Obtención de los Coeficientes de la forma canónica para la Elipse, hipérbolas y parábolas

Determinación analítica de las cónicas

Grupo 12

December 05, 2023

Contenidos

Introducción

Formas cuadráticas

Definition

Una forma cuadrática en n variables $x_1, x_2, ..., x_n$ es una combinación lineal de los productos $x_i x_j$, esto es, una combinación lineal de cuadrados $x_1^2, x_2^2, ..., x_n^2$ y términos $x_1x_2, x_1x_3, ..., x_1x_n, x_2x_3, ..., x_2x_n, ..., x_{n-1}x_n$

Example

- $q = x^2 - y^2 + 4xy$ y $q = x^2 + 3y^2 - 2xy$ son formas cuadráticas en x y y.
- $q = -4x_{21} + x_{22}^2 + 4x_{23} + 6x_1x_3$ es una forma cuadrática en x_1, x_2 y x_3.
- La forma cuadrática general de x_1, x_2, x_3 es $a_1x_{21} + a_2x_{22}^2 + a_3x_{23} + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3$.

Formas cuadráticas

Las formas cuadráticas pueden ser escritas de la forma matricial $q(x) = x^T Ax$ donde A es una matriz simétrica $n \times n$ y x es un vector columna $n \times 1$.

La matriz A es llamada la matriz de la forma cuadrática q.

Example

Supongamos que $q = x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$. Los coeficientes de x_1^2 y x_2^2 son 1 y -1, respectivamente, por lo que colocamos estos, en orden, en las dos posiciones diagonales de una matriz A. El coeficiente de x_1x_2 es 4, que dividimos equitativamente entre las posiciones (1, 2) y (2, 1), colocando un 2 en cada lugar.

Formas cuadráticas

Así tenemos que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

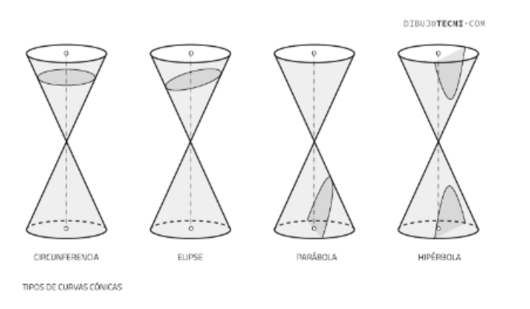
y $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. Luego:

$$q(x) = x^T A x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$$

Secciones Cónicas

Secciones Cónicas

Se utiliza el término cónica para referirse a todas las curvas que surgen de las diversas intersecciones entre un cono y un plano. Cuando dicho plano no cruza el vértice, se generan las cónicas específicas: parábola, elipse, hipérbola y circunferencia. En este proyecto, nos enfocaremos únicamente en las tres primeras.



Las secciones cónicas: círculo, elipse, parábola y hipérbola

Forma General de las Secciones Cónicas

Definition

Una sección cónica es el lugar en el plano cartesiano $\mathbb{R}^2$ de una ecuación de la forma

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0. \tag{1}$$

Se puede demostrar que esta ecuación representa uno de los siguientes:

- El conjunto vacío.
- Un solo punto.
- Una o dos rectas.
- Una elipse.
- Una hipérbola.
- Una parábola.

La parte de segundo grado de (1), $q(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ es una forma cuadrática. Esto determina el tipo de la cónica.

Forma Matricial de las Secciones Cónicas

Podemos escribir la ecuación en forma matricial:

$$[x, y] \begin{bmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + [d, e] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + f = 0.$$

Escribimos $A = \begin{bmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{bmatrix}$. Sea $U = [u, v]$ una matriz ortogonal cuyos vectores de columna u y v son vectores propios de A con valores propios λ_1 y λ_2. Aplicamos el cambio de variables

