

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires

## Trabajo Práctico Número 2

### DCNet

**Grupo: 21**

Integrante	LU	Correo electrónico
Alvarez, Lautaro Leonel	268/14	lautarolalvarez@gmail.com
Maddonni, Axel Ezequiel	200/14	axel.maddonni@gmail.com
Thibeault, Gabriel Eric	114/13	grojo94@hotmail.com
Vigali, Leandro Ezequiel	951/12	leandrovigali@yahoo.com.ar

**Reservado para la cátedra**

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

## Índice

<b>1. Módulo Red</b>	<b>3</b>
<b>2. Módulo DCNet</b>	<b>16</b>
<b>3. Módulo AB</b>	<b>28</b>
<b>4. Estructura Arbol Binario <math>(\alpha, \sigma)</math></b>	<b>30</b>
<b>5. Módulo Cola de Prioridad Logaritmica <math>(\alpha)</math></b>	<b>31</b>
<b>6. Módulo Diccionario Universal <math>(\sigma)</math></b>	<b>37</b>
<b>7. Módulo Diccionario Logaritmico <math>(\kappa, \sigma)</math></b>	<b>38</b>

# 1. Módulo Red

## Interfaz

**usa:** CONJ( $\alpha$ ), ITCONJ( $\alpha$ ), LISTA( $\alpha$ ), ITLISTA( $\alpha$ ).

**se explica con:** RED.

**géneros:** red.

## Operaciones de Red

COMPUTADORAS(**in**  $r$ : red)  $\rightarrow res$  : conj(hostname)

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} dameHostnames(computadoras(r))\}$

**Complejidad:** O(n)

**Descripción:** devuelve el conjunto de las computadoras.

**Aliasing:** res se devuelve por copia.

CONECTADAS?(**in**  $r$ : red, **in**  $c1$ : hostname, **in**  $c2$ : hostname)  $\rightarrow res$  : bool

**Pre**  $\equiv \{c1, c2 \in dameHostnames(computadoras(r))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} conectadas?(r, dameCompu(c1), dameCompu(c2))\}$

**Complejidad:** O(n\*L)

**Descripción:** indica si las computadoras estan conectadas por alguna de sus interfaces.

INTERFAZUSADA(**in**  $r$ : red, **in**  $c1$ : hostname, **in**  $c2$ : hostname)  $\rightarrow res$  : interfaz

**Pre**  $\equiv \{conectadas?(r, dameCompu(c1), dameCompu(c2))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} interfazUsada(r, dameCompu(c1), dameCompu(c2))\}$

**Complejidad:** O(n\*L)

**Descripción:** devuelve la interfaz por la cual estan conectadas c1 y c2.

INICIARRED()  $\rightarrow res$  : red

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} iniciarRed()\}$

**Complejidad:** O(1)

**Descripción:** crear una nueva Red.

AGREGARCOMPU(**in/out**  $r$ : red, **in**  $c1$ : compu)

**Pre**  $\equiv \{r = r_0 \wedge (\forall c: compu) c \in computadoras(r_0) \Rightarrow ip(c) \neq c1\}$

**Post**  $\equiv \{r =_{obs} agregarComputadora(r_0, c1)\}$

**Complejidad:** O(L+i) i=cantidad de interfaces

**Descripción:** agregar una computadora a la Red.

**Aliasing:** la computadora se agrega por copia.

CONECTAR(**in**  $r$ : red, **in**  $c1$ : hostname, **in**  $i1$ : interfaz **in**  $c2$ : hostname, **in**  $i2$ : interfaz)

**Pre**  $\equiv \{r = r_0 \wedge c1, c2 \in dameHostnames(computadoras(r)) \wedge c1 \neq c2 \wedge$

$\neg conectadas?(r, dameCompu(c1), dameCompu(c2)) \wedge \neg usaInterfaz?(r, dameCompu(c1), i1) \wedge \neg usaInterfaz?(r, dameCompu(c2), i2) \wedge i1 \in dameCompu(c1).interfaces \wedge i2 \in dameCompu(c2).interfaces\}$

**Post**  $\equiv \{r =_{obs} (conectar(r_0, dameCompu(c1), i1, dameCompu(c2), i2))\}$

**Complejidad:** O(n<sup>6</sup> + n<sup>5</sup> \* L)

**Descripción:** conectar dos computadoras de la red.

VECINOS(**in**  $r$ : red, **in**  $c$ : hostname)  $\rightarrow res$  : conj(hostname)

**Pre**  $\equiv \{c \in dameHostnames(computadoras(r))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} dameHostnames(vecinos(r, dameCompu(c)))\}$

**Complejidad:** O(n\*L)

**Descripción:** da el conjunto de computadoras vecinas.

**Aliasing:** el conjunto se devuelve por copia.

**USAIINTERFAZ?**(in  $r : \text{red}$ , in  $c : \text{hostname}$ , in  $i : \text{interfaz}$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{usaInterfaz?}(r, \text{dameCompu}(c), i)\}$

**Complejidad:**  $O(n)$

**Descripción:** indica si la interfaz está siendo utilizada.

**CAMINOSMINIMOS**(in  $r : \text{red}$ , in  $c_1 : \text{hostname}$ , in  $c_2 : \text{hostname}$ )  $\rightarrow res : \text{conj}(\text{lista}(\text{hostname}))$

**Pre**  $\equiv \{c_1, c_2 \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{dameCaminosdeHostnames}(\text{caminosMinimos}(r, \text{dameCompu}(c_1), \text{dameCompu}(c_2)))\}$

**Complejidad:**  $O(n*L)$

**Descripción:** devuelve los conjuntos de caminos minimos entre las computadoras ingresadas.

**Aliasing:** res se devuelve por copia.

**HAYCAMINO?**(in  $r : \text{red}$ , in  $c_1 : \text{hostname}$ , in  $c_2 : \text{hostname}$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{c_1, c_2 \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(r))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{hayCamino?}(r, \text{dameCompu}(c_1), \text{dameCompu}(c_2))\}$

**Complejidad:**  $O(n*n)$

**Descripción:** indica si las computadoras son alcanzables mediante algún camino.

**• == •**(in  $r_1 : \text{red}$ , in  $r_2 : \text{red}$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} (r_1 =_{obs} r_2)\}$

**Complejidad:**  $O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)$

**Descripción:** indica si dos redes son iguales.

**COPIAR**(in  $r : \text{red}$ )  $\rightarrow res : \text{red}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} r\}$

**Descripción:**  $O(n^3)$

**Aliasing:** copia la red.

**Requiere:** res se devuelve por copia

**donde:**

hostname es string,

interfaz es nat,

compu es tupla<ip: hostname, interfaces: conj(interfaz)>.

### Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)

#### TAD RED EXTENDIDA

**extiende** RED

**otras operaciones**

damehostnames : conj(compu)  $\rightarrow$  conj(hostname)

dameCompu : red  $r \times$  hostname  $s \rightarrow$  compu  $\{s \in \text{hostnames}(r)\}$

auxDameCompu : red  $r \times$  hostname  $s \times$  conj(compu)  $cc \rightarrow$  compu  $\{s \in \text{hostnames}(r) \wedge cc \subset \text{computadoras}(r)\}$

dameCaminosDeHostnames : conj(secu(compu))  $\rightarrow$  conj(secu(hostname))

dameSecuDeHostnames : secu(compu)  $\rightarrow$  secu(hostname)

**axiomas**  $\forall r : \text{red}, \forall cc : \text{conj}(\text{compu}), \forall s : \text{hostname}, \forall cs : \text{conj}(\text{secu}(\text{compu})), \forall secu : \text{secu}(\text{compu})$

```

dameHostnames(cc) ≡ if vacio?(cc) then
    ∅
else
    Ag( ip(dameUno(cc)), dameHostnames(sinUno(cc)) )
fi
dameCompu(r, s) ≡ auxDameCompu(r, s, computadoras(r))
auxDameCompu(r, s, cc) ≡ if ip(dameUno(cc)) = s then
    dameUno(cc)
else
    auxDameCompu(r, s, sinUno(cc))
fi
dameCaminosDeHostnames(cs) ≡ if vacio?(cs) then
    ∅
else
    Ag(
        dameSecuDeHostnames(dameUno(cs)),
        dameCaminosDeHostnames(sinUno(cs)) )
fi
dameSecuDeHostnames(secu) ≡ if vacia?(secu) then
    <>
else
    ip(prim(secu)) • dameSecuDeHostnames(fin(secu))
fi

```

**Fin TAD**

## Representación

**red se representa con estr\_red**

**donde:**

**estr\_red** es `dicc(hostname, datos)`

donde **datos** es `tupla(interfaces: conj(interfaz)`  
`conexiones: dicc(interfaz, hostname)`  
`alcanzables: dicc(dest: hostname, caminos: conj(lista(hostname))))` )

**hostname** es `string`, **interfaz** es `nat`.

▷ Al no tener que cumplir con complejidades utilizamos un diccionario con los hostnames como claves. El significado de cada hostname corresponde a una tupla con datos de la computadora con ese hostname.

*\\ Rep en Castellano:*

*Para cada computadora:*

- 1: Las interfaces usadas pertenecen al conjunto de interfaces de la compu.*
- 2: Los vecinos perteneces a las computadoras de la red.*
- 3: Los vecinos son distintos a la compu actual.*
- 4: Los vecinos no se repiten.*
- 5: Las conexiones son bidireccionales.*
- 6: Los alcanzables pertenecen a las computadoras de la red.*
- 7: Los alcanzables son distintos a la actual.*
- 8: Los alcanzables tienen un camino válido hacia ellos desde la actual.*
- 9: Para cada alcanzable, el conjunto de caminos válidos no es vacío.*
- 10: Todos los caminos en el diccionario alcanzables son válidos.*

*11: Los caminos son mínimos.*

*12: Están todos los mínimos.*

Rep : estr\_red  $\longrightarrow$  bool

Rep( $e$ )  $\equiv$  true  $\iff$  ( $\forall c$ : hostname,  $c \in \text{claves}(e)$ ) (

// 1  $\text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}) \subseteq \text{obtener}(e, c).\text{interfaces} \wedge$

( $\forall i$ : interfaz,  $i \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones})$ ) (

// 2  $\text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \in \text{claves}(e) \wedge$

// 3  $\text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \neq c \wedge$

// 4 ( $\neg \exists i'$ : interfaz,  $i' \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones})$ ,  $i \neq i'$ )  $\text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) == \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i')$   $\wedge$

// 5 ( $\forall h$ : hostname) ( $h == \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{conexiones}, i) \Rightarrow (\exists i': \text{int}) \text{obtener}(\text{obtener}(e, h).\text{conexiones}, i') == c$ )  $\wedge$

// 6  $\text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}) \subseteq \text{claves}(e) \wedge$

( $\forall a$ : hostname,  $a \in \text{claves}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables})$ ) (

// 7  $a \neq c \wedge$

// 8 ( $\exists s$ : secu(hostname))  $\text{esCaminoVálido}(c, a, s) \wedge$

// 9  $\# \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}, a) > 0 \wedge_L$

( $\forall \text{camino}$ : secu(hostname),  $\text{camino} \in \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}, a)$ ) (

// 10  $\text{esCaminoVálido}(c, a, \text{camino}) \wedge$

// 11  $\neg(\exists \text{camino}'$ : secu(hostname),  $\text{camino} \neq \text{camino}'$ ,  $\text{esCaminoVálido}(c, a, \text{camino}')$ )

$\text{long}(\text{camino}') < \text{long}(\text{camino})$ )  $\wedge$

// 12  $\neg(\exists \text{camino}'$ : secu(hostname),  $\text{camino} \neq \text{camino}'$ ,  $\text{esCaminoVálido}(c, a, \text{camino}')$ ,

$\text{long}(\text{camino}) == \text{long}(\text{camino}')$ ) ( $\text{camino}' \notin \text{obtener}(\text{obtener}(e, c).\text{alcanzables}, a)$ )

))  $\wedge$

))

La abreviatura *esCaminoVálido* usada en el Rep se debe leer: (no son funciones, son abreviaturas para hacer más fácil la lectura)

$\text{esCaminoVálido}(\text{orig}, \text{dest}, \text{secu}) \equiv$  (  $\text{prim}(\text{secu}) == \text{orig} \wedge$

( $\forall i$ : nat,  $0 < i < \text{long}(\text{secu})$ )  $\text{esVecino}(\text{secu}[i], \text{secu}[i+1]) \wedge$

$\text{secu}[\text{long}(\text{secu})-1] == \text{dest} \wedge$

$\text{sinRepetidos}(\text{secu})$  )

Con  $\text{esVecino}(h1, h2) \equiv (\exists i$ : interfaz)  $h2 == \text{obtener}(\text{obtener}(e, h1).\text{conexiones}, i)$

Abs : estr\_red  $e \longrightarrow$  red

{Rep( $e$ )}

Abs( $e$ )  $\equiv r$  |  $\text{computadoras}(r) = \text{dameComputadoras}(e) \wedge_L$

( $\forall c1, c2$ : compu,  $c1, c2 \in \text{computadoras}(r)$ )  $\text{conectadas?}(r, c1, c2) = (\exists i$ : interfaz) (  $c2.\text{ip} =$

$\text{obtener}(\text{obtener}(e, c1.\text{ip}).\text{conexiones}, i)$  )  $\wedge_L$

