $_{HEAP}$ (α)	18
4. N	Módulo Diccionario $_{TRIE}$ ($lpha$)	23
5. N	Módulo Diccionario $_{AVL}$ (κ, σ)	2 4

usa: $CONJ(\alpha)$, $ITCONJ(\alpha)$, $LISTA(\alpha)$, $ITLISTA(\alpha)$.

1. Módulo Red

Interfaz

```
se explica con: RED.
    géneros: red.
Operaciones de Red
    Computadoras(in r: red) \rightarrow res: conj (hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    Complejidad: O(n)
    Descripción: devuelve el conjunto de las computadoras.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    CONECTADAS?(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, \text{dameCompu}(c1), \text{dameCompu}(c2))\}\
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: indica si las computadoras estan conectadas por alguna de sus interfaces.
    INTERFAZUSADA(in r: red, in c1: hostname, in c2: hostname) \rightarrow res: interfaz
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{conectadas}?(r, \operatorname{dameCompu}(c1), \operatorname{dameCompu}(c2)) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ interfazUsada}(r, dameCompu}(c1), dameCompu}(c2))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve la interfaz por la cual estan conectadas c1 y c2.
    INICIARRED() \rightarrow res: red
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{iniciarRed}()\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: crear una nueva Red.
    AGREGARCOMPU(in/out \ r: red, in \ c1: compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land (\forall c: \mathbf{compu}) \ c \in \mathbf{computadoras}(r_0) \Rightarrow \mathbf{ip}(c) \neq c1\}
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c1)\}\
    Complejidad: O(L+i) i=cantidad de interfaces
    Descripción: agregar una computadora a la Red.
    Aliasing: la computadora se agrega por copia.
    CONECTAR(in r: red, in c_1: hostname, in i_1: interfaz in c_2: hostname, in i_2: interfaz)
    \mathbf{Pre} \equiv \{r = r_0 \land c_1, c_2 \in \mathrm{dameHostnames}(\mathrm{computadoras}(r)) \land c_1 \neq c_2 \land c_1 \}
                                                      dameCompu(c_2)) \land ¬usaInterfaz?(r,
    \negconectadas?(r, dameCompu(c_1),
                                                                                                               dameCompu(c_1),
    i_1) \land \negusaInterfaz?(r, \text{dameCompu}(c_2), i_2) \land i_1 \in \text{dameCompu}(c_1).interfaces \land i_2 \in
    dameCompu(c_2).interfaces
    \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} (\operatorname{conectar}(r_0, \operatorname{dameCompu}(c_1), i_1, \operatorname{dameCompu}(c_2), i_2)\}
    Descripción: conectar dos computadoras de la red.
    VECINOS(in r: red, in c: hostname) \rightarrow res: conj(hostname)
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{vecinos}(r, \mathbf{dameCompu}(c)))\}
    Complejidad: O(n*L)
```

Descripción: da el conjunto de computadoras vecinas.

Aliasing: el conjunto se devuelve por copia.

 $\texttt{USAInterfaz}?(\textbf{in}\ r\colon \texttt{red},\ \textbf{in}\ c\colon \texttt{hostname},\ \textbf{in}\ i\colon \texttt{interfaz}) \to res\ : \texttt{bool}$

 $\begin{aligned} \mathbf{Pre} &\equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\} \\ \mathbf{Post} &\equiv \{res =_{obs} \text{usaInterfaz}?(r, \text{dameCompu}(c), i)\} \end{aligned}$

Complejidad: O(n)

Descripción: indica si la interfaz está siendo utilizada.

```
\texttt{CaminosMinimos}(\textbf{in }r : \texttt{red}, \textbf{in }c_1 : \texttt{hostname}, \textbf{in }c_2 : \texttt{hostname}) \rightarrow res : \texttt{conj}(\texttt{lista(hostname)})
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathsf{dameCaminosdeHostnames}(\mathsf{caminosMinimos}(r, \mathsf{dameCompu}(c_1), \mathsf{dameCompu}(c_2)))\}
    Complejidad: O(n*L)
    Descripción: devuelve los conjuntos de caminos minimos entre las computadoras ingresadas.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    \operatorname{HAYCAMINO}(\operatorname{in} r : \operatorname{red}, \operatorname{in} c_1 : \operatorname{hostname}, \operatorname{in} c_2 : \operatorname{hostname}) \to res : \operatorname{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{c1, c2 \in \mathbf{dameHostnames}(\mathbf{computadoras}(r))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ hayCamino?}(r, \text{dameCompu}(c_1), \text{dameCompu}(c_2))\}
    Complejidad: O(n*n)
    Descripción: indica si las computadoras son alcanzables mediante algún camino.
    \bullet == \bullet (\mathbf{in} \ r_1 : \mathbf{red}, \ \mathbf{in} \ r_2 : \mathbf{red}) \to res : \mathbf{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (r_1 =_{obs} r_2)\}
    Complejidad: O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)
    Descripción: indica si dos redes son iguales.
    donde:
hostname es string.
interfaz es nat,
compu es tupla < ip: hostname, interfaces: conj(interfaz) >.
    Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)
TAD RED EXTENDIDA
                        Red
      extiende
      otras operaciones
         damehostnames
                                                     : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
         dameCompu
                                                     : red r \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                                                                   \{s \in \text{hostnames}(r)\}
         auxDameCompu
                                                     : red r \times \text{hostname } s \times \text{conj(compu) } cc \longrightarrow \text{compu}
                                                                                  \{s \in \text{hostnames}(r) \land cc \subset \text{computadoras}(r)\}
         dameCaminosDeHostnames
                                                     : conj(secu(compu)) \longrightarrow conj(secu(hostname))
         dameSecuDeHostnames
                                                     : secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)
                        \forall r: red, \forall cc: conj(compu), \forall s: hostname, \forall cs: conj(secu(compu)), \forall secu: secu(compu)
         dameHostnames(cc) \equiv if vacio?(cc) then
                                         else
                                              Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
                                         fi
         dameCompu(r, s) \equiv auxDameCompu(r, s, computadoras(r))
         \operatorname{auxDameCompu}(r, s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                                     dameUno(cc)
                                                else
                                                     \operatorname{auxDameCompu}(r, s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
                                                fi
```

```
\begin{array}{lll} \operatorname{dameCaminosDeHostnames}(cs) & \equiv & \operatorname{if} \ \operatorname{vacio?}(cs) \ & \operatorname{then} \\ & \emptyset \\ & \operatorname{else} \\ & \operatorname{Ag}( & \operatorname{dameSecuDeHostnames}(\operatorname{dameUno}(cs)), \\ & \operatorname{dameCaminosDeHostnames}(\sin\operatorname{Uno}(cs)) \ ) \\ & \operatorname{fi} \\ & \operatorname{dameSecuDeHostnames}(secu) & \equiv & \operatorname{if} \ \operatorname{vacia?}(secu) \ & \operatorname{then} \\ & & <> \\ & \operatorname{else} \\ & & \operatorname{ip}(\operatorname{prim}(secu)) \ \bullet \ \operatorname{dameSecuDeHostnames}(\operatorname{fin}(secu)) \\ & \operatorname{fi} \end{array}
```