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

para diagonalizar la forma cuadrática $q(x, y)$ a la forma diagonal

$$\lambda_1 u^2 + \lambda_2 v^2.$$

Transformación de Coordenadas

La base ortonormal $\{u, v\}$ determina un nuevo conjunto de ejes de coordenadas con respecto a los cuales el lugar de la ecuación

$$[x, y]A[x, y]^T + B[x, y]^T + f = 0$$

con $B = [d, e]$ es el mismo que el lugar de la ecuación

$$0 = [u, v]\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)[u, v]^T + (BU)[u, v]^T + f$$

por lo tanto

$$\lambda_1 u^2 + \lambda_2 v^2 + [d, e][u, v][u, v]^T + f = 0 \tag{2}$$

Determinación del Tipo de Cónica

Si la cónica determinada por (2) no es degenerada, es decir, no es un conjunto vacío, un punto, ni línea(s), entonces los signos de λ_1 y λ_2 determinan si es una parábola, una hipérbola o una elipse. La ecuación (1) representará

- una elipse si $\lambda_1\lambda_2 > 0$,
- una hipérbola si $\lambda_1\lambda_2 < 0$,
- una parábola si $\lambda_1\lambda_2 = 0$.

Forma reducida de las Secciones Cónicas

Idea para clasificar cónicas

Ecuación en la referencia inicial:

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0$$

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

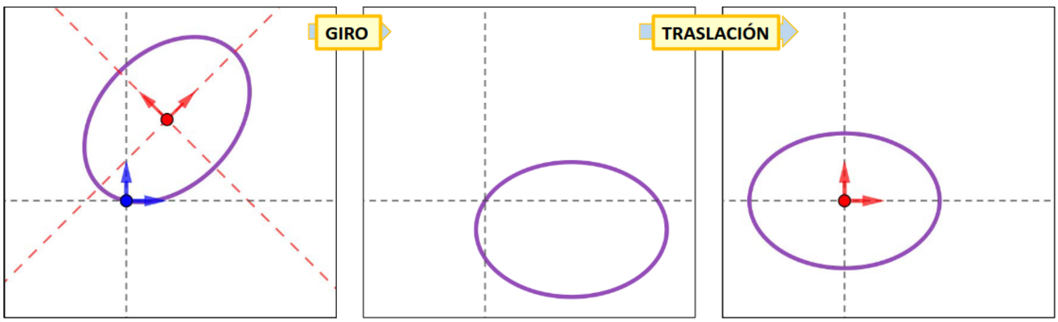
$$\longrightarrow$$

Ecuación en la nueva referencia:

$$\lambda_1 x'^2+\lambda_2 y'^2+d=0$$

$$A'=\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

Idea para clasificar cónicas



Giro o eliminación del término cruzado

Cónica en la referencia inicial:

$$a_{11}x^2 + {\color{red}2a_{12}xy} + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a_{13} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + a_{33} = 0$$

Teorema

$$T \text{ es simétrica } \Rightarrow \exists P \text{ tal que } P^{-1} = P^T \text{ y } P^T T P = D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \text{ es diagonal}$$

Giro o eliminación del término cruzado - Parte 2

Cambio de referencia:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} P^T T P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} a_{13} & a_{23} \end{pmatrix} P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + a_{33} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} D \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} a_{13} & a_{23} \end{pmatrix} P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + a_{33} = 0$$

Cónica en nueva referencia:

$$\boxed{\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + 2b_{13}x' + 2b_{23}y' + a_{33} = 0}$$

Traslación o eliminación de la parte lineal

Ecuacion hasta ahora:

$$\boxed{\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + 2b_{13}x' + 2b_{23}y' + a_{33} = 0}$$

Completando cuadrados:

$$\lambda_1 x'^2 + 2b_{13}x' = \lambda_1 \left(x' - \frac{b_{13}}{\lambda_1} \right)^2 - \frac{b_{13}^2}{\lambda_1}$$

$$\lambda_2 y'^2 + 2b_{23}y' = \lambda_2 \left(y' - \frac{b_{23}}{\lambda_2} \right)^2 - \frac{b_{23}^2}{\lambda_2}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$\boxed{\lambda_1 \left(x' - \frac{b_{13}}{\lambda_1} \right)^2 + \lambda_2 \left(y' - \frac{b_{23}}{\lambda_2} \right)^2 + a_{33} - \frac{b_{13}^2}{\lambda_1} - \frac{b_{23}^2}{\lambda_2} = 0}$$

