Міністерство освіти і науки України
ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. Богдана Хмельницького

Факультет Обчислювальної техніки, інтелектуальних та управляючих систем
Кафедра Програмного забезпечення автоматизованих систем

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ № 7

по дисципліні «Вища математика»

Тема: ДОВІЛЬНІ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ. ДРУГИЙ СПОСІБ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Варіант 33

Виконала: студентка гр. КН-24
Суворова А.В.

Перевірив: старший викладач
кафедри ПЗАС
Гук В.І.

Черкаси, 2024

Теоретичні відомості

Однорідні системи рівнянь. Система рівнянь називається *однорідною*, якщо $B=0$, тобто система має вигляд $AX=0$.

Однорідна система завжди сумісна, тобто має розв'язок $X=0$.

Однорідна система має нетривіальні розв'язки, якщо $\operatorname{Rg} A=r<n$, де n – число невідомих (для квадратної однорідної системи ця умова означає, що $\det A=0$). У цьому випадку система має безліч розв'язків, які записуються у вигляді загального розв'язку вигляду (3.3).

Теорема. Для заданої однорідної системи рівнянь $AX=0$, для якої $RgA=r<n$, де n – число невідомих, існує $n-r$ лінійно незалежних розв'язків $E_1, E_2, ..., E_{n-r}$ і будь-який розв'язок системи представляється у вигляді лінійної комбінації цих $n-r$ розв'язків.

Максимальне число лінійно незалежних розв'язків однорідної системи $AX=0$ називається *фундаментальною системою розв'язків* цієї системи рівнянь.

$E_1, E_2, ..., E_{n-r}$ – фундаментальна система розв'язків однорідної системи рівнянь (Ф.С.Р.). Вона містить $(n-r)$ розв'язків і одержується з загального розв'язку (3.3), якщо вільним змінним надавати, наприклад, послідовно значення: $1, 0, 0, ..., 0$; $0, 1, 0, ..., 0$; ...; $0, 0, 0, ..., 1$. Отримана таким чином фундаментальна система називається *нормованою*.

Зауважимо, що розв'язання однорідних систем здійснюється тими ж методами, що й неоднорідних.

Структура загальних розв'язків однорідної та неоднорідної системи рівнянь.

Теорема 1. Загальний розв'язок однорідної системи лінійних рівнянь $AX = 0$, де $\mathrm{Rg}\,A = r < n$, n – число невідомих, представляється у вигляді:

$$X = \sum_{i=1}^{n-r} c_i E_i ,$$

де c_i – довільні сталі, E_i, $i = \overline{1, n-r}$ – фундаментальна система розв'язків.

Теорема 2. Загальний розв'язок неоднорідної системи лінійних рівнянь $AX = B$ представляється у вигляді:

$$Y = Y_0 + X ,$$

де Y_0 – деякий частинний розв'язок неоднорідної системи, X – загальний розв'язок відповідної однорідної системи.

Приклад . Дослідити, чи має нетривіальні розв'язки однорідна система рівнянь. У випадку позитивної відповіді, знайти її загальний розв'язок. Записати також фундаментальну систему розв'язків.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 ; \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 ; \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 ; \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 . \end{cases}$$

Розв'язання

1) Приводимо систему коефіцієнтів до редуційованого виду

$$\blacktriangleright\ A=\begin{pmatrix}1&2&4&-3\\3&5&6&-4\\4&5&-2&3\\3&8&24&-19\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&4&-3\\0&-1&-6&5\\0&-3&-18&15\\0&2&12&-10\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&4&-3\\0&-1&-6&5\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

$\operatorname{Rg} A=r=2<n=4$,система має нетривіальні розв'язки.

Базисний мінор $\begin{vmatrix}1&2\\0&-1\end{vmatrix}$. Базисні змінні – x_1, x_2; вільні змінні – x_3, x_4.

Скорочена система має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ \quad -x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -4x_3 + 3x_4 \\ x_2 = -6x_3 + 5x_4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4x_3 + 3x_4 - 2(-6x_3 + 5x_4) = -4x_3 + 3x_4 + 12x_3 - 10x_4 = 8x_3 - 7x_4 \\ x_2 = -6x_3 + 5x_4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 8x_3 - 7x_4 \\ x_2 = -6x_3 + 5x_4. \end{cases}$$

Загальний розв'язок: $x_1 = 8x_3 - 7x_4$, $x_2 = -6x_3 + 5x_4$, $x_3, x_4 \in \mathbf{R}$.

