
Rapport de TP

module TS217

Soumis par :

Aya BEN AICHA

23 avril 2023



Encadré par : R. Tajan



Département Télécommunications

ENSEIRB-MATMECA

abenaicha@bordeaux-inp.fr

Contents

1	Introduction	3
2	Analyse spectrale du signal	3
3	Simulation d'un canal à un seul trajet	4
4	Simulation d'un canal à 2 trajets	6
5	Égalisation	8
5.1	Égalisation ZF	8
5.1.1	Égaliseur ZF	8
5.1.2	Analyse des performances de l'égaliseur ZF	9
5.1.3	Probabilité d'erreur binaire pour l'égaliseur ZF	11
5.2	Égalisation MMSE	11
5.2.1	Égaliseur MMSE	11
5.2.2	Analyse des performances de l'égaliseur MMSE	12
6	Conclusion	14

1 Introduction

Lors de ce TP, nous avons abordé la théorie de la transmission de données numériques en mettant en place un émetteur pour envoyer des symboles QPSK. Nous avons ainsi étudié les différents aspects impliqués dans la mise en forme du signal transmis, tels que le filtrage en racine de cosinus surélevé et le sur-échantillonnage. Nous avons également simulé des canaux multi-trajets, à un ou deux trajets, et étudié l'impact de l'étalement temporel du canal sur la bande de cohérence. Enfin, nous avons mis en place des filtres d'égalisation pour compenser les effets de la propagation du signal dans le canal. Ce rapport présente les résultats de ces différentes expériences, en détaillant les méthodes utilisées et les conclusions tirées de l'analyse des données.

2 Analyse spectrale du signal

Nous visualisons la densité spectrale de puissance du signal généré en utilisant la méthode du périodogramme de Welch :

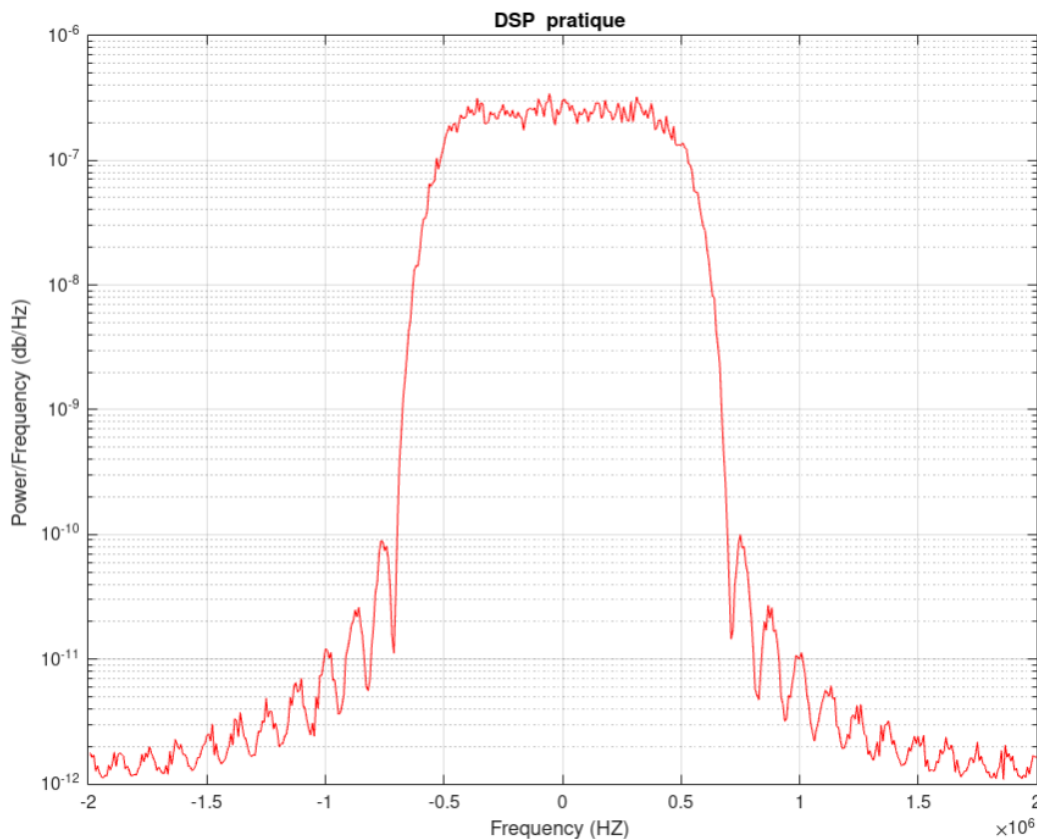


Figure 1: Densité spectrale de puissance du signal généré

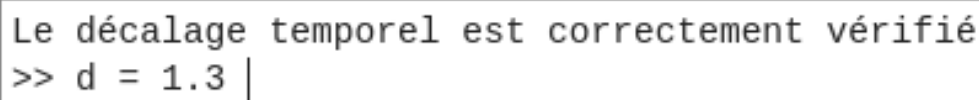
==>L'allure de la DSP obtenue confirme que le signal généré est bien centré sur 0 (en dB), ce qui indique que la moyenne de la puissance du signal est nulle. De plus, la largeur de la DSP est d'environ 2 fois le débit symbole (D_s), ce qui reflète la distribution de la puissance spectrale du signal sur une

plage de fréquences. Cette caractéristique de la DSP est importante pour l'analyse des performances du signal en termes de détection et de résistance aux interférences.