$\text{interfazUsada}(r, c1, c2) = \text{buscarClave}(\text{obtener}(e, c1.\text{ip}).\text{conexiones}, c2.\text{ip})$

**Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en abs**

$\text{dameComputadoras} : \text{dicc}(\text{hostname}; X) \longrightarrow \text{conj}(\text{computadoras})$   
 $\text{auxDameComputadoras} : \text{dicc}(\text{hostname}; X) \times \text{conj}(\text{hostname}) \longrightarrow \text{conj}(\text{computadoras})$   
 $\text{buscarClave} : \text{dicc}(\text{interfaz}; \text{hostname}) \times \text{hostname} \longrightarrow \text{interfaz}$   
 $\text{auxBuscarClave} : \text{dicc}(\text{interfaz}; \text{hostname}) \times \text{hostname} \times \text{conj}(\text{interfaz}) \longrightarrow \text{interfaz}$

**axiomas**  $\forall e: \text{dicc}(\text{hostname}, X), \forall d: \text{dicc}(\text{interfaz}, \text{hostname}), \forall cc: \text{conj}(\text{hostname}), \forall ci: \text{conj}(\text{interfaz}), \forall h: \text{hostname}$

$\text{dameComputadoras}(e) \equiv \text{auxDameComputadoras}(e, \text{claves}(e))$   
 $\text{auxDameComputadoras}(e, cc) \equiv \text{if } \emptyset?(cc) \text{ then } \emptyset$   
 $\quad \text{else}$   
 $\quad \text{Ag}(\text{<dameUno}(cc), \text{obtener}(e, \text{dameUno}(cc)).\text{interfaces}>, \text{auxDameComputadoras}(e, \text{sinUno}(cc)) )$   
 $\quad \text{fi}$

$\text{buscarClave}(d, h) \equiv \text{auxBuscarClave}(d, h, \text{claves}(d))$   
 $\text{auxBuscarClave}(d, h, ci) \equiv \text{if } \text{obtener}(d, \text{dameUno}(cc)) = h \text{ then } \text{dameUno}(cc)$   
 $\quad \text{else}$   
 $\quad \text{auxBuscarClave}(d, h, \text{sinUno}(ci))$   
 $\quad \text{fi}$



## Algoritmos

---

### Algorithm 1 Implementación de Computadoras

---

```

function iCOMPUTADORAS(in r: estr_red)→ res: conj(hostname)
  it ← crearIt(r)                                ▷ O(1)
  res ← Vacio()                                  ▷ conjunto ▷ O(1)
  while HaySiguiente(it) do                    ▷ Guarda: O(1)    ▷ El ciclo se ejecuta n veces ▷ O(n)
    Agregar(res, SiguienteClave(it))             ▷ O(1)
    Avanzar(it)                                  ▷ O(1)
  end while
end function                                    ▷ O(n)

```

---



---

### Algorithm 2 Implementación de Conectadas?

---

```

function iCONECTADAS?(in r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname)→ res: bool
  it ← CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)    ▷ O(n)
  res ← FALSE                                    ▷ O(1)
  while HaySiguiente(it) && ¬res do             ▷ Guarda: O(1)    ▷ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces ▷ O(n)
    if SiguienteClave(it)==c2 then              ▷ O(L)
      res ← TRUE
    end if
    Avanzar(it)                                  ▷ O(1)
  end while
end function                                    ▷ O(n*L)

```

---



---

### Algorithm 3 Implementación de InterfazUsada

---

```

function iINTERFAZUSADA(in r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname)→ res: interfaz
  it ← CrearIt(significado(r,c1).conexiones)    ▷ O(n)
  while HaySiguiente(it) do                    ▷ Guarda: O(1)    ▷ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces ▷ O(n)
    if SiguienteSignificado(it)==c2 then        ▷ O(L)
      res ← SiguienteClave(it)                  ▷ nat por copia    ▷ O(copiar(nat))
    end if
    Avanzar(it)                                  ▷ O(1)
  end while
end function                                    ▷ O(n*L)

```

---

**Algorithm 4** Implementación de IniciarRed

---

```

function iINICIARRED() → res: estr_red
    res ← Vacio()                                ▷ Diccionario                ▷ O(1)
end function                                     ▷ O(1)

```

---

**Algorithm 5** Implementación de AgregarCompu

---

```

function iAGREGARCOMPU(inout r: estr_red, in c1: compu)
    nuevoDiccVacio ← Vacio()                    ▷ Diccionario                ▷ O(1)
    DefinirRapido(r, c1.ip, tupla(Copiar(c1.interfaces), nuevoDiccVacio, nuevoDiccVacio)) ▷
    O(Copiar(sL) + Copiar(conj(interfaz)) con sL=string de largo L
end function                                     ▷ O(L + i) con i=cantidad de interfaces

```

---

**Algorithm 6** Implementación de Conectar

---

```

function iCONECTAR(inout r: estr_red, in c1: hostname, int i1:interfaz, in c2: hostname, in i2:interfaz)
    \\ Actualizo conexiones de ambas
    DefinirRapido(Significado(r, c1).conexiones, i1, c2)                ▷ O(n) + O(L) + O(copiar(nat))
    DefinirRapido(Significado(r, c2).conexiones, i2, c1)                ▷ O(n) + O(L) + O(copiar(nat))
    \\ Actualizo caminos de ambas
    ActualizarCaminos(r, c1, c2)                                         ▷ O(n4 + n3 x L)
    ActualizarCaminos(r, c2, c1)                                         ▷ O(n4 + n3 x L)
    \\ Creo conjunto con los actualizados hasta el momento
    actualizados ← Vacio()                                               ▷ conjunto
    AgregarRapido(actualizados, c1)                                       ▷ O(L)
    AgregarRapido(actualizados, c2)                                       ▷ O(L)
    \\ Actualizo caminos del resto de la Red por recursion
    ActualizarVecinos(r, c1, actualizados)                               ▷ O(n6 + n5 * L)
end function                                                           ▷ O(n6 + n5 * L)

```

---

**Algorithm 7** Implementación de función auxiliar Actualizar Caminos

---

```

function IACTUALIZARCAMINOS(inout r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname)
  \\ Actualiza los caminos de c1 con los de c2
  \\ Recorro los alcanzables de c2
  itAlcanzables2 ← crearIt(Significado(r, c2).alcanzables)                                ▷ O(n)
  while (HaySiguiente(itAlcanzables2)) do                                ▷ se ejecuta a lo sumo n-1 veces    ▷ O(n) x
  \\ Recorro alcanzables de c1
  itAlcanzables1 ← crearIt(Significado(r, c1).alcanzables)                                ▷ O(n)
  while (HaySiguiente(itAlcanzables1)) do                                ▷ se ejecuta a lo sumo n-1 veces    ▷ O(n) x
    if (SiguienteClave(itAlcanzables2) == SiguienteClave(itAlcanzables1)) then                                ▷ O(L)
  \\ El alcanzable ya estaba, me fijo que caminos son más cortos
    itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))                                ▷ O(1)
    camino2 ← Siguiente(itCaminos)                                ▷ camino minimo del c2                                ▷ O(n)
    itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables1))                                ▷ O(1)
    camino1 ← Siguiente(itCaminos)                                ▷ camino minimo del c1                                ▷ O(n)
    if (longitud(camino1) > longitud(camino2)) then                                ▷ cada camino tiene a lo sumo n
  elementos                                ▷ O(1)
  \\ Los caminos nuevos son mas cortos, borro los que estÃn y copio los nuevos
    Borrar(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables1))                                ▷ O(n)
  \\ Nuevo alcanzable: me copio los caminos agregando c1 al principio
    itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))                                ▷ O(1)
    caminos ← Vacio()                                ▷ conjunto donde voy a guardar los caminos modificados    ▷ O(1)
    while (HaySiguiente(itCaminos)) do                                ▷ O(n) x
      nuevoCamino ← copy(Siguiente(itCaminos))                                ▷ copio el camino que voy a modificar
  ▷ O(n)
    AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)                                ▷ O(L)
    AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)                                ▷ O(n)
    Avanzar(itCaminos)                                ▷ O(1)
    end while                                ▷ O(n x (n + L))
  \\ agrego el nuevo alcanzable con el camino
    DefinirRapido(Significado(r,c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos) ▷
  O(n) + O(L)
  else
    if (longitud(camino1) == longitud(camino2)) then                                ▷ O(1)
  \\ Tengo que agregar los nuevos caminos (modificados) al conjunto de caminos actual
    itCaminos ← crearIt(SiguienteSignificado(itAlcanzables2))                                ▷ O(1)
    while (HaySiguiente(itCaminos)) do                                ▷ O(n) x
      nuevoCamino ← copy(Siguiente(itCaminos))                                ▷ copio el camino que voy a
  modificar                                ▷ O(n)
    AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)                                ▷ O(L)
    Agregar(SiguienteSignificado(itAlcanzables1), nuevoCamino)                                ▷ O(n)
    Avanzar(itCaminos)                                ▷ O(1)
    end while                                ▷ O(n x (n + L))
    end if
  end if
  else
  \\ Nuevo alcanzable : me copio los caminos agregando c1 al principio
    itCaminos ← crearIt (SiguienteSignificado(itAlcanzables2))                                ▷ O(1)
    caminos ← Vacio()                                ▷ conjunto donde voy a guardar los caminos modificados    ▷ O(1)
    while (HaySiguiente(itCaminos)) do                                ▷ O(n) x
      nuevoCamino ← copy(Siguiente(itCaminos))                                ▷ copio el camino que voy a modificar ▷
  O(n)
    AgregarAdelante(nuevoCamino, c1)                                ▷ O(L)
    AgregarRapido (caminos, nuevoCamino)                                ▷ O(n)
    Avanzar(itCaminos)                                ▷ O(1)
    end while                                ▷ O(n x (n + L))
    DefinirRapido(Significado(r, c1).alcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables2), caminos)
  end if

```

---

---

Avanzar(itAlcanzables1)	$\triangleright O(1)$
<b>end while</b>	$\triangleright O(n \times (n + (n \times (n + L))))$
Avanzar(itAlcanzables2)	$\triangleright O(1)$
<b>end while</b>	$O(n + n \times (n \times (n + (n \times (n + L))))$
<b>end function</b>	$\triangleright O(n^4 + n^3 \times L)$

---

**Algorithm 8** Implementación de función auxiliar Actualizar Vecinos

---

<b>function</b> iACTUALIZARVECINOS(inout r: estr_red, in c1: hostname, in conj(hostname) actualizados)	
<i>// Actualiza los caminos de los vecinos de C, y luego hace recursion para los vecinos de los vecinos.</i>	
itVecinos $\leftarrow$ crearIt(Significado(r, c1).conexiones)	$\triangleright O(n)$
<b>while</b> ( HaySiguiente(itVecinos) ) <b>do</b>	$\triangleright O(n \times)$
<i>// Si todavÁa no fue actualizado, lo actualizo y hago recursión sobre los vecinos.</i>	
<b>if</b> (SiguienteClave(itVecinos) $\notin$ actualizados) <b>then</b>	$\triangleright O(n \times L)$
ActualizarCaminos(r, SiguienteClave(itVecinos), c )	$\triangleright O(n^4 + n^3 \times L)$
AgregarRapido (actualizados, SiguienteClave(itVecinos))	$\triangleright O(L)$
ActualizarVecinos(r, SiguienteClave(itVecinos), actualizados)	$\triangleright$ recursión hasta actualizar las n
computadoras, $O(n) \times$	
<b>end if</b>	
Avanzar(itVecinos)	$\triangleright O(1)$
<b>end while</b>	
<b>end function</b>	$\triangleright O(n^6 + n^5 \times L)$

---

**Algorithm 9** Implementación de Vecinos

---

<b>function</b> iVECINOS(inout r: estr_red, in c1: hostname) $\rightarrow$ res: conj(hostname)	
it $\leftarrow$ CrearIt(Significado(r,c1).conexiones)	$\triangleright O(1) + O(n)$
res $\leftarrow$ Vacio()	$\triangleright$ Conjunto $\triangleright O(1)$
<b>while</b> HaySiguiente(it) <b>do</b>	$\triangleright$ Guarda: $O(1)$ $\triangleright$ El ciclo se ejecuta a lo sumo n-1 veces $\triangleright O(n)$
AgregarRapido(res, SiguienteSignificado(it))	$\triangleright O(L)$
Avanzar(it)	$\triangleright O(1)$
<b>end while</b>	
<b>end function</b>	$\triangleright O(n \times L)$

---

**Algorithm 10** Implementación de UsaInterfaz

---

<b>function</b> iUSAINTERFAZ(in r: estr_red, in c: hostname, in i: interfaz) $\rightarrow$ res: bool	
res $\leftarrow$ Definido?(Significado(r,c).conexiones,i)	$\triangleright O(\text{comparar}(\text{nat}) \times n)$
<b>end function</b>	$\triangleright O(n)$