Перепозначимо змінні $x_3 = c_1$, $x_4 = c_2$.

Загальний розв'язок запишемо у вигляді:

$$X(c_1, c_2) = \begin{pmatrix} 8c_1 - 7c_2 \\ -6c_1 + 5c_2 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \quad \forall c_1, c_2 \in \mathbf{R}.$$

Поклавши $c_1 = 1$, $c_2 = 0$ та $c_1 = 0$, $c_2 = 1$, з загального розв'язку одержуємо фундаментальну систему розв'язків:

$$E_1 = X(1, 0) = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_2 = X(0, 1) = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, фундаментальна система розв'язків:

$$\{(8, -6, 1, 0), (-7, 5, 0, 1)\}. \blacktriangleleft$$

Тобто фундаментальна система розв'язків складається із двох векторів

$$E_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ та } E_2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Через ці вектори може бути виражений будь-який інший розв'язок системи, причому формула загального розв'язку записується у вигляді лінійної комбінації векторів фундаментальної системи:

$$X_{з.о.} = c_1 \cdot E_1 + c_2 \cdot E_2,$$

де c_1 і c_2 – довільні параметри.

Наприклад, при $c_1 = 5,\ c_2 = -5$ отримаємо частинний розв'язок системи

$$X_{ч.о.} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 75 \\ 5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Задача 1. Система однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь задана матрицею коефіцієнтів.

$$A = \begin{pmatrix} N & -1 & -2N & 3 \\ N & 2 & -1 & 4-N \\ 3N & 0 & -4N-1 & 10-N \\ 4N & 5 & -3-2N & 15-3N \end{pmatrix}$$

```
> with(linalg)
```

[*BlockDiagonal*, *GramSchmidt*, *JordanBlock*, *LUdecomp*, *QRdecomp*, *Wronskian*, *addcol*, *addrow*, *adj*, *adjoint*, *angle*, *augment*, *backsub*, *band*, *basis*, *bezout*, *blockmatrix*, *charmat*, *charpoly*, *cholesky*, *col*, *coldim*, *colspace*, *colspan*, *companion*, *concat*, *cond*, *copyinto*, *crossprod*, *curl*, *definite*, *delcols*, *delrows*, *det*, *diag*, *diverge*, *dotprod*, *eigenvals*, *eigenvalues*, *eigenvectors*, *eigenvects*, *entermatrix*, *equal*, *exponential*, *extend*, *ffgausselim*, *fibonacci*, *forwardsub*, *frobenius*, *gausselim*, *gaussjord*, *geneqns*, *genmatrix*, *grad*, *hadamard*, *hermite*, *hessian*, *hilbert*, *htranspose*, *ihermite*, *indexfunc*, *innerprod*, *intbasis*, *inverse*, *ismith*, *issimilar*, *iszero*, *jacobian*, *jordan*, *kernel*, *laplacian*, *leastsqrs*, *linsolve*, *matadd*, *matrix*, *minor*, *minpoly*, *mulcol*, *mulrow*, *multiply*, *norm*, *normalize*, *nullspace*, *orthog*, *permanent*, *pivot*, *potential*, *randmatrix*, *randvector*, *rank*, *ratform*, *row*, *rowdim*, *rowspace*, *rowspan*, *rref*, *scalarmul*, *singularvals*, *smith*, *stackmatrix*, *submatrix*, *subvector*, *sumbasis*, *swapcol*, *swaprow*, *sylvester*, *toeplitz*, *trace*, *transpose*, *vandermonde*, *vecpotent*, *vectdim*, *vector*, *wronskian*] **(1)**

```
> N := 33
```

$N := 33$ **(2)**

```
> A := matrix(4, 4, [N, -1, -2 N, 3, N, 2, -1, 4 - N, 3 N, 0, -4 N - 1, 10 - N, 4 N, 5, -3
    - 2 N, 15 - 3 N])
```

(3)

$$A := \begin{bmatrix} 33 & -1 & -66 & 3 \\ 33 & 2 & -1 & -29 \\ 99 & 0 & -133 & -23 \\ 132 & 5 & -69 & -84 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Знаходимо ранг матриці