3 Simulation d'un canal à un seul trajet

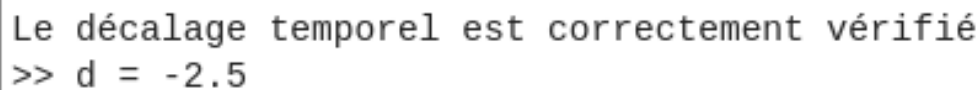
Dans ce type de canal, le signal se propage d'un point à un autre en suivant un seul chemin. Le délai de propagation dépend de la distance parcourue par le signal et des caractéristiques du milieu de propagation.

Le filtre numérique utilisé dans cette simulation permet de reproduire le trajet du signal à travers le canal à 1 trajet. **En effet**, il introduit un délai temporel de $(10 + d)T_e$ secondes.



```
Le décalage temporel est correctement vérifié
>> d = 1.3 |
```

Figure 2: Vérification du décalage temporel induit par le filtre pour $d = 1.3$



```
Le décalage temporel est correctement vérifié
>> d = -2.5
```

Figure 3: Vérification du décalage temporel induit par le filtre pour $d = -2.5$

En se basant sur les résultats présentés dans les figures 2 et 3, il est possible de vérifier que le décalage temporel induit par le filtre numérique est correctement simulé pour les deux cas considérés, à savoir $d = 1.3$ et $d = -2.5$.

En utilisant l'outil fvtool de Matlab, nous pouvons visualiser l'effet du filtre sur le signal donné et vérifier qu'il induit bien un décalage temporel de $(10 + d)T_e$ pour les signaux considérés.