---

**Algorithm 11** Implementación de CaminosMinimos

---

<b>function</b> iCAMINOSMINIMOS(in r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname) $\rightarrow$ res: conj(lista(hostname))	
itCaminos $\leftarrow$ crearIt(Significado(Significado(r,c1).alcanzables, c2))	$\triangleright O(1) + O(L \times n)$
res $\leftarrow$ Vacio()	$\triangleright$ Conjunto $\triangleright O(1)$
<b>while</b> HaySiguiente(itCaminos) <b>do</b>	
AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))	$\triangleright O(1)$
Avanzar(itCaminos)	$\triangleright O(1)$
<b>end while</b>	
<b>end function</b>	$\triangleright O(n \times L)$

---

**Algorithm 12** Implementación de HayCamino?

---

<b>function</b> iHAYCAMINO?(in r: estr_red, in c1: hostname, in c2: hostname) $\rightarrow$ res: bool	
res $\leftarrow$ Definido?(Significado(r,c1).alcanzables, c2)	$\triangleright O(n \times n)$
<b>end function</b>	$\triangleright O(n \times n)$

---

**Algorithm 13** Implementación de ==

---

```

function IGUALDAD(in r1: estr_red, in r2: estr_red)→ res: bool
    res ← TRUE ▷ O(1)
    if ¬(#Claves(r1)==#Claves(r2)) then ▷ O(comparar(nat))
        // Si la cantidad de claves son distintas => las redes son distintas
        res ← FALSE ▷ O(1)
    else
        itRed1 ← CrearIt(r1) ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itRed1) && res do ▷ Guarda: O(1)    ▷ Se ejecuta n veces    ▷ O(n)
            // Recorro la red 1 y me fijo para cada una de sus computadoras
            if ¬(Definido?(r2, SiguienteClave(itRed1)) then ▷ O(L*n)
                // Si no está definido su hostname en la red 2 => las redes son distintas
                res ← FALSE ▷ O(1)
            else
                Compu2 ← Significado(r2, SiguienteClave(itRed1)) ▷ O(L*n)
                Compu1 ← SiguienteSignificado(itRed1) ▷ O(1)
                // Tomo las computadoras de red 1 y red 2 con el mismo hostname y las comparo
                if ¬(Compu1.interfaces == Compu2.interfaces) then ▷ O(m*m) con m=cantidad de interfaces
                    // Si sus interfaces son distintas => las redes son distintas
                    res ← FALSE ▷ O(1)
                end if
                if ¬(Compu1.conexiones == Compu2.conexiones) then
                    // Si sus conexiones son distintas => las redes son distintas
                    res ← FALSE ▷ O(1)
                end if
                if ¬(#Claves(Compu1.alcanzables)==#Claves(Compu2.alcanzables)) then
                    // Si sus cantidades de alcanzables son distintas => las redes son distintas
                    res ← FALSE ▷ O(1)
                else
                    itAlc1 ← CrearIt(Compu1.alcanzables) ▷ O(1)
                    while HaySiguiente(itAlc1) && res do ▷ se ejecuta a lo sumo n-1 veces    ▷ O(n)
                        // Para cada alcanzable de la computadora de la red 1
                        if ¬(Definido?(Compu2.alcanzables, SiguienteClave(itAlc1))) then ▷ O(m)
                            // Si no está definida en los alcanzables de la compu de la red 2 => las redes son distintas
                            res ← FALSE
                        else
                            Caminos1 ← SiguienteSignificado(itAlc1) ▷ O(1)
                            Caminos2 ← Significado(Compu2.alcanzables, itAlc1) ▷ O(n)
                            // Me guardo los 2 conjuntos de caminos (de la compu de la red 1 y la de la red 2)

```

---

---

```

        if ¬(Longitud(Caminos1) == Longitud(Caminos2)) then ▷ O(comparar(nat))
    \\ Si sus cantidades son distintas => las redes son distintas
        res ← FALSE
    else
        itCaminos1 ← CrearIt(Caminos1) ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itCaminos1) && res do
    \\ Para cada camino en el conjunto de caminos de la compu de la red 1
    \\ Recorro los caminos de la compu de la red 2
            itCaminos2 ← CrearIt(Caminos2) ▷ O(1)
            noEncontro ← TRUE ▷ O(1)
            while HaySiguiente(itCaminos2) && noEncontro do
    \\ Busco que el camino de la compu de la red 1 esté en la compu de la red 2
                if Siguiente(itCaminos2) == Siguiente(itCaminos1) then
                    noEncontro ← FALSE
                end if
                Avanzar(itCaminos2) ▷ O(1)
            end while
            if noEncontro then ▷ O(1)
    \\ Si no encontró alguno => las redes son distintas
                res ← FALSE ▷ O(1)
            end if
            Avanzar(itCaminos1) ▷ O(1)
        end while
    end if
    end if
    Avanzar(itAlc1) ▷ O(1)
end while
end if
end if
Avanzar(itRed1) ▷ O(1)
end while
end if
end function
▷ O(n*n * ( L + n*n + m ) + n*m*m)

```

---

**Algorithm 14** Implementación de Copiar

---

```

function ICOPiAR(in r: estr_red) → res: red
    res ← IniciarRed()                                ▷ O(1)
    // Crea una red vacia.
    itRed ← CrearIt(r)                                ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itRed) do                      ▷ O(1)          ▷ se ejecuta n veces    ▷ O(n)
    // Para cada computadora en la red original.
        copiaAlcanzables ← Vacio()                    ▷ diccionario                                ▷ O(1)
    // Inicia los alcanzables en vacio.
        itAlcanzables ← CrearIt(SiguienteSignificado(itRed).alcanzables)    ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itAlcanzables) do          ▷ Guarda: O(1)  ▷ se ejecuta a lo sumo n veces  ▷ O(n)
    // Para cada conjunto de caminos mínimos (cada destino).
        copiaCaminos ← Vacia()                        ▷ lista                                ▷ O(1)
    // Inicia el conjunto de caminos mínimos como vacío.
        itCaminos ← CrearIt(SiguienteSignificado(itAlcanzables))            ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itCaminos) do
    // Para cada camino en el conjunto original.
        AgregarAdelante(copiaCaminos, Siguiente(itCaminos))                ▷ O(copiar(camino))
    // Copia el camino original y lo agrega adelante del conjunto de caminos mínimos.
        Avanzar(itCaminos)                                                    ▷ O(1)
        end while
        Definir(copiaAlcanzables, SiguienteClave(itAlcanzables), copiaCaminos)
    // Define el destino y sus caminos mínimos en la copia de alcanzables.
        Avanzar(itAlcanzables)                                                ▷ O(1)
        end while
        Definir(res, SiguienteClave(itRed), Tupla(Copiar(SiguienteSignificado(itRed).interfaces), Copiar(SiguienteSignificado(itRed).conexiones), copiaAlcanzables))
    // Define la copia de la computadora con los campos antes copiados.
        Avanzar(itRed)                                                        ▷ O(1)
    end while
end function

```

---

## 2. Módulo DCNet

### Interfaz

**usa:** RED, CONJ( $\alpha$ ), ITCONJ( $\alpha$ ), LISTA( $\alpha$ ), ITLISTA( $\alpha$ ), DICC<sub>UNIV</sub>( $\kappa, \sigma$ ), DICC<sub>LOG</sub>( $\kappa, \sigma$ ), COLA<sub>LOG</sub>( $\alpha$ ).

**se explica con:** DCNET.

**géneros:** dcnet.

### Operaciones de DCNet

RED(in  $d$ : dcnet)  $\rightarrow res$  : red

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{red}(d))\}$

**Complejidad:** O(1)

**Descripción:** devuelve la red asociada.

**Aliasing:** res no es modificable.

CAMINORECORRIDO(in  $d$ : dcnet, in  $p$ : IDpaquete)  $\rightarrow res$  : lista(hostname)

**Pre**  $\equiv \{\text{IDpaqueteEnTransito?}(d, p)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{dameSecuDeHostnames}(\text{caminoRecorrido}(d, \text{damePaquete}(p)))\}$

**Complejidad:** O( $n * \log(k)$ )

**Descripción:** devuelve el camino recorrido desde el origen hasta el actual.

**Aliasing:** res se devuelve por copia.

CANTIDADENVIADOS(in  $d$ : dcnet, in  $c$ : hostname)  $\rightarrow res$  : nat

**Pre**  $\equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{cantidadEnviados}(d, \text{dameCompu}(c))\}$

**Complejidad:** O(L)

**Descripción:** devuelve la cantidad de paquetes enviados por la computadora.

ENESPERA(in  $d$ : dcnet, in  $c$ : hostname)  $\rightarrow res$  : conj(paquete)

**Pre**  $\equiv \{c \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{enEspera}(d, \text{dameCompu}(c)))\}$

**Complejidad:** O(L)

**Descripción:** devuelve los paquetes en la cola de la computadora.

**Aliasing:** res no es modificable.

INICIARDCNET(in  $r$ : red)  $\rightarrow res$  : dcnet

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{iniciarDCNet}(r)\}$

**Complejidad:** O( $N * n * (L + n)$ )

**Descripción:** crea una nueva Dcnet.

**Aliasing:** la red se agrega por copia.

CREARPAQUETE(in/out  $d$ : dcnet, in  $p$ : paquete)

**Pre**  $\equiv \{d = d_0 \wedge \neg(\exists p': \text{paquete}) (\text{paqueteEnTransito?}(d, p') \wedge \text{id}(p') = \text{id}(p)) \wedge \text{origen}(p) \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \wedge_L \text{destino}(p) \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \wedge_L \text{hayCamino?}(\text{red}(d), \text{origen}(p), \text{destino}(p))\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{obs} \text{crearPaquete}(d_0, p)\}$

**Complejidad:** O( $L * \log(k)$ )

**Descripción:** agrega un paquete a la red.

**Aliasing:** el paquete se agrega por copia.



**AVANZARSEGUNDO**(**in/out**  $d$ : **dcnet**)

**Pre**  $\equiv \{d = d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{obs} \text{avanzarSegundo}(d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(n * (L + \log(k)))$

**Descripción:** realiza los movimientos de paquetes correspondientes, aplicando los cambios necesarios a la **dcnet**.

**PAQUETEENTRANSITO?**(**in**  $d$ : **dcnet**, **in**  $p$ : **IDpaquete**)  $\rightarrow res$  : **bool**

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{IDpaqueteEnTransito?}(d, p)\}$

**Complejidad:**  $O(n * k)$

**Descripción:** indica si el paquete esta en alguna de las colas dado el **ID**.

**LAQUEMASENVIO**(**in**  $d$ : **dcnet**)  $\rightarrow res$  : **hostname**

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{laQueMasEnvio}(d).\text{ip}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** devuelve la computadora que más paquetes envió.

**Aliasing:**  $res$  se devuelve por copia.

**$\bullet = \bullet$** (**in**  $d_1$ : **dcnet**, **in**  $d_2$ : **dcnet**)  $\rightarrow res$  : **bool**

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} (d_1 =_{obs} d_2)\}$

**Complejidad:**  $O(n*n * (L + n*n + m + \log(k)) + n*(m*m + L))$

**Descripción:** indica si dos **dcnet** son iguales.

**donde:**

**hostname** es **string**,

**interfaz** es **nat**,

**IDpaquete** es **nat**,

**compu** es **tupla**<**ip**: **hostname**, **interfaces**: **conj**(**interfaz**)>,

**paquete** es **tupla**<**id**: **IDpaquete**, **prioridad**: **nat**, **origen**: **hostname**, **destino**: **hostname** >.

**Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz (no exportadas)****TAD DCNET EXTENDIDA****extiende** DCNET**otras operaciones**

damehostnames : conj(compu)  $\longrightarrow$  conj(hostname)  
 dameCompu : dcnet  $d \times$  hostname  $s \longrightarrow$  compu  
 $\{s \in \text{dameHostnames}(\text{computadoras}(\text{red}(d)))\}$   
 auxDameCompu : hostname  $s \times$  conj(compu)  $cc \longrightarrow$  compu  
 dameSecuDeHostnames : secu(compu)  $\longrightarrow$  secu(hostname)  
 IDpaqueteEnTransito? : dcnet  $d \times$  IDpaquete  $p \longrightarrow$  bool  
 damePaquete : dcnet  $d \times$  IDpaquete  $p \longrightarrow$  paquete  
 $\{\text{IDpaqueteEnTransito?}(d, p)\}$   
 dameIDpaquetes : conj(paquete)  $\longrightarrow$  conj(IDpaquete)

**axiomas**  $\forall d: \text{dcnet}, \forall s: \text{hostname}, \forall p: \text{IDpaquete}, \forall cc: \text{conj}(\text{compu}), , \forall secu: \text{secu}(\text{compu}), \forall cp: \text{conj}(\text{paquete}),$

dameHostnames( $cc$ )  $\equiv$  **if** vacio?( $cc$ ) **then**  
 $\emptyset$   
**else**  
 $\text{Ag}(\text{ip}(\text{dameUno}(cc)), \text{dameHostnames}(\text{sinUno}(cc)))$   
**fi**  
 dameCompu( $d, s$ )  $\equiv$  auxDameCompu( $s, \text{computadoras}(\text{red}((d)))$ )  
 auxDameCompu( $s, cc$ )  $\equiv$  **if** ip( $\text{dameUno}(cc)$ ) =  $s$  **then**  
 $\text{dameUno}(cc)$   
**else**  
 $\text{auxDameCompu}(s, \text{sinUno}(cc))$   
**fi**  
 dameSecuDeHostnames( $secu$ )  $\equiv$  **if** vacia?( $secu$ ) **then**  
 $\langle \rangle$   
**else**  
 $\text{ip}(\text{prim}(secu)) \bullet \text{dameSecuDeHostnames}(\text{fin}(secu))$   
**fi**  
 IDpaqueteEnTransito?( $d, p$ )  $\equiv$  auxIDpaqueteEnTransito( $d, \text{computadoras}(\text{red}(d)), p$ )  
 auxIDpaqueteEnTransito( $d, cc, p$ )  $\equiv$  **if** vacio?( $cc$ ) **then**  
 false  
**else**  
**if**  $p \in \text{dameIDpaquetes}(\text{enEspera}(\text{dameUno}(cc)))$  **then**  
 true  
**else**  
 $\text{auxIDpaqueteEnTransito}(d, \text{sinUno}(cc), p)$   
**fi**  
**fi**  
 dameIDpaquetes( $cp$ )  $\equiv$  **if** vacio?( $cp$ ) **then**  
 $\emptyset$   
**else**  
 $\text{Ag}(\text{id}(\text{dameUno}(cp)), \text{dameIDpaquetes}(\text{sinUno}(cp)))$   
**fi**

**Fin TAD**

## Representación

dcnet se representa con `estr_dcnet`

```

donde estr_dcnet es tupla(red: red
    computadoras: dicc(hostname, X)
    porHostname: diccUNIV (hostname, itDicc(hostname, X))
    conMasEnvios: itDicc(hostname, X)
    caminos: arreglo_dimensionable de arreglo_dimensionable de
    lista(hostname) )

donde X es tupla(indice: nat
    paquetes: conj(paquete)
    cola: colaLOG(itConj(paquete))
    paqPorID: diccLOG (IDpaquete, itConj(paquete))
    cantEnvios: nat )

```

▷ El `dicc`<sub>UNIV</sub> (basado en un TRIE) nos permite acceder a un significado en  $O(L)$  con  $L$  el largo del `hostname` mas largo (utilizando como clave a los `hostnames`).

