

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Факты об арифметике.

1. число 10^N записывается как единица и N нулей
 $10\dots 0$
2. число $10^N - 1$ записывается как N девяток $9\dots 9$
3. число $10^N - 10^M$ записывается как $N - M$ девяток,
за которыми стоят M нулей $9\dots 90\dots 0$

$$100000 + 1000 = 101000$$

Обобщение фактов

Для системы счисления a :

1. число a^N записывается как единица и N нулей
 $10\dots 0$
2. число $a^N - 1$ записывается как N цифр $(a-1)$ $(a-1)\dots(a-1)$
3. число $a^N - a^M$ записывается как $N-M$ цифр $(a-1)$, за которыми стоят M нулей $(a-1)\dots(a-1)0\dots 0$

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

Запишем в степенях двойки

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

$2^{2015} - 2^3$ 2012 единиц и 3 нуля

2^{4028} добавит одну единицу, потому ответ 2013

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

Запишем в виде степени двойки (кроме 6)

$$2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 6$$

$2^{2018} - 2^{1800}$ 218 единиц и 1800 нулей

2^{4032} даёт одну единицу, а 6 (110) даёт две единицы, итого 221

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$
записали в системе счисления с основанием 3.
Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Запишем всё в степенях тройки:

$$3^{16} + 3^5 - 3^2$$

$3^5 - 3^2$ в троичной системе счисления запишется как
22200

$3^{16} + 3^5 - 3^2$ в троичной системе счисления запишется
как 10...022200

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Запишем как степени двойки ($80 = 64 + 16$)

$$2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4 = 2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

Важный факт: $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$

Смысл дальнейших действий – мы избавляемся от повторения вычитания.

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4 =$$

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^5 + 2^4$$

1. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2014} + 2^{2015} - 9?$$

Ответ: 2012

2. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2015} + 2^{2015} - 15?$$

Ответ: 2013

3. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$8^{2014} - 2^{614} + 45?$$

Ответ: 5432

4. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$2^{2014} - 4^{650} - 38?$$

Ответ: 2010

5. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$8^{4024} - 4^{1605} + 2^{1024} - 126?$$

Ответ: 9880

6. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12$?

Ответ: 324

7. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} - 2^{1020} - 25$?

Ответ: 133

8. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} - 2^{150} - 100$?

Ответ: 105

9. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$?

Ответ: 1032

10. Значение арифметического выражения:
 $9^8 + 3^5 - 2$ — записали в системе счисления 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ: 4

11. Значение арифметического выражения:
 $9^{20} + 3^{60} - 15$ записали в системе счисления 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ: 37

12. Значение арифметического выражения:
 $49^{13} + 7^{33} - 49$ записали в системе счисления 7. Сколько цифр «6» в этой записи?

Ответ: 24

13. Значение арифметического выражения:
 $81^{2017} + 9^{5223} - 81$ записали в системе счисления 9. Сколько цифр «8» в этой записи?

Ответ: 4032