

Statistiques multidimensionnelles

Réseaux de neurones (NN)

Benjamin ANDRE, Alexis LECOCQ

UMONS
Faculté des Sciences
BA 3 Sciences Informatiques
Cours de Statistiques Multidimensionnelles, M.Voué



Juin 2017

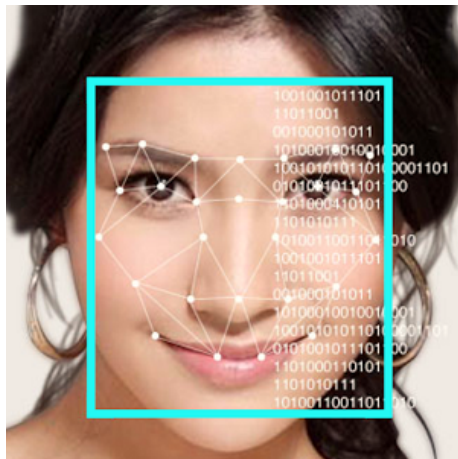
1 Description des NN

- Machine Learning
- Neural Networks (NN)
- Formulation générale
- Backpropagation

2 Exemple en R

- Choix de librairie
- Données utilisées et objectif
- Traitement des données
- Entraînement
- Comparaison du résultat du NN avec un modèle linéaire
- Fiabilité du réseau
- Conclusion

Machine Learning



Certains problèmes comme la reconnaissance faciale comportent trop de variables et des relations trop compliquées entre celles-ci pour être décrite efficacement de façon algorithmique.

On préférera
le machine learning qui proposera
une solution approchée grâce
à l'apprentissage automatique.

Machine Learning

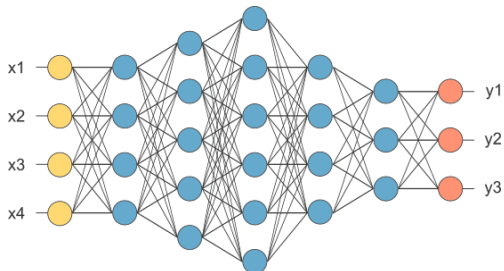
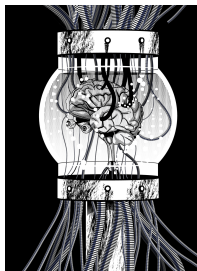
Utilisation

Comme expliqué précédemment, il s'agit d'une solution approchée. Dans le cas où il existe un algorithme efficace il sera préférable de l'utiliser.

Exemples

- AlphaGo
- DeepBlue
- Voitures autonomes
- Filtre à spam
- Reconnaissance d'image
- Traduction
- Prédiction de la bourse

Neural Networks



Neural Networks

Types de réseaux de neurones

- Deep Neural Network (DNN) : Réseau avec un grand nombre de couches.
- Convolutional Neural Network (CNN) : Inspiré du fonctionnement de la vue, les couches de neurones ici sont à plus d'une dimension.
- Recurrent Neural Network (RNN) : Réseau où la sortie est réintroduite dans le réseau pour les tests suivants : effet mémoire.

=> Nous utiliserons une version généraliste de la technique, fonctionnant comme un DNN avec peu de couches.

Fonctionnement global

Comment trouver $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$?

On l'écrit sous la forme $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = a(w_1 * z_1, w_2 * z_2, \dots, w_n * z_n)$

Où z_i pourrait lui-même être le résultat d'une fonction mathématique.

En composant les fonctions (avec un certain poids \vec{w}) jusqu'à des fonctions simples sur \vec{x} , on crée un réseau de neurones (fonctions).

A force d'exemples, on ajuste les *poids* (axones) w_i afin d'approximer f .

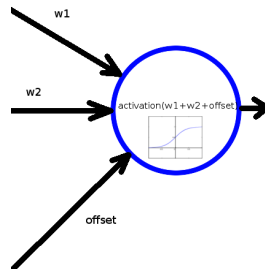
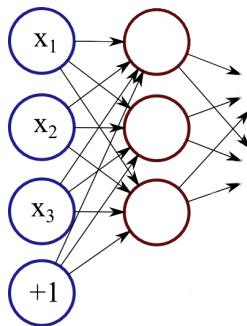
Structure des couches

3 types de couches :

- L'entrée : Couche correspondant aux variables à évaluer
- Les couches "cachée" : Couches correspondant au comportement interne du réseau, le nombre de couches dépend du problème, et il n'y a pas de règles prédisant le nombre de couches nécessaires. De nombreuses opérations mathématiques se font ici.
- La sortie : Couche retournant un nombre correspondant soit à une classe, soit à la valeur d'évaluation des paramètres d'entrées

Aucun neurone (décrits plus tard) n'est dans plusieurs couches. Ceux-ci sont interconnectés avec tous les neurones de la couche précédente et tous ceux de la suivante, et rien d'autre (parfois avec un poids 0 cependant).