Fin TAD

Representación

```
red se representa con estr_red
   donde:
estr_red es dicc(hostname, datos)
     donde datos es tupla(interfaces: conj(interfaz)
                             conexiones: dicc(interfaz, hostname)
                             alcanzables: dicc(dest: hostname, caminos: conj(lista(hostname))) )
   hostname es string, interfaz es nat.
   Rep : estr red
                         \longrightarrow bool
   Rep(e) \equiv true \iff (\forall c: hostname, c \in claves(e))
               \\ \( \lambda \) claves(obtener(e, c).conexiones) \( \subseteq \text{ obtener}(e, c).interfaces \) \\
               (\forall i: interfaz, i \in claves(obtener(e, c).conexiones))
               \\ 2 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \in claves(e) \land
               \\ 3 obtener(obtener(e, c).conexiones, i) \neq c \land
               c).conexiones, i) == obtener(obtener(e, c).conexiones, i') \land
               \\ 5 (\forall h: hostname) ( h == \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i':\text{int}) \text{ obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i)
               h).conexiones, i') == c) \land
               \\ 6 claves(obtener(e, c).alcanzables \subseteq claves(e) \land
               (\forall a: \text{hostname}, a \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}) (
               \setminus \setminus \mathcal{S} (\exists s: \text{secu(host name)}) esCaminoVálido(c, a, s) \land
                \\ 9 #obtener(obtener(e, c).alcanzables, a) > 0 \land_L
               (\forall \ camino: secu(hostname), \ camino \in obtener(obtener(e, c).alcanzables, a)
               \\ 10 esCaminoVálido(c, a, camino) \land
               \\ 11 \neg(\exists \ camino': \ secu(hostname), \ camino \neq \ camino', \ esCaminoVálido(c, \ a, \ camino'))
               long(camino') < long(camino) \land
               long(camino == long(camino')) (camino' \notin obtener(obtener(e, c).alcanzables, a))
```

La abreviatura esCaminoValido usada en el Rep se debe leer: (no son funciones, son abreviaturas para hacer más fácil la lectura)

```
\begin{split} esCaminoValido\left(orig, dest, secu\right) &\equiv (\text{prim}(secu) == orig \land \\ &(\forall i: \text{nat}, \ 0 < i < \text{long}(secu) \ ) \text{ esVecino } (secu[i], secu[i+1]) \land \\ &secu\left[\text{long}(secu)\text{-}1\right] == dest \land \\ &\text{sinRepetidos}(secu) \ ) \end{split} Con esVecino\left(h1, \ h2\right) \equiv (\exists \ i: \text{interfaz}) \ h2 == \text{obtener } (\text{obtener}(e, \ h1).\text{conexiones}, \ i) \end{split}
```

```
Para cada computadora:
1: Las interfaces usadas pertenecen al conjunto de interfaces de la compu.
2: Los vecinos perteneces a las computadoras de la red.
3: Los vecinos son distintos a la compu actual.
4: Los vecinos no se repiten.
5: Las conexiones son bidireccionales.
6: Los alcanzables pertenecen a las computadoras de la red.
7: Los alcanzables son distintos a la actual.
8: Los alcanzables tienen un camino válido hacia ellos desde la actual.
9: Para cada alcanzable, el conjunto de camiinos válidos no es vacío.
10: Todos los caminos en el diccionario alcanzables son válidos.
11: Los caminos son mínimos.
12: Están todos los mínimos.
   Abs : estr red e \longrightarrow red
                                                                                                           \{\operatorname{Rep}(e)\}
   Abs(e) \equiv r \mid computadoras(r) = dameComputadoras(e) \wedge_L
               (\forall c1, c2: compu, c1, c2 \in computadoras(r)) conectadas?(r, c1, c2) = (\exists i: interfaz) (c2.ip = (\exists i: interfaz))
               obtener(obtener(e, c1.ip).conexiones, i) \land L
               interfazUsada(r, c1, c2) = buscarClave (obtener(e, c1.ip).conexiones, c2.ip)
   Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en abs
   dameComputadoras
                               : dicc(hostname;X)
                                                                                                 \longrightarrow conj(computadoras)
   auxDameComputadoras : dicc(hostname;X) \times conj(hostname)
                                                                                                 → conj(computadoras)
   buscarClave
                                                                                                 \longrightarrow interfaz
                               : dicc(interfaz; hostname) \times hostname
   auxBuscarClave
                               : dicc(interfaz;hostname) \times hostname \times conj(interfaz)
                                                                                                 \longrightarrow interfaz
                  \forall e: dicc(hostname, X), \forall d: dicc(interfaz, hostname), \forall cc: conj(hostname), \forall ci:
   axiomas
                  conj(interfaz), \forall h: hostname
   dameComputadoras(e) \equiv auxDameComputadoras(e, claves(e))
   auxDameComputadoras(e, cc) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cc) \mathbf{then}
                                             Ø
                                         else
                                                                                            dameUno(cc)).interfaces>,
                                                      <dameUno(cc),
                                                                            obtener (e,
                                             auxDameComputadoras(e, sinUno(cc)))
   buscarClave(d, h) \equiv auxBuscarClave(d, h, claves(d))
   \operatorname{auxBuscarClave}(d, h, ci) \equiv \mathbf{if} \operatorname{obtener}(d, \operatorname{dameUno}(cc)) = h \mathbf{then}
                                       dameUno(cc)
                                   else
                                      auxBuscarClave(d, h, sinUno(ci))
```

fi

Algoritmos

```
Algorithm 1 Implementación de Computadoras
  function ICOMPUTADORAS(in r: estr red)\rightarrow res: conj(hostname)
                                                                                                                          ⊳ O(1)
       it \leftarrow crearIt(r)
       res \leftarrow Vacio()
                                                                                                                          ⊳ O(1)
                                                                  ⊳ conjunto
       while HaySiguiente(it) do
                                                 \triangleright Guarda: O(1)
                                                                              ⊳ El ciclo se ejecuta n veces
                                                                                                                          \triangleright O(n)
           Agregar(res, SiguienteClave(it))
                                                                                                                          \triangleright O(1)
           Avanzar(it)
                                                                                                                          \triangleright O(1)
       end while
  end function
                                                                                                                         \triangleright O(n)
Algorithm 2 Implementación de Conectadas?
  function ICONECTADAS? (in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: bool
                                                                                                                          ⊳ O(n)
       it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
       res \leftarrow FALSE
                                                                                                                          ⊳ O(1)
       while HaySiguiente(it) && \neg \text{res do} \triangleright \text{Guarda: } O(1) \triangleright \text{El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces} \triangleright O(n)
           if SiguienteClave(it)==c2 then
                                                                                                                          \triangleright O(L)
               res \leftarrow TRUE
           end if
                                                                                                                          \triangleright O(1)
           Avanzar(it)
       end while
  end function
                                                                                                                      ▷ O(n*L)
Algorithm 3 Implementación de InterfazUsada
  function IINTERFAZUSADA (in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname) → res: interfaz
       it \leftarrow CrearIt(significado(r,c1).conexiones)
                                                                                                                          ⊳ O(n)
                                            \triangleright Guarda: O(1)
       while HaySiguiente(it) do
                                                                    \triangleright El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                                          \triangleright O(n)
           if SiguienteSignificado(it)==c2 then
                                                                                                                          \triangleright O(L)
               res \leftarrow SiguienteClave(it)
                                                                    ⊳ nat por copia
                                                                                                              \triangleright O(\text{copiar}(\text{nat}))
           end if
           Avanzar(it)
                                                                                                                          \triangleright O(1)
       end while
                                                                                                                      ⊳ O(n*L)
   end function
```

```
Algorithm 4 Implementación de IniciarRed
  function IINICIARRED()\rightarrow res: estr red
      res \leftarrow Vacio()
                                                         ▶ Diccionario
                                                                                                             ⊳ O(1)
  end function
                                                                                                            ⊳ O(1)
Algorithm 5 Implementación de AgregarCompu
  function IAGREGARCOMPU(inout r: estr red, in c1: compu)
      nuevoDiccVacio \leftarrow Vacio()
                                                                 ▶ Diccionario
                                                                                                             ⊳ O(1)
      DefinirRapido(r, c1.ip, tupla(Copiar(c1.interfaces), nuevoDiccVacio, nuevoDiccVacio))
  O(Copiar(sL) + Copiar(conj(interfaz)) con sL=string de largo L
  end function
                                                                  \triangleright O(L + i) con i=cantidad de interfaces
Algorithm 6 Implementación de Conectar
  function ICONECTAR (inout r: estr red, in c1: hostname)
  end function
Algorithm 7 Implementación de Vecinos
  function IVECINOS (inout r: estr red, in c1: hostname) \rightarrow res: conj(hostname)
      it \leftarrow CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)
                                                                                                    \triangleright \mathrm{O}(1) + \mathrm{O}(\mathrm{n})
      res \leftarrow Vacio()
                                                           ▶ Conjunto
                                                                                                             \triangleright \mathrm{O}(1)
      while HaySiguiente(it) do
                                     \triangleright Guarda: O(1)
                                                            ⊳ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces
                                                                                                             \triangleright O(n)
         AgregarRapido(res, SiguienteSignificado(it))
                                                                                                            \triangleright O(L)
         Avanzar(it)
                                                                                                             ⊳ O(1)
      end while
                                                                                                         > O(n*L)
  end function
Algorithm 8 Implementación de UsaInterfaz
  function IUSAINTERFAZ(in r: estr red, in c: hostname, in i: interfaz)→ res: bool
      res \leftarrow Definido?(Significado(r,c).conexiones,i)
                                                                                           \triangleright O(\text{comparar}(\text{nat})^*\text{n})
  end function
Algorithm 9 Implementación de Caminos Minimos
  function ICAMINOSMINIMOS(in r:
                                              estr red,
                                                           in c1: hostname,
                                                                                    _{
m in}
                                                                                         c2:
                                                                                               hostname) \rightarrow
  conj(lista(hostname))
      itCaminos \leftarrow crearIt(Significado(Significado(r,c1).alcanzables, c2))
                                                                                                 \triangleright O(1) + O(L*n)
      res \leftarrow Vacio()
                                                           ▷ Conjunto
                                                                                                             ⊳ O(1)
      while HaySiguiente(itCaminos) do
          AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))
                                                                                                             \triangleright O(1)
          Avanzar (it Caminos)
                                                                                                             ⊳ O(1)
      end while
  end function
                                                                                                         ▷ O(n*L)
Algorithm 10 Implementación de HayCamino?
  function iHayCamino?(in r: estr red, in c1: hostname, in c2: hostname)→ res: bool
      res \leftarrow Definido?(Significado(r,c1).alcanzables, c2)
                                                                                                          > O(n*n)
                                                                                                         ▷ O(n*n)
  end function
```

