

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Факты об арифметике.

1. число 10^N записывается как единица и N нулей
 $10\dots 0$
2. число $10^N - 1$ записывается как N девяток $9\dots 9$
3. число $10^N - 10^M$ записывается как $N - M$ девяток,
за которыми стоят M нулей $9\dots 90\dots 0$

$$100000 + 1000 = 101000$$

Обобщение фактов

Для системы счисления a :

1. число a^N записывается как единица и N нулей
 $10\dots 0$
2. число $a^N - 1$ записывается как N цифр $(a-1)$ $(a-1)\dots(a-1)$
3. число $a^N - a^M$ записывается как $N-M$ цифр $(a-1)$, за которыми стоят M нулей $(a-1)\dots(a-1)0\dots 0$

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Запишем всё в степенях тройки:

$$3^{16} + 3^5 - 3^2$$

$3^5 - 3^2$ в троичной системе счисления запишется как 22200

$3^{16} + 3^5 - 3^2$ в троичной системе счисления запишется как 10...022200

Сколько единиц в двоичной записи числа
 $4^{2014} + 2^{2015} - 8$

Запишем в степенях двойки

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

$2^{2015} - 2^3$ 2012 единиц и 3 нуля

2^{4028} добавит одну единицу, потому ответ 2013

Сколько единиц в двоичной записи числа
 $4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$

Запишем в виде степени двойки (кроме 6)

$$2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 6$$

$2^{2018} - 2^{1800}$ 218 единиц и 1800 нулей

2^{4032} даёт одну единицу, а 6 (110) даёт две единицы, итого 221

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Запишем как степени двойки ($80 = 64 + 16$)

$$2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4 = 2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

$2^{2400} - 2^{2018}$ 382 единицы и 2018 нулей (381 единица и 2^{2018})

$2^{2018} - 2^6$ 2012 единиц и 6 нулей (2011 единиц и 2^6)

$2^6 - 2^4$ 2 единицы и 4 нуля

2^{4032} даёт 1 единицу

Итого: $1 + 2 + 2011 + 381 = 2395$

1. Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2015} + 2^{2015} - 15$?

Ответ: 2013

2. Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2014} - 2^{614} + 45$?

Ответ: 5432

3. Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1014} - 2^{530} - 12$?

Ответ: 3038

4. Сколько единиц в двоичной записи числа $2^{2014} - 4^{650} - 38$?

Ответ: 2010

5. Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2018} + 8^{305} - 2^{130} - 120$?

Ответ: 909

6. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} - 2^{1020} - 25$?

Ответ: 22

7. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} - 2^{150} - 100$?

Ответ: 5355

8. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$?

Ответ: 2288

9. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} - 2^{2017} - 150$?

Ответ: 5533

10. Значение арифметического выражения: $49^{12} - 7^{10} + 7^8 - 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Ответ: 20

11. Значение арифметического выражения: $27^4 - 9^5 + 3^8 - 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ: 8

12. Значение арифметического выражения: $3 \cdot 16^8 - 4^5 + 3$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?

Ответ: 12

13. Значение арифметического выражения: $2 \cdot 9^{10} - 3^5 + 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ: 16

14. Значение арифметического выражения: $5 \cdot 36^7 + 6^{10} - 36$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?

Ответ: 9