

# 用小世界网络模型研究 SARS 病毒的传播

林国基, 贾 珣, 欧阳颀<sup>△</sup>

(北京大学物理学院非线性实验室, 北京大学理论生物中心, 北京 100871)

[ 关键词] 小世界网络; SARS; 传染预测

[ 摘 要] 用小世界网络模型对非典型肺炎的传染动力学行为做了数值模拟研究。在传染模型中加入了负反馈机制与信息流效应。我们的模拟结果成功地得到了和现实病毒扩散相同的趋势。我们的主要研究结果是: 负反馈机制可以有效地抑制非典型肺炎的蔓延, 但在某些情况下可能引起感染人数的反复性振荡。另外, 保持信息的透明度是战胜非典型肺炎的重要保证。

## Predict SARS infection with the small world network model

LIN Guojī, JIA Xun, OUYANG Qi<sup>△</sup>

(Laboratory of Nonlinear Science, School of Physics and Center for Theoretical Biology, Peking University, Beijing 100871, China)

**KEY WORDS** Small world network; SARS; Infection prediction

**SUMMARY** We report of our numerical simulation of SARS infection dynamics with the small world network model. The negative feedback mechanism and the effect of information flow are added in the model. The simulation fits well with the observed data. The main results of our simulation are that the feedback mechanism can effectively slow down the SARS infecting rate, but it may cause sustained oscillations in number of infection cases. Moreover, keeping the transparency of information is a key factor to resist SARS in the society.

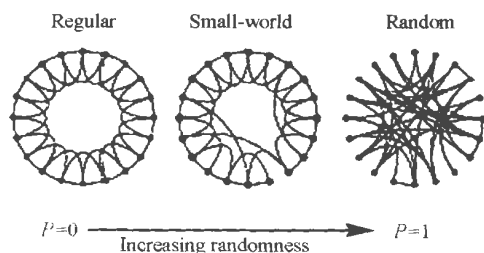
流行病传播模型是时空动力学模型。传统理论的主要基本假设把社会中人与人的关系看成规则网络, 主要的预测模型是反应-扩散模型。随着现代化交通工具的发展, 此模型已经不能如实反映传染病传播的实际情况。近年来, 大量的统计数据表明, 社会网络模型应该是“小世界”模型。“小世界”概念是近年来复杂性科学研究的一个新成果, 已经在许多应用领域(如互联网控制<sup>[1]</sup>, 爱滋病传播预测<sup>[2]</sup>, 生物学蛋白质网络动力学研究<sup>[3]</sup>等)得到应用。本文尝试用小世界网络模型研究现代流行病传播。

### 1 模型介绍

小世界网络模型是 Watts 和 Strogatz<sup>[4]</sup> 在 1998 年提出的基于人类社会网络的网络模型, 它通过调节一个参数可以从规则网络向随机网络过渡。这个模型的构造算法是: 从一个环状的规则网络开始, 网络含有  $N$  个结点, 每个结点向与它最近邻的  $K$  个结点连出  $K$  条边, 并满足  $N \gg K \gg \ln(N) \gg 1$ 。对每条边, 有  $P$  的概率改变它的目的连接点来重新连接此边, 并保证没有重复的边出现, 这样就会产生

$PNK/2$  条长程的边把一个结点和远处的结点联系起来。改变  $P$  值可以实现从规则网络( $P=0$ )向随机网络( $P=1$ )转变。

图 1 展示了小世界网络的构造过程: 小世界网络模型的主要特征之一是结点之间的平均距离随远程连接的个数而指数下降, 对于规则网络, 平均距离  $L$  可估计为  $L \propto \sqrt{N}$ ; 而对于小世界网络模型,  $L \propto \ln(N)/\ln(K)$ , 例如, 对于一个千万人口的城市, 人与人的平均接触距离是 6 左右。这使得社会人群之间的距离大大缩短。



The figure shows the transition from a regular network to a random network via a small world network.  $N=20$   $K=4$ .