⊳ O(1)

```
Algorithm 11 Implementación de ==
  function IIGUALDAD (in r1: estr red, in r2: estr red) \rightarrow res: bool
      res \leftarrow TRUE
                                                                                                         \triangleright \mathrm{O}(1)
      if \neg(\#\text{Claves}(r1) = \#\text{Claves}(r2)) then
                                                                                          \triangleright O(comparar(nat))
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                         ⊳ O(1)
      else
         itRed1 \leftarrow CrearIt(r1)
                                                                                                         \triangleright O(1)
         while HaySiguiente(itRed1) && res do
                                                        \triangleright Guarda: O(1)
                                                                              ⊳ Se ejecuta n veces
                                                                                                        \triangleright O(n)
  \\ Recorro la red 1 y me fijo para cada una de sus computadoras
             if ¬(Definido?(r2, SiguienteClave(itRed1)) then
                                                                                                      \triangleright O(L*n)
  \ Si no estA; definido su hostname en la red 2 =>las redes son distintas
                res \leftarrow FALSE
                                                                                                         \triangleright O(1)
             else
                 Compu2 \leftarrow Significado(r2,SiguienteClave(itRed1))
                                                                                                      \triangleright O(L*n)
                Compu1 \leftarrow SiguienteSignificado(itRed1)
                                                                                                         \triangleright O(1)
  \\ Tomo las computadoras de red 1 y red 2 con el mismo hostname y las comparo
                if \neg(Comp1.interfaces == Comp2.interfaces) then
                                                                             \triangleright O(m*m) con m=cantidad de
  interfaces
  \ Si\ sus\ interfaces\ son\ distintas\ => las\ redes\ son\ distintas
                    res \leftarrow FALSE
                                                                                                         ⊳ O(1)
                end if
                if \neg(Comp1.conexiones == Comp2.conexiones) then
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                         \triangleright O(1)
                end if
                if \neg(\#\text{Claves}(\text{Compu1.alcanzables}) = \#\text{Claves}(\text{Compu2.alcanzables})) then
  res \leftarrow FALSE
                                                                                                         \triangleright O(1)
                else
                    itAlc1 \leftarrow CrearIt(Compu1.alcanzables)
                                                                                                         \triangleright O(1)
                    while HaySiguiente(itAlc1) && res do
                                                                 ⊳ se ejecuta a lo sumo n−1 veces
                                                                                                        \triangleright O(n)
  \\ Para cada alcanzable de la computadora de la red 1
                       if ¬(Definido?(Comp2.alcanzables, SiguienteClave(itAlc1))) then
                                                                                                        \triangleright O(m)
  \\ Si no está definida en los alcanzables de la compu de la red 2 =>las redes son distintas
                           res \leftarrow FALSE
                        else
                           Caminos1 \leftarrow SiguienteSignificado(itAlc1)
                                                                                                         \triangleright \mathrm{O}(1)
                           Caminos2 \leftarrow Significado(Comp2.alcanzables, itAlc1)
                                                                                                        \triangleright O(n)
  \\ Me guardo los 2 conjuntos de caminos (de la compu de la red 1 y la de la red 2)
                           if \neg(\text{Longitud}(\text{Caminos1}) == \text{Longitud}(\text{Caminos2})) then \triangleright O(\text{comparar}(\text{nat}))
  res \leftarrow FALSE
                           else
                               itCaminos1 \leftarrow CrearIt(Caminos1)
                                                                                                         ⊳ O(1)
                               while HaySiguiente(itCaminos1) && res do
  \\ Para cada camino en el conjunto de caminos de la compu de la red 1
  itCaminos2 \leftarrow CrearIt(Caminos2)
                                                                                                         \triangleright O(1)
                                  noEncontro \leftarrow TRUE
                                                                                                         \triangleright O(1)
                                  while HaySiguiente(itCaminos2) && noEncontro do
  \\ Busco que el camino de la compu de la red 1 esté en la compu de la red 2
                                      if Siguiente(itCaminos2) == Siguiente(ItCaminos1) then
                                          noEncontro \leftarrow FALSE
                                      end if
                                      Avanzar(itCaminos2)
                                                                                                         ⊳ O(1)
                                  end while
                                  if noEncontro then
                                                                                                         \triangleright O(1)
 \\ Si no encontr\(\delta\) alguno =>las redes son distintas
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales FALSE 11/27 end if
                                                                                  Universidad de Buenos Aires
```

Avanzar (it Caminos1)

