HR, tölvunarfræðideild **Vorönn 2017**

Strjál stærðfræði II

Lítil skil 1 — SVÖR

Hér eru Lítil skiladæmi 1. Skilafrestur fyrir nemendur í staðarnámi er föstudaginn 20. janúar 2017 kl. 15. Nemendur í staðarnámi skila lausnum á pappír og fá þær til baka með handskrifuðum leiðréttingum. Skilað er beint til dæmatímakennara í dæmatíma eða í hólf merkt honum við hliðina á afgreiðslunni á 1. hæð í Sólinni. Það eru komnar forsíður á námskeiðsvefinn undir "Annað efni". Vinsamlegast fyllið út forsíðu með númeri hóps og nafni dæmatímakennara til að tryggja að dæmin komist til skila. Upplýsingar um dæmahópana eru á námskeiðsvefnum.

Skilafrestur fyrir nemendur í fjarnámi og HMV er sunnudaginn 22. janúar. kl. 23:59.

Þetta eru ein af 5 litlum dæmaskilum. Þau gilda alls 10% af lokaeinkunn, en sleppt er lægstu einkunninni.

Kaflanúmer og dæmanúmer eiga við 7. útgáfu ("Custom Edition" (sem er eins og "Icelandic Edition" og bandaríska "Seventh Edition")) af kennslubókinni. Innan sviga eru númer dæmanna í 6. útgáfu ef þau eru frábrugðin. Innan hornklofa eru svo númer dæmanna í 7. útgáfu ("Global Edition") ef þau eru frábrugðin.

Skiladæmi:

KHR 2.5 (Ljósrit um fjöldatölu), [Ljósrit um fjöldatölu]. 6 (16%)

KHR 2.5 (Ljósrit um fjöldatölu), [Ljósrit um fjöldatölu]. 29 (20%)

Í svörunum í kennslubókinni er vísað í almenna reglu, en þið eigið að rökstyðja svarið með því að sýna hvernig hægt er að númera stökin í menginu.

KHR 5.3(4.3) 24ab[16ab] (12%+12%)

KHR 5.3(4.3) 26c[missing] (20%) The set S is defined as follows:

Basis step: $(0,0) \in S$

Inductive step: If $(a,b) \in S$ then $(a+2,b+3) \in S$ and $(a+3,b+2) \in S$

Use structural induction to prove that $5 \mid (a+b)$ for all $(a,b) \in S$.

KHR 5.3(4.3) 38[28] (20%)

KHR 2.5 (Ljósrit um fjöldatölu), [Ljósrit um fjöldatölu]. 29 (20%)

Í svörunum í kennslubókinni er vísað í almenna reglu, en þið eigið að rökstyðja svarið með því að sýna hvernig hægt er að númera stökin í menginu.

Sýnum að mengi allra endanlegra bitastrengja er teljanlegt.

Númerum Fyrst strengi af lengd = 0

þá er λ númer 1.

Númerum svo strengi af lengd = 1

þá verður	0	númer	2
og	1	"	3

Númerum svo strengi af lengd = 2

þá verður	00	númer	4
"	01	"	5
"	10	"	6
"	11	"	7

og svo framvegis.

þá er ljóst að hver einasti bitastrengur fær númer.

Mengið er því teljanlegt.

KHR 5.3(4.3) 24a[16a] (12%)

Gefið er mengið S sem er mengi allra jákvæðra oddatalna.

Setjið fram þrepunarskilgreiningu ("recursive definition") á menginu S.

Svar: Grunnþrep: $1 \in S$

Þrepunarskref: Ef $n \in S$ þá er $(n+2) \in S$

<u>24 b)</u> (12%)

Grunnþrep : $3 \in S$

Þrepunarskref :

Ef $n \in S$ þá er $3n \in S$

<u>5.3 38</u>

$\lambda \in A$

$0 \in A$

$1 \in A$

Ef $x \in A$ þá er $0x0 \in A$

og $1x1 \in A$

<u>2.5 – 6</u> Flytjum gest úr herbergi n

í herbergi $2n-1$.

Þá fær gestur úr herbergi 1 áfram herbergi 1

2 herbergi 3

3 " 5 o.s.frv.

KHR 5.3(4.3) 26c[missing] (16%) The set S is defined as follows:

Basis step: $(0,0) \in S$

Inductive step: If $(a,b) \in S$ then $(a+2,b+3) \in S$ and $(a+3,b+2) \in S$

Use structural induction to prove that $5 \mid (a+b)$ for all $(a,b) \in S$.

Svar:

Hér þarf að sýna fram á það að hvert einasta raðpar sem búið er til með þrepunarskilgreiningunni uppfylli það skilyrði að $(a+b)$ er deilanlegt með 5.

Grunnþrep: Sýna að reglan gildi fyrir stök sem búin eru til í grunnþrepi þrepunarskilgreiningarinnar.

Í grunnþrepinu er búið til stakið $(0,0)$. Það uppfyllir skilyrðið því þá er

$a + b = 0 + 0 = 0$ og talan 0 er deilanleg með 5 því $0 = 5 \cdot 0$.

Þrepunarskref: Þrepunarforsendan er að reglan gildi fyrir öll stök sem notuð eru í þrepunarskrefi þrepunarskilgreiningarinnar til að búa til ný stök.

Þá þarf að leiða af því að þau stök sem búin eru til í þrepunarskrefi þrepunarskilgreiningarinnar uppfylli skilyrðið einnig.

Samkvæmt þrepunarforsendu gildir því reglan um stakið (a,b) sem notað er í þrepunarskrefi þrepunarskilgreiningarinnar þannig að við höfum að $(a+b)$ er deilanleg með 5.

Í þrepunarskrefinu er búið er til stakið $(a+2,b+3)$. Fyrir það höfum við

$(a+2) + (b+3) = (a + b) + 5$ sem er deilanleg með 5, því samkvæmt þrepunarforsendu er $(a+b)$ deilanleg með 5.

Í þrepunarskrefinu er búið er til stakið $(a+3,b+2)$. Fyrir það höfum við

$(a+3) + (b+2) = (a + b) + 5$ sem er deilanleg með 5, því samkvæmt þrepunarforsendu er $(a+b)$ deilanleg með 5.

Því liggur fyrir að stökin sem búin eru til í þrepunarskrefi þrepunarskilgreiningarinnar uppfylla skilyrðið einnig.

Reglan er því sönnuð með þrepasönnun.