



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Trabajo Práctico

---

Inferencia Bayesiana con Aplicaciones en Ciencias Cognitivas  
Primer Cuatrimestre de 2016

Integrante	LU	Correo electrónico
Axel Straminsky	769/11	axelstraminsky@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires

# Índice

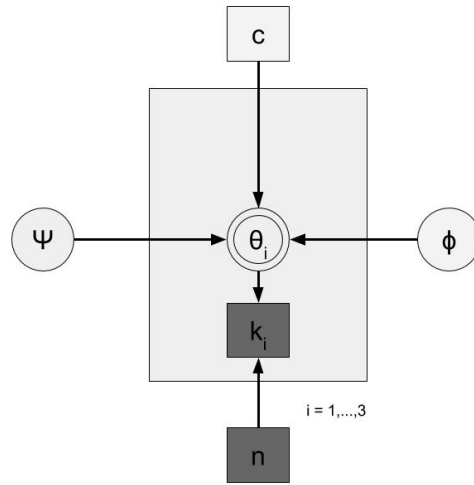
1. Introducción	3
2. Problema 1: Modelo y Representación Gráfica	3
3. Problema 2: Implementación e Inferencia	4
4. Problema 3: Modificaciones al Modelo	8

## 1. Introducción

El objetivo de este Trabajo Práctico es simular

## 2. Problema 1: Modelo y Representación Gráfica

Escriba un modelo que capture el problema enunciado. Realice una representación gráfica del modelo propuesto, utilizando la convención para identificar nodos latentes, observados y determinísticos.



$$\Psi \sim \text{Beta}(1000, 1000)$$

$$\Phi \sim \text{Beta}(1, 1)$$

$$\Theta_i = \begin{cases} \Phi & \text{si } c = i \\ \Psi & \text{si } c \neq i \end{cases}$$

$$C \sim \text{Categorical}(1/3, 1/3, 1/3)$$

$$K_i \sim \text{Binomial}(n, \theta_i)$$

Figura 1: modelo 1

Donde  $\Phi$  representa el prior de la moneda cargada (Uniforme(0,1) ya que no se sabe cómo esta cargada) y  $\Psi$  el prior para las monedas no cargadas, el cual elegí representarlo como una Beta(1000, 1000), para que la función esté lo más concentrada posible alrededor de 1/2, como se puede observar en la Figura 2. Por último,  $\Theta_i$  es igual a  $\Phi$  o  $\Psi$  según el resultado de la categórica  $C$ , que decide cuál de las 3 monedas es la cargada, y  $K_i$  es la binomial que representa la cantidad de caras obtenidas por cada moneda luego de 10 tiradas.

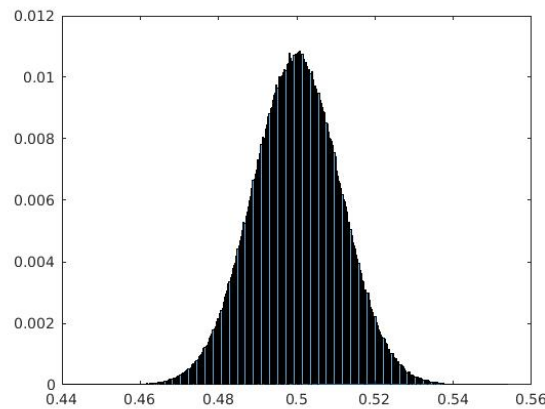


Figura 2: Beta(1000,1000)

### 3. Problema 2: Implementación e Inferencia

Implemente el modelo en su sistema de inferencia predilecto, y obtenga muestras de la posterior para las variables relevantes. Explícite cuáles fueron los parámetros elegidos para el algoritmo de muestreo.