▷ Al guardar un iterador a la computadora con mas envíos podemos devolverla por aliasing en  $O(1)$ , cumpliendo así la complejidad pedida.

▷ Al utilizar una `cola`<sub>LOG</sub> (basada en un HEAP) podemos acceder al paquete con prioridad mas alta (el que se tiene que enviar) en  $O(1)$  y desencolarlo en  $O(\log(n))$  con  $n$  = cantidad de paquetes en la cola. Esto nos sirve para poder cumplir `avanzarSegundo` y nos mantiene dentro de lo pedido en `crearPaquete`.

▷ Al utilizar un `dicc`<sub>LOG</sub> (basado en AA-TREE) podemos acceder a un paquete por medio de su ID en  $O(\log(n))$  con  $n$  = cantidad de paquetes en la computadora (pudiendo borrarlo o modificarlo dentro de la misma complejidad). Esto nos sirve para cumplir `caminoRecorrido`, ya que podemos buscar un paquete en  $O(\log(n))$  dentro de cada computadora, además nos mantiene dentro de la complejidad pedida en `crearPaquete` y `avanzarSegundo`.

▷ Al tener `cantEnvios` nos permite obtener en  $O(1)$  la cantidad de envíos de cada computadora, lo que nos sirve para (en `avanzarSegundo`) poder calcular la computadora con más envíos dentro de la complejidad y almacenarlo en `conMasEnvios`

▷ El índice nos sirve para (como comentamos antes) utilizarlo como posición en el arreglo `caminos` y poder averiguar su camino mínimo en la complejidad pedida.

▷ Guardamos los paquetes en el conjunto `paquetes` para poder tenerlos en  $O(1)$  y cumplir con la complejidad de `enEspera`.

*\\ REP en Castellano:*

1: Las compus de Red son las compus de DCNet.

2: `PorHostname` y `computadoras` tienen el mismo conjunto de claves.

3: `PorHostname` permite acceder a los datos de todas las computadoras a través de iteradores.

4: Los índices de las computadoras van de 0 a  $n-1$ .

5: Los índices no se repiten.

6: `ConMasEnvios` es un iterador a la computadora con mayor `cant` de envíos.

7: La matriz de `caminos` es de  $n \times n$ .

8: En la matriz `caminos`[ $i$ ][ $j$ ] se guarda uno de los caminos minimos de la red correspondiente al origen y destino correspondientes a los índices  $i, j$ , respectivamente. Si no hay, se guarda una lista vacia.

9: Las claves del diccionario `paquetesPorID` son los ID del conjunto `paquetes`.

10: El conjunto de paquetes y la cola de prioridad tienen el mismo tamaño.

11: La cola ordena los paquetes por prioridad. (usando los observadores del TAD Cola de Prioridad Alaterativa adjunto).

Para todos los paquetes de una computadora:

- 12: El origen y el destino estan entre las computadoras de la dcnct.*
- 13: El origen y el destino son distintos.*
- 14: Hay un camino posible entre el origen y el destino.*
- 15: La computadora actual esta en el camino minimo entre el origen y el destino.*
- 16: El id es unico.*
- 17: Son accesibles por el dicc usando su ID.*

Rep : estr\_dcnet  $\longrightarrow$  bool

Rep( $e$ )  $\equiv$  true  $\iff$

```

\\ 1 dameHostnames(computadoras(e.red)) = claves (e.computadoras)  $\wedge$ 
\\ 2 claves (e.computadoras) = claves (e.porHostname)  $\wedge$ 
\\ 3 ( $\forall c$ : hostname,  $c \in$  claves(e.porHostname)) ( SiguienteClave(obtener(e.porHostname, c))
=  $c \wedge$  SiguienteSignificado(obtener(e.porHostname, c)) = obtener(e.computadoras, c) )  $\wedge$ 
( $\forall c$ : hostname,  $c \in$  claves(e.computadoras))
\\ 4 0 < obtener(e.computadoras, c).indice < #claves(e.computadoras)-1  $\wedge$ 
obtener(e.computadoras, c).indice = ordenLexicografico(c, claves(e.computadoras))  $\wedge$ 
\\ 5  $\neg(\exists c'$ : hostname,  $c' \in$  claves(e.computadoras),  $c \neq c'$ ) obtener(e.computadoras,  $c'$ ).indice
= obtener(e.computadoras, c).indice  $\wedge$ 
\\ 6  $\neg(\exists c'$ : hostname,  $c' \in$  claves(e.computadoras),  $c \neq c'$ ) obtener(e.computadoras,
 $c'$ ).cantEnvios > SiguienteSignificado(e.conMasEnvios).cantEnvios  $\wedge$ 
\\ 7 tam(e.caminos) = #claves(e.computadoras)  $\wedge_L$  ( $\forall i$ : nat,  $0 < i <$  #claves(e.computadoras)-
1) tam(e.caminos[i]) = #claves(e.computadoras)  $\wedge$ 
\\ 8 ( $\forall c1, c2$ : hostname,  $c1, c2 \in$  claves(e.porHostname))
 $\neg \emptyset?$  (caminosMinimos(e.red, dameCompu(c1), dameCompu(c2)))  $\implies$ 
e.caminos[obtener(e.computadoras, c1).indice][obtener(e.computadoras, c2).indice] =
dameUno(caminosMinimos(e.red, dameCompu(c1), dameCompu(c2)))  $\wedge$ 
 $\emptyset?$  (caminosMinimos(e.red, dameCompu(c1), dameCompu(c2)))  $\implies$ 
e.caminos[obtener(e.computadoras, c1).indice][obtener(e.computadoras, c2).indice] = Va-
cia()  $\wedge$ 
( $\forall c$ : hostname,  $c \in$  claves(e.computadoras)) (
\\ 9 dameIDpaquetes(obtener(e.computadoras, c).paquetes) = claves(obtener(e.computadoras,
c).paquetesPorID)  $\wedge$ 
\\ 10 # (obtener(e.computadoras, c).paquetes) = # (obtener(e.computadoras, c).cola)  $\wedge$ 
\\ 11 vacia?(obtener(e.computadoras, c).cola) =  $\emptyset?$  (obtener(e.computadoras, c).paquetes)  $\wedge$ 
Siguiente( $\Pi_2$ (proximo(obtener(e.computadoras, c).cola)))  $\in$  obtener(e.computadoras, c).paquetes
 $\wedge \neg(\exists p'$ : paquete,  $p' \in$  obtener(e.computadoras, c).paquetes)  $p'$ .prioridad <
Siguiente( $\Pi_2$ (proximo(obtener(e.computadoras, c).cola))).prioridad  $\wedge$ 
 $\Pi_1$ (proximo(obtener(e.computadoras, c).cola)) = Siguiente( $\Pi_2$ (proximo(obtener(e.computadoras,
c).cola))).prioridad  $\wedge$ 
desencolar(obtener(e.computadoras, c).cola) = armarCola(obtener(e.computadoras, c).paquetes
- {Siguiente( $\Pi_2$ (proximo(obtener(e.computadoras, c).cola)))})  $\wedge$ 
( $\forall p$ : paquete,  $p \in$  obtener(e.computadoras, c).paquetes) (
\\ 12 origen(p).ip  $\in$  claves (e.computadoras)  $\wedge$  destino(p).ip  $\in$  claves (e.computadoras)  $\wedge$ 
\\ 13 origen(p).ip  $\neq$  destino(p).ip  $\wedge$ 
\\ 14 hayCamino?(e.red, origen(p), destino(p))  $\wedge$ 
\\ 15 esta? (c, caminos[obtener(e.computadoras, origen(p).ip)][obtener(e.computadoras,
destino(p).ip) ] )  $\wedge$ 
\\ 16 ( $\forall c'$ : hostname,  $c' \in$  claves(e.computadoras),  $c' \neq c$  )  $\neg(\exists p'$ : paquete,  $p' \in$ 
obtener(e.computadoras,  $c'$ ).paquetes,  $p \neq p'$ )  $p$ .id =  $p'$ .id
\\ 17 definido?(obtener(e.computadoras, c).paquetesPorID, p.id)  $\wedge_L$ 
Siguiente(obtener(obtener(e.computadoras, c).paquetesPorID, p.id)) = p

```

### Especificación de las funciones auxiliares utilizadas en Rep

armarCola : conj(paquete)  $\longrightarrow$  cola(paquete)

**axiomas**  $\forall cc$ : conj(paquete)

```

armarCola(cc)  $\equiv$  if  $\emptyset?$ (cc) then
    Vacia()
else
    encolar(dameUno(cc).prioridad, dameUno(cc), armarCola(sinUno(cc)))
fi

```

$Abs : estr\_dcnet\ e \longrightarrow dcnet \quad \{Rep(e)\}$   
 $Abs(e) \equiv d \mid red(d) = e.red \wedge$   
 $(\forall c: compu, c \in computadoras(red(d))) ($   
 $cantidadEnviados(d, c) = obtener(e.computadoras, c.ip).cantEnvios \wedge$   
 $enEspera(d, c) = obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes \wedge$   
 $(\forall p: paquete, p \in obtener(e.computadoras, c.ip).paquetes) caminoRecorrido(d, p) =$   
 $e.camino[obtener(e.computadoras, origen(p).ip).indice][obtener(e.computadoras, c.ip).indice] )$

## Algoritmos

---

### Algorithm 15 Implementación de Red

---

```

function IRED(in  $d: estr\_dcnet$ )  $\rightarrow res: Red$ 
     $res \leftarrow d.red$   $\triangleright O(1)$ 
end function  $\triangleright O(1)$ 

```

---



---

### Algorithm 16 Implementación de CaminoRecorrido

---

```

function ICAMINORECORRIDO(in  $d: estr\_dcnet$ , in  $p: IDPaquete$ )  $\rightarrow res: lista(hostname)$ 
     $itCompu \leftarrow CrearIt(d.computadoras)$   $\triangleright O(1)$ 
     $yaEncontrado \leftarrow FALSE$   $\triangleright O(1)$ 
    while HaySiguiente( $itCompu$ ) &&  $\neg yaEncontrado$  do  $\triangleright$  Guarda:  $O(1)$   $\triangleright$  Se repite a lo sumo  $n$  veces  $\triangleright$ 
 $O(n)$ 
        if Definido?(SiguienteSignificado( $itCompu$ ).paqPorID,  $p$ ) then  $\triangleright O(\log(k))$ 
             $paquete \leftarrow Significado(SiguienteSignificado(itCompu).paqPorID, p)$   $\triangleright O(1)$ 
             $yaEncontrado \leftarrow TRUE$   $\triangleright O(1)$ 
        else
            Avanzar( $itCompu$ )  $\triangleright O(1)$ 
        end if
    end while
     $res \leftarrow caminos[Significado(d.computadoras, \pi_3(paquete)).indice][SiguienteSignificado(itCompu).indice]$ 
 $\triangleright O(1) + O(n) + O(1)$ 
end function  $\triangleright O(n * \log(k))$ 

```

---



---

### Algorithm 17 Implementación de paquetes enviados

---

```

function ICANTIDADENVIADOS(in  $d: estr\_dcnet$ , in  $c: hostname$ )  $\rightarrow res: nat$ 
     $it \leftarrow Significado(d.porHostname, c)$   $\triangleright O(L)$ 
     $res \leftarrow SiguienteSignificado(it).cantEnvios$   $\triangleright O(1)$ 
end function  $\triangleright O(L)$ 