end while

2. Módulo DCNet

Interfaz

```
usa: RED, CONJ(\alpha), ITCONJ(\alpha), LISTA(\alpha), ITLISTA(\alpha), DICC_{TRIE}(\kappa, \sigma), DICC_{AVL}(\kappa, \sigma),
CONJ_{HEAP}(\alpha), ITCONJ_{HEAP}(\alpha).
         se explica con: DCNET.
         géneros: dcnet.
Operaciones de DCNet
         \operatorname{Red}(\mathbf{in}\ d\colon \mathtt{dcnet}) 	o res: \mathtt{red}
         \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
         \mathbf{Post} \equiv { \{ alias(res =_{obs} red(d)) \} }
         Descripción: devuelve la red asociada.
         Aliasing: res no es modificable.
         CAMINORECORRIDO (in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: lista (hostname)
         \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{IDpaqueteEnTransito?}(d, p) \}
         \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ dameSecuDeHostnames}(\operatorname{caminoRecorrido}(d, \operatorname{damePaquete}(p)))\}
         Descripción: devuelve el camino recorrido desde el origen hasta el actual.
         Aliasing: res se devuelve por copia.
         CantidadEnviados(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: nat
         \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
         \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{cantidadEnviados}(d, \operatorname{dameCompu}(c))\}
         Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por la computadora.
         ENESPERA(in d: dcnet, in c: hostname) \rightarrow res: conj(paquete)
         \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}
         \mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{obs} \operatorname{enEspera}(d, \operatorname{dameCompu}(c))) \}
         Descripción: devuelve los paquetes en la cola de la computadora.
         Aliasing: res no es modificable.
         INICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: dcnet
         \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
         \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{iniciarDCNet}(r)\}\
         Descripción: crea una nueva Denet.
         Aliasing: la red se agrega por copia.
         CREARPAQUETE(in/out d: dcnet, in p: paquete)
         \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0 \land \neg ( (\exists p': paquete) (paqueteEnTransito?(d, p') \land id(p') = id(p)) \land (p, p') \land (p', p') \land 
         \operatorname{origen}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_L \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(d))
         \operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p)
         \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \mathbf{crearPaquete}(d_0, p)\}\
         Descripción: agrega un paquete a la red.
         Aliasing: el paquete se agrega por copia.
         AVANZARSEGUNDO(in/out d: dcnet)
         \mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0\}
         \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{avanzarSegundo}(d_0)\}\
         Descripción: realiza los movimientos de paquetes correspondientes, aplicando los cambios necesarios a
         PAQUETEENTRANSITO? (in d: dcnet, in p: IDpaquete) \rightarrow res: bool
         \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
```

```
Post \equiv \{res =_{obs} IDpaqueteEnTransito?(d, p)\}
    Descripción: indica si el paquete esta en alguna de las colas dado el ID.
    LaQueMasEnvio(in d: dcnet) \rightarrow res: hostname
    \mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{true}\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{laQueMasEnvio}(d).ip\}
    Descripción: devuelve la computadora que más paquetes envió.
    Aliasing: res se devuelve por copia.
    ullet = ullet (\mathbf{in} \ d_1 : \mathtt{dcnet}, \ \mathbf{in} \ d_2 : \mathtt{dcnet}) 
ightarrow res : \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (d_1 =_{obs} d_2)\}
    Descripción: indica si dos denet son iguales.
    donde:
hostname es string,
interfaz es nat,
IDpaquete es nat,
compu es tupla<ip: hostname, interfaces: conj(interfaz)>,
paquete es tupla<id: IDpaquete, prioridad: nat, origen: hostname, destino: hostname >.
    Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz
TAD DCNET EXTENDIDA
                      DCNET
     extiende
     otras operaciones
     (no exportadas)
                                                  : conj(compu) \longrightarrow conj(hostname)
        damehostnames
        dameCompu
                                                  : dcnet d \times \text{hostname } s \longrightarrow \text{compu}
                                                                           \{s \in \mathsf{dameHostnames}(\mathsf{computadoras}(\mathsf{red}(d)))\}
                                                  : hostname s \times \text{conj(compu)} cc \longrightarrow \text{compu}
        auxDameCompu
        dameSecuDeHostnames
                                                  : secu(compu) \longrightarrow secu(hostname)
                                                  : dcnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{bool}
        IDpaqueteEnTransito?
        damePaquete
                                                  : dcnet d \times \text{IDpaquete } p \longrightarrow \text{paquete}
                                                                                                \{IDpaqueteEnTransito?(d,p)\}
        dameIDpaquetes
                                                  : conj(paquete) \longrightarrow conj(IDpaquete)
                      \forall d: dcnet, \forall s: hostname, \forall p: IDpaquete, \forall cc: conj(compu), , \forall secu: secu(compu), \forall cp:
     axiomas
                      conj(paquete),
        dameHostnames(cc) \equiv if \ vacio?(cc) \ then
                                      else
                                          Ag(ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)))
        dameCompu(d, s) \equiv auxDameCompu(s, computadoras(red((d))))
        \operatorname{auxDameCompu}(s, cc) \equiv \operatorname{if} \operatorname{ip}(\operatorname{dameUno}(cc)) = s \operatorname{then}
                                              dameUno(cc)
                                          else
                                              \operatorname{auxDameCompu}(s, \sin \operatorname{Uno}(cc))
                                          fi
```

```
\operatorname{dameSecuDeHostnames}(secu) \; \equiv \; \operatorname{if} \; \operatorname{vacia?}(secu) \; \operatorname{then} \\ <> \; \operatorname{else} \\ \operatorname{ip}(\operatorname{prim}(secu)) \bullet \operatorname{dameSecuDeHostnames}(\operatorname{fin}(secu)) \; \operatorname{fi} \\ \operatorname{IDpaqueteEnTransito?}(d, p) \; \equiv \; \operatorname{auxIDpaqueteEnTransito}(d, \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)), p) \\ \operatorname{auxIDpaqueteEnTransito}(d, cc, p) \; \equiv \; \operatorname{if} \; \operatorname{vacio?}(cc) \; \operatorname{then} \\ \operatorname{false} \\ \operatorname{else} \\ \operatorname{else} \\ \operatorname{auxIDpaqueteS(enEspera(\operatorname{dameUno}(cc)))} \; \operatorname{then} \\ \operatorname{true} \\ \operatorname{else} \\ \operatorname{auxIDpaqueteEnTransito}(d, \operatorname{sinUno}(cc), p) \\ \operatorname{fi} \\ \operatorname{fi} \\ \operatorname{dameIDpaquetes}(cp) \; \equiv \; \operatorname{if} \; \operatorname{vacio?}(cp) \; \operatorname{then} \\ \emptyset \; \\ \operatorname{else} \\ \operatorname{Ag}(\; \operatorname{id}(\operatorname{dameUno}(cp)), \; \operatorname{dameIDpaquetes}(\operatorname{sinUno}(cp)) \;) \\ \operatorname{fi} \\ \operatorname{
```

Fin TAD

Representación

```
dcnet se representa con estr_dcnet
 donde estr_dcnet es tupla(red: red
                              computadoras: dicc(hostname, X)
                              porHostname: dicc_{TRIE} (hostname, itDicc(hostname, X))
                              conMasEnvios: itDicc(hostname, X)
                                            arreglo_dimensionable de arreglo_dimensionable de
                              caminos:
                              lista(hostname) )
 donde X es tupla(indice: nat
                   paquetes: conj(paquete)
                   cola: conj_{HEAP}(itConj(paquete))
                   paqPorID: dicc_{AVL} (IDpaquete, itConj(paquete))
                   cantEnvios: nat )
Rep
                                 : estr dcnet \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff ....
                                 : estr dcnet d \longrightarrow dcnet
Abs
                                                                                              \{\operatorname{Rep}(d)\}
Abs(d) \equiv \dots
```