Couche cachée



Fonction d'activation

Chaque neurone effectue la somme pondérée par w de tous les résultats de la couche précédente.

Par exemple : $(0.2 * w_1 + 1.4 * w_2 - 2.1)$.

Pour à cette somme, nous appliquons une fonction dite "d'activation".

La fonction d'activation appliquée sur la transformation linéaire la plus répandue est la sigmoïde :

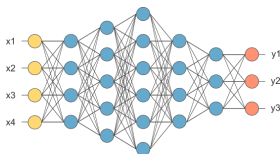
$$activation(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \in [0, 1]$$

Fonction d'activation

Cette fonction a plusieurs propriétés intéressantes :

- $activation(x) \in [0, 1]$, utile pour borner le résultat et éviter une explosion des valeurs dans le réseau
- Fonction continue sur \mathbb{R}
- Elle est dérivable en $activation(x) * (1 - activation(x))$, ce qui est utilisé dans le calcul de l'erreur

Représentation



$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, w_1 = \begin{pmatrix} w_{x_1 h_1} & w_{x_1 h_2} & w_{x_1 h_3} & w_{x_1 h_4} \\ w_{x_2 h_1} & w_{x_2 h_2} & w_{x_2 h_3} & w_{x_2 h_4} \\ w_{x_3 h_1} & w_{x_3 h_2} & w_{x_3 h_3} & w_{x_3 h_4} \\ w_{x_4 h_1} & w_{x_4 h_2} & w_{x_4 h_3} & w_{x_4 h_4} \end{pmatrix}, w_2 \in \mathbb{R}^{4 \times 5}, \dots, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Sans oublier les offset pour chaque couche, stockés séparément. On représente donc notre problème sous la forme matricielle.

Backpropagation

C'est fini ?

On a un réseau de neurones, c'est bien beau, mais comment définir les poids ?

Plusieurs stratégies pour l'initialisation dont l'aléatoire. Ensuite on nourri le réseau d'exemples. On mesure le taux d'erreur entre l'approximation et les données de résultat. A chaque fois, un algorithme appelé *backpropagation* est appliqué pour ajuster les poids *en détectant lequel est le plus responsable de l'erreur*.

Backpropagation

Sans entrer trop dans les détails, ce que fait l'algorithme :

Entrées: Un jeu de données

Sorties: Les poids

$w \leftarrow$ valeurs aléatoires entre -1 et 1

répéter

pour chaque *exemple du training set* faire

pour chaque *couche dans le réseau* faire

pour chaque *noeud dans la couche* faire

$sum \leftarrow$ la somme des entrées

$sum \leftarrow sum + offset$

$noeud_{sortie} \leftarrow activation(sum)$

fait

fait

pour chaque *noeud dans la couche de sortie* faire

$node_{error} \leftarrow \Delta(attendu, calcul)$

fait

pour chaque *couche cachée dans le réseau* faire

pour chaque *noeud dans la couche* faire

Calculer $node_{error}$

Mettre à jour le poids du noeud dans le réseau.

fait

fait

Calculer l'erreur globale

fait

jusqu'à nombre d'itération maximum atteint ou l'erreur globale est passée sous un seuil fixé;

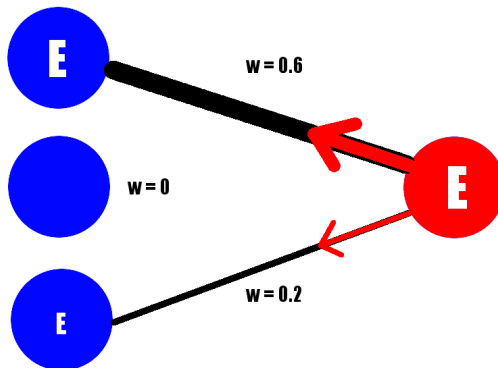
retourner *arbre*

Backpropagation

Pour faire simple :

- On initialise les poids aléatoirement
- On présente un exemple et évalue l'erreur
- On fait remonter l'erreur en fonction des poids
- On ajuste les poids en fonction de l'erreur et continue à faire remonter l'erreur
- On donne un autre exemple, et s'arrête après un certain temps ou si le NN est efficace

Backpropagation



Choix de librairie

La librairie choisie est **neuralnet**. C'est une librairie de très haut niveau, mise à jour régulièrement, documentée, et avec une certaine communauté (qui a d'ailleurs écrit un tutoriel).

