|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| NSI – 1ere | COURS Séquence 2-AB : Écriture d'entiers positifs en base | LFV |

1. **Représentation des entiers en base (binaire)**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| On trouve : glaces. | On trouve : champignons. |

1. **Retour vers le passé**Voici ci-contre deux exercices classiques que vous avez tous fait dans votre enfance : dénombrer les objets d'une collection (source : <http://www.ecoledecrevette.fr>, Licence CC – BY – NC – ND).
2. **Compter en base**Dans les deux exercices précédents vous avez utilisé une technique élémentaire pour dénombrer les objets. En base 10 on compte en effet en faisant des paquets de 10, des paquets de 100, des paquets de 1000 etc. On obtient ainsi l'écriture d'un nombre entier positif en base 10. Ainsi vous avez également tous effectué des exercices du type suivant :

Complète les pointillés :

Cette façon de compter est tellement ancrée dans votre système de pensée mathématique qu'il y a une chose à expliquer. **Pourquoi fait-on des paquets de ? Parce qu'on a que dix symboles à disposition : les chiffres de à**  donc on fait des paquets de puissances de dix.  
En effet, si on cherche par exemple le nombre de combinaisons possibles obtenues avec chiffres, on a possibilités pour chacun des chiffres, soit combinaisons possibles, de à . Donc au-delà de il faut … nécessairement rajouter un quatrième chiffre : le chiffre des milliers !

1. **Paquets utilisés en base 2**Compter en base (c’est-à-dire en binaire), c'est compter en utilisant seulement deux symboles : typiquement les chiffres et . On doit donc faire des paquets de

Autant le dire tout de suite : les premières puissances de doivent idéalement être apprises par cœur. Ou plutôt, vous devez être capables de les retrouver très rapidement de tête. Typiquement si on vous demande vous devez très rapidement répondre .

Pour cela on dispose du tableau ci-dessous :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Les valeurs en gras doivent **vraiment** être apprises par cœur. Voici pourquoi :

* est utile car en informatique on travaille en octets (8 bits), qui sont souvent "découpés" en deux blocs de 4 bits représentés en héxadécimal, c’est-à-dire en base 16.
* est utile car l'utilisation des octets sur (8 bits) conduit de nombreuses grandeurs en informatique à être représentées par des entiers entre 0 et 255.
* est utile car il permet d'évaluer approximativement de tête une grande puissance de . Ainsi milliards.

Si vous connaissez ces trois puissances de deux par cœur, vous retrouverez rapidement les autres en multipliant ou divisant par ces puissances.

1. **Conversions de la base 2 vers la base 10**

**Remarque :** On pourrait facilement confondre les deux écritures suivantes ;

* qui est la représentation de cent soixante sept en base
* qui est la représentation de dix millions cent-mille cent onze en base

C'est pourquoi lorsqu'on manipule des bases différentes on indique la base en indice :

Prenons un exemple : on cherche à représenter en base . On va donc l'écrire en utilisant que des puissances de présentes dans le tableau ci-dessus.

**Exercice de cours**  
Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Exercice de cours**Représenter les nombres suivants en base 10. On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. **Représentation des entiers en base (hexadécimal)**
2. **Conversions de la base 2 à la base 16**

En base nous allons faire des paquets de :

Nous allons par ailleurs être confrontés au nombre de symboles utilisables :

* En base nous utilisons symboles : les deux chiffres et .
* En base nous utilisons symboles : les dix chiffres et .
* En base nous utilisons symboles : les dix chiffres de à et les six lettres .

Ainsi en base , on a l'utilisation des seize *symboles* suivants :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Base 10 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Base 16 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

Avant de s'attaquer à la conversion de base vers base , remarquons qu'en partant de la base on décompose facilement un nombre en base en regroupant les chiffres par . Avec des notations abusives on a par exemple :

De façon similaire on passe facilement de la base à la base en regroupant les bits par .

Si on part d'un nombre représenté en base , on obtient facilement sa représentation en base en regroupant les bits par :

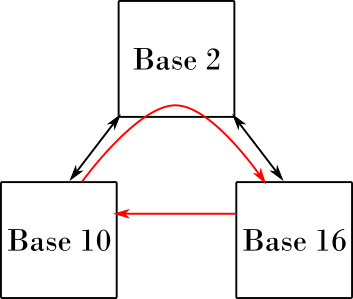
**Ainsi chaque groupe de 4 bits en base correspond à un symbole entre et en base**

**Exercice de cours**  
Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Exercice de cours**Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. **Conversions de la base vers la base**

On peut passer directement et rapidement de la base à la base . En revanche pour passer directement de la base à la base il est plus rapide de passer par la base . Ce qui se résume par le schéma ci-contre.

**Exercice de cours**  
Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Exercice de cours**Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. **Représentation en base – Algorithme des divisions successives**
2. **Passer de la base à la base**Il suffit de se rappeler que le chiffre en partant de droite représente le nombre de paquet de taille .

**Exemple :**

1. **Passer de la base à la base**Nous ne démontrerons pas la méthode suivante. **Il s'agit de la méthode des divisions successives qui fonctionne pour toutes les bases .** Il s'agit, comme son nom l'indique, d'effectuer des divisions successives par et de noter les restes successifs. Le mieux est de voir sur deux exemples :

Exemple 1 : convertir en base

4579 % 7 = 1 et 4579 // 7 = 654

654 % 7 = 3 et 654 // 7 = 93

93 % 7 = 2 et 93 // 7 = 13   
 13 % 7 = 6 et 13 // 7 = 1  
 1 % 7 = 1 et 1 // 7 = 0  
On en déduit en regardant les restes successifs que   
On vérifie aisément que cela fonctionne : .

Exemple 2 : convertir en base

Exemple 3 : Avec cette méthode convertir en base puis en base 16

**Quelle est la meilleure méthode pour passer de base 10 à base 2 ou 16 ?**

Nous avons vu deux méthodes :

* Celle des I et II de ce cours qui se base sur la décomposition en paquets de taille et permet donc de comprendre ce qu'est réellement l'écriture binaire. De plus elle fait le lien entre groupe de 4 bits et hexadécimal. Cette méthode apporte donc de la compréhension.  
  En revanche elle nécessite de connaître les différentes puissances de et ne fonctionne que pour la base , extensible à la base .
* Celle des divisions successives qui a le mérite de fonctionner pour toutes les bases et qui – surtout – peut facilement se programmer. En revanche on ne comprend que difficilement pourquoi cela fonctionne.

Connaître la décomposition en paquets de puissances de est de toute façon obligatoire pour faire la conversion dans l'autre sens. La première méthode doit donc être connue.

Savoir passer de la base à une autre base dans le cas général est au programme, la seconde méthode doit donc également être connue.

C'est donc à vous de voir quelle méthode vous convient le plus lorsque vous devez passer de la base (décimal) à la base (binaire) ou (hexadécimal).

1. **Exercices**

**Exercice 1 : écriture en base 2 des puissances de 2 :**Écrire sur 8 bits les entiers suivants :

**Exercice 2 : écriture en base 2 des**Écrire sur 8 bits les entiers suivants :

**Exercice 3 : conversion vers base 2**

Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Exercice 4 : conversion vers base 16**

Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Exercice 5 : conversion vers base 10**

Représenter les nombres suivants en base . On laissera apparentes les écritures intermédiaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Exercice 6 : algorithme des divisions successives**

* Représenter en base 3
* Représenter en base
* Représenter en base (système *vicésimal*, pour les amateurs d'Histoire, se renseigner sur l'Hôpital des Quinze-Vingt).