> $rA := rank(A)$

$$rA := 2 \quad (4)$$

Знаходимо матрицю за допомогою метода Гаусса-Жордана

> $stA := gaussjord(A)$

$$stA := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{133}{99} & -\frac{23}{99} \\ 0 & 1 & \frac{65}{3} & -\frac{32}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Знаходимо формули для x1 і x2(базисті)

$$x1 = -\frac{133\,x3}{99} + \frac{23\,x4}{99}$$

$$x2 = \frac{65\,x3}{3} + \frac{32\,x4}{3}$$

Перший базистий розв'язок

> $x3 := 1; x4 := 0;$

$$x3 := 1$$
$$x4 := 0 \quad (6)$$

> $x1 := -\frac{133}{99}x3 + \frac{23}{99}x4$

$$x1 := -\frac{133}{99} \quad (7)$$

> $x2 := \frac{65}{3}x3 + \frac{32}{3}x4$

$$x2 := \frac{65}{3} \quad (8)$$

Другий базистий розв'язок

> $x3 := 0; x4 := 1;$

$$x3 := 0$$
$$x4 := 1 \quad (9)$$

> $x1 := -\frac{133}{99}x3 + \frac{23}{99}x4$

(10)

$$x1 := \frac{23}{99} \quad (10)$$

> $x2 := \frac{65}{3} x3 + \frac{32}{3} x4$

$$x2 := \frac{32}{3} \quad (11)$$

Задача 2. Система однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь задана матрицею коефіцієнтів.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & N & 2 & -3N & 2 \\ 2+N & -1 & 3-N & 1 & 4-N \\ 9+3N & N-3 & 11-3N & 3-3N & 14-3N \end{pmatrix}$$

Знайти фундаментальну систему розв'язків, записати загальний розв'язок однорідної системи в векторному вигляді і знайти один частинний розв'язок однорідної системи. Виконати перевірку.

> *restart*

> $N := 33$

$$N := 33 \quad (12)$$

> *with*(*linalg*)

[*BlockDiagonal*, *GramSchmidt*, *JordanBlock*, *LUdecomp*, *QRdecomp*, *Wronskian*, *addcol*, *addrow*, *adj*, *adjoint*, *angle*, *augment*, *backsub*, *band*, *basis*, *bezout*, *blockmatrix*, *charmat*, *charpoly*, *cholesky*, *col*, *coldim*, *colspace*, *colspan*, *companion*, *concat*, *cond*, *copyinto*, *crossprod*, *curl*, *definite*, *delcols*, *delrows*, *det*, *diag*, *diverge*, *dotprod*, *eigenvals*, *eigenvalues*, *eigenvectors*, *eigenvects*, *entermatrix*, *equal*, *exponential*, *extend*, *ffgausselim*, *fibonacci*, *forwardsub*, *frobenius*, *gausselim*, *gaussjord*, *geneqns*, *genmatrix*, *grad*, *hadamard*, *hermite*, *hessian*, *hilbert*, *htranspose*, *ihermite*, *indexfunc*, *innerprod*, *intbasis*, *inverse*, *ismith*, *issimilar*, *iszero*, *jacobian*, *jordan*, *kernel*, *laplacian*, *leastsqrs*, *linsolve*, *matadd*, *matrix*, *minor*, *minpoly*, *mulcol*, *mulrow*, *multiply*, *norm*, *normalize*, *nullspace*, *orthog*, *permanent*, *pivot*, *potential*, *randmatrix*, *randvector*, *rank*, *ratform*, *row*, *rowdim*, *rowspace*, *rowspan*, *rref*, *scalarmul*, *singularvals*, *smith*, *stackmatrix*, *submatrix*, *subvector*, *sumbasis*, *swapcol*, *swaprow*, *sylvester*, *toeplitz*, *trace*, *transpose*, *vandermonde*, *vecpotent*, *vectdim*, *vector*, *wronskian*] **(13)**

> $A := matrix(3, 5, [3, N, 2, -3\,N, 2, 2+N, -1, 3-N, 1, 4-N, 9+3\,N, N-3, 11-3\,N, 3-3\,N, 14-3\,N])$

$$A := \begin{bmatrix} 3 & 33 & 