Система описывается уравнениями:

$$\dot{x} = \begin{vmatrix} -2 \ldots 0 \ldots 0 \ldots 0 \\ 0 \ldots -1 \ldots 0 \ldots 0 \\ 0 \ldots 0 \ldots -2 \ldots 0 \\ 0 \ldots 0 \ldots 0 \ldots -1 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} u$$

$$y = (1 \ldots 1 \ldots 1 \ldots 2)x$$

Определить передаточную функцию системы и построить сигнальный граф. (12 баллов)

Решение:

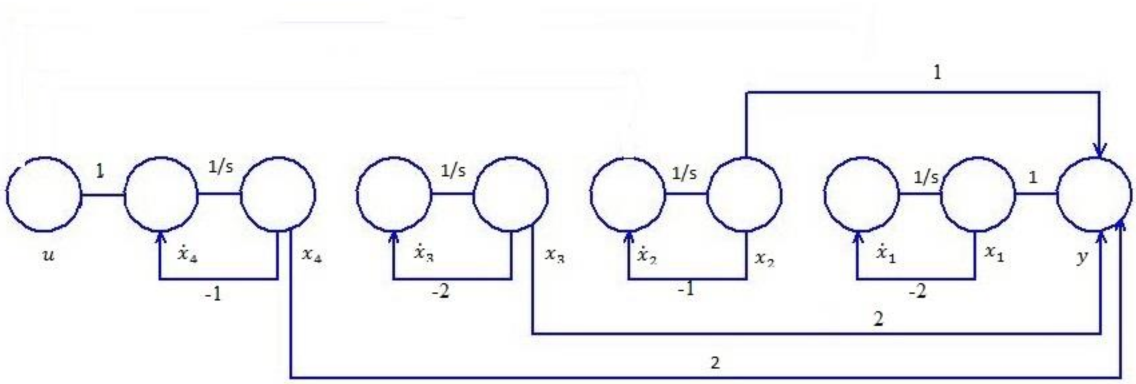
$\dot{x}_1 = -2x_1$

$\dot{x}_2 = -x_2$

$\dot{x}_3 = -2x_3$

$\dot{x}_4 = -2x_4 + u$

$y = x_1 + x_3 + 2x_3 + \ 2x_4$



Определим передаточную функцию W(s) :

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$\dot{x} = sEx = Ax + Bu$

$x(sE - A) = Bu$

$\Phi(s) = sE - A$

$x(s) = \Phi(s)^{-1}Bu(s)$

$y(s) = C\Phi(s)^{-1}Bu(s)$

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = C\Phi(s)^{-1}B$$

$$\Phi(s) = sE - A = \begin{vmatrix} s \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots s \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots s \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots s \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots -1 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots -2 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s+2 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots s+1 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots s+2 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots s+1 \end{vmatrix}$$

$$\Phi(s)^{-1} = \begin{vmatrix} s+1 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots s+2 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots s+2 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots s+2 \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det\Phi(s)} \cdot A(s)^T$$

$\det\Phi(s)$ – определитель матрицы $\Phi(s)$;

$A(s)$ – матрица из алгебраических дополнений.

Найдем определитель $\Phi(s)$:

$$\det\Phi(s) = (s+2)\begin{vmatrix} s+1 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots s+2 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots s+1 \end{vmatrix} = (s+2)(s+1)\begin{vmatrix} s+2 \dots 0 \\ 0 \dots s+2 \end{vmatrix} = (s+1)^2(s+2)^2$$

Найдем матрицу из алгебраических дополнений, для этого определим элементы этой матрицы:

$A_{11} = (s+1)^2(s+2)$

$A_{12} = 0$

$A_{13} = 0$

$A_{14} = 0$

$A_{21} = 0$

$A_{22} = (s+1)(s+2)^2$

$A_{23} = 0$

$A_{24} = 0$

$A_{31} = 0$

$A_{32} = 0$

$A_{33} = (s+2)(s+1)^2$

$A_{34} = 0$

$A_{41} = 0$

$A_{42} = 0$

$A_{43} = 0$

$A_{44} = (s+1)(s+2)^2$

Матрица A(s) :

$$A(s) = \begin{vmatrix} (s+1)^2(s+2) \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots (s+1)(s+2)^2 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots (s+2)(s+1)^2 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots (s+1)(s+2)^2 \end{vmatrix}$$

Транспонированная матрица $A(s)^T$ равна матрице $A(s)$ так как строки равны столбцам. Найдем матрицу $\Phi(s)^{-1}$:

$$\Phi(s)^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{1}{(s+2)} \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots \frac{1}{(s+1)} \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots \frac{1}{(s+2)} \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots \frac{1}{(s+1)} \end{vmatrix}$$

C $\Phi(s)^{-1}$ = $(1 \dots 0 \dots 1 \dots 2) \begin{vmatrix} \frac{1}{(s+2)} \dots 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots \frac{1}{(s+1)} \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots \frac{1}{(s+2)} \dots 0 \\ 0 \dots 0 \dots 0 \dots \frac{1}{(s+1)} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{s+2} \dots \frac{1}{s+1} \dots \frac{2}{s+2} \dots \frac{2}{s+2}\right)$

C $\Phi(s)^{-1}B = \left(\frac{1}{s+2} \dots \frac{1}{s+1} \dots \frac{2}{s+2} \dots \frac{2}{s+2}\right) \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \left(0 \dots 0 \dots 0 \dots \frac{2}{s+2}\right)$

$$W(s) = \frac{2}{s+2}$$

Ответ:

$$W(s) = \frac{2}{s+2}$$