```

---

**Algorithm 18** Implementación EnEspera

---

```

function iENESPERA(in d: estr_dcnet, in c: hostname)  $\rightarrow$  res: estr
    it  $\leftarrow$  Significado(d.porHostname, c)  $\triangleright$  O(L)
    res  $\leftarrow$  SiguienteSignificado(it).paquetes  $\triangleright$  O(1)
end function  $\triangleright$  O(L)

```

---

**Algorithm 19** Implementación de iniciarDCNet

---

```

function iINICIARDCNET(in r: red)  $\rightarrow$  res: estr_dcnet
    // creo un diccionario lineal
    diccCompus  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright$  O(1)
    // creo un diccionario universal(trie)
    diccHostname  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright$  O(1)
    // creo una lista vacía donde voy a guardar los hostnames y ordenarlos
    listaComp  $\leftarrow$  Vacía()  $\triangleright$  O(1)
    itHostname  $\leftarrow$  CrearIt(Computadoras(r))  $\triangleright$  O(1)
    masEnvios  $\leftarrow$  Siguiente(itHostname)  $\triangleright$  O(1)
    // #Computadoras(r) ó O(n)
    while HaySiguiente(itHostname) do  $\triangleright$  O(n) + O(1)
        // agrego el hostname a la lista de computadoras
        AgregarAtras(listaComp, Siguiente(itHostname))  $\triangleright$  O(L)
        // Inicia el Índice como cero, mas adelante les pondremos valor
        X  $\leftarrow$  <0, Vacio(), Vacio(), Vacio(), 0>  $\triangleright$  O(1) + O(1) + O(1) + O(1) + O(1)
        // ver complejidad
        itX  $\leftarrow$  DefinirRapido(diccCompus, Siguiente(itHostname), X)  $\triangleright$  O(copy(hostname)) +
        O(copy(X))
        // ver complejidad
        Definir(diccHostname, Siguiente(itHostname), itX)  $\triangleright$  O(L) + O(copy(X))
        Avanzar(itHostname)  $\triangleright$  O(1)
    end while
    itPC  $\leftarrow$  CrearIt(diccCompus)  $\triangleright$  O(1)
    itPC2  $\leftarrow$  CrearIt(diccCompus)  $\triangleright$  O(1)
    n  $\leftarrow$  #Claves(diccCompus)  $\triangleright$  O(1)
    arrayCaminos  $\leftarrow$  CrearArreglo(n)  $\triangleright$  O(n)
    // voy a crear un arreglo en cada posicion de arrayCaminos, el cual va a tener el minimo camino
    // #Computadoras(r) ó O(n)
    while HaySiguiente(itPC) do  $\triangleright$  O(#Computadoras(r))
        arrayDestinos  $\leftarrow$  CrearArreglo(n)  $\triangleright$  O(n)
    //
    // #Computadoras(r) ó O(n)
    while HaySiguiente(itPC2) do  $\triangleright$  O(#Computadoras(r))
        ConjCaminos  $\leftarrow$  CaminosMinimos(r, SiguienteClave(itPC), SiguienteClave(itPC2))  $\triangleright$  O(n*L)
        itConj  $\leftarrow$  CrearIt(ConjCaminos)  $\triangleright$  O(1)
        // de todos los caminos minimos me quedo con uno
        if HaySiguiente(itConj) then  $\triangleright$  O(1)
            arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice]  $\leftarrow$  Siguiente(itConj)  $\triangleright$  O(1)
        else
            // si no hay camino, creo una lista vacia
            arrayDestinos[SiguienteSignificado(itPC2).indice]  $\leftarrow$  Vacía()  $\triangleright$  O(1)
        end if

```

---

---

Avanzar(itPC2)	▷ O(1)
<b>end while</b>	
arrayCaminos[SiguienteSignificado(itPC).indice] ← arrayDestinos	▷ O(1)
Avanzar(itPC)	▷ O(1)
<b>end while</b>	
<i>\\ inicio el Indice en 0</i>	
indice ← 0	▷ O(1)
<b>while</b> indice < #Claves(Computadoras(r)) <b>do</b>	▷ Guarda: O(n)    ▷ se ejecuta n veces    ▷ O(n)
<i>\\ busco el mínimo de la lista de hostnames (por orden alfabético)</i>	
itHostnames ← CrearIt(listaComp)	▷ O(1)
min ← Copiar(Siguiente(itHostnames))	▷ O(L)
Avanzar(itHostnames)	▷ O(1)
<b>while</b> HaySiguiente(itHostnames) <b>do</b>	
<b>if</b> min < Siguiente(itHostnames) <b>then</b>	▷ O(L)
min ← Copiar(Siguiente(itHostnames))	▷ O(L)
<b>end if</b>	
Avanzar(itHostnames)	▷ O(1)
<b>end while</b>	
Significado(diccCompus, min).indice = indice	▷ O(n)
<i>\\ creo un iterador de la lista para eliminar el minimo que ya use</i>	
itHostnames ← CrearIt(listaComp)	▷ O(1)
noElimine ← TRUE	
<b>while</b> HaySiguiente(itHostnames) && noElimine <b>do</b>	▷ se ejecuta a lo sumo n veces    ▷ O(n)
<b>if</b> Siguiente(itHostnames) == min <b>then</b>	▷ O(L)
EliminarSiguiente(itHostnames)	▷ O(1)
noElimine ← FALSE	▷ O(1)
<b>end if</b>	
Avanzar(itHostnames)	▷ O(1)
<b>end while</b>	
indice ← indice + 1	▷ O(1)
<b>end while</b>	
res ← <Copiar(r), diccCompus, diccHostname, masEnvios, arrayCaminos >	▷ O(Copiar(r)) + O(1) + O(1) + O(1) + O(1)
<b>end function</b>	

---

**Algorithm 20** Implementación de crearPaquete

---

<b>function</b> ICREARPAQUETE( <b>in/out</b> d: estr_dcnet, <b>in</b> p: paquete)	
itPC ← Significado(d.porHostname, paquete.origen)	▷ O(L)
itPaq ← AgregarRapido(SiguienteSignificado(itPC).paquetes, p)	▷ O(copiar(nat) + O(L))    ▷ O(L)
Encolar(SiguienteSignificado(itPC).cola, p.prioridad ,itPaq)	▷ O(log(n)), n cantidad de nodos
Definir(SiguienteSignificado(itPC).paquetesPorID, IDpaquete, itPaq)	▷ O(log(k))
<b>end function</b>	▷ O( L + log(k) )

---



**Algorithm 21** Implementación de AvanzarSegundo

---

```

function iAVANZARSEGUNDO(inout d: estr_dcnnet)
  arreglo ← crearArreglo[#Claves(d.computadoras)] de tupla(usado: bool, paquete: paquete, destino:
  string), donde paquete es tupla(IDpaquete: nat, prioridad: nat, origen: string, destino: string)
                                ▷ O(n) para calcular cantidad de claves, O(1) para crearlo
  for (int i=0, < #Claves(d.computadoras), i++) do                                ▷ el ciclo se hará n veces
    arreglo[i].usado = false                                                    ▷ O(1)
  end for

  \\ Inicializo Iterador
  itCompu ← crearIt(d.computadoras)                                            ▷ O(1)
  i ← 0
                                ▷ Ciclo 1: Desencolo y guardo en arreglo auxiliar.
  while (HaySiguiente(itCompu)) do                                            ▷ el ciclo se hará a lo sumo n veces
    if (¬(Vacía?(SiguienteSignificado(itCompu).cola))) then                    ▷ O(1)
  \\ Borro el de mayor prioridad del heap:
    itPaquete ← Desencolar(SiguienteSignificado(itCompu).cola)                ▷ O(log k)
  \\ Lo elimino del dicc AVL
    Borrar(SiguienteSignificado(itCompu).paquetesPorID, Siguiente(itPaquete).IDpaquete)
                                                                ▷ O(log k)
  \\ Guardo el paquete en una variable
    paqueteDesencolado ← Siguiente(itPaquete)                                ▷ O(1)
  \\ Lo elimino del conjunto lineal de paquetes
    EliminarSiguiente(itPaquete)                                              ▷ O(1)
  \\ Calculo proximo destino fijandome en la matriz
  \\ El origen lo tengo en O(1) en el significado del iterador de compus.
    origen ← (SiguienteSignificado(itCompu)).indice                            ▷ O(1)
  \\ El destino lo obtengo en O(L) buscando por hostname el destino del paquete, y luego guardo el indice.
    itdestino ← Significado(d.porHostname, paqueteDesencolado.destino)        ▷ O(L)
    destino ← (SiguienteSignificado(itdestino)).indice                        ▷ O(1)
    proxDest ← d.camino[origen][destino][1]                                  ▷ O(1)
  \\ Lo inserto en el arreglo junto con el destino sólo si el destino no era el final.
    if (proxDest ≠ paqueteDesencolado.destino) then
      arreglo[i] ← <true, paqueteDesencolado, proxDest>                      ▷ O(1)
    end if
  \\ Aumento cantidad de envíos
    SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios ++                                ▷ O(1)
  \\ Actualizo conMasEnvios
    envios ← SiguienteSignificado(itCompu).cantEnvios                          ▷ O(1)
    if (envios > SiguienteSignificado(d.conMasEnvios).cantEnvios) then        ▷ O(1)
      d.conMasEnvios ← itCompu
    end if
  end if
  \\ Avanzo de computadora
    Avanzar(itCompu)                                                          ▷ O(1)
    i++
  end while

```

---

---

```

                                ▷ Ciclo 2: Encolo los paquetes del vector a sus destinos correspondientes.
i ← 0
while HaySiguiente(itCompu) do                                ▷ el ciclo se hará a lo sumo n veces
    if arreglo[i].usado then
        \\ Busco el proxDestino guardado en el arreglo por hostname.
        itdestino ← Significado(d.porHostname, arreglo[i].destino)                                ▷ O(L)
        \\ Agrego el paquete al conjunto de paquetes del prox destino.
        itpaquete ← AgregarRapido(SiguienteSignificado(itdestino).paquetes, arreglo[i].paquete)                                ▷ O(1)

        \\ Encolo el heap del destino
        prioridad ← (arreglo[i].paquete).prioridad
        Encolar(SiguienteSignificado(itdestino).cola, prioridad, itpaquete)                                ▷ O(log k)
        \\ Lo agrego en el dicc AVL.
        IDpaq ← (arreglo[i].paquete).IDpaquete                                ▷ O(1)
        Definir(SiguienteSignificado(itdestino).paquetesPorID, IDpaq, itpaquete)                                ▷ O(log k)
    end if
    i++
    Avanzar(itCompu)
end while
end function                                                    ▷ O( n * ( L + log(k) ) )

```

---



---

**Algorithm 22** Implementación de PaqueteEnTransito?

---

```

function iPAQUETEENTRANSITO?(in d: estr_dcnet, in p:IDpaquete)→ res: bool
    res ← false                                                ▷ O(1)
    itCompu ← crearIt(d.computadoras)                            ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itCompu) && ¬res do
        ▷ a lo sumo n veces, la guarda es O(1)
        itPaq ← crearIt(siguienteSignificado(itCompu).paquetes)                                ▷ O(1)
        while (HaySiguiente(itPaq) && Siguiente(itPaq).id ≠ p) do    ▷ a lo sumo k veces, la guarda es
O(1)
            Avanzar(itPaq)                                        ▷ O(1)
        end while
        if Siguiente(itPaq) == p) then                            ▷ O(1)
            res ← True                                            ▷ O(1)
        end if
        Avanzar(itCompu)                                        ▷ O(1)
    end while
end function                                                    ▷ O(n * k)

```

---



---

**Algorithm 23** Implementación de LaQueMasEnvío

---

```

function iLAQUEMASENVIÓ(in d: estr_dcnet)→ res: hostname
    res ← SiguienteClave(d.conMasEnvios)
end function                                                    ▷ O(1)

```

---

**Algorithm 24** Implementación de ==

---

```

function IGUALDAD(in d1: estr_dcnet, in d2: estr_dcnet) → res: bool
  \\ Comparo redes usando == de red
  res ← (d1.red == d2.red)                                ▷  $O(n*n * (L + n*n + m) + n*m*m)$ 
  if (res) then                                           ▷  $O(1)$ 
    itCompu ← crearIt(d1.computadoras)                     ▷  $O(1)$ 
    string host                                             ▷  $O(1)$ 
  \\ Recorro las computadoras
    while (HaySiguiente(itCompu) && res) do                ▷ itero  $O(n)$  veces, la guarda es  $O(1)$ 
      host ← SiguienteClave(itCompu)                        ▷  $O(1)$ 
  \\ Comparo enEspera usando == de conjunto lineal, y cant. enviados
      res ← (enEspera(d1, host) == enEspera(d2, host) &&
cantidadEnviados(d1, host) == cantidadEnviados(d2, host)) ▷  $O(L)$ 
      itpaq ← crearIt(SiguienteSignificado(itCompu).paquetes) ▷  $O(1)$ 
      int j ← 0                                             ▷  $O(1)$ 
      nat id                                               ▷  $O(1)$ 
  \\ Recorro paquetes de cada computadora
      while (HaySiguiente(itpaq) && res) do                ▷ itero  $O(k)$  veces, la guarda es  $O(1)$ 
        id ← Siguiente(itpaq).IDpaquete                    ▷  $O(1)$ 
  \\ Comparo caminosRecorridos usando == de listas enlazadas
        res ← (caminoRecorrido(d1, id) == caminoRecorrido(d2, id)) ▷  $O(n * \log(k))$ 
        avanzar(itpaq)                                     ▷  $O(1)$ 
      end while
      avanzar (itCompu)                                    ▷  $O(1)$ 
    end while
  end if
end function                                              ▷  $O(n*n * (L + n*n + m + \log(k)) + n*(m*m + L))$ 

```

---

### 3. Módulo AB

#### Interfaz

se explica con:  $\text{AB}(\sigma)$ .

géneros:  $\text{ab}(\sigma)$ .