Données utilisées et objectif



On utilisera les données "Boston" fournies de base par RStudio. Celles-ci mettent en relation 13 variables sur une propriété et sa valeur. Notre but sera de prédire la valeur d'un terrain en fonction des 13 variables.

Vérification

```
1 #Utilisation du set de Boston
2 set.seed(500)
3 library(MASS)
4 data <- Boston
5
6 #Verification : est-ce qu'il manque des valeurs ?
7 print(apply(data,2,function(x) sum(is.na(x))))
```

Séparation des données

On notera 75% de données réservées à l'entraînement. Sont également générés des modèles linéaires et autre fonction d'estimation.

```
1 #Separation des donee de train et de test
2 alpha <- 0.75
3 #sample randomize les rangees
4 index <- sample(1:nrow(data), round(alpha*nrow(data)))
5 train <- data[index,]
6 test <- data[-index,]
7 lm.fit <- glm(medv~., data=train)
8 summary(lm.fit)
9 pr.lm <- predict(lm.fit, test)
10 MSE.lm <- sum((pr.lm - test$medv)^2)/nrow(test)
```

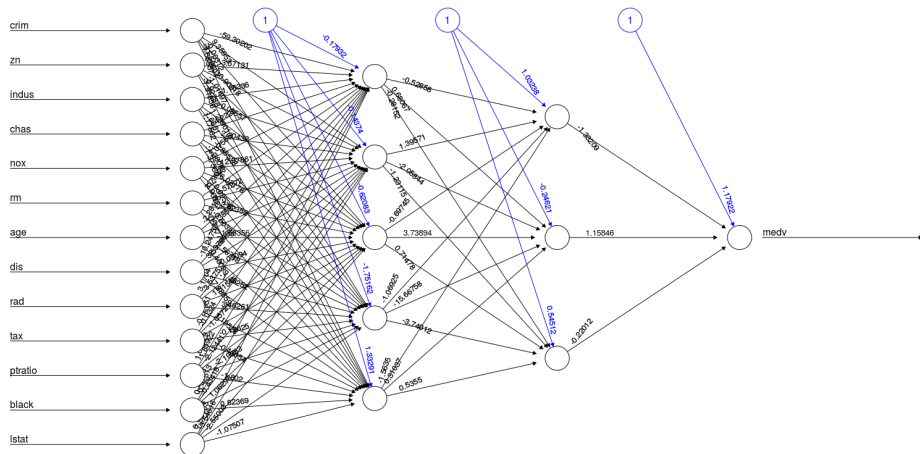
Normalisation de la matrice

```
1 #Normalisation de la matrice vers [0,1]
2 maxs <- apply(data, 2, max)
3 mins <- apply(data, 2, min)
4 scaled <- as.data.frame(scale(data, center = mins, scale =
   maxs - mins))
5 train_ <- scaled[index,]
6 test_ <- scaled[-index,]
```

Entraînement

```
1 #Donnees pretes , on utilise neuralnet
2 library(neuralnet)
3
4 #Entraînement
5 n <- names(train_)
6 f <- as.formula(paste("medv ~", paste(n[!n %in% "medv"],
7   collapse = " + ")))
8 #On a donc un reseau 13 - 5 - 3 - 1 (car 13 en entree , une
9   couche "hidden" de 5, une couche "hidden" de 3 et la
   sortie)
10 nn <- neuralnet(f, data=train_, hidden=c(5,3), linear.output=T)
11 plot(nn)
```

Notre réseau



Comparaison du résultat du NN avec un modèle linéaire

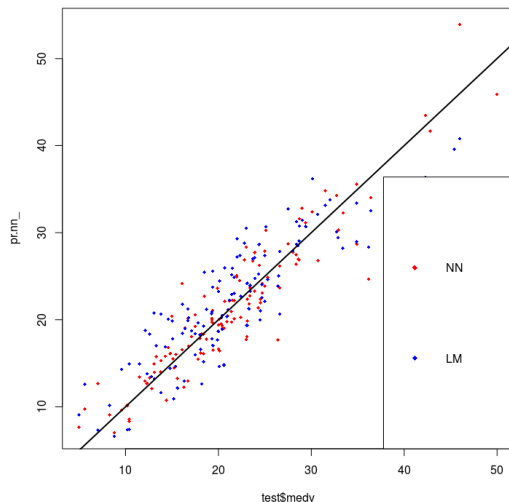
Qui nous affiche : [1] "21.6297593507225 15.7518370200153".