Traslación o eliminación de la parte lineal

Cambio de referencia (traslación):

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{b_{13}}{2\lambda_1} \\ \frac{b_{23}}{2\lambda_2} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 x'' + \lambda_2 y'' - \frac{b_{23}^2}{\lambda_2} - \frac{b_{13}^2}{\lambda_1} + a_{33} = 0$$

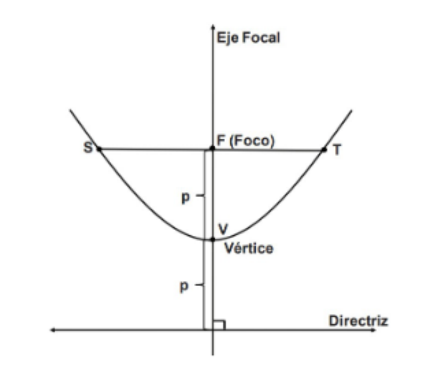
$$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + d = 0$$

Clasificación

	$\|A\| > 0$	$\|A\| = 0$	$\|A\| < 0$
$T > 0$	Elipse imaginaria	Rectas imaginarias cortándose	Elipse real
$T = 0$	Parábola, $rg(A) = 2$	rg(A) $= 2$ {Rectas paralelas imag. Rectas paralelas reales} rg(A) $= 1$ Recta doble	Recta doble, Parábola
$T < 0$	Hipérbola	Rectas reales cortándose	Hipérbola

Parábola

Una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia a una recta fija, llamada directriz, situada en el mismo plano, es siempre igual a su distancia a un punto fijo del plano, llamado foco, y que no pertenece a la recta.



Parábola y elementos

- Eje Focal: es la recta que pasa por el foco y el vértice
- Foco (F): es el punto fijo que se indica en la definición
- Directriz: es la recta fija mencionada en la definición
- Vértice (V): es el punto donde el eje focal corta la parábola
- Distancia focal (p): es la distancia desde el vértice al foco y del vértice a la directriz.
- Lado Recto (ST): es el segmento perpendicular al eje focal, que pasa por el foco F, cuyos extremos son dos puntos de la parábola.

Parámetros de la Parábola

	Parábola de eje vertical	Parábola de eje horizontal
Ecuación General	$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$ $C = 0, A \neq 0$	$Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ $A = 0, C \neq 0$
Ecuación canónica	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$	$(y-k)^2 = 4p(x-h)$
Coordenadas del Vértice	(h, k)	(h, k)
Coordenadas del Foco	$(h, k+p)$	$(h+p, k)$
Ecuación de la Directriz	$y = k - p$	$x = h - p$
Ecuación del eje focal	$x = h$	$y = k$

Ecuaciones reducidas, foco, directriz y excentricidad de la parábola

Ecuación reducida de la parábola:

$$\lambda_1 x'^2 - 2dy' = 0$$

con λ_1 autovalor no nulo de T y $d = +\sqrt{-\frac{det(A)}{\lambda_1}}$.

Ecuación de cambio de referencia:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{vértice} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{autovec1} \\ \text{autovec2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Hay que orientar el autovector asociado al 0 de forma que $\begin{pmatrix} a_{13} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{autovec2} \end{pmatrix} < 0$.

Ecuación canónica:

$$x'^2 = 2py'$$

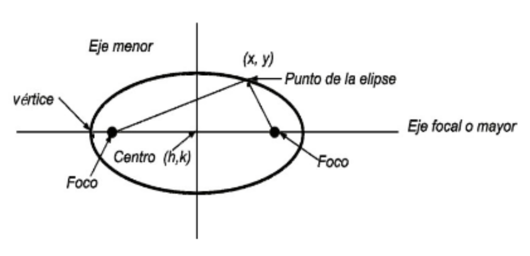
Foco en nueva referencia: $F' = (0, \frac{p}{2})$.

Foco en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F'.