图 1 小世界网络的构造

Figure 1 Construction of a small world network

我们把社会中的人看成是网络的结点, 把人与人之间的亲密接触关系表示为结点间的连接边。在模拟中取网络的大小为  $N=1\,000\,000$ ,  $P=0.01$ ,  $K$  值作为调节参量待定。根据 SARS 病毒的传播规律, 一个人的感染周期可分为 3 个阶段: 潜伏期、传染期和隔离期。一个人被感染后进入潜伏期, 这个时期没有传染性, 假设潜伏期平均为 6 d, 在不同的人中是标准差为 2 d 的高斯分布。然后病人进入天数为  $T$  的传染期, 在此期间每天每个和他有亲密接触关系的人都有  $P_i$  的概率被传染, 接着病人被隔离治疗, 隔离期我们假设为 10 d, 最后病人康复重新进入网络中, 忽略掉病人死亡的情况。在这里病毒传染情况可以用  $S$  来表示:

$$S=K \circ P_i \circ T \tag{1}$$

而传染率  $P_i$  是相对固定的值, 因此我们假设  $P_i$  平均值为 0.05, 在不同的人中是标准差为 0.01 的高斯分布, 再根据实际情况调节  $K$  和  $T$  的值来观察病毒传播的情况。

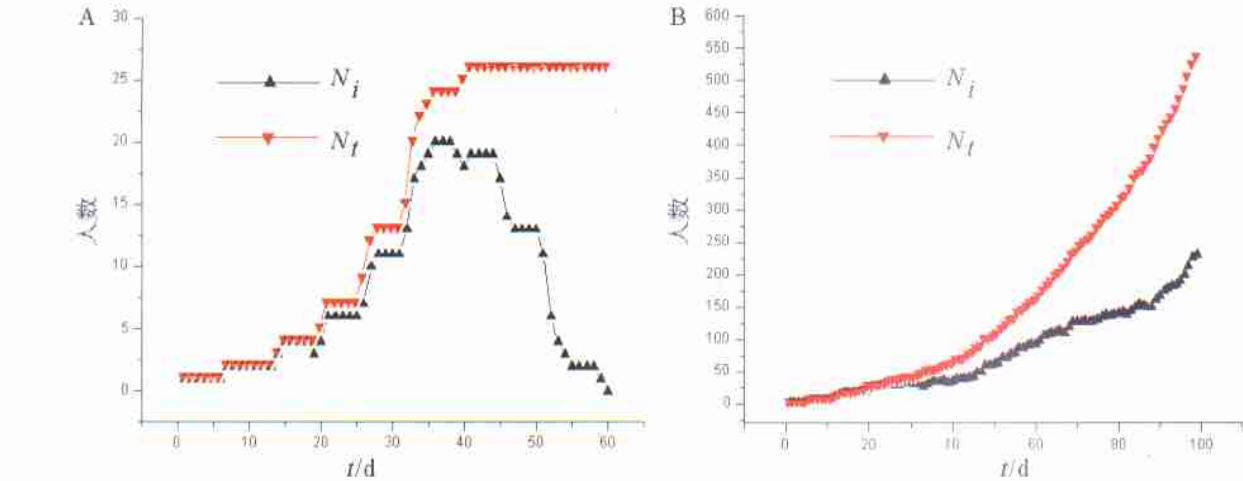
模拟中我们首先在网络中引进一个病源, 然后根据上述的规则演化, 并每步记录总的患病人数  $N_t$  和当天仍患病的病人人数  $N_i$ 。

2 模拟结果

2.1 网络参数对病毒传播的影响

现在网络有两个可调参数, 它们和现实情况相对应:  $K$  表示人们之间联系的密切程度, 而  $T$  则表示从发现到隔离病源所用的时间, 可以预料  $K$  越大,  $T$  越长, 病毒就越容易传播;  $K$  越小,  $T$  越短, 病毒就越难传播。我们的模拟结果也证实了这一点。病毒传播的速度非常敏感地依赖于这两个参数, 只要参数稍作变化, 病毒的传播速度就会有很大改变。而且当  $T$  固定时, 对于参数  $K$ , 存在一个临界  $K_c$  值, 当  $K < K_c$  时, 病毒不能大范围传播, 总患病人数到达一定的数目后就停止增长; 而当  $K > K_c$  时, 病毒将迅速传播直到所有人都被传染。如当  $T=2$  时, 有  $K_c \approx 14$ 。

