

Strjál stærðfræði II - vorönn 2011 - Skilaverkefni 2**Gildir 5% af lokaekinnun í námskeiðinu.**

1. Gefið er fylkið $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 8 & 2 \end{bmatrix}$

a) (14%) Finnið andhverft fylki (“inverse matrix”) fyrir A. Beitið **Gauss-Jordan eyðingu** (“Gauss-Jordan elimination”). Sýnið útreikninga og látið allar einfaldar línuaðgerðir (“elementary row operations”) koma skilmerkilega fram. Sýnið prófun á svarinu.

b) (6%) Notið andhverfa fylkið til að leysa eftirfarandi jöfnuhneppi. Sýnið prófun á svarinu.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

2. (14%) Gefnar eru eftirfarandi jöfnur fyrir tvö plön í \mathbb{R}^3 . Finnið stikajöfnur (“parametric equations”) fyrir skurðlínu plananna með því að leysa þessar jöfnur saman. Leysið jöfnuhneppið með því að setja upp aukna fylkið (“augmented matrix”) og beita **Gauss-Jordan eyðingu** á það. Sýnið útreikninga og látið allar línuaðgerðir koma skilmerkilega fram.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 2z + 4 &= 0 \\ x - y + 2z + 3 &= 0 \end{aligned}$$

3. Gefnir eru eftirfarandi punktar í \mathbb{R}^3 : P (2, -2, 1), Q (-1, 0, 3) og R (5, -3, 4).

a) (8%) Ritið stikajöfnur beinnar línu (“parametric equations of the line”) sem inniheldur punktana P og Q.

b) (14%) Ritið á forminu $Ax + By + Cz = D$ jöfnu plans (“equation of the plane”) sem inniheldur punktana P, Q og R. Sýnið útreikninga og prófun á svarinu!

4. Gefnir eru eftirfarandi punktar í \mathbb{R}^3 : $P(3, -3, -5)$ og $Q(2, 0, -7)$. Einnig er gefið plan með jöfnuna

$$2x - 3y - 6z + 4 = 0$$

- a) (14%) Finnið fjarlægð punktsins P frá planinu og hnit þess punkts í planinu sem er í minnstri fjarlægð frá P .
- b) (8%) Finnið skurðpunkt plansins við beinu línuna gegnum P og Q .

5. Í þessu dæmi er fjallað um varpanir í \mathbb{R}^2 .

- a) (8%) Ákvarðið vörpunarfylki sem framkvæmir 30° snúning réttshælis um upphafspunkt ("a matrix for clockwise rotation 30° about the origin").

Notið síðan vörpunarfylkið til að reikna hvert punkturinn $(2, -3)$ varpast.

- b) (14%) Ákvarðið EITT vörpunarfylki sem framkvæmir speglun um línuna $x = -2$

Notið einsleit hnit ("homogeneous coordinates").

Notið síðan fylkið til að reikna hvert punkturinn $(-5, 2)$ varpast.

Sýnið útreikninga ásamt skýringum.