Directriz: Recta polar del foco $F = (s, t)$: $\begin{pmatrix} s & t & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \end{pmatrix} = 0$

Elipse

Una elipse es el conjunto de todos los puntos en un plano cuya distancia a dos puntos fijos en el plano tienen una suma constante. Los puntos fijos son los focos de la elipse. La recta que une los focos es el eje focal. El punto sobre el eje focal que está en el punto medio entre los dos focos es el centro. Los puntos donde la elipse interseca a su eje son los vértices de la elipse.



Parábola y elementos

- Eje Mayor: es el segmento que pasa por los focos y los vértices de la elipse
- Eje Menor: es el segmento perpendicular al eje mayor en el centro de la elipse
- Focos (F): son los dos puntos fijos en la definición de la elipse
- Vértices (V): son los puntos donde el eje mayor corta la elipse

Elementos de la Elipse

	Elipse de eje horizontal	Elipse de eje vertical
Ecuación General	$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$	
Condiciones	Con A y C no ambas cero, mismo valor numérico. $B = 0$ (Sin rotación de ejes)	
Ecuación canónica	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	
Localización de los focos	$(h \pm c, k)$	$(h, k \pm c)$
Localización de los vértices	$(h \pm a, k)$	$(h, k \pm a)$
Ecuación del eje mayor	$y = k$	$x = h$
Semieje mayor	a	
Semieje menor	b	
Distancia focal	c	
Relación pitagórica	$c^2 = a^2 - b^2$	

Ecuaciones reducidas, focos, directrices y excentricidad de la elipse

Ecuación reducida de la elipse:

$$\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + d = 0$$

con $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ autovalores de T, ordenados de forma que $\lambda_2 \geq \lambda_1$ y $d = \frac{det(A)}{det(T)}$.

Ecuación de cambio de referencia:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{centro} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{autovec1} \\ \text{autovec2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Ecuación canónica:

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

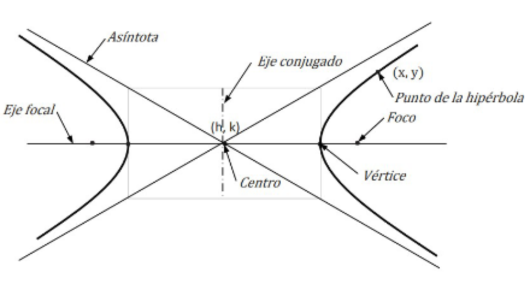
Focos en nueva referencia: $F_1' = (c, 0)$ y $F_2' = (-c, 0)$, con $c = +\sqrt{a^2 - b^2}$.

Focos en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F_1' y F_2'.

Directrices: Rectas polares de los focos $F_i = (s_i, t_i)$: $\begin{pmatrix} s_i & t_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

Hipérbola

Una hipérbola es el conjunto de todos los puntos en un plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos en el plano es una constante. Los puntos fijos son los focos de la hipérbola. La recta que une los focos es el eje focal. El punto sobre el eje focal que está en el punto medio entre los dos focos es el centro. Los puntos donde la hipérbola interseca a su eje son los vértices de la hipérbola.



Parábola y elementos

- Eje Transverso: es el segmento que pasa por los focos y los vértices de la hipérbola
- Eje Conjugado: es el segmento perpendicular al eje transverso en el centro de la hipérbola
- Focos (F): son los dos puntos fijos en la definición de la hipérbola
- Vértices (V): son los puntos donde el eje transverso corta la hipérbola

Elementos de la Hipérbola

	Hipérbola de eje horizontal	Hipérbola de eje vertical
Ecuación General	$Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$	
Condiciones	Con A y C no ambas cero, distinto valor numérico y signos contrarios. $B = 0$ (Sin rotación de ejes)	
Ecuación canónica	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	
Localización de los focos	$(h \pm c, k)$	$(h, k \pm c)$
Localización de los vértices	$(h \pm a, k)$	$(h, k \pm a)$
Ecuación del eje focal	$y = k$	$x = h$
Semieje focal	a	
Semieje conjugado	b	
Longitud focal	c	
Relación pitagórica	$c^2 = a^2 + b^2$	
Ecuación de las asinfotas	$y = k \pm \frac{b}{a}(x - h)$	$x = h \pm \frac{a}{b}(y - k)$

Ecuaciones reducidas, focos, directrices y excentricidad de la hipérbola

Ecuación reducida de la hipérbola:

$$\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + d = 0$$

con λ_1, λ_2 autovalores de T, ordenados de forma que $signo(\lambda_1) = signo(det(A))$ y $d = \frac{det(A)}{det(T)}$.