图 2、3 分别展示了  $K$  和  $T$  对病毒传播的影响, 可见, 不能及时发现病源和人们之间接触太多十分有利于病毒的传播, 初期出现病毒的爆发正是由于这两个原因, 要控制病毒的蔓延也要从这两个方面入手。



A,  $K=10$ , the virus infection automatically decays; B,  $K=20$ , the virus spread quickly;  $T=2$ .

图 2 平均连接边数  $K$  对病毒传播的影响

Figure 2 The influence of the average links  $K$  on the infection rate

2.2 引入反馈机制后对病毒传播的影响

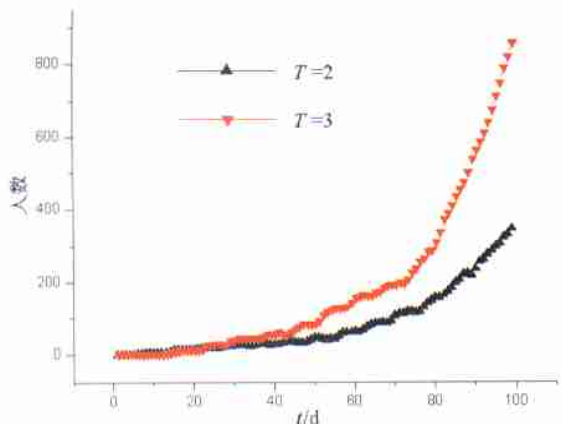
如果不引入其它的机制, 那么病毒的传播就只能自动衰减或迅速蔓延, 这显然都不符合实际的传播情况。因此有必要引入新的机制来使病毒扩散后再被抑制下来。

减小  $T$  值和  $K$  值可以抑制病毒的传播。  $T$  值的减小有赖于政府和医疗部门加强对病源的搜查和效率的提高, 而  $K$  值的减小则和制定的隔离制度和

人们的自觉性有关。自觉性是一个渐变的过程, 会随着疫情的变化而变化, 是一个反馈过程。引入此反馈过程可达到抑制病毒扩散的效果。

反馈过程如下: 初始状态  $K=K_0$ , 当人们发现最近的连续 3 天 (这是人们的心理反应时间) 患病人数  $N_i$  都增长的时候, 人们每天就把平均连接边数减小  $\Delta K$ , 直到  $N_i$  不再上升为止。引入了反馈机制使人们自我隔离后, 病毒的传播得到有效的控制 (图

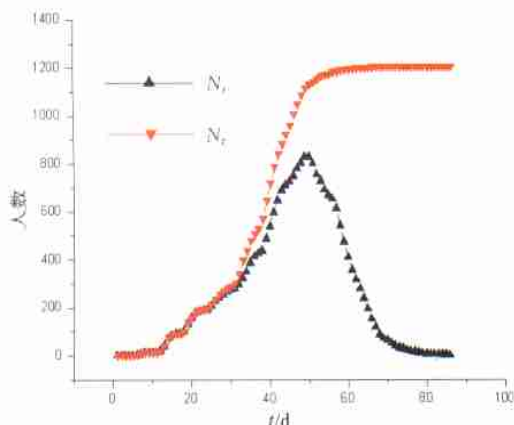
4)。因此,大家自觉地自我隔离及减少和别人的接触是防止病毒传播的行之有效的办法,也说明了现实中我们对抗 SARS 的隔离制度是正确的。



One sees that when  $T$  increases one day, the infection speed will quickly increase  $K=20$ .