Algoritmos

```
Algorithm 12 Implementación de Red
  function IRED(in d: estr_dcnet)\rightarrow res: Red
       res \leftarrow d.red
  end function
Algorithm 13 Implementación de CaminoRecorrido
  function ICAMINORECORRIDO(in d: estr_dcnet, in p: IDPaquete) \rightarrow res: lista(hostname)
       itCompu \leftarrow CrearIt(d.computadoras)
                                                                                                                            ⊳ O(1)
       yaEncontrado \leftarrow FALSE
                                                                                                                            ⊳ O(1)
       while HaySiguiente(itCompu) && \negyaEncontrado do \triangleright Guarda: O(1) \triangleright Se repite a lo sumo n veces \triangleright
  O(n)
           if Definido? (Siguiente Significado (it Compu). paqPorID, p) then
                                                                                                                      \triangleright O(\log(k))
               paquete ← Significado(SiguienteSignificado(itCompu).paqPorID, p)
                                                                                                                            \triangleright O(1)
               yaEncontrado \leftarrow TRUE
                                                                                                                            \triangleright O(1)
           else
               Avanzar(itCompu)
                                                                                                                            \triangleright O(1)
           end if
       end while
      res \leftarrow caminos[Significado(d.computadoras, \pi3(paquete)).indice][SiguienteSignificado(itCompu).indice]
  \triangleright O(1) + O(n) + O(1)
  end function
Algorithm 14 Implementación de paquetes enviados
  \overline{\textbf{function}} \ \overline{\text{CANTIDADENVIADOS}}(\textbf{in} \ d \colon \texttt{estr\_dcnet}, \ \textbf{in} \ c \colon \texttt{hostname}) \rightarrow res: \ nat
       it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)
                                                                                                                           \triangleright O(L)
       res \leftarrow SiguienteSignificado(it).cantEnvios
                                                                                                                            \triangleright O(1)
  end function
```

```
Algorithm 15
  \textbf{function} \ \texttt{IENESPERA}(\textbf{in} \ d \colon \texttt{estr\_dcnet}, \ \textbf{in} \ c \colon \texttt{hostname}) {\rightarrow} \ res : estr
       it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)
                                                                                                                           \triangleright O(L)
       res \leftarrow SiguienteSignificado(it).paquetes
                                                                                                                            ⊳ O(1)
  end function
Algorithm 16 Implementación de iniciarDCNet
  function IINICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: estr dcnet
       res.red \leftarrow r

⊳ Hay que copiar Red?O(copy(r))

       diccCompus \leftarrow Vaco()
                                                                                                                            \triangleright O(1)
       diccHostname \leftarrow Vaco()
                                                                                                                            ⊳ O(1)
       index \leftarrow 0
                                                                                                                            ⊳ O(1)
       itHostname \leftarrow CrearIt(Computadoras(r))
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
       res.conMasEnvos \leftarrow Siguiente(itHostname)
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
       while HaySiguiente(itHostname) do
                                                                                                     \triangleright O(\#Computadoras(r))
           X \leftarrow < index, Vaco(), Vaco(), Vaco(), 0 >
                                                                                                       \triangleright O(n) segun el apunte
           itX \leftarrow Definir(diccCompus, Siguiente(itHostname), X)
                                                                                         \triangleright O(copy(Siguiente(itHostname) +
  copy(X)
           Definir(diccHostname, Siguiente(itHostname), itX)
                                                                                         ▷ O(copy(Siguiente(itHostname) +
  copy(X)
           index \leftarrow index + 1
                                                                                                                            \triangleright O(1)
           Avanzar(itHostname)
                                                                                                                            \triangleright O(1)
       end while
       res.computadoras \leftarrow diccCompus
                                                                                                                            \triangleright O(1)
                                                                                                                            \triangleright O(1)
       res.porHostaname \leftarrow diccHostname
       n \leftarrow \#Claves(diccCompus)
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
       arrayCaminos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                                                            \triangleright O(n)
       itPC \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
       itPC2 \leftarrow CrearIt(diccCompus)
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
       while HaySiguiente(itPC) do
                                                                                                                            ⊳ O(1)
           arrayDestinos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                                                            ⊳ O(n)
           while HaySiguiente(itPC2) do
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
               itConj \leftarrow CaminosMinimos(r, SiquienteClave(itPC), SiquienteClave(itPC2))
                                                                                                                         ▷ O(???)
               if HaySiguiente(itConj) then
                                                                                                                            \triangleright O(1)
                   arrayDestinos[SiquienteSiqnificado(itPC2).indice] \leftarrow Siquiente(itConj)
                                                                                                                      ⊳ el apunte
  dice que no es modificable O(1)
                   arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice] \leftarrow Vaco
                                                                                                      \triangleright es necesario esto?O(1)
               end if
               Avanzar(itPC2)
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
           end while
           arrayCaminos[SiguienteSignificado(itPC).indice] \leftarrow arrayDestinos
                                                                                                                            \triangleright O(1)
                                                                                                                            \triangleright O(1)
           Avanzar(itPC)
       end while
       res.caminos \leftarrow arrayCaminos
                                                                                                                            \triangleright \mathrm{O}(1)
  end function
Algorithm 17
  function CrearPaquete(in/out d: estr_dcnet, in p: paquete)
       itPC \leftarrow Significado(d.porHostname, paquete.origen)
                                                                                                                           \triangleright O(L)
       itPaq \leftarrow Agregar(SiguienteSignificado(itPC).paquetes, p)
                                                                                                                    \triangleright O(copy(p))
       Encolar(SiguienteSignificado(itPC).cola, p.prioridad, itPaq)
                                                                                          \triangleright O(\log(n)), n cantidad de nodos)
       Definir(SiguienteSignificado(itPC).paquetesPorID, IDpaquete, itPaq) \triangleright O(\log(n)), n cantidad de
  nodos
  end function
```

Algorithm 18 Implementación de PaqueteEnTransito?	
function iPaqueteEnTransito?(in d: estr_dcnet, in p:IDpaquete)-	\rightarrow res: bool
$res \leftarrow false$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itCompu) && ¬res do	
\triangleright a lo sumo n veces, la guarda es $\mathrm{O}(1)$	
$itPaq \leftarrow crearIt(siguienteSignificado(itCompu).paquetes)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while (HaySiguiente(itPaq) && Siguiente(itPaq).id \neq p) do	⊳ a lo sumo k veces, la guarda es
O(1)	
Avanzar(itPaq)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while	
$\mathbf{if} \; \mathrm{Siguiente}(\mathrm{itPaq}) == \mathrm{p}) \; \mathbf{then}$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$res \leftarrow True$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
${f end}$ if	
$\operatorname{Avanzar}(\operatorname{it}\operatorname{Compu})$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end while	
end function	