#### Operaciones

$\text{NIL}?(in\ a : \text{ab}(\sigma)) \rightarrow res : \text{Bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nil?}(a)\}$

**Descripción:** Indica si el árbol está vacío.

$\text{RAIZ}(in\ a : \text{ab}(\sigma)) \rightarrow res : \sigma$

**Pre**  $\equiv \{\neg \text{nil?}(a)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{raiz}(a)\}$

**Descripción:** Devuelve el valor de la raíz del árbol.

**Aliasing:** alias?

$\text{IZQ}(in\ a : \text{ab}(\sigma)) \rightarrow res : \text{ab}(\sigma)$

**Pre**  $\equiv \{\neg \text{nil?}(a)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacio}()\}$

**Descripción:** Devuelve un puntero apuntando al hijo izquierdo.

$\text{DER}(in\ a : \text{ab}(\sigma)) \rightarrow res : \text{ab}(\sigma)$

**Pre**  $\equiv \{\neg \text{nil?}(a)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacio}()\}$

**Descripción:** Devuelve un puntero apuntando al hijo derecho.

$\text{NIL}() \rightarrow res : \text{ab}(\sigma)$

**Pre**  $\equiv \{\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nil}()\}$

**Descripción:** Devuelve un árbol binario vacío.

$\text{BIN}(in\ i : \text{ab}(\sigma), in\ a : \sigma, in\ d : \text{ab}(\sigma)) \rightarrow res : \text{ab}(\sigma)$

**Pre**  $\equiv \{\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{bin}(i,a,d)\}$

**Descripción:** Crea un árbol binario con raíz a y hijo derecho d e hijo izquierdo i.

## Representación

AB se representa con  $arbol_{AB}$ :  $tupla(raiz: \sigma, izq: arbol_{AB}, der: arbol_{AB})$

## Algoritmos

---

**Algorithm 25** Implementación de nil?

---

```
function iNIL?(in a: arbolAB) → res: bool  
    res ← (a.izq == NULO ∧ a.der == NULO)  
end function
```

---

## 4. Estructura Arbol Binario $(\alpha, \sigma)$

AB es *primero*: puntero(nodo( $\alpha, \sigma$ ))

donde nodo( $\alpha$ ) es tupla(*izq*: puntero(nodo( $\alpha, \sigma$ ))  
*der*: puntero(nodo( $\alpha, \sigma$ ))  
*prio*:  $\alpha$   
*valor*:  $\sigma$   
 )

*// Rep en castellano:*

*// 1: Si un elemento es el hijo (izquierdo o derecho) de otro, entonces no es el hijo de ningún otro*

*// 2: Si un elemento es hijo izquierdo de cierto elemento, no puede ser también el derecho*

Rep:  $AB(\alpha, \sigma) \rightarrow \text{bool}$  Rep(*estr*)  $\equiv \text{true} \iff$

*// 1*  $((\forall n_1, n_2, n_3 : \text{nodo}(\alpha, \sigma))((n_1 \in \text{arbol}(\text{estr.primero}) \wedge n_2 \in \text{arbol}(\text{estr.primero}) \wedge n_3 \in \text{arbol}(\text{estr.primero}) \wedge (n_1 = n_2 \rightarrow \text{izq} \vee n_1 = n_2 \rightarrow \text{der}) \wedge n_2 \neq n_3) \Rightarrow_L (n_1 \neq n_3 \rightarrow \text{izq} \wedge n_1 \neq n_3 \rightarrow \text{der})) \wedge$

*// 2*  $((\forall n_1, n_2 : \text{nodo}(\alpha, \sigma))((n_1 \in \text{arbol}(\text{estr.primero}) \wedge n_2 \in \text{arbol}(\text{estr.primero}) \wedge n_1 = n_2 \rightarrow \text{izq}) \Rightarrow_L n_1 \neq n_2 \rightarrow \text{der}))$

### Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs

arbol :  $\text{nodo}(\alpha \times \sigma) \rightarrow \text{conj}(\text{nodo}(\alpha, \sigma))$

caminoHastaRaiz :  $\text{nodo}(\alpha \times \sigma) \rightarrow \text{nat}$

arbol(*n*)  $\equiv$  **if** *n.izq*  $\neq$  null  $\wedge$  *n.der*  $\neq$  null **then**  
     Ag(*n*, arbol(*n.izq*)  $\cup$  arbol(*n.der*))  
**else**  
     **if** *n.izq*  $\neq$  null **then**  
         Ag(*n*, arbol(*n.izq*))  
     **else**  
         **if** *n.der*  $\neq$  null **then** Ag(*n*, arbol(*n.der*)) **else** Ag(*n*,  $\emptyset$ ) **fi**  
**fi**

caminoHastaRaiz(*n*)  $\equiv$  **if** *n.padre* = null **then** 0 **else** caminoHastaRaiz(*n.padre*) + 1 **fi**

## 5. Módulo Cola de Prioridad Logaritmica ( $\alpha$ )

### Interfaz

**usa:** TUPLA, NAT, BOOL,  $\alpha$ .

**se explica con:** COLA DE PRIORIDAD ALTERNATIVA.

**géneros:** colaLog( $\alpha$ ).

### Operaciones de Cola de Prioridad *HEAP*

VACIA()  $\rightarrow res : \text{colaLog}(\alpha)$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{vacía}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea una cola vacía.

VACIA?(in *estr*: colaLog( $\alpha$ ))  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{vacía?}(\text{estr})\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica si la cola esta vacía.

PRÓXIMO(in *estr*: colaLog( $\alpha$ ))  $\rightarrow res : \text{tupla}(\text{nat}, \alpha)$

**Pre**  $\equiv \{\neg \text{Vacía?}(\text{estr})\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{proximo}(\text{estr})\}$

**Complejidad:**  $O(\text{copiar}(\alpha))$

**Descripción:** Devuelve una tupla que contiene al próximo elemento y su prioridad.

ENCOLAR(in/out *estr*: colaLog( $\alpha$ ), in *prio*: nat, in *valor*:  $\alpha$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{estr} = \text{estr}_0\}$

**Post**  $\equiv \{res \wedge \text{estr} =_{obs} \text{encolar}(\text{estr}_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n) + \text{copiar}(\alpha))$

**Descripción:** Crea un nuevo elemento con los parametros dados y lo agrega a la cola.

DESENCOLAR(in/out *estr*: colaLog( $\alpha$ ))  $\rightarrow res : \alpha$

**Pre**  $\equiv \{\text{estr} = \text{estr}_0 \wedge \neg \text{Vacía?}(\text{estr})\}$

**Post**  $\equiv \{\text{estr} =_{obs} \text{desencolar}(\text{estr}_0) \wedge res =_{obs} \text{proximo}(\text{estr}_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n) + \text{copiar}(\alpha) + \text{borrar}(\alpha))$

**Descripción:** Devuelve al elemento de mayor prioridad y lo remueve de la cola. La cola no debe estar vacía.



**TAD COLA DE PRIORIDAD ALTERNATIVA( $\alpha$ )**

géneros	colaPrio( $\alpha$ )
---------	----------------------

**exporta** colaPrio( $\alpha$ ), generadores, observadores

<b>usa</b>	BOOL, NAT, TUPLA
------------	------------------

## observadores básicos

$$\text{vacía?} \quad : \quad \text{colaPrior}(\alpha) \quad \longrightarrow \quad \text{bool}$$
$$\text{próximo} \quad : \quad \text{colaPrior}(\alpha) \, c \quad \longrightarrow \quad \text{tupla}(\text{nat}, \alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(c) \}$$
$$\text{desencolar} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha) \ \{\neg \text{vacía?}(c)\}$$

generadores

$$\text{vacía} \quad : \quad \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$$
$$\text{encolar} : \text{nat} \times \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$$
$$\text{axioms} \quad \forall c: \text{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$$

vacía? (vacía)  $\equiv$  true

$$\text{vacía?}(\text{encolar}(p, e, c)) \quad \equiv \quad \text{false}$$
$$\text{pr\u00f3ximo}(\text{encolar}(p, e, c)) \quad \equiv \quad \mathbf{if} \text{ vac\u00eda?}(c) \vee_{\mathbf{L}} \Pi_1(\text{pr\u00f3ximo}(c)) < p \mathbf{ then } < p, e > \mathbf{ else if } \\ \Pi_1(\text{pr\u00f3ximo}(c)) = p \mathbf{ then } < p, e > \vee \text{pr\u00f3ximo}(c) \mathbf{ else } \text{pr\u00f3ximo}(c) \mathbf{ fi} \\ \mathbf{fi}$$
$$\text{desencolar}(\text{encolar}(p, e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \Pi_1(\text{proximo}(c)) < p \text{ then } c \text{ else if } \\ \Pi_1(\text{proximo}(c)) = p \text{ then } c \vee \text{encolar}(p, e, \text{desencolar}(c)) \text{ else } \\ \text{encolar}(p, e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi fi}$$

### Fin TAD

## Representación

`colaLog( $\alpha$ )` se representa con `estr_heap( $\alpha$ )`

donde `estr_heap( $\alpha$ )` es `tupla(size: nat`  
`arb: AB(tupla(nat, tupla(padre: puntero(nodo( $\alpha$ )), valor:  $\alpha$ ))`  
`)`

*// De aquí en adelante, por cuestiones de brevedad y legibilidad, se referirá a `estr.arb.primer` simplemente como `estr.primer`; al padre de cada nodo (`nodo.valor.padre`) simplemente como `nodo.padre`; a el valor propiamente dicho (`nodo.valor.valor`) como `nodo.valor`; a cada nodo(`tupla(nat, tupla(puntero(nodo( $\alpha$ )),  $\alpha$ ))`) como `nodo( $\alpha$ )`.*

*// Rep en castellano:  
 // El invariante del árbol binario se sigue cumpliendo para arb  
 // 1: El tamaño del árbol (size) debe ser igual a la cantidad de nodos en el árbol  
 // 2: El primer elemento no tiene padre  
 // 3: Todos los nodos, con la excepción del primero, deben tener padre, y deben ser el hijo izquierdo o (exclusivo) derecho de su padre (el invariante del árbol binario garantiza que ningún nodo pueda ser tanto el hijo izquierdo como el derecho de su padre)  
 // 4: La prioridad del padre es menor o igual a la de los hijos  
 // 5: La altura del árbol es igual a uno más la parte entera del logaritmo de su tamaño (es decir que la altura del árbol es  $O(\log(n))$ )*

`Rep: estr_heap( $\alpha$ )  $\rightarrow$  bool`  
`Rep(estr)  $\equiv$  true  $\iff$`   
`// 1 size = #arbol(estr.primer)  $\wedge_L$`   
`// 2 ((estr.primer).padre = null  $\wedge$`   
`// 3 ( $\forall n : \text{nodo}(\alpha)$ )( $n \in \text{arbol}(\text{estr.primer}) \wedge n \neq \text{estr.primer} \Rightarrow (n.\text{padre} \neq \text{null} \wedge_L (((n.\text{padre}).\text{izq} =$`   
 `$n \vee (n.\text{padre}).\text{der} = n)))) \wedge$`   
`// 4 ( $\forall n : \text{nodo}(\alpha)$ )( $n \in \text{arbol}(\text{estr.primer}) \Rightarrow ((n.\text{izq} \neq \text{null} \Rightarrow n.\text{prio} \leq (n.\text{izq}).\text{prio}) \wedge (n.\text{der} \neq \text{null} \Rightarrow$`   
 `$n.\text{prio} \leq (n.\text{der}).\text{prio})) \wedge$`   
`// 5 ( $\forall n : \text{nodo}(\alpha)$ )( $n \in \text{arbol}(\text{estr.primer}) \Rightarrow \text{caminoHastaRaiz}(n, \text{arbol}(\text{estr.primer})) \leq \lfloor \log_2(\text{size}) \rfloor +$`   
`1))`

`Abs: estr_heap( $\alpha$ )  $e \rightarrow \text{colaPrio}(\alpha) \{ \text{Rep}(e) \}$`   
`Abs(e)  $\equiv$  c: colaPrio( $\alpha$ ) | (Vacía?(c)  $\iff e.\text{primo} == \text{NULO}) \wedge_L$`   
`( $\neg \text{Vacía?}(c) \Rightarrow \text{Proximo}(c) = < *(\text{estr.primer}).\text{prioridad}, *(\text{estr.primer}).\text{valor} > \wedge$`   
`( $\neg \text{Vacía?}(e) \Rightarrow \text{Desencolar}(e) = \text{Desencolar}(c)$ )`