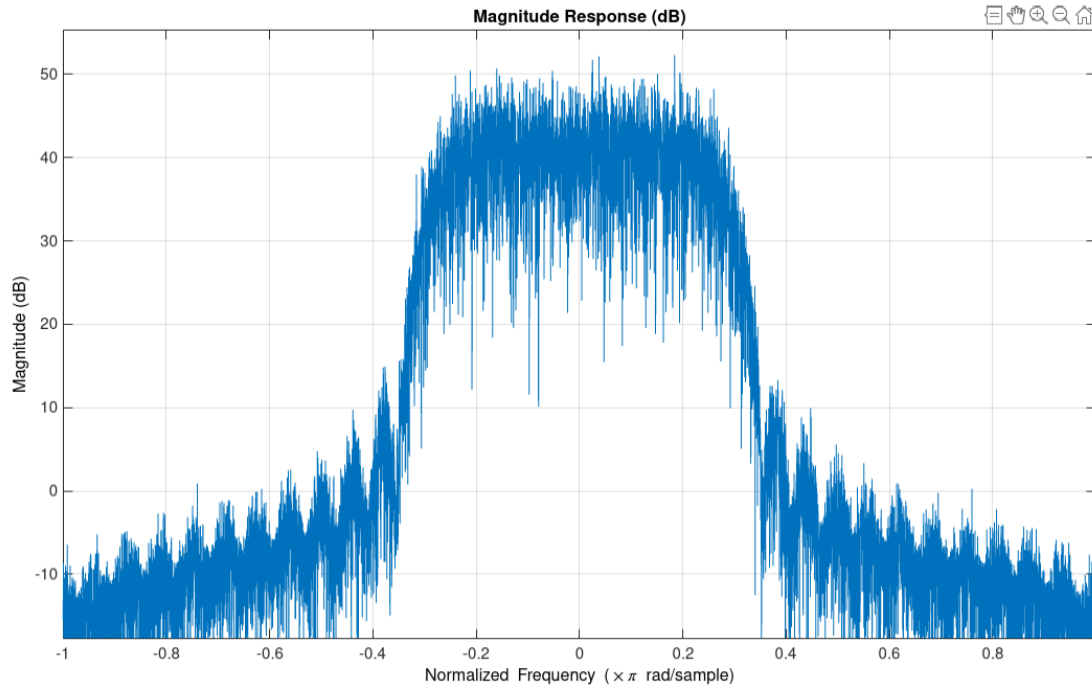


Figure 4: Décalage temporel induit par le filtre pour un délai de $d=1.3$

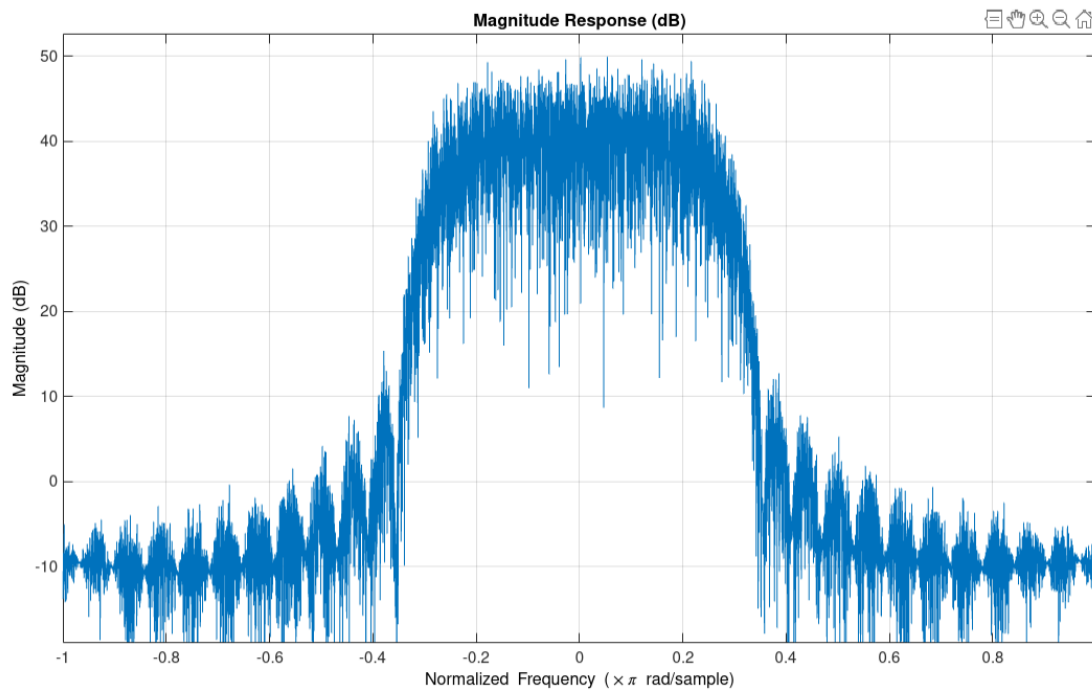


Figure 5: Décalage temporel induit par le filtre pour un délai de $d=-2.5$

=> Nous avons remarqué que la réponse impulsionnelle pour $d = 2.5$ est légèrement plus étalée que celle pour $d = 1.3$. Ceci peut être dû à la différence dans les valeurs des délais des signaux pour ces deux cas. En effet, pour $d = 2.5$, le délai temporel est plus court que pour $d = 1.3$, ce qui peut affecter la forme de la réponse impulsionnelle du filtre.

4 Simulation d'un canal à 2 trajets

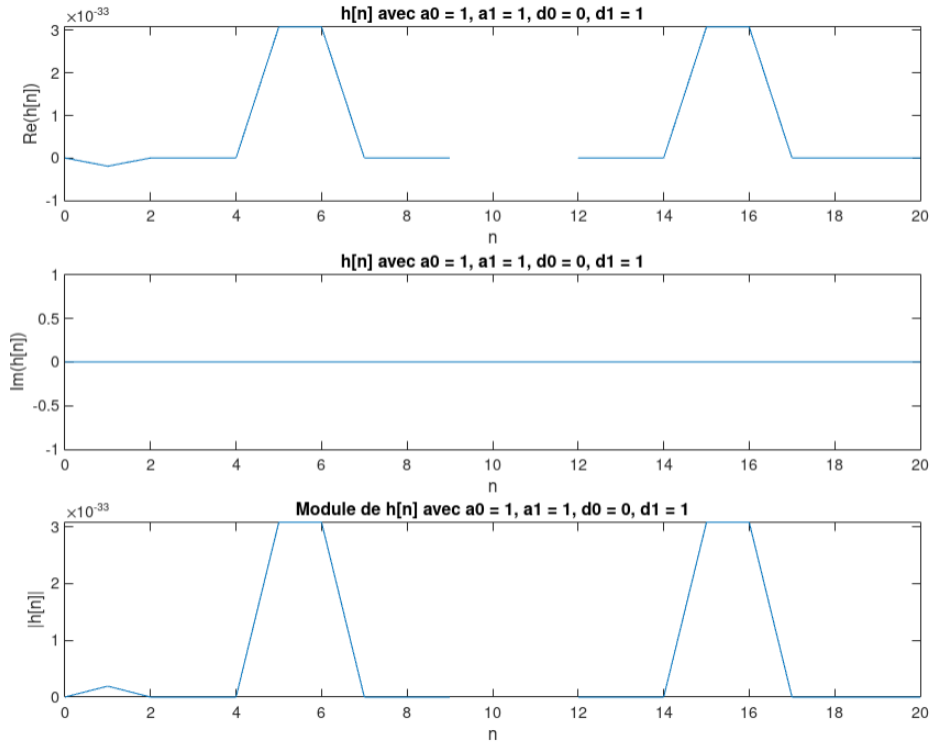


Figure 6: Le spectre du filtre pour $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $d_0 = 0$, $d_1 = 1$

