NSI | Activité Récursivité — Flocon de Von Koch | Lycée Aragon

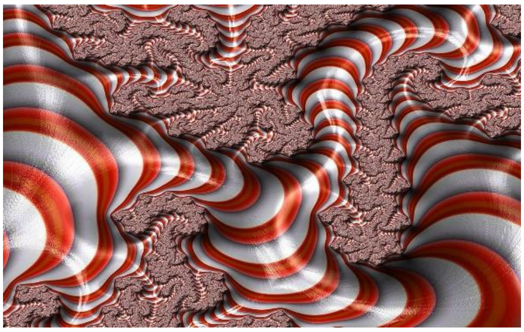
Correction

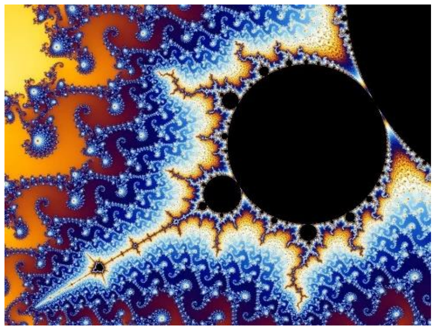
1 Les fractales : Historique

1924 - 2010

Une fractale est une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou stochastiques (hazard) impliquant une homothétie interne. Le terme « fractale » est un néologisme (mot nouveau apparu dans une langue) créé par Benoît **Mandelbrot** en 1974 à partir de la racine latine *fractus*, qui signifie brisé, irrégulier. Un des plus beaux exemples de fractale donné par la nature est le chou Romanesco (à gauche), ou la fougère à droite :

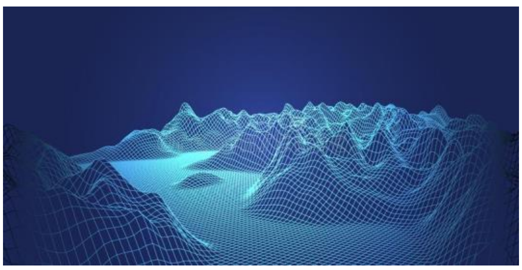
Un des objets mathématiques les plus fascinants est *l'ensemble de Mandelbrot*, qui est devenu l'icône des fractales





Utilisations :

- Les fractales sont très utilisées dans l'art graphique. Par exemple pour générer des paysages virtuels. Dans les images de synthèse ci-dessous, les montagnes peuvent être des fractales...

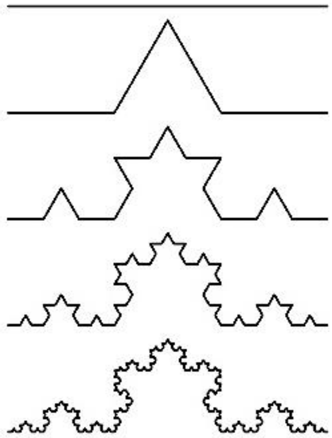


- La géométrie "déchiquetée" des fractales est particulièrement bien adaptée pour créer des objet permettant de créer des panneaux acoustiques avec une efficacité d'environ 40% supérieure aux panneaux acoustiques classiques placés en bordures des routes. L'idée est de créer une surface ayant une aire très grande dans un volume réduit.
- En astrophysique, la fractalité de la structure de l'univers a contribué à mieux saisir certains aspects de la répartition de la densité de matière, par exemple
- Les chimistes sont aujourd'hui capables de fabriquer des aérogels (gels ultra- légers) dont la structure microscopique est fractale ; ces aérogels ont un extraordinaire pouvoir d'isolation thermique, jusqu'à 100 fois supérieur à celui du verre classique par exemple
- Ou encore amélioration de l'efficacité des antennes de télécommunication, Compression des images numériques (IFS), compréhension du corps humain, les fractales sont partout, ...

2 Le flocon de von Koch

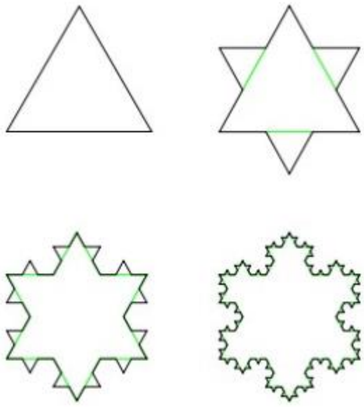
1870 - 1924

Le flocon de von Koch est l'une des premières courbes fractales à avoir été décrite (bien avant l'invention du terme « fractal(e) »). Elle a été inventée en 1906 par le mathématicien suédois Helge **von Koch**.