Algorithm 19 Implementación de LaQueMasEnvió

```
 \begin{array}{c} \textbf{function} \ \text{ILaQUEMasEnvio}(in \ d: estr\_dcnet) \rightarrow res: \ hostname \\ res \leftarrow SiguienteClave(d.conMasEnvios) \\ \textbf{end function} \end{array}
```

```
Algorithm 20 Implementación de AvanzarSegundo
  function IAVANZARSEGUNDO(inout d: estr dcnet)
     arreglo ← crearArreglo[#Claves(d.computadoras)] de tupla(usado: bool, paquete: paquete, destino:
  string), donde paquete es tupla(IDpaquete: nat, prioridad: nat, origen: string, destino: string)
                                                  ▷ O(n) para calcular cantidad de claves, O(1) para crearlo
     for (int i=0, < \#Claves(d.computadoras), i++) do
                                                                                    ⊳ el ciclo se hará n veces
         arreglo[i].usado = false
                                                                                                      ⊳ O(1)
     end for
  \\ Inicializo Iterador
     itCompu \leftarrow crearIt(d.computadoras)
                                                                                                      \triangleright O(1)
     i \leftarrow 0
                                                          ⊳ Ciclo 1: Desencolo y guardo en arreglo auxiliar.
     while (HaySiguiente(itCompu)) do
                                                                         ⊳ el ciclo se hará a lo sumo n veces
         if (¬(Vacia?(SiguienteSignificado(itCompu).cola))) then
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Borro el de mayor priorirdad del heap:
            itPaquete ← Desencolar(SiguienteSignificado(itCompu).cola)
                                                                                                  \triangleright O(\log k)
  \\ Lo elimino del dicc AVL
            Borrar(SiguienteSignificado(itCompu).paquetesPorID, Siguiente(itPaquete).IDpaquete)
                                                                                                  \triangleright O(\log k)
  \\ Guardo el paquete en una variable
            paqueteDesencolado \leftarrow Siguiente(itPaquete)
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Lo elimino del conjunto lineal de paquetes
            EliminarSiguiente(itPaquete)
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Calculo proximo destino fijandome en la matriz
  \\ El origen lo tengo en O(1) en el significado del iterador de compus.
            origen \leftarrow (SiguienteSignificado(itCompu)).indice
                                                                                                      ▷ O(1)
  itdestino ← Significado(d.porHostname, paqueteDesencolado.destino)
                                                                                                      \triangleright O(L)
            destino \leftarrow (SiguienteSignificado(itdestino)).indice
                                                                                                      ⊳ O(1)
            proxDest \leftarrow d.caminos[origen][destino][1]
                                                                                                      \triangleright O(1)
  \\ Lo inserto en el arreglo junto con el destino sólo si el destino no era el final.
            if (proxDest \neq paqueteDesencolado.destino) then
                arreglo[i] \leftarrow \langle true, paqueteDesencolado, proxDest \rangle
                                                                                                      \triangleright O(1)
            end if
  \\ Aumento cantidad de envíos
            SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios ++
                                                                                                      ⊳ O(1)
  envios \leftarrow SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios
                                                                                                      ⊳ O(1)
            if (envios > SiguienteSIgnificado(d.conMasEnvios).cantEnvios) then
                                                                                                      ⊳ O(1)
                d.conMasEnvios \leftarrow itCompu
            end if
         end if
  \\ Avanzo de computadora
         Avanzar(it Compu)
                                                                                                      \triangleright \mathrm{O}(1)
         i++
     end while
```

```
▷ Ciclo 2: Encolo los paquetes del vector a sus destinos correspondientes.
   i \leftarrow 0
   while HaySiguiente(itCompu) do
                                                                     ⊳ el ciclo se hará a lo sumo n veces
      if arreglo[i].usado then
itdestino \leftarrow Significado(d.porHostname, arreglo[i].destino)
                                                                                                \triangleright O(L)
\\ Agrego el paquete al conjunto de paquetes del prox destino.
          itpaquete \leftarrow AgregarRapido(SiguienteSignificado(itdestino).paquetes, arreglo[i].paquete)
                                                                                                ⊳ O(1)
\\ Encolo el heap del destino
          prioridad \leftarrow (arreglo[i], paquete).prioridad
          Encolar(SiguienteSignificado(itdestino).cola, prioridad, itpaquete)
                                                                                            \triangleright O(\log k)
IDpaq \leftarrow (arreglo[i].paquete).IDpaquete
                                                                                                 ⊳ O(1)
          Definir(SiguienteSignificado(itdestino).paquetesPorID, IDpaq, itpaquete)
                                                                                             \triangleright O(\log k)
      end if
      i++
      Avanzar(it Compu)
   end while
end function
```

```
Algorithm 21 Implementación de ==
  function IIGUALDAD(in d1: estr dcnet, in d2: estr dcnet) → res: bool
  res \leftarrow (d1.red == d2.red)
                                                                                                 ▷ O(???)
     if (res) then
                                                                                                   ⊳ O(1)
        itCompu \leftarrow crearIt(d1.computadoras)
                                                                                                   \triangleright \mathrm{O}(1)
        string host
                                                                                                  \triangleright O(1)
  \\ Recorro las computadoras
        while (HaySiguiente(itCompu) && res) do
                                                                     \triangleright itero O(n) veces, la guarda es O(1)
            host \leftarrow SiguienteClave(itCompu)
                                                                                                  \triangleright O(1)
  res \leftarrow (enEspera(d1, host) == enEspera(d2, host) \&\&
  cantidadEnviados(d1,host) == cantidadEnviados(d2,host))
                                                                                                 ▷ O(???)
            itpaq \leftarrow crearIt(SiguienteSignificado(itCompu).paquetes)
                                                                                                   \triangleright O(1)
            int j \leftarrow 0
                                                                                                   \triangleright O(1)
            nat id
                                                                                                  ▷ O(1)
  \\ Recorro paquetes de cada computadora
            while (HaySiguiente(itpaq) && res ) do
                                                                     \triangleright itero O(k) veces, la guarda es O(1)
               id \leftarrow Siguiente(itpaq).IDpaquete
                                                                                                  \triangleright O(1)
  res \leftarrow (caminoRecorrido(d1, id) == caminoRecorrido(d2, id))
                                                                                                 ▷ O(???)
               avanzar(itpaq)\\
                                                                                                   \triangleright \mathrm{O}(1)
            end while
            avanzar (itCompu)
                                                                                                   ⊳ O(1)
        end while
     end if
 end function
```

3. Módulo Cola de Prioridad $_{HEAP}$ (α)

Interfaz

```
usa: TUPLA, NAT, BOOL, \alpha.
    se explica con: Cola de Prioridad Alternativa.
    géneros: heap.
Operaciones de Cola de Prioridad HEAP
    VACIA() \rightarrow res: heap
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{obs} \mathrm{vacia} \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea una cola vacia.
    VACIA? (in estr: heap) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ vacia?}(estr)\}\
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Indica si la cola esta vacia.
    ENCOLAR(in/out estr: heap, in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{estr} = \mathbf{estr}_0 \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res \land \operatorname{estr} =_{obs} \operatorname{encolar}(\operatorname{estr}_0)\}
    Complejidad: O(log(n))
    Descripción: Crea un nuevo elemento con los parametros dados y lo agrega a la cola.
    DESENCOLAR(in/out\ estr: heap) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{estr} = estr_0 \land \neg Vacia?(estr) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathbf{estr} =_{obs} \mathbf{desencolar}(estr_0) \land res =_{obs} proximo(estr_0) \}
    Complejidad: O(log(n))
    Descripción: Devuelve al elemento de mayor prioridad y lo remueve de la cola. La cola no debe estar
    vacía.
TAD COLA DE PRIORIDAD ALTERNATIVA(\alpha)
      géneros
                       colaPrio(\alpha)
     exporta
                       colaPrio(\alpha), generadores, observadores
      igualdad observacional
                         (\forall c_1, c_2 : colaPrio(\alpha))(c_1 =_{obs} c_2 \iff (\forall n : nat) \ conjPorPrio(c_1, n) =_{obs})
                         (conjPorPrio(c_2, n))
                       BOOL, NAT, CONJUNTO(\alpha)
      usa
      observadores básicos
        prioridades : colaPrio(\alpha)
                                                              \longrightarrow \operatorname{conj}(nat)
        conjPorPrio : colaPrio(\alpha) \times nat
                                                              \longrightarrow \operatorname{conj}(\alpha)
        próximo
                          : colaPrio(\alpha) c
                                                                                                               \{\neg\emptyset?(\operatorname{prioridades}(c))\}
                                                              \longrightarrow \alpha
```

generadores

vacía.

 $\longrightarrow \operatorname{colaPrio}(\alpha)$

```
: \operatorname{colaPrio}(\alpha) \times \operatorname{nat} \times \alpha \longrightarrow \operatorname{colaPrio}(\alpha)
   encolar
                       : colaPrio(\alpha) c
                                                              \longrightarrow colaPrio(\alpha)
                                                                                                                      \{\neg\emptyset?(\operatorname{prioridades}(c))\}
   desencolar
otras operaciones
   próximaPrio : colaPrio(\alpha)
                                                               \longrightarrow nat
   \maxConjunto: conjunto(nat) C
                                                              \longrightarrow nat
                   \forall c: colaPrio(\alpha), \forall n, p: nat, \forall val: \alpha, \forall conj: conj(nat)
axiomas
   próximaPrio(c) \equiv maxConjunto(prioridades(c))
   \max \text{Conjunto}(conj) \equiv \text{if } \emptyset?(\text{conj}) \text{ then } 0 \text{ else if } \text{dameUno}(conj) \geq \max \text{Conjunto}(sinUno(conj))
                                       then dameUno(conj) else maxConjunto(sinUno(conj))
   prioridades(vacia) \equiv \emptyset
   prioridades(encolar(c, n, val)) \equiv Ag(n, prioridades(c))
   prioridades(desencolar(c)) \equiv if \#conjPorPrio(c, proximaPrio(c)) = 1 the prioridades(c)
                                                 \{\operatorname{pr\'oximaPrio}(c)\}\ else \operatorname{prioridades}(c)
   conjPorPrio(vacia, p) \equiv \emptyset
   \operatorname{conjPorPrio}(encolar(c, n, val), p) \equiv \operatorname{if} p = n \operatorname{then} \operatorname{Ag}(\operatorname{val}, \operatorname{conjPorPrio}(c, p) \operatorname{else} \operatorname{conjPorPrio}(c, p)
   \operatorname{conjPorPrio}(desencolar(c), p) \equiv \operatorname{if} p = proximaPrio(c) \operatorname{then} \sin \operatorname{Uno}(conjPorPrio(c, p)) else
                                                     conjPorPrio(c, p)
   \operatorname{pr\acute{o}ximo}(\operatorname{encolar}(c, n, val)) \equiv \mathbf{if} \ n = \operatorname{proximaPrio}(c) \ \mathbf{then} \ \operatorname{dameUno}(Ag(\operatorname{conjPorPrio}(c, n))) \ \mathbf{else}
                                                dameUno(conjPorPrio(c, proximaPrio(c)))
                                                        \#conjPorPrio(c, proximaPrio(c))
   \operatorname{pr\'oximo}(\operatorname{desencolar}(c)) \equiv \mathbf{if}
                                                                                                                                  1
                                                                                                                                              then
                                           dameUno(conjPorPrio(c, maxConjunto(prioridades(c))))
                                           \{proximaPrio(c)\})) else dameUno(sinUno(conjPorPrio(c,proximaPrio(c))))
```