Ecuación de cambio de referencia:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{centro} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{autovec1} \\ \text{autovec2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Ecuación canónica:

$$\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

Focos en nueva referencia: $F_1' = (c, 0)$ y $F_2' = (-c, 0)$, con $c = +\sqrt{a^2 + b^2}$.

Focos en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F_1' y F_2'.

Directrices: Rectas polares de los focos $F_i = (s_i, t_i)$: $\begin{pmatrix} s_i & t_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

Ejercicios

Ejercicio 1:

Ejercicio

En el plano afín dada la cónica de ecuación:

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x + 1 = 0$$

(i) Clasificar la cónica.

La matriz asociada a la cónica y de términos cuadráticos son respectivamente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Se tiene que det(A) = -4 y det(T) = 0. Se trata por tanto de una parábola.

Ejercicio 1: (Continuación)

(ii) Hallar su centro, ejes, vértices y asíntotas. Dado que es una parábola, no tiene ni centro ni asíntotas. El eje es la línea polar del autovector asociado al autovalor no nulo de T. El polinomio característico de T es:

$$|T - \lambda Id| = (1-\lambda)^2 - 1^2 = \lambda^2 - 2\lambda = \lambda(\lambda - 2).$$

Por lo tanto, el autovalor no nulo es $\lambda_1 = 2$. Sus autovectores asociados verifican

$$(T - 2Id)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow -x - y = 0$$

Por lo tanto, $S_2 = L\{(1,-1)\}$. El eje será la línea polar del vector (1, -1):

$$(1,-1,0)A\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

Ejercicio 1: (Continuación)

(iii) Calcular su ecuación reducida, excentricidad y distancia del vértice al foco. Por ser una parábola la excentricidad es e = 1. La ecuación reducida es de la forma:

$$\lambda_1 x''^2 - 2cy'' = 0 \Leftrightarrow 2x''^2 - 2cy'' = 0,$$

donde

$$c = \sqrt{-\frac{|A|}{\lambda_1}} = \sqrt{2}.$$

La ecuación reducida queda:

$$x''^2 - \sqrt{2}y'' = 0.(*)$$

Ejercicio 1: (Continuación)

Ahora sabemos que cuando está expresada de la forma $x^2 = 2py$ el foco está en el punto $(0, p/2)$ y el vértice en el origen. Por tanto la distancia focal es $p/2$. En nuestro caso si reescribimos:

$$x''^2 - \frac{2\sqrt{2}}{2} y'' = 0,$$

vemos que $p = \sqrt{2}/2$ y así la distancia del vértice al foco es $p/2 = \sqrt{2}/4$.

Ejercicio 3:

Ejercicio

Consideremos la cónica en $\mathbb{R}^2$ cuya ecuación en la referencia canónica es

$$C \equiv 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x + 4y - 4 = 0.$$

(i) Clasificar la cónica y encontrar ecuación reducida.

La matriz asociada a la cónica y de términos cuadráticos son respectivamente:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Se tiene que det(A) = -64 y det(T) = 8. Se trata por tanto de una elipse.