图 3 传染期  $T$  对病毒传播的影响

Figure 3 The influence of the infection period  $T$  on the infection rate



The variations of  $N_i$  and  $N_t$  as a function of time after introducing feedback mechanism. Feedback mechanism can effectively control the spread of virus.  $T=2$ ,  $K_0=80$ ,  $\Delta K=2$ .

图 4 反馈机制的作用

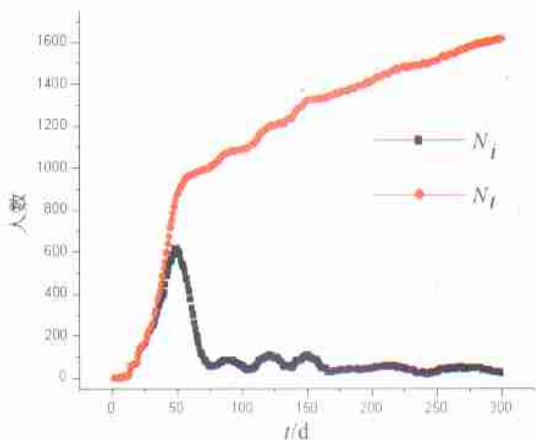
Figure 4 The effect of feedback mechanism

当人们发现当前患病人数  $N_i < 100$  并且最近 3 天  $N_i$  都逐渐减小时,就会放松警惕,将每天平均连接边数  $K$  又增加  $\Delta K$ ,直到  $N_i$  不再减小为止。模拟显示现在  $N_i$  和  $N_t$  随着时间的变化情况如图 5 所示。疫情已经缓和的情况下,一旦大家放松了警惕,病毒很快就会死灰复燃,患病人数  $N_i$  始终在大家的思想警戒线附近波动,总的患病人数也会不断增加,这样疫情始终都得不到根治。因此在当前的形势下,仍不能麻痹大意,要贯彻好隔离制度,提高警惕性和自觉性,这样才能根本地战胜 SARS。

### 2.3 信息透明度对病毒传播的影响

实际情况中,不是所有人都能及时获得疫情信息从而开始自我隔离的。例如在北京,直到 4 月 20

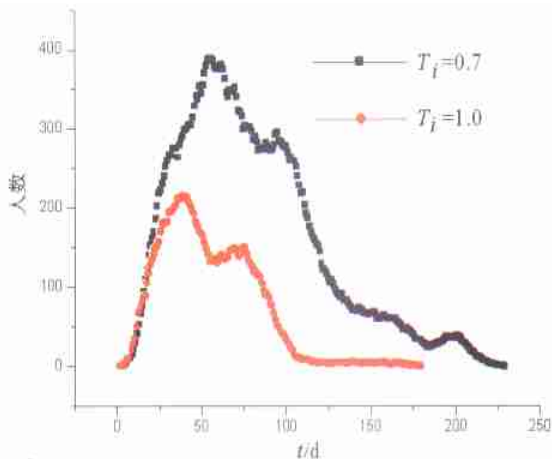
日公布了准确的患病人数后才开始大规模采取措施实施自我隔离,因此这里就有一个信息透明度的问题。在这个小世界网络模型中,我们也引入一个叫信息透明度  $T_i$  的量来表征这种情况。在模型中,  $T_i$  的意义是知道疫情情况从而会进行自我隔离的人占总人数的比例,即每次减小连接边数目的结点比例只有  $T_i$ 。从图 6 可知,透明度对病毒的传播也有重要的影响,当透明度比较高时,疫情消失需要的时间比较少,高峰期患病的人数也比较少,因此让人们尽早地知道疫情,从而做好预防措施也是控制疫情的有效方法。



If the vigilance is relax  $N_i$  will not go to 0, instead, it will oscillate. In the meantime  $N_t$  continuously increases