- *Realice histogramas de las distintas variables, utilizando un mismo gráfico cuando sea posible/razonable.*
- *Reporte la media y el desvío estándar para todas las variables inferidas.*
- *Compute la probabilidad a posteriori de que cada una de las monedas sea la moneda cargada.*

Para implementar este modelo utilicé *MatJAGS* junto con Matlab R2016a. Las variables relevantes a muestrear son  $C$  (qué moneda es la cargada) y los distintos  $\Theta$  (la probabilidad de salir cara de cada moneda). Los parámetros para el algoritmo de muestreo son:

- $nchains = 2$  (cantidad de cadenas)
- $nburnin = 100$  (burn-in examples)
- $nsamples = 5000$  (cant. de samples)
- $thin = 2$  (cada cuánto sampleo)

Los histogramas para cada una de las variables de interes son los siguientes:

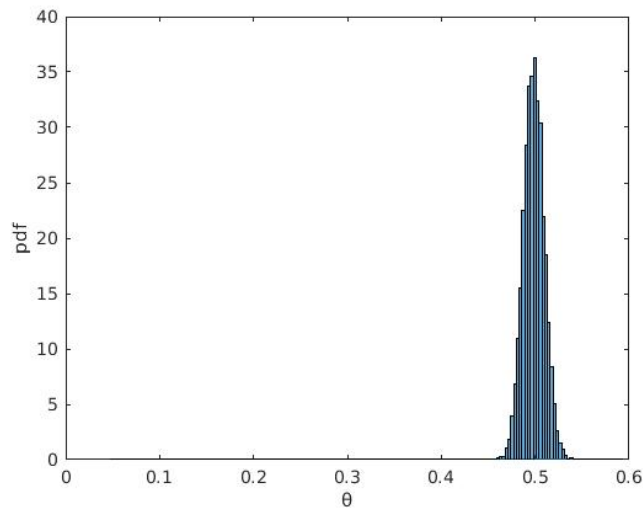


Figura 3: theta 1

Con media = 0.4975 y std = 0.0190

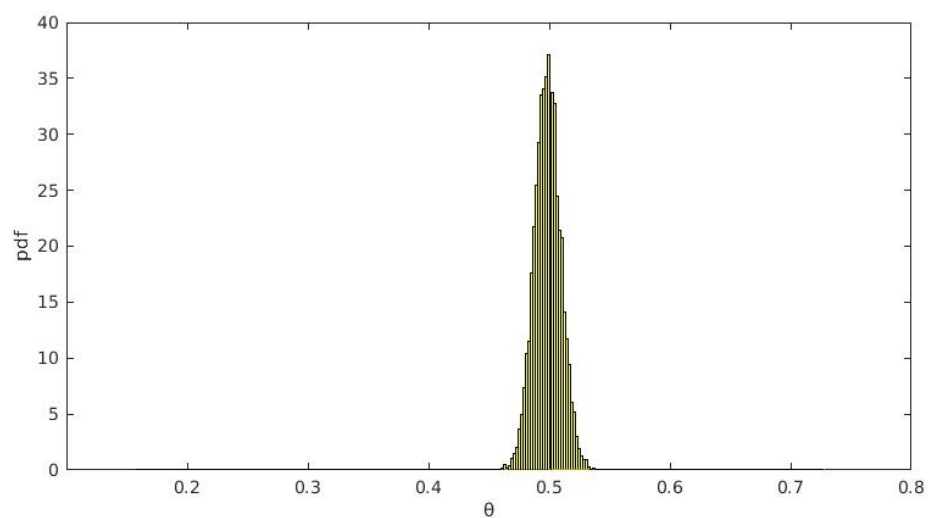


Figura 4: theta 2

Con media = 0.4981 y std = 0.0152

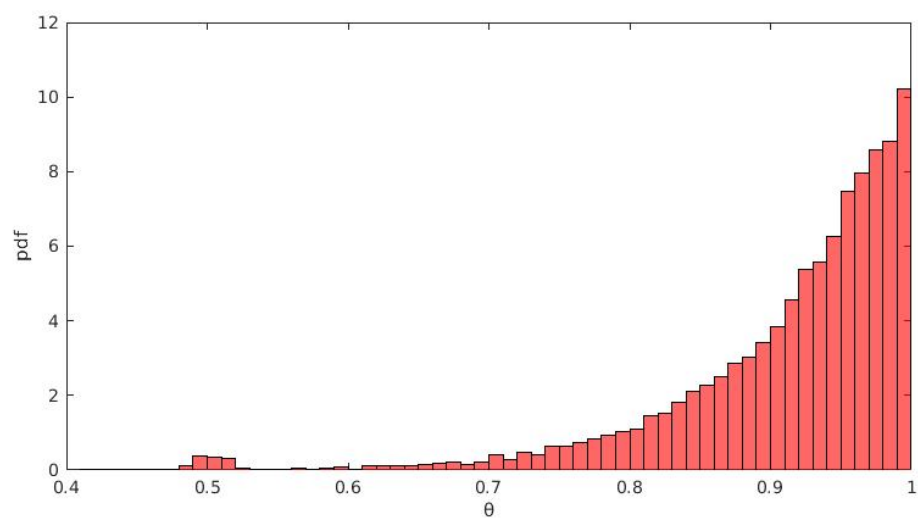


Figura 5: theta 3

Con media = 0.9131 y std = 0.0866

Las diferencias y similitudes entre las posterior de cada moneda se pueden apreciar mejor en el siguiente gráfico conjunto:

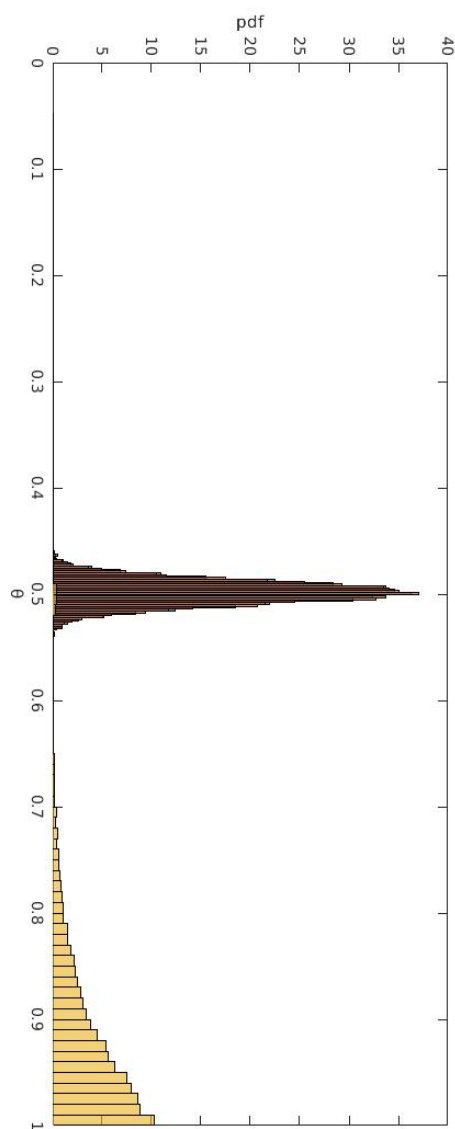


Figura 6: theta 1, 2, y 3

Se puede ver que  $\Theta_1$  y  $\Theta_2$  están prácticamente solapados con media alrededor de 0,5, mientras que  $\Theta_3$ , como resultó ser la moneda cargada, tiene una distribución con mucho peso en valores cercanos al 1.