La ecuación reducida es de la forma:

$$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + d = 0,$$

Ejercicio 3: Continuación

Por el teorema espectral, la matriz simétrica A es diagonalizable y existe una matriz de paso ortogonal. Para calcular una matriz de paso P ortogonal calculamos el polinomio característico de A,

$$P_T(X) = \begin{vmatrix} 3-X & 1 \\ 1 & 3-X \end{vmatrix} = X^2 - 6X + 8 = (X-2)(X-4).$$

Los autovalores de T son $\lambda_1 = 2$ y $\lambda_2 = 4$. Los subespacios propios asociados a los autovalores son

$$V_2 = Nuc(f - 2id_{R^3}) = \langle(1,-1)\rangle, V_4 = Nuc(f - 4id_{R^3}) = \langle(1,1)\rangle,$$

donde f es el endomorfismo de R^2 cuya matriz asociada en la base canónica es A. La matriz

$$P = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

es una matriz ortogonal y verifica $P^T TP = diag(2,4)$. La base

$$A = (v_1 = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2), v_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2))$$

Ejercicio 3: Continuación

es una base ortonormal de R^2 con el producto escalar usual y $P = id_{BC}$. El centro de la cónica es el punto $O'' = (x_0, y_0)$ dado por

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

de donde se sigue que $O'' = (1, -1)$. La ecuación reducida de C en la referencia rectangular $R'' = \{E_1'' = O'' + v_1, E_2'' = O'' + v_2; O''\}$ es

$$C \equiv 2x''^2 + 4y''^2 = d, d = -\frac{det(T)}{det(A)} = -\frac{-64}{18} = 8,$$

equivalentemente,

$$C \equiv \frac{x''^2}{4} + \frac{y''^2}{2} = 1.$$

Ejercicio 3: Continuación

Los ejes principales de la elipse son

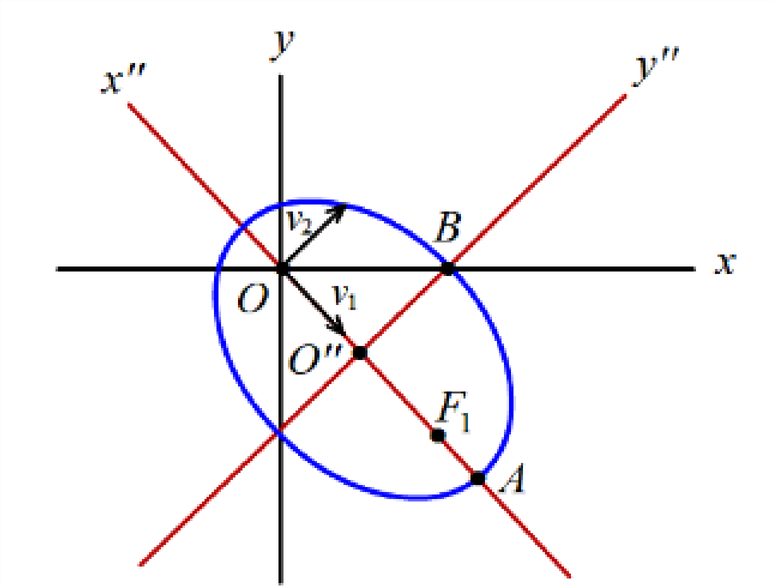
$$\textit{eje } O''x'' = O'' \circ E_1'' = (1,-1) + \langle(1,-1)\rangle, \textit{eje } O''y'' = O'' \circ E_2'' = (1,-1) + \langle(1,1)\rangle.$$

El eje focal o eje mayor de la elipse es el eje $O''x''$. La ecuación del cambio de coordenadas de la referencia R'' a la referencia canónica es

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}.$$

Los vértices A y B de C son los puntos de coordenadas $(2,0)$ y $(0,\sqrt{2})$ en R'' y los focos F_1 y F_2 son los puntos de coordenadas $(\sqrt{2},0)$ y $(-\sqrt{2},0)$ en R''. Por tanto,
$A = (1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}), B = (2,0), F_1 = (2,-2)$ y $F_2 = (0,0) = O$.

Ejercicio 3: Continuación



Bibliografía

Bibliografía

- Applications of Linear Algebra in Various Fields (Part-1): https://www.researchgate.net/publication/356818396_Applications_of_Linear_Algebra_in_Various_Fields_Part-1
- J. de Burgos. Álgebra lineal y geometría cartesiana. McGraw Hill 2a Ed. (2000)
- G. Farin, D. Hansford. Practical Linear Algebra: a geometry toolbox. A.K. Peters (2005).

Gracias