Notre NN est meilleur qu'un modèle linéaire.

```
1 #Test sur les donnees restantes
2 pr.nn <- compute(nn,test_[,1:13])
3 pr.nn_ <- pr.nn$net.result*(max(data$medv)-min(data$medv))+
  min(data$medv)
4 test.r <- (test_$medv)*(max(data$medv)-min(data$medv))+min(
  data$medv)
5 MSE.nn <- sum((test.r - pr.nn_)^2)/nrow(test_)
6 print(paste(MSE.lm,MSE.nn))
7 #Comparaison du resultat du NN avec un ML
8 par(mfrow=c(1,2))
9 plot(test$medv,pr.nn_,col='red',main='Linear model vs
  predicted NN',pch=18,cex=0.7)
10 points(test$medv,pr.lm,col='blue',pch=18,cex=0.7)
11 abline(0,1,lwd=2)
12 legend('bottomright',legend=c('NN','LM'),pch=18,col=c('red','
  blue'))
```


Comparaison du résultat du NN avec un modèle linéaire

Linear model vs predicted NN



La valeur obtenue en fonction de la valeur attendue. Pour bien faire, elle serait égale. (Ce que représente la droite tracée)

Fiabilité du réseau

Préparation à la boucle, qui va générer 10 réseaux différents. On se contente de 10 car ça consomme déjà pas mal de temps de calcul.

```
1 #Test sur 10 exemples (melange des donnees)
2 #Pour generer une probabilite sur l'erreur de notre reseau
3 library(boot)
4 set.seed(200)
5 lm.fit <- glm(medv~., data=data)
6 cv.glm(data, lm.fit, K=10)$delta[1]
7
8 set.seed(450)
9 cv.error <- NULL
10 k <- 10
11
12 library(plyr)
13 pbar <- create_progress_bar('text')
14 pbar$init(k)
```

Fiabilité du réseau

Ici, 90% réservé à l'entraînement, calcul de l'erreur. Ici, donne 10.32697995.
On serait donc plutôt à 90% d'efficacité contre 85% précédemment.

```

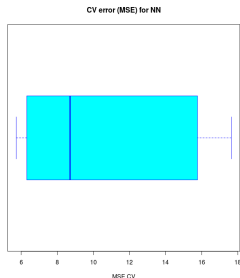
1 for(i in 1:k){
2   alpha = 0.90 #attention , alpha different du precedent !
3   index <- sample(1:nrow(data), round(alpha*nrow(data)))
4   train.cv <- scaled[index,]
5   test.cv <- scaled[-index,]
6   nn <- neuralnet(f, data=train.cv, hidden=c(5,2), linear.output
   =T)
7   pr.nn <- compute(nn, test.cv[,1:13])
8   pr.nn <- pr.nn$net.result*(max(data$medv)-min(data$medv))+
   min(data$medv)
9   test.cv.r <- (test.cv$medv)*(max(data$medv)-min(data$medv))
   +min(data$medv)
10  cv.error[i] <- sum((test.cv.r - pr.nn)^2)/nrow(test.cv)
11  pbar$step()
12 }
13 print(mean(cv.error))

```

Fiabilité du réseau

On utilise la moyenne et la variance calculées précédemment pour générer une boîte à moustache (qui aurait bien plus de sens avec plus de 10 tests)

```
1 #Boite a moustache
2 boxplot(cv.error, xlab='MSE CV', col='cyan',
3         border='blue', names='CV error (MSE)',
4         main='CV error (MSE) for NN', horizontal=TRUE)
```



Conclusion



Félicitations !

Nous pouvons prédire la valeur d'un terrain à Boston (précis à 90%) !
A nous les bonnes affaires !

Sources

<https://www.r-bloggers.com/fitting-a-neural-network-in-r-neuralnet-package/>
<http://www.parallelr.com/r-deep-neural-network-from-scratch/>
<https://www.youtube.com/watch?v=BR9h47Jtqyw>
<http://doctor-morbius.deviantart.com/>
<https://datascienceplus.com/fitting-neural-network-in-r/>
<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.seakleng.facedetection&hl=fr>