En cuanto a la variable categórica  $C$ , podemos observar su resultado en el siguiente gráfico:

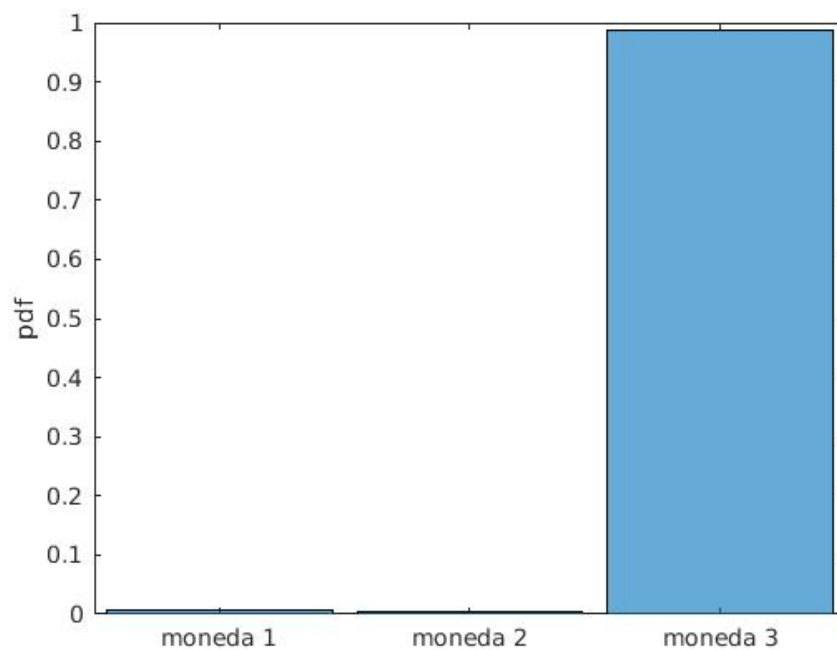


Figura 7: categórica

De donde se puede ver claramente que la probabilidad de que la tercera moneda sea la cargada es prácticamente 1, mientras que la probabilidad de que las monedas 1 y 2 sean las cargadas es muy cercana a 0.

#### 4. Problema 3: Modificaciones al Modelo

Discuta cómo modificaría el modelo si en lugar de saber que hay una moneda cargada, nos dicen que cada moneda puede estar cargada o no con probabilidad  $1/2$  independientemente de las otras monedas. Provea el modelo y su representación gráfica para este caso.

La modificación que hay que realizarle al modelo es sencilla: la variable categórica  $C$  se reemplaza por 3 variables bernoulli  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  con parámetro  $1/2$  (una para cada  $\Theta$ ), las cuales deciden para cada moneda si ésta va a estar cargada o no. La representación gráfica de este modelo se puede ver en la siguiente Figura:

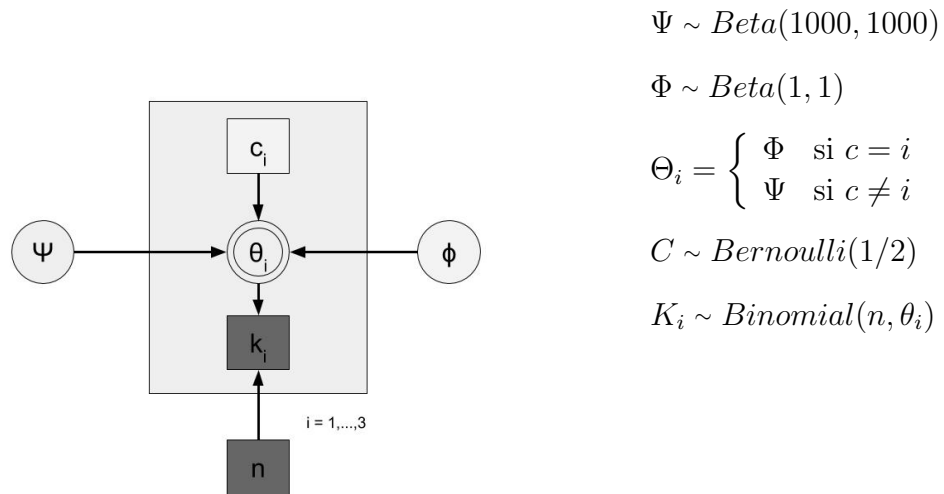


Figura 8: modelo 2