图 5 人们放松警惕的后果

Figure 5 The result of relaxing the vigilance



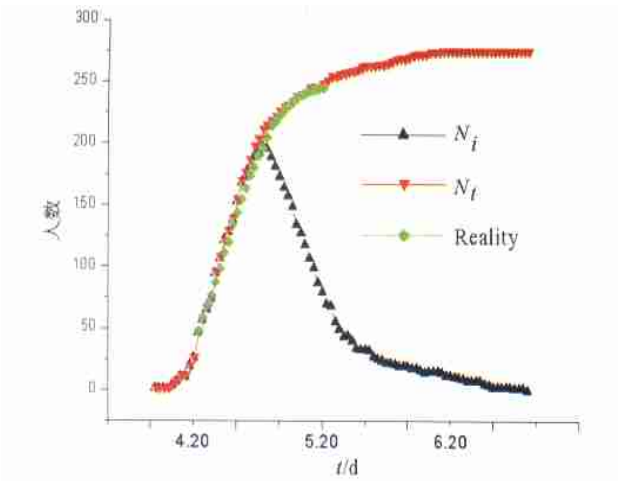
The curves show the cases of  $T_i=0.7$  and  $T_i=1.0$  respectively.  $K_0=60$ ,  $T=2$ .

图 6 信息透明度在抑制病毒传播中的作用

Figure 6 The effect of information transparency on virus infection control

综合以上所提到的各种因素,我们可以拟合北京的疫情发展状况。参考北京 4 月 20 日以来的数据,因为计算机运算能力的限制,我们的网络大小只

有 1 百万,而北京的人口大概是 1 千万,所以我们把北京的患病人数除以 10 后作为我们模型的拟合数据。我们的模拟考虑到信息透明度 ( $T_i$ ) 在 4 月底的突变,所以模型设计如下:一开始  $K_0=70$ ,  $T_i=0.1$ ,  $T=2$ , 当  $N_i>30$  后  $T_i$  变化为 1.0, 每次反馈时如果需要进一步自我隔离则  $K$  值减小 4, 其它参数不变。所得结果见图 7。



The parameters of the simulation are following: When  $N_i<30$ ,  $T_i=0.1$ ; when  $N_i>30$ ,  $T_i=1$ .  $K_0=70$ ,  $T=2$ ,  $\triangle K=4$ .

图 7 利用小世界网络对北京 SARS 疫情的模拟结果  
Figure 7 The result of data fitting of SARS infection cases in Beijing

可见利用小世界网络模型模拟的结果和北京 SARS 疫情的发展吻合得很好,说明用小世界网络模型来模拟人类社会,并研究、预测疾病的传播是比较成功的,进一步考虑更细致的因素应该可以得到更深入的结果。

参考文献

1 Albert R, Barabasi AL. Statistical mechanics of complex networks. Rev Mod Phys 2002, 74: 47-97  
2 Liljeros F, Edling CR, Amaral LAN, et al. The web of human sexual contacts[J]. Nature 2001, 411: 907-908  
3 Jeong H, Tombor B, Albert R, et al. The large-scale organization of metabolic networks[J]. Nature, 2001, 407: 651-654  
4 Watts DJ, Strongatz SH. Collective dynamics of ‘small-world’ networks[J]. Nature 1998, 393: 440-442

(2003-05-22 收稿)  
(本文编辑:赵 波)

。读者。作者。编者。

《北京大学学报(医学版)》2004 年第 1 期“天然药物研究重点号”征稿启事

《北京大学学报(医学版)》2004 年第 1 期(2004 年 2 月出版)为“天然药物研究重点号”,欢迎踊跃投稿。稿件经专业审稿和编委定稿会确定采用后即可在该期刊出。稿件撰写要求与投稿注意事项见本刊 2003 年第 1 期“《北京大学学报(医学版)》稿约”。投稿时请附单位介绍信,交稿件一式二份,并在稿件首页左上角注明“天然药物研究重点号征文”。

本次征稿截止时间为 2003 年 10 月 15 日。编辑部地址:北京海淀区学院路 38 号北京大学医学部内《北京大学学报(医学版)》编辑部 邮政编码:100083 联系电话:(010) 6209155 联系人:周传敬,任英慧。

(本刊编辑部)