Задание на тождественную истинность/ложность

Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

¬(x ∈ A) → (¬(x ∈ {1, 2, 3, 4, 5, 6}) ∧ (x ∈ {3, 5, 15})) ∨ ¬(x ∈ {3, 5, 15})

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

$$\neg A \rightarrow (\neg B \wedge C) \vee \neg C$$
$$A \vee (\neg B \wedge C) \vee \neg C$$
$$A \vee \neg B \vee \neg C$$

$\neg B$ будет ложным, если x=1, 2, 3, 4, 5, 6

¬C будет ложным, если x=3, 5, 15

В обоих случаях ложь при x=3, 5

Значит, чтобы функция была гарантированно правдой, в А должны быть x=3, 5.

Ответ: 2

1. Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$\neg(x \in \text{А}) \rightarrow (\neg(x \in \{1, 12\}) \wedge \neg(x \in \{12, 13, 14, 15, 16\}))$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной *x*.

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

Ответ: 6

2. Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$\neg(x \in \text{А}) \rightarrow \neg((x \in \{1, 2, 4, 8\}) \vee (x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}))$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной *x*.

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

Ответ: 7

На числовой прямой даны два отрезка: P = [43; 49] и Q = [44; 53]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

$$(A \rightarrow P) \vee Q$$
$$\neg A \vee P \vee Q$$

P ложна, если x не принадлежит отрезку P

Q ложна, если y не принадлежит Q

Ложность в обоих случаях на промежутке $(-\infty; 43] \cup [53; +\infty)$

Чтобы функция была истиной, надо чтобы $\neg A$ совпадала с этим промежутком.

Значит $A \in [43; 53]$

Ответ:10

3. На числовой прямой даны два отрезка: P = [25, 50] и Q = [32, 47]. Отрезок A таков, что формула

$$(\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной ***x***. Какова наибольшая возможная длина отрезка A?

Ответ: 15

4. На числовой прямой даны два отрезка: P = [25, 37] и Q = [32, 50]. Отрезок A таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной ***x***. Какова наибольшая возможная длина отрезка A?

Ответ: 25

5. На числовой прямой даны два отрезка: P = [25, 37] и Q = [32, 47]. Отрезок A таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in P) \wedge (x \in Q))$$

Ответ: 12

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

(¬ДЕЛ(x, A) $\wedge$ ДЕЛ(x, 6)) $\rightarrow$ ¬ДЕЛ(x, 3)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

$$(\neg A \wedge 6) \rightarrow \neg 3$$
$$\neg(\neg A \wedge 6) \vee \neg 3$$
$$A \vee \neg 6 \ \vee \neg 3$$

$\neg 3$ ложна, если x делится на 3 без остатка

$\neg 6$ ложна, если x делится на 6 без остатка

НОК(3,6) = 6, значит при 6 наступает ложь в обоих случаях.

А чтобы А было правдой, нужно, чтобы А=6.

Ответ:6.

6. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

ДЕЛ(x, 18) $\rightarrow$ (¬ДЕЛ(x, A) $\rightarrow$ ¬ДЕЛ(x, 12))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ответ: 36

7. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

ДЕЛ(x, 18) $\rightarrow$ (ДЕЛ(x,54) $\rightarrow$ ДЕЛ(x, A))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ответ: 54

8. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

(¬ДЕЛ(x, A) $\wedge$ ¬ДЕЛ(x, 6)) $\rightarrow$ ¬ДЕЛ(x, 3)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ответ: 3

Введём выражение *M* & *K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число *A*, такое что выражение

$(X \mathbin{\&} 56 \neq 0) \rightarrow ((X \mathbin{\&} 48 = 0) \rightarrow (X \mathbin{\&} A \neq 0))$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

$$56 \rightarrow (\neg 48 \rightarrow A) = \neg 56 \vee (\neg 48 \rightarrow A) = \neg 56 \vee 48 \vee A$$

$\neg 56$ = 111…1000111.

48 = 110000.

$\neg\ 56 \vee 48$ = 11…10111

Наименьшее А, конъюнкция с которой даст все единицы – 1000.

В десятичной системе это 8.

9. Введём выражение *M & K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число *A*, такое что выражение

$(X \,\&\, 35 \neq 0) \rightarrow ((X \,\&\, 31 = 0) \rightarrow (X \,\&\, A \neq 0))$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

Ответ: 32

10. Введём выражение *M & K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число *A*, такое что выражение

$(X \,\&\, 76 \neq 0) \rightarrow ((X \,\&\, 10 = 0) \rightarrow (X \,\&\, A \neq 0))$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

Ответ: 68

11. Введём выражение *M & K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число *A*, такое что выражение

$(X \,\&\, 102 \neq 0) \rightarrow ((X \,\&\, 36 = 0) \rightarrow (X \,\&\, A \neq 0))$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

Ответ: 66