Fin TAD

Representación

```
heap se representa con estr
                           donde estr es tupla(size: nat
                                                                                                                                          primero: nodo(\alpha)
                           donde nodo(\alpha) es tupla(padre: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                               izq: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                                der: puntero(nodo(\alpha))
                                                                                                                                                              prio: nat
                                                                                                                                                               valro: \alpha
                  Rep: estr \rightarrow bool
                  Rep(e) \equiv true \iff size = \#arbol(estr.primero) \land_L
                  ((estr.primero).padre = null \land
                  (\forall e: estr)(e \in arbol(estr.primero) \land e \neq (estr.primero) \Rightarrow (e.padre \neq null \land_L (((e.padre).izq = (e.padre).izq = (e.padre).i
e \lor (e.padre).der = e) \land \neg(((e.padre).izq = e \land (e.padre).der = e))))) \land
                  (\forall e: estr)(e \in arbol(estr.primero) \Rightarrow ((estr.izq \neq null \Rightarrow estr.prio \geq (estr.izq).prio) \land (estr.der \neq null \Rightarrow estr.der \Rightarrow (estr.der \neq null \Rightarrow estr.der \Rightarrow (estr.der \neq null \Rightarrow estr.der \Rightarrow (estr.der \Rightarrow (estr.der \Rightarrow estr.der \Rightarrow (estr.der \Rightarrow (estr.der \Rightarrow estr.der \Rightarrow (estr.der \Rightarrow
null \Rightarrow estr.prio \geq (estr.der).prio))) \land
                  (\forall e: estr)(e \in arbol(estr.primero) \Rightarrow caminoHastaRaiz(e, arbol(estr.primero)) \leq |log_2(size)| + 1))
                  Abs: estr d \to \text{colaPrio}(\alpha) \{ \text{Rep}(d) \}
                  Abs(Vacia()) \equiv Vacía
                  (\forall e: estr, n: nat, valor: \alpha)(Abs(encolar(e, n, valor)) \equiv encolar(Abs(e), n, valor))
                  (\forall e : estr)(Abs(desencolar(e)) \equiv desencolar(Abs(e))
                  Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs
                  arbol
                                                                                                                                                                                                 : nodo(\alpha) \longrightarrow conj(nodo(\alpha))
                  caminoHastaRaiz
                                                                                                                                                                                                  : nodo(\alpha) \longrightarrow nat
                  arbol(n) \equiv if \ n.izq \neq null \land n.der \neq null \ then \ Ag(n.valor, arbol(n.izq) \cup arbol(n.der)) \ else \ if \ n.izq \neq null \ then \ Ag(n.valor, arbol(n.izq) \cup arbol(n.der))
                                                                                     null \text{ then } Ag(n.valor, arbol(n.izq)) \text{ else if } n.der \neq null \text{ then } Ag(n.valor, arbol(n.der)) \text{ else }
                                                                                     Ag(n.valor, \emptyset)
                  caminoHastaRaiz(n) \equiv if \ n.padre = null \ then \ 0 \ else \ caminoHastaRaiz(n.padre) + 1
```

Algoritmos

```
Algorithm 22 Implementación de Vacia

function IVACIA\rightarrow res: heap

res \leftarrow <0, null>
end function

Algorithm 23 Implementación de Vacia?

function IVACIA? (in estr: heap)\rightarrow res: bool

res \leftarrow (estr.primero == null)
end function
```

```
Algorithm 24 Implementación de Encolar
   function IENCOLAR(in/out estr: heap, in prio: nat, in valor: \alpha) \rightarrow res: bool
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
        res \leftarrow true
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
        if estr.size == 0 then
            estr.primero \leftarrow < null, null, null, prio, valor >
                                                                                                                                                 \triangleright \mathrm{O}(1)
        else
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
            size++
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
            x \leftarrow valor
            y \leftarrow <>
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
            while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser
   un arbol binario completo, la altura siempre será O(\log(n))
                  y \leftarrow (x\%2) \bullet y
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                 x \leftarrow x/2
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
            end while
                                                                                                                                          \triangleright O(\log(n))
            y \leftarrow \text{com}(y)
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
            z \leftarrow estr.primero
            y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                                                                 \triangleright \mathrm{O}(1)
                                                                                                      {\,\vartriangleright\,} El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
             while long(y) > 1 do
                  z \leftarrow \mathbf{if} \ \mathrm{prim}(y) == 0 \ \mathbf{then} \ z.izq \ \mathbf{else} \ z.der
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                  y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
            end while
            w \leftarrow \langle null, null, prio, valor \rangle
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
            w.padre \leftarrow z
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
            if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                                 \triangleright \mathrm{O}(1)
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
                  z.izq \leftarrow w
            else
                  z.der \leftarrow w
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
             end if
             while w \neq estr.primero \land_L w.prio > (w.padre).prio do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el
  ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(log(n))
                 aux \leftarrow w.valor
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                  w.valor \leftarrow (w.padre).valor
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                  (w.padre).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                  w \leftarrow w.padre
                                                                                                                                                 ⊳ O(1)
            end while
        end if
   end function
```

```
Algorithm 25 Implementación de Desencolar
  function IDESENCOLAR(in/out\ estr: heap) \rightarrow res: \alpha
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        res \leftarrow \ estr.primero
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
       x \leftarrow valor
       y \leftarrow <>
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        while x \neq 0 do \triangleright La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser un
   arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
            y \leftarrow (x\%2) \bullet y
            x \leftarrow x/2
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        end while
                                                                                                                                         \triangleright O(\log(n))
       y \leftarrow \text{com}(y)
        z \leftarrow estr.primero
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
        y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        while long(y) > 1 do
                                                                                                     \triangleright El ciclo se ejecuta O(\log(n)) veces
             z \leftarrow \mathbf{if} \ \mathrm{prim}(y) == 0 \ \mathbf{then} \ z.izq \ \mathbf{else} \ z.der
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
            y \leftarrow \text{fin}(y)
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        end while
        w \leftarrow <\! null, null, null, prio, valor \!>
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        w.padre \leftarrow z
        if prim(y) == 0 then
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
            z.izq \leftarrow w
        else
             z.der \leftarrow w
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
        end if
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        (estr.primero).valor \leftarrow z.valor
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        borrar(z)
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
        size - -
        while (z.izq \neq null \ \lor z.der \neq null) \ \land_L \ z.valor < maxValor(z.izq, z.der) \ do
                                                                                                                                 ▶ La cantidad de
   veces que se ejecuta el ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(\log(n))

ightharpoonup max
Valor devuelve el maximo valor si ambos punteros son validos, o el valor apuntado por el
  puntero no nulo en caso de que alguno no lo sea
        end while
        if z.der == null \ \lor_L \ (z.izq).valor \ge (z.der).valor \ \mathbf{then}
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
            aux \leftarrow \ z.valor
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
             z.valor \leftarrow (z.izq).valor
             (z.izq).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
            z \leftarrow z.izq
                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        else
             aux \leftarrow z.valor
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
             z.valor \leftarrow (z.der).valor
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
             (z.der).valor \leftarrow aux
                                                                                                                                               \triangleright \mathrm{O}(1)
             z \leftarrow z.der
                                                                                                                                               ⊳ O(1)
        end if
   end function
```