*// Las operaciones auxiliares utilizadas en la especificación del Rep y el Abs están detalladas en la Estructura del Árbol Binario*

## Algoritmos

---

**Algorithm 26** Implementación de Vacía

---

```
function IVACIA  $\rightarrow res$ : colaLog( $\alpha$ )  
     $res \leftarrow \langle 0, null \rangle$   $\triangleright O(1)$   
end function
```

---

---

**Algorithm 27** Implementación de Vacía?

---

```
function IVACIA?(in  $estr$ : estr_heap( $\alpha$ ))  $\rightarrow res$ : bool  
     $res \leftarrow (estr.primerero == null)$   $\triangleright O(1)$   
end function
```

---

---

**Algorithm 28** Implementación de Próximo

---

```
function PRÓXIMO(in  $estr$ : estr_heap( $\alpha$ ))  $\rightarrow res$ :  $tupla(nat, \alpha)$   
     $res \leftarrow \langle (estr.primerero).prioridad, (estr.primerero).valor \rangle$   $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$   
end function
```

---

**Algorithm 29** Implementación de Encolar

---

```

function iENCOLAR(in/out estr: estr_heap( $\alpha$ ), in prio: nat, in valor:  $\alpha$ )  $\rightarrow$  res: bool
    res  $\leftarrow$  true  $\triangleright O(1)$ 
    if estr.size == 0 then  $\triangleright O(1)$ 
        estr.primer  $\leftarrow$  puntero( $\langle$ null, null, null, prio, valor $\rangle$ )  $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
    else
        size ++  $\triangleright O(1)$ 
        x  $\leftarrow$  sizer  $\triangleright O(1)$ 
        y  $\leftarrow$   $\langle \rangle$   $\triangleright O(1)$ 
        while x  $\neq$  0 do  $\triangleright$  La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser
            un arbol binario completo, la altura siempre será  $O(\log(n))$ 
            y  $\leftarrow$  (x % 2) • y  $\triangleright O(1)$ 
            x  $\leftarrow$  x / 2  $\triangleright O(1)$ 
        end while
        y  $\leftarrow$  com(y)  $\triangleright O(\log(n))$ 
        z  $\leftarrow$  estr.primer  $\triangleright O(1)$ 
        y  $\leftarrow$  fin(y)  $\triangleright O(1)$ 
        while long(y) > 1 do  $\triangleright$  El ciclo se ejecuta  $O(\log(n))$  veces
            z  $\leftarrow$  if prim(y) == 0 then z.izq else z.der  $\triangleright O(1)$ 
            y  $\leftarrow$  fin(y)  $\triangleright O(1)$ 
        end while
        w  $\leftarrow$   $\langle$ null, null, null, prio, valor $\rangle$   $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
        w.padre  $\leftarrow$  z  $\triangleright O(1)$ 
        if prim(y) == 0 then  $\triangleright O(1)$ 
            z.izq  $\leftarrow$  w  $\triangleright O(1)$ 
        else
            z.der  $\leftarrow$  w  $\triangleright O(1)$ 
        end if
        while w  $\neq$  estr.primer  $\wedge_L$  w.prio < (w.padre).prio do  $\triangleright$  La cantidad de veces que se ejecuta el
            ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es  $O(\log(n))$ 
            aux  $\leftarrow$  w.valor  $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
            w.valor  $\leftarrow$  (w.padre).valor  $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
            (w.padre).valor  $\leftarrow$  aux  $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
            aux2  $\leftarrow$  w.prio  $\triangleright O(1)$ 
            w.prio  $\leftarrow$  (w.padre).prio  $\triangleright O(1)$ 
            (w.padre).prio  $\leftarrow$  aux2  $\triangleright O(1)$ 
            w  $\leftarrow$  w.padre  $\triangleright O(1)$ 
        end while
    end if
end function

```

---

**Algorithm 30** Implementación de Desencolar

---

```

function IDESENCOLAR(in/out estr: estr_heap( $\alpha$ ))  $\rightarrow$  res:  $\alpha$ 
    res  $\leftarrow$  *(estr.primer)  $\triangleright$  O(1)
    x  $\leftarrow$  size  $\triangleright$  O(1)
    y  $\leftarrow$   $\langle \rangle$   $\triangleright$  O(1)
    while x  $\neq$  0 do  $\triangleright$  La cantidad de veces que se ejecuta el ciclo es igual a la altura del heap. Al ser un
    arbol binario completo, la altura siempre será O(log(n))
        y  $\leftarrow$  (x % 2) • y  $\triangleright$  O(1)
        x  $\leftarrow$  x / 2  $\triangleright$  O(1)
    end while
    y  $\leftarrow$  com(y)  $\triangleright$  O(log(n))
    z  $\leftarrow$  estr.primer  $\triangleright$  O(1)
    y  $\leftarrow$  fin(y)  $\triangleright$  O(1)
    while long(y) > 1 do  $\triangleright$  El ciclo se ejecuta O(log(n)) veces
        z  $\leftarrow$  if prim(y) == 0 then z.izq else z.der  $\triangleright$  O(1)
        y  $\leftarrow$  fin(y)  $\triangleright$  O(1)
    end while
    w  $\leftarrow$   $\langle$  null, null, null, prio, valor  $\rangle$   $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
    w.padre  $\leftarrow$  z  $\triangleright$  O(1)
    if prim(y) == 0 then  $\triangleright$  O(1)
        z.izq  $\leftarrow$  puntero(w)  $\triangleright$  O(1)
    else
        z.der  $\leftarrow$  puntero(w)  $\triangleright$  O(1)
    end if
    (estr.primer).valor  $\leftarrow$  z.valor  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
    (estr.primer).prio  $\leftarrow$  z.prio  $\triangleright$  O(1)
    borrar(z)  $\triangleright$  O(borrar( $\alpha$ ))
    z  $\leftarrow$  estr.primer  $\triangleright$  O(1)
    size  $\leftarrow$  —  $\triangleright$  O(1)
    while (z.izq  $\neq$  null  $\vee$  z.der  $\neq$  null)  $\wedge_L$  z.prio > minPrio(z.izq, z.der) do  $\triangleright$  La cantidad de veces
    que se ejecuta el ciclo es a lo sumo la altura del heap, que es O(log(n))
         $\backslash \backslash$  minPrio devuelve la mínima prioridad entre los nodos si ambos punteros son validos, o la prioridad
        apuntada por el puntero no nulo en caso de que alguno no lo sea
        if z.der == null  $\vee_L$  (z.izq).prio  $\geq$  (z.der).prio then  $\triangleright$  O(1)
            aux  $\leftarrow$  z.valor  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            z.valor  $\leftarrow$  (z.izq).valor  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            (z.izq).valor  $\leftarrow$  aux  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            aux2  $\leftarrow$  z.prio  $\triangleright$  O(1)
            z.prio  $\leftarrow$  (z.izq).prio  $\triangleright$  O(1)
            (z.izq).prio  $\leftarrow$  aux2  $\triangleright$  O(1)
            z  $\leftarrow$  z.izq  $\triangleright$  O(1)
        else
            aux  $\leftarrow$  z.valor  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            z.valor  $\leftarrow$  (z.der).valor  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            (z.der).valor  $\leftarrow$  aux  $\triangleright$  O(copiar( $\alpha$ ))
            aux2  $\leftarrow$  z.prio  $\triangleright$  O(1)
            z.prio  $\leftarrow$  (z.der).prio  $\triangleright$  O(1)
            (z.der).prio  $\leftarrow$  aux2  $\triangleright$  O(1)
            z  $\leftarrow$  z.der  $\triangleright$  O(1)
        end if
    end while
end function

```

---

## 6. Módulo Diccionario Universal ( $\sigma$ )

### Interfaz

se explica con: `DICCIONARIO(String,  $\sigma$ )`.

géneros: `diccUniv( $\kappa, \sigma$ )`.

### Operaciones

**DEFINIDA**(in  $d$ : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`, in  $c$ : `String`)  $\rightarrow res$  : `Bool`

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} def?(c,d)\}$

**Complejidad:**  $O(L)$ , donde  $L$  es la cantidad de caracteres de la clave más grande.

**Descripción:** Indica si la clave dada está definida en el diccionario.

**OBTENER**(in  $d$ : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`, in  $c$ : `String`)  $\rightarrow res$  :  $\sigma$

**Pre**  $\equiv \{def?(c,d)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} obtener(c,d)\}$

**Complejidad:**  $O(L)$

**Descripción:** Devuelve el significado asociado a la clave dada.

**Aliasing:** Devuelve al significado por alias.

**VACIO**()  $\rightarrow res$  : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} vacio()\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea un diccionario vacío.

**DEFINIR**(in/out  $d$ : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`, in  $c$ : `String`, in  $s$ :  $\sigma$ )  $\rightarrow res$  : `Bool`

**Pre**  $\equiv \{\neg def?(c,d) \wedge d=d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d = definir(c, d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(L) + O(copiar(\sigma))$

**Descripción:** Agrega la clave al diccionario, asociándole el significado dado como parámetro.  $res$  indica si la clave ya estaba definida.

**BORRAR**(in/out  $d$ : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`, in  $c$ : `String`)  $\rightarrow res$  : `Bool`

**Pre**  $\equiv \{d=d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d=borrar(c,d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(L) + O(borrar(\sigma))$

**Descripción:** Borra la clave dada y su significado del diccionario.  $res$  indica si la clave estaba definida (su valor es *true* en caso de estarlo).

**CLAVES**(in  $d$ : `diccUniv(String,  $\sigma$ )`)  $\rightarrow res$  : `conj(String)`

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} claves(d)\}$

**Complejidad:**  $O(n*L)$ , donde  $n$  es la cantidad de claves.

**Descripción:** Devuelve el conjunto de las claves del diccionario.

*\\ Diseño provisto por la cátedra.*

## 7. Módulo Diccionario Logaritmico ( $\kappa, \sigma$ )

### Interfaz

**usa:** BOOL, NAT.

**se explica con:** DICCIONARIO( $\kappa, \sigma$ ).

**géneros:** diccLog( $\kappa, \sigma$ ).

### Operaciones

**DEFINIDO?**(**in**  $d$ : diccLog( $\kappa, \sigma$ ), **in**  $c$ :  $\kappa$ )  $\rightarrow res$  : Bool

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n) * \text{comparar}(\kappa))$

**SIGNIFICADO**(**in**  $d$ : diccLog( $\kappa, \sigma$ ), **in**  $c$ :  $\kappa$ )  $\rightarrow res$  :  $\sigma$

**Pre**  $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n) * \text{comparar}(\kappa) + \text{copiar}(\sigma))$

**VACIO**()  $\rightarrow res$  : diccLog( $\kappa, \sigma$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacio}()\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**DEFINIR**(**in/out**  $d$ : diccLog( $\kappa, \sigma$ ), **in**  $c$ :  $\kappa$ , **in**  $s$ :  $\sigma$ )

**Pre**  $\equiv \{\neg \text{def?}(c, d) \wedge d = d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d = \text{definir}(c, d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n))$

**BORRAR**(**in/out**  $d$ : diccLog( $\kappa, \sigma$ ), **in**  $c$ :  $\kappa$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{def?}(c, d) \wedge d = d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d = \text{borrar}(c, d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(n) * \text{comparar}(\kappa) + \max(\text{borrar}(\kappa), \text{borrar}(\sigma)) + \max(\text{copiar}(\kappa), \text{copiar}(\sigma)))$

## Representación

**diccLog se representa con arb:**  $\text{AB}(\text{tupla}(\text{clave: } \kappa, \text{nivel: nat}), \text{significado: } \sigma)$

*// De aquí en adelante por cuestiones de brevedad y legibilidad se referirá al primer elemento del árbol binario (arb.primer) simplemente como primero; al nivel de cada nodo (nodo.prio.nivel) como nodo.nivel; a la clave de cada nodo (nodo.prio.clave) como nodo.clave; al significado de cada nodo (nodo.valor) como nodo.significado; a cada nodo(tupla( $\kappa$ , nat),  $\sigma$ ) como nodo( $\kappa$ ,  $\sigma$ ).*

*// La estructura utilizada para representar al diccionario Logaritmico es un AA tree. Es un tipo de ABB auto-balanceado que provee busqueda, insercion y borrado en tiempo logaritmico. Los AA trees son similares a los Red-Black Trees, pero solo pueden tener hijos derechos “rojos” (en vez de utilizar un valor booleano de color, usan un valor entero de nivel; los hijos “rojos” son los que tienen mismo nivel que sus padres), lo que reduce considerablemente la cantidad de operaciones necesarias para mantener el arbol.*

*// <http://user.it.uu.se/~arnea/abs/simp.html>*

*// Rep en castellano:*

*// Se sigue cumpliendo el invariante del Árbol Binario*

*// 1: Las claves de todos los elementos del sub-árbol izquierdo de un nodo son menores que la suya. Las claves de todos los elementos del sub-árbol derecho de un nodo son mayores que la suya.*

*// 2: El nivel de toda hoja es 1.*

*// 3: El nivel de cada hijo izquierdo es exactamente 1 menos que el de su padre.*

*// 4: El nivel de cada hijo derecho es igual o 1 menos que el de su padre.*

*// 5: El nivel de cada nieto derecho (hijo derecho del hijo derecho de un nodo) es estrictamente menor que el de su abuelo.*