La courbe de von Koch d'un segment de droite : Elle s’obtient en modifiant récursivement chaque segment de droite de la façon suivante :

1. On divise le segment de droite en trois segments de longueurs égales.
2. On construit un triangle équilatéral ayant pour base le segment médian de la première étape.
3. On supprime le segment de droite qui était la base du triangle de la deuxième étape.



Le flocon de von Koch : Il s'obtient de la même façon que la fractale précédente, en partant d'un triangle équilatéral au lieu d'un segment de droite, et en effectuant les modifications en orientant les triangles vers l'extérieur.

Travail demandé

En utilisant la librairie turtle, dessinez le flocon de von Koch avec un niveau de récursivité de 4.

Aide :

- Réaliser une fonction *courbeVonKoch(cote)* non récursive qui trace la courbe de von Koch d'un segment de droite. Cette fonction prend en paramètre la longueur du segment *cote*
- Transformer la fonction précédente en une fonction récursive *courbeVonKoch(n,cote)* qui trace la courbe de von Koch d'un segment de droite. Cette fonction qui prend en paramètre la profondeur *n* de la récursivité et la longueur du segment *cote*.
- Réaliser une fonction floconVonKoch(n, cote) qui trace le flocon de von Koch en appelant la fonction récursive précédemment créée *courbeVonKoch(n, cote)*

Tester votre programme avec d’autres formes de flocons, courbes de von Koch, ...

Correction :

```python
# Programme qui trace un flocon de vonKoch par récursivité

import turtle
from random import randint

def couleur_aleatoire():
    """
    Fonction qui défini trois couleurs rouge vert bleu aléatoires
    Args: None
    Returns:
        tuple: tuple de trois nombres entiers de 0 à 255 représentant le R, V, B
    """
    turtle.colormode(255)
    r = randint(0,255)
    g = randint(0,255)
    b = randint(0,255)
    return (r,g,b)

def courbeVonKoch(n, cote):
    """
    Fonction récursive qui trace une courbe de von Koch
    Args:
        n (int): profondeur de récursivité.
        cote (int): longueur en pixels.

    Returns:
        trace de la courbe de von Koch
    """
    couleur=couleur_aleatoire()
    turtle.pencolor(couleur)
    if n == 0:                    # Condition d'arrêt -> fin de la récursivité
        turtle.forward(cote)
    else :
        courbeVonKoch(n-1, cote/3)
        turtle.left(60)
        courbeVonKoch(n-1, cote/3)
        turtle.left(-120)
        courbeVonKoch(n-1, cote/3)
        turtle.left(60)
        courbeVonKoch(n-1, cote/3)

def floconVonKoch(n, cote):
    """
    Fonction qui fait appel 3 fois à la fonction récursive "courbe de von Koch"
    Args:
        n (int): profondeur de récursivité.
        cote (int): longueur en pixels.

    Returns:
        trace le flocon de von Koch
    """
    for _ in range(3):
        courbeVonKoch(n, cote)
        turtle.left(-120)

turtle.setup(800, 600)
turtle.setheading(0)    # orientation intiale de la tête : vers la droite de l'écran
turtle.hideturtle()     # on cache la tortue
turtle.speed(0)             # on accélère la tortue (vitesse max)

profRecur=int(input("Profondeur de récursivité ?  "))
coteTriangle=int(input("Longueur en pixels des cotés du triangle équilatéral de départ ?  "))

# Positionnement du crayon
turtle.penup()                                # Lève le crayon
turtle.goto(-coteTriangle/2, coteTriangle/2)   # Déplacement du crayon aux coordonnées citées (x,y)
turtle.pendown()                              # Lève le crayon

floconVonKoch(profRecur, coteTriangle)
turtle.exitonclick()                          # Quitte la fenêtre si l'on clique sur la souris
```

Appel de courbe Von Koch
n = 2 , cote = 900