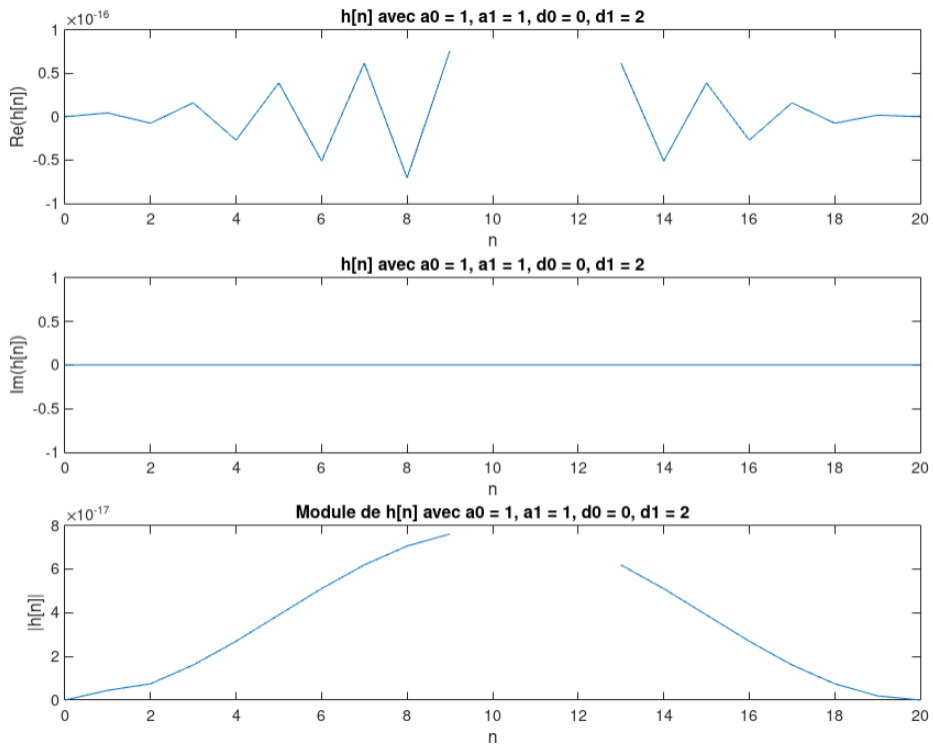


Figure 7: Le spectre du filtre pour $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $d_0 = 0$, $d_1 = 2$

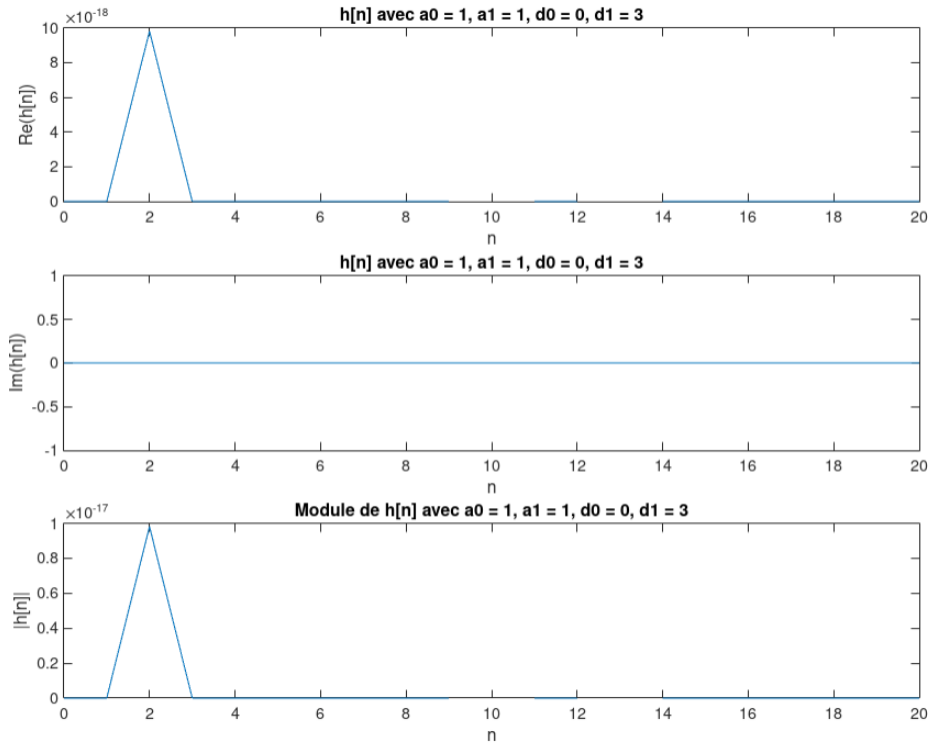


Figure 8: Le spectre du filtre pour $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $d_0 = 0$, $d_1 = 3$

=> Lorsque la distance entre les deux trajets augmente, l'étalement temporel du canal augmente également. Cela se traduit par un élargissement des pics spectraux dans le domaine fréquentiel. En effet, l'étalement temporel du canal augmente la durée pendant laquelle le signal est soumis aux effets du canal, ce qui entraîne une réduction de la largeur de bande disponible pour la transmission.

En réduisant la largeur de bande disponible, la bande de cohérence diminue également, car elle est directement liée à la largeur de bande disponible. Ainsi, lorsque la distance entre les deux trajets augmente, l'étalement temporel du canal augmente et la bande de cohérence diminue. Cela se traduit par un élargissement des pics spectraux, comme on peut le voir dans les figures tracées.

En comparant les spectres pour différentes valeurs de d_1 , nous pouvons observer que la largeur des pics spectraux augmente avec la distance entre les deux trajets. Cela montre que l'étalement temporel du canal augmente avec la distance entre les deux trajets, ce qui confirme la relation entre l'étalement temporel et la bande de cohérence (existe une relation inversement proportionnelle).

5 Égalisation

5.1 Égalisation ZF

5.1.1 Égaliseur ZF

L'égaliseur Zero-Forcing (ZF) vise à inverser la réponse fréquentielle d'un canal pour améliorer la qualité de la transmission du signal. On ne prendra pas en considération le bruit pour le filtre ZF car il y a un risque que l'inversion de la réponse amplifie le bruit dans certaines plages de fréquences.

La transformée en Z d'un égaliseur RIF est notée $H(z)$, et la longueur du filtre est notée P .

$$H(z) = \sum_{k=0}^{K-1} h_k z^{-k} \quad (1)$$

En utilisant une forme matricielle, les équations de l'égaliseur sont exprimées, avec K représentant la longueur du canal.

