

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Напоминание

Для системы счисления a :

1. число a^N записывается как единица и N нулей
 $10\dots 0$
2. число $a^N - 1$ записывается как N цифр $(a-1)$ $(a-1)\dots(a-1)$
3. число $a^N - a^M$ записывается как $N-M$ цифр $(a-1)$, за которыми стоят M нулей $(a-1)\dots(a-1)0\dots 0$

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Запишем как степени двойки ($80 = 64 + 16$)

$$2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4 = 2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

Важный факт: $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$

Смысл дальнейших действий – мы избавляемся от повторения вычитания.

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4 =$$

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^5 + 2^4$$

1. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} - 2^{1020} - 25$?

Ответ: 133

2. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} - 2^{150} - 100$?

Ответ: 165

3. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$?

Ответ: 1032

4. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} - 2^{2017} - 150$?

Ответ: 2023