*// 6: Cada nodo con nivel (estrictamente) mayor a 1 tiene dos hijos.*

Rep: arb  $\rightarrow$  bool

Rep( $e$ )  $\equiv$  true  $\iff$

*// 1*  $((\forall n_1, n_2 : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n_1 \in \text{arbol}(e) \wedge n_2 \in \text{arbol}(e) \Rightarrow_L (n_1 \in \text{arbol}(n_2.\text{izquierdo}) \Rightarrow n_1.\text{clave} < n_2.\text{clave}) \wedge (n_1 \in \text{arbol}(n_2.\text{derecho}) \Rightarrow n_1.\text{clave} > n_2.\text{clave})) \wedge$

*// 2*  $((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(e) \wedge n.\text{izquierdo} = \text{NULO} \wedge n.\text{derecho} = \text{NULO} \Rightarrow n.\text{nivel} = 1) \wedge$

*// 3*  $((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(e) \wedge n.\text{izquierdo} \neq \text{NULO} \Rightarrow (n.\text{izquierdo}).\text{nivel} = n.\text{nivel} - 1) \wedge$

*// 4*  $((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(e) \wedge n.\text{derecho} \neq \text{NULO} \Rightarrow ((n.\text{derecho}).\text{nivel} = n.\text{nivel} - 1 \vee (n.\text{derecho}).\text{nivel} = n.\text{nivel})) \wedge$

*// 5*  $((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(e) \wedge n.\text{derecho} \neq \text{NULO} \wedge_L (n.\text{derecho}).\text{derecho} \neq \text{NULO} \Rightarrow_L ((n.\text{derecho}).\text{derecho}).\text{nivel} < n.\text{nivel})) \wedge$

*// 6*  $((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(e) \wedge n.\text{nivel} > 1 \Rightarrow (n.\text{izquierdo} \neq \text{NULO} \wedge n.\text{derecho} \neq \text{NULO}))$

Abs:  $\text{diccLog}(\kappa, \sigma) d \rightarrow \text{dicc}(\kappa, \sigma) \{ \text{Rep}(d) \}$

Abs( $d$ )  $\equiv$  c:  $\text{dicc}(\kappa, \sigma) \mid ((\forall k : \kappa)(k \in \text{claves}(c) \Rightarrow (\exists n : \text{estr}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(d) \wedge n.\text{clave} = k)) \wedge ((\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(d) \Rightarrow n.\text{clave} \in \text{claves}(c)))) \wedge_L$

$(\forall n : \text{nodo}(\kappa, \sigma))(n \in \text{arbol}(d) \Rightarrow \text{obtener}(c, n.\text{clave}) =_{\text{obs}} n.\text{significado})$

**Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas para Rep y Abs**



arbol:  $\text{puntero}(\text{nodo}(\kappa \sigma)) \rightarrow \text{conj}(\text{puntero}(\text{nodo}(\kappa, \sigma)))$

```
arbol(n)  $\equiv$  if  $n.\text{izq} \neq \text{null} \wedge n.\text{der} \neq \text{null}$  then  
    Ag(&n, arbol(n.izq)  $\cup$  arbol(n.der))  
  else  
    if  $n.\text{izq} \neq \text{null}$  then  
      Ag(&n, arbol(n.izq))  
    else  
      if  $n.\text{der} \neq \text{null}$  then Ag(&n, arbol(n.der)) else Ag(&n,  $\emptyset$ ) fi  
    fi  
  fi
```

## Algoritmos

---

### Algorithm 31 Implementación de Definido?

---

```

function IDEFINIDO?(in d: estr , in c:  $\kappa$ )  $\rightarrow$  res: bool
  \ \ Búsqueda estándar en un ABB
  nodoActual  $\leftarrow$  d  $\triangleright O(1)$ 
  res  $\leftarrow$  FALSE  $\triangleright O(1)$ 
  while  $\neg$ (nodoActual == NULO) &&  $\neg$ res do  $\triangleright$  El ciclo se ejecuta en el peor caso una cantidad de
    veces igual a la altura del arbol. Al ser auto-balanceado, su altura siempre sera  $O(\log(n))$ 
    if nodoActual.clave == c then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
      res  $\leftarrow$  TRUE  $\triangleright O(1)$ 
    else
      if c < nodoActual.clave then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
        nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual.izquierdo  $\triangleright O(1)$ 
      else
        nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual.derecho  $\triangleright O(1)$ 
      end if
    end if
  end while
end function

```

---



---

### Algorithm 32 Implementación de Significado

---

```

function ISIGNIFICADO(in d: estr , in c:  $\kappa$ )  $\rightarrow$  res:  $\sigma$ 
  \ \ Búsqueda estándar en un ABB
  nodoActual  $\leftarrow$  d  $\triangleright O(1)$ 
  while  $\neg$ (nodoActual == NULO) &&  $\neg$ res do  $\triangleright$  El ciclo se ejecuta en el peor caso  $O(\log(n))$  veces.
    if nodoActual.clave == c then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
      res  $\leftarrow$  nodoActual.significado  $\triangleright O(\text{copiar}(\sigma))$ . Esta operacion solo se ejecuta una vez (implica
       $\neg$ guarda del ciclo que la contiene).
    else
      if c < nodoActual.clave then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
        nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual.izquierdo  $\triangleright O(1)$ 
      else
        nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual.derecho  $\triangleright O(1)$ 
      end if
    end if
  end while
end function

```

---

**Algorithm 33** Implementación de Vacio

---

```

function iVACIO  $\rightarrow$  res: estr
    res  $\leftarrow$  NULO  $\triangleright O(1)$ 
end function

```

---

**Algorithm 34** Implementación de Definir

---

```

function iDEFINIR(inout d: estr, in c:  $\kappa$ , in s:  $\sigma$ )
    // Si ya se llego a una hoja, se inserta el nuevo elemento
    if d == NULO then  $\triangleright O(1)$ 
        res  $\leftarrow$   $\langle c, NULO, NULO, s, 1 \rangle$   $\triangleright O(\max(\text{copiar}(\kappa), \text{copiar}(\sigma)))$ 
    // Se busca la posicion correspondiente al nuevo nodo (antes de rebalancear el arbol).
    else if  $c < d.clave$  then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
        d.izquierdo  $\leftarrow$  iDefinir(d.izquierdo, c, s)  $\triangleright$  En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es  $O(\log(n))$ .
    else if  $c > d.clave$  then  $\triangleright O(\text{comparar}(\kappa))$ 
        d.derecho  $\leftarrow$  iDefinir(d.derecho, c, s)  $\triangleright$  En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es  $O(\log(n))$ .
    end if
    // Se tuerce y divide el arbol en cada nivel, rebalanceandolo.
    d  $\leftarrow$  Torsion(d)  $\triangleright O(1)$ 
    d  $\leftarrow$  Division(d)  $\triangleright O(1)$ 
end function

```

---

**Algorithm 35** Implementación de Torsion

---

```

function iTORSION(in d: estr)  $\rightarrow$  res: estr
    // Si el nodo tiene un hijo izquierdo del mismo nivel se debe realizar una rotacion para restaurar el invariante.
    if d == NULO  $\parallel$  d.izquierdo == NULO then  $\triangleright O(1)$ 
        res  $\leftarrow$  d  $\triangleright O(1)$ 
    else
        // El hijo izquierdo de mismo nivel pasa a ser el padre del nodo derecho. El hijo derecho del nodo izquierdo pasa a ser el hijo izquierdo del nodo derecho.
        if (d.izquierdo).nivel == d.nivel then  $\triangleright O(1)$ 
            nodoAux  $\leftarrow$  d.izquierdo  $\triangleright O(1)$ 
            d.izquierdo  $\leftarrow$  nodoAux.derecho  $\triangleright O(1)$ 
            nodo.derecho  $\leftarrow$  d  $\triangleright O(1)$ 
            res  $\leftarrow$  nodoAux  $\triangleright O(1)$ 
        else
            res  $\leftarrow$  d  $\triangleright O(1)$ 
        end if
    end if
end function

```

---

---

**Algorithm 36** Implementación de Division

---

```

function IDIVISION(in d: estr)→ res: estr
  \\ Si hay dos hijos derechos del mismo nivel que el padre se debe realizar una rotacion para restaurar el
  invariante.
  if d == NULO || d.derecho == NULO || d.derecho.derecho == NULO then                                ▷ O(1)
    res ← d                                                                                              ▷ O(1)
  else
    \\ El primero hijo derecho pasa a ser el padre, con un nivel mas. Su hijo izquierdo pasa a ser el hijo
    derecho de su padre original.
    if (d.derecho.derecho).nivel == d.nivel then                                                    ▷ O(1)
      nodoAux ← d.derecho                                                                              ▷ O(1)
      d.derecho ← nodoAux.izquierdo                                                                    ▷ O(1)
      nodoAux.izquierdo ← d                                                                            ▷ O(1)
      nodoAux.nivel++                                         ▷ O(1)
      res ← nodoAux                                          ▷ O(1)
    else
      res ← d                                                                                              ▷ O(1)
    end if
  end if
end function

```

---

**Algorithm 37** Implementación de Borrar

---

```

function IBORRAR(inout d: estr, in c:  $\kappa$ )
    if  $d == NULO$  then ▷  $O(1)$ 
        endFunction
    // Se busca recursivamente la posicion del elemento a borrar mediante una busqueda estandar en ABB.
    else if  $c > d.clave$  then ▷  $O(\text{comparar}(\kappa))$ 
         $d.derecho \leftarrow iBorrar(d.derecho, c)$  ▷ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
        cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es  $O(\log(n))$ .
    else if  $c < d.clave$  then ▷  $O(\text{comparar}(\kappa))$ 
         $d.izquierdo \leftarrow iBorrar(d.izquierdo, c)$  ▷ En el peor caso se llama recursivamente a la funcion una
        cantidad de veces igual a la altura del arbol, que es  $O(\log(n))$ .
    // Si el elemento a borrar es una hoja, simplemente se lo borra.
    else if  $d.izquierdo == NULO \wedge d.derecho == NULO$  then ▷  $O(1)$ 
         $borrar(d)$  ▷  $O(\max(borrar(\kappa), borrar(\sigma)))$ 
         $d \leftarrow NULO$  ▷  $O(1)$ 
    // Si el elemento a borrar no es una hoja, se reduce al caso hoja.
    else if  $d.izquierdo == NULO$  then ▷  $O(1)$ 
    // Se busca el sucesor del elemento (bajando una vez por la rama izquierda y luego por la derecha hasta
    encontrar una hoja).
         $aux \leftarrow d.derecho$  ▷  $O(1)$ 
        while  $aux.izquierdo \neq NULO$  do ▷ En el peor caso el ciclo se ejecuta  $O(\log(n))$  veces.
             $aux \leftarrow aux.izquierdo$  ▷  $O(1)$ 
        end while
    // Se hace un swap y se elimina el elemento.
         $d.derecho \leftarrow iBorrar(aux.clave, d.derecho)$ 
         $d.clave \leftarrow aux.clave$  ▷  $O(\text{copiar}(\kappa))$ 
         $d.significado \leftarrow aux.significado$  ▷  $O(\text{copiar}(\sigma))$ 
    else
    // Se busca el predecesor del elemento (bajando una vez por la rama derecha y luego por la izquierda hasta
    encontrar una hoja).
         $aux \leftarrow d.izquierdo$  ▷  $O(1)$ 
        while  $aux.derecho \neq NULO$  do ▷ En el peor caso el ciclo se ejecuta  $O(\log(n))$  veces.
             $aux \leftarrow aux.derecho$  ▷  $O(1)$ 
        end while
    // Se hace un swap y se elimina el elemento.
         $d.izquierdo \leftarrow iBorrar(aux.clave, d.izquierdo)$ 
         $d.clave \leftarrow aux.clave$  ▷  $O(\text{copiar}(\kappa))$ 
         $d.significado \leftarrow aux.significado$  ▷  $O(\text{copiar}(\sigma))$ 
    end if
    // Se nivela, divide y tuerce para restaurar el invariante.
         $d \leftarrow Nivelar(T)$  ▷  $O(1)$ 
         $d \leftarrow Torsion(T)$  ▷  $O(1)$ 
        if  $d.derecho \neq NULO$  then ▷  $O(1)$ 
             $(d.derecho).derecho \leftarrow Torsion((d.derecho).derecho)$  ▷  $O(1)$ 
        end if
         $d \leftarrow Division(T)$  ▷  $O(1)$ 
         $d.derecho \leftarrow Division(d.derecho)$  ▷  $O(1)$ 
         $res \leftarrow d$  ▷  $O(1)$ 
    end function
procedure NIVELAR(inout d: estr)
     $nivel\_correcto \leftarrow \min((d.izquierdo).nivel, (d.derecho).nivel) + 1$  ▷  $O(1)$ 
    if  $nivel\_correcto < d.nivel$  then ▷  $O(1)$ 
         $d.nivel \leftarrow nivel\_correcto$  ▷  $O(1)$ 
        if  $nivel\_correcto < (d.derecho).nivel$  then ▷  $O(1)$ 
             $(d.derecho).nivel \leftarrow nivel\_correcto$  ▷  $O(1)$ 
        end if
    end if
end procedure

```

---