D'une manière plus précise, on a

$$\underline{S_n} = \begin{bmatrix} S_n \\ \vdots \\ S_{n-(P+K-2)} \end{bmatrix}, \quad \underline{z_n} = \begin{bmatrix} z_n \\ \vdots \\ z_{n-P+1} \end{bmatrix}, \quad \underline{r_n} = \begin{bmatrix} r_n \\ \vdots \\ r_{n-P+1} \end{bmatrix}$$

on s'écrit

$$\underline{r_n} = T \underline{S_n} + \underline{z_n} \quad (2)$$

avec T la matrice de convolution de dimension $P \times (P + K - 1)$ définie par

$$T = \begin{pmatrix} v_0 & \dots & v_{K-1} & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & v_0 & \dots & v_{K-1} \end{pmatrix}$$

Afin de récupérer le symbole S_n à partir des données reçues r_n , on applique la relation suivante :

$$\underline{S_n} = \underline{f^* r_n} \quad (3)$$

Un égaliseur f est sélectionné de manière à ce que $\underline{f^* T} = e_{d+1}^*$ pour éliminer les IES, où d est un retard choisi et e_{d+1} le $(d + 1)$ ème vecteur de la base canonique

Comme le système précédent n'admet pas de solution en général, nous choisissons comme solution adéquat $f_{ZF} = (T^*)^+ e_{d+1}$. Le retard est choisit de façon à minimiser l'énergie de l'interférence résiduelle:

$$d = \operatorname{argmax} \|Te_{u+1}T^*(TT)^{-1}\| \quad (4)$$

5.1.2 Analyse des performances de l'égaliseur ZF

Les figures ci-dessous montrent comment la constellation des symboles est affectée par l'augmentation de la longueur du filtre et l'effet de l'égalisation ZF.

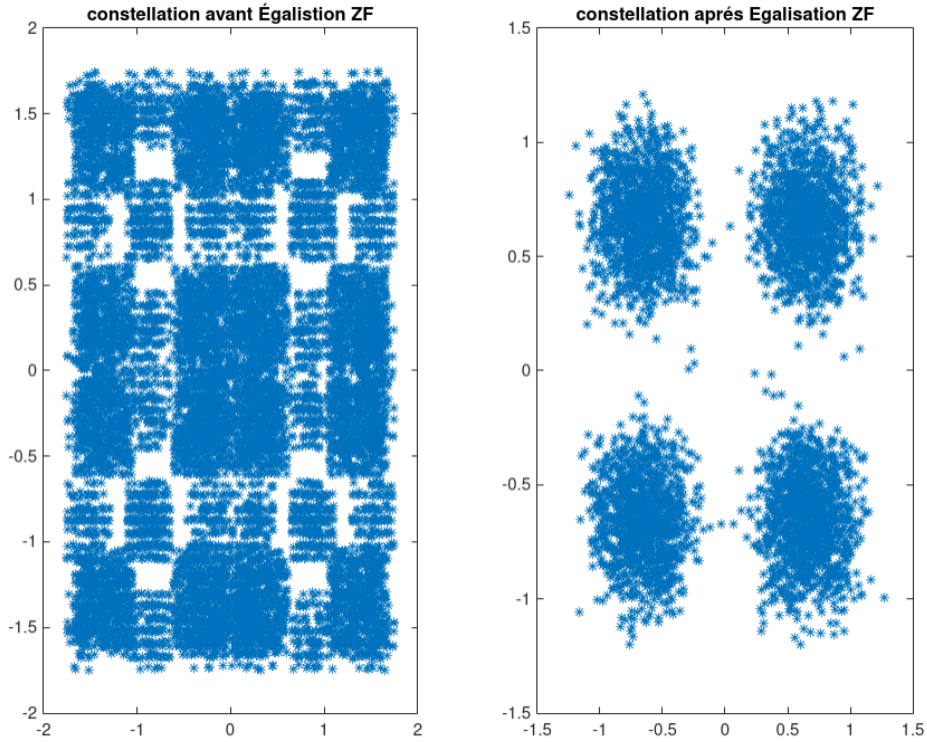


Figure 9: Constellations des symboles avant et après égalisation ZF pour $P = 10$