4. Módulo Diccionario TRIE (α)

Interfaz

```
usa: .
se explica con: Diccionario(clave, significado).
```

Operaciones

```
Definida(in \ d: dicc_{TRIE}(clave, significado), in \ c: clave) 
ightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{def?(c,d)} \}
Complejidad: O(L)
OBTENER(in d: dicc_{TRIE}(clave, significado), in c: clave) 
ightarrow res: significado
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
Post \equiv \{res =_{obs} obtener(c,d)\}\
Complejidad: O(L)
	ext{VACIO}() 
ightarrow res: 	ext{dicc}_{TRIE}(	ext{clave,significado})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{vacio}() \}
Complejidad: O(1)
\mathtt{DEFINIR}(\mathbf{in/out}\ d: \mathtt{dicc}_{TRIE}(\mathtt{clave, significado}), \ \mathbf{in}\ c: \ \mathrm{clave}, \ \mathbf{in}\ s: \ \mathtt{significado}) 
ightarrow res : \mathtt{Bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \operatorname{def}?(c,d) \land d = d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d = \operatorname{definir}(c, d_0)\}
Complejidad: O(L)
\mathtt{BORRAR}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ d\colon \mathtt{dicc}_{TRIE}(\mathtt{clave},\mathtt{significado}),\ \mathbf{in}\ c\colon \mathtt{clave}) 	o res: \mathtt{Bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{\mathbf{d} = \mathbf{d_0}\}\
Post \equiv \{d = borrar(c,d_0)\}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve TRUE si se pudo borrar la clave, o FALSE si no la encontró
\mathtt{CLAVES}(\mathbf{in}\ d: \mathtt{dicc}_{TRIE}(\mathtt{clave}, \mathtt{significado})) 	o res: \mathtt{conj}(\mathtt{clave})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{claves}(d) \}
Complejidad: O()
```

5. Módulo Diccionario AVL (κ, σ)

Interfaz

```
usa: .
    se explica con: DICCIONARIO (CLAVE, SIGNIFICADO).
    géneros: dicc_{AA}(clave, significado).
Operaciones
    DEFINIDO?(in d: dicc_{AA}(clave, significado), in c: clave) \rightarrow res: Bool
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{def}?(c,d) \}
    Complejidad: O(log(n))
    SIGNIFICADO(in \ d: dicc_{AA}(clave, significado), in \ c: clave) \rightarrow res: significado
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(c,d)} \}
    Post \equiv \{res =_{obs} obtener(c,d)\}\
    Complejidad: O(log(n))
    \mathrm{VACIO}() 
ightarrow res : \mathtt{dicc}_{AA}(\mathtt{clave, significado})
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{vacio}() \}
    Complejidad: O(1)
    DEFINIR(in/out d: dicc<sub>AA</sub>(clave, significado), in c: clave, in s: significado)
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg def?(c,d) \land d = d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d = definir(c, d_0)\}\
    Complejidad: O()
    BORRAR(in/out\ d: dicc<sub>AA</sub>(clave, significado), in\ c: clave)
    \mathbf{Pre} \equiv \{def?(c,\!d) \wedge d\!=\!d_0\}
    Post \equiv \{d = borrar(c,d_0)\}
    Complejidad: O()
```

Representación

```
\begin{array}{c} \operatorname{dicc}_{AA} \text{ se representa con } \operatorname{estr}\_{AA} \\ \\ \operatorname{donde} \operatorname{estr}_{AA} \operatorname{estupla}(id: \operatorname{nat} \\ izquierdo: \operatorname{puntero}(\operatorname{nodo}(\operatorname{id},\operatorname{it})) \\ derecho: \operatorname{puntero}(\operatorname{nodo}(\operatorname{id},\operatorname{it})) \\ valor: \operatorname{itConj}(\alpha) \\ ) \\ \\ \operatorname{Rep} \qquad : \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \Longleftrightarrow \dots \\ \\ \operatorname{Abs} \qquad : \operatorname{estr} r \longrightarrow \operatorname{dicc}_{AA}(\operatorname{id},\operatorname{it}) \\ \operatorname{Abs}(r) \equiv \dots \end{array}
```

Algoritmos

Algorithm 26 Implementación de Definido?

${\bf Algorithm~27~Implementaci\'{o}n~de~Significado}$

```
 \begin{array}{l} \textbf{function} \  \, \text{ISIGNIFICADO}(\text{in d: estr}\_AA \ , \ \text{in c: clave}) \! \to \text{res: } \alpha \\  \  \, \text{nodoActual} \leftarrow d \\  \  \, \text{res} \leftarrow \text{FALSE} \\  \  \, \textbf{while} \neg (\text{nodoActual} == \text{NULO}) \ \&\& \ \neg \text{res } \textbf{do} \\  \  \, \textbf{if nodoActual.id} == c \ \textbf{then res} \leftarrow \text{nodoActual.valor} \\  \  \, \textbf{else} \\  \  \, \textbf{if } c < \text{nodoActual.id } \textbf{then nodoActual} \leftarrow \text{nodoActual.izquierdo} \\  \  \, \textbf{else} \text{nodoActual} \leftarrow \text{nodoActual.derecho} \\  \  \, \textbf{end if} \\  \  \, \textbf{end while} \\  \  \, \textbf{end function} \\ \end{array}
```

Algorithm 28 Implementación de Vacio

```
function IVACIO \rightarrow res: estr_AA
res \leftarrow tupla(0, NULO, NULO, NULO, 0)
end function
```

Algorithm 29 Implementación de Definir

```
function IDEFINIR(in d: estr AA, in c: nat, in s: \alpha)
    nodoActual \leftarrow d
    yaDefini \leftarrow FALSE
    while ¬yaDefini do
        if c < nodoActual.id then
            if nodoActual.izquierdo == NULO then
                nuevoNodo \leftarrow Vacio()
                                                                                                                 \triangleright \operatorname{Dicc}_A A
                nuevoNodo.valor \leftarrow Copiar(s)
                nuevoNodo.id \leftarrow c
                nodoActual.izquierdo \leftarrow nuevoNodo
                ya
Defini<br/> gets TRUE
            else
                nodoActual \leftarrow nodoActual.izquierdo
            end if
        else
            \mathbf{if} \ nodoActual.derecho == NULO \ \mathbf{then}
                                                                                                                 \rhd \operatorname{Dicc}\_AA
                nuevoNodo \leftarrow Vacio()
                nuevoNodo.valor \leftarrow Copiar(s)
                nuevoNodo.id \leftarrow c
                nodoActual.derecho \leftarrow nuevoNodo
                yaDefini \leftarrow TRUE
            else
                nodoActual \leftarrow nodoActual.derecho
            end if
        end if
    end while
    nodoActual \leftarrow Torsion(nodoActual)
    nodoACtual \leftarrow Division(nodoActual)
end function
```

Algorithm 30 Implementación de Torsion

```
function ITORSION(in d: estr_AA) → res: estr_AA
  if d == NULO || d.izquierdo == NULO then
    res ← d
  else
    if Altura(d.izquierdo) ≥ Altura(d) then
        nodoAux ← d.izquierdo
        d.izquierdo ← nodoAux.derecho
        nodo.derecho ← d
        res ← nodoAux
    else
        res ← d
        end if
  end function
```

Algorithm 31 Implementación de Division

```
function IDIVISION(in d: estr_AA) → res: estr_AA

if d == NULO || d.derecho == NULO || d.derecho.derecho == NULO then

res ← d

else

if Altura(d.derecho.derecho) ≥ Altura(d) then

nodoAux ← d.derecho

d.derecho ← nodoAux.izquierdo

nodoAux.izquierdo ← d

nodoAux.altura ← nodoAux.altura + 1

res ← nodoAux

else

res ← d

end if

end if

end function
```

Algorithm 32 Implementación de Altura

```
function IALTURA(in d: estr\_AA)\rightarrow res: nat\_0
   if d.derecho == NULO && d.izquierdo == NULO then
       res \leftarrow 1
   else
       if d.derecho == NULO then
           res \leftarrow Altura(d.izquierdo) + 1
       else
           \mathbf{if} \ d.izquierdo == NULO \ \mathbf{then}
               res \leftarrow Altura(d.derecho) + 1
           else
               Minimo(Altura(d.izquierdo), Altura(d.derecho))
                                                                                         ⊳ el mínimo de dos nat
           end if
       end if
   end if
end function
```