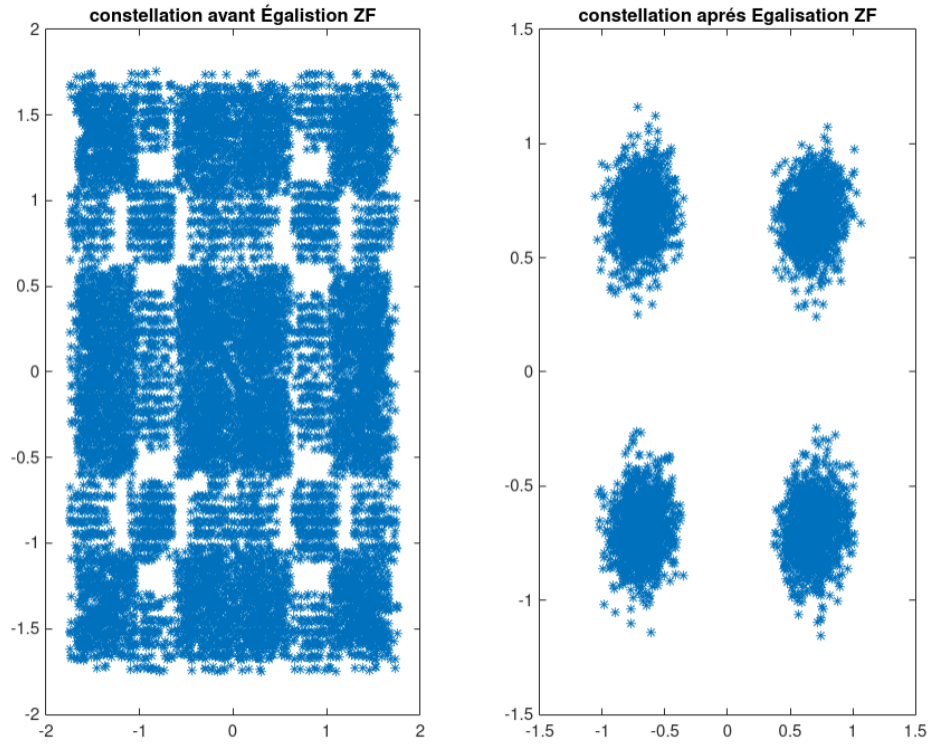


Figure 10: Constellations des symboles avant et après égalisation ZF pour $P = 30$

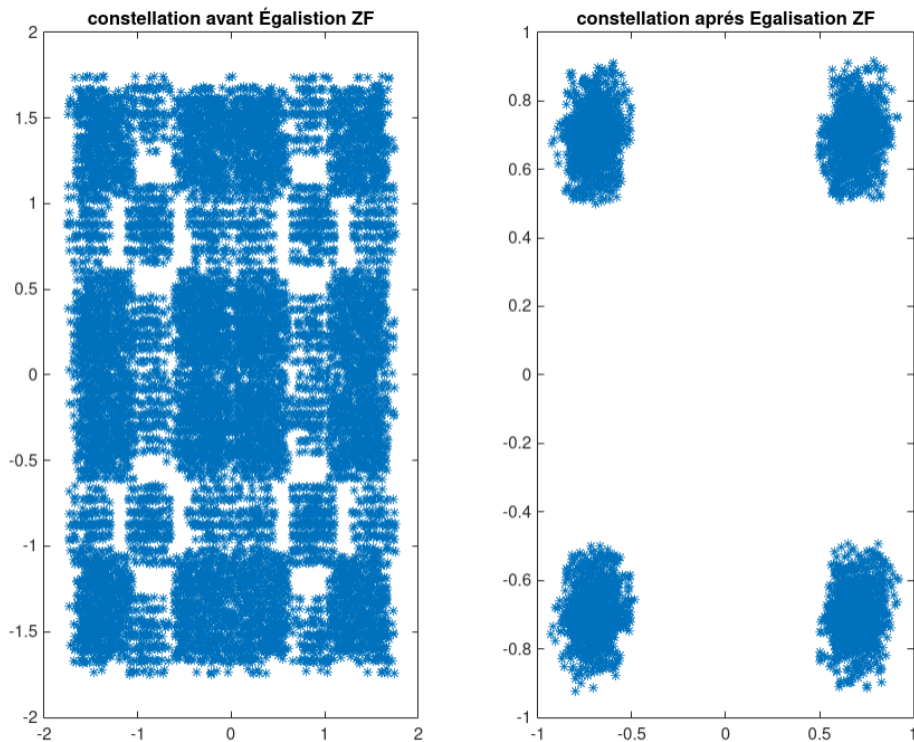


Figure 11: Constellations des symboles avant et après égalisation ZF pour $P = 100$

=> En augmentant la longueur du filtre P , l'égaliseur ZF est capable d'annuler une plus grande partie de l'interférence intersymbole, ce qui conduit à une amélioration de la qualité de la constel-

lation. Nous observons une diminution de la dispersion des points de la constellation ainsi qu'une augmentation de la distance minimale entre les points adjacents.

5.1.3 Probabilité d'erreur binaire pour l'égaliseur ZF

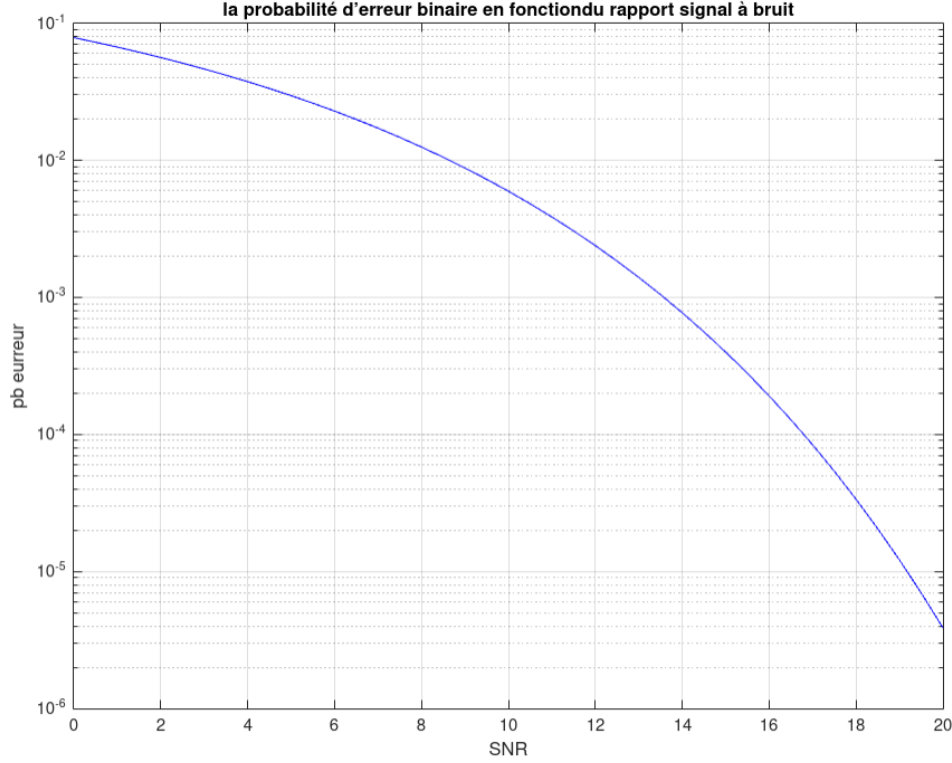


Figure 12: probabilité d'erreur binaire en fonction du SNR

=> La Probabilité d'erreur binaire (ou BER) décroît pour les symboles avant et après l'égalisation ZF parce que l'égalisation vise à réduire les effets du canal de transmission sur les symboles reçus, ce qui réduit les erreurs de décodage.

5.2 Égalisation MMSE

5.2.1 Égaliseur MMSE

Une seconde méthode est utilisée, celle de l'égaliseur MMSE (Minimum Mean Square Error), qui présente l'avantage de prendre en compte le bruit et d'être plus performante que l'égaliseur ZF. Le filtre MMSE vise à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la sortie de l'égaliseur et le symbole à estimer.

$$H(z) = \underbrace{\argmin}_{\tilde{H}(z)} (E [|\tilde{H}(z) \cdot r_n - S_{n-d}|^2])$$

Nous définissons une fonction de coût J que nous cherchons à réduire au minimum :

$$J(f) = E \left[|f \cdot r_n - s_{n-d}|^2 \right]$$

Cette fonction peut également s'écrire sous cette forme :

$$J(f) = f^* (T \cdot T^* + \sigma^2 \cdot I) f + 1 - 2Re(f^* \cdot T \cdot e_{d+1})$$

Avec :

$$f = (T \cdot T^* + \sigma^2 \cdot I)^{-1} T \cdot e_{d+1}$$

Le vecteur f , qui correspond aux coefficients du filtre MMSE recherché, dépend du bruit ainsi que d'un retard d . Nous devons donc déterminer le retard optimal en maximisant l'expression suivante :

$$\left\| (T \cdot T^* + \sigma^2 \cdot I)^{-1/2} T \cdot e_{d+1} \right\|^2$$

d'où :

$$\hat{d} = \underbrace{\operatorname{argmax}}_d \left\| (T \cdot T^* + \sigma^2 \cdot I)^{-1/2} T \cdot e_{d+1} \right\|^2$$

De cette manière, nous sommes en mesure de calculer les coefficients du filtre MMSE.

5.2.2 Analyse des performances de l'égaliseur MMSE

Les figures ci-dessous montrent comment la constellation des symboles est affectée par l'augmentation de la longueur du filtre et l'effet de l'égalisation MMSE.

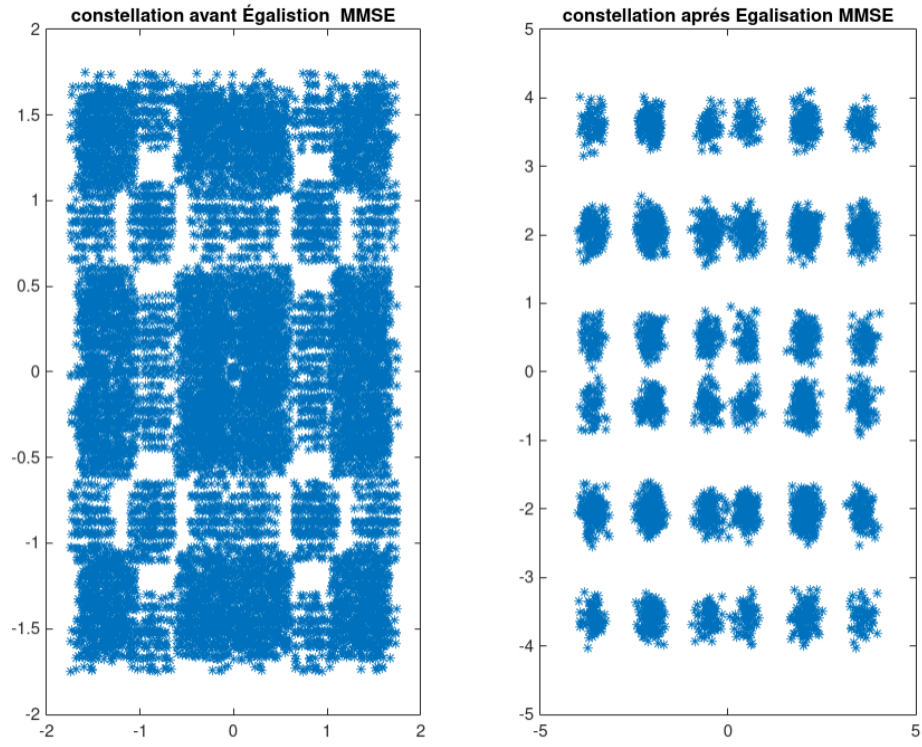


Figure 13: Constellations des symboles avant et après égalisation MMSE pour $P = 10$

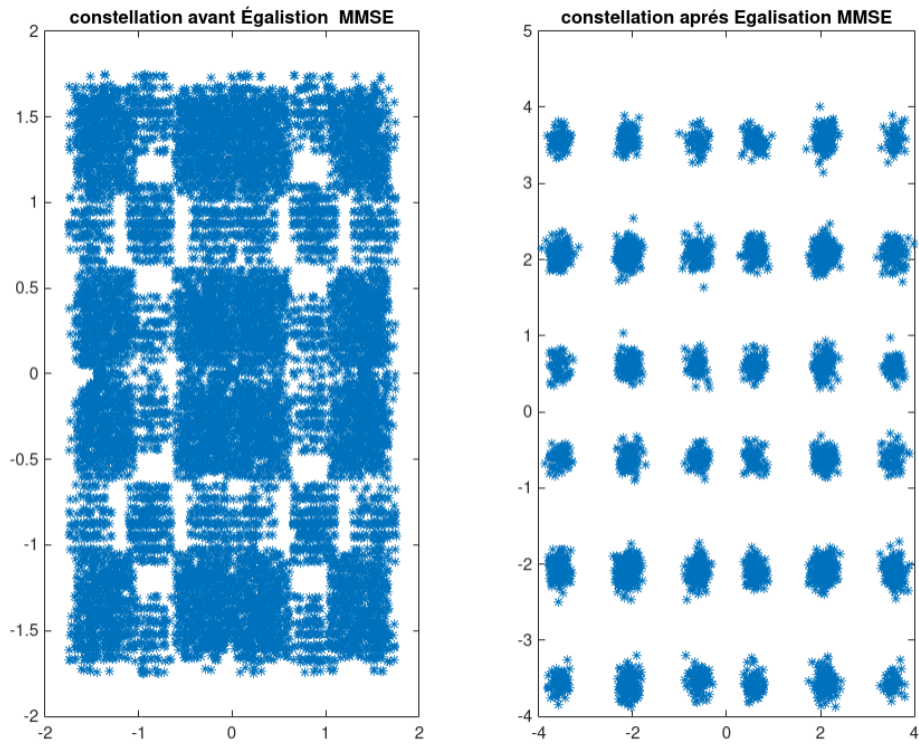


Figure 14: Constellations des symboles avant et après égalisation MMSE pour $P = 30$

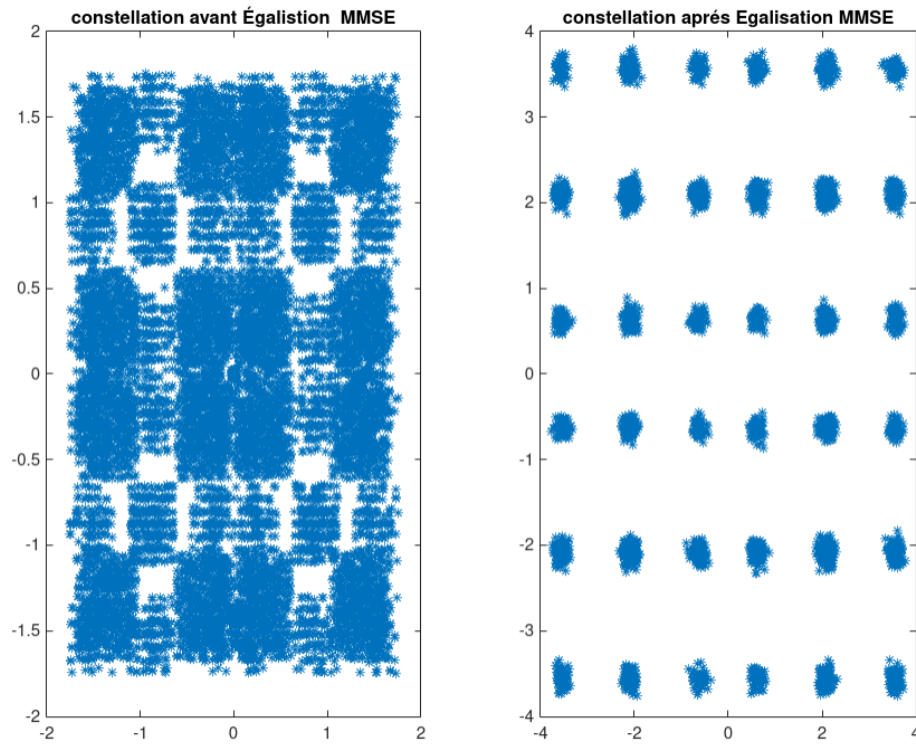


Figure 15: Constellations des symboles avant et après égalisation MMSE pour $P = 100$

En observant les figures obtenues, nous remarquons que plus la longueur du filtre est grande, plus la dispersion de la constellation diminue et la séparation entre les symboles devient plus nette. Cela se traduit par une amélioration de la qualité de la transmission de données, car les symboles sont mieux discernables et moins sujets à des erreurs de décodage.

Nous remarquons également que l'égalisation MMSE permet d'obtenir une constellation plus nette que l'égalisation ZF, car elle tient compte du bruit et permet une meilleure estimation des symboles.

6 Conclusion

En conclusion, ce TP nous a permis de comprendre et d'appliquer plusieurs concepts de communication numérique, notamment la mise en forme de signal, la simulation des canaux multi-trajets et l'égalisation. Nous avons généré et analysé des signaux transmis, simulé des canaux à un et deux trajets, et mis en place différentes techniques d'égalisation pour compenser les distorsions introduites par le canal de propagation. Nous avons étudié trois canaux ayant des degrés de sélectivité en fréquence différents. Nous avons utilisé deux égaliseurs, le Zero-Forcing et le MMSE, et avons constaté que le MMSE est plus performant que le Zero-Forcing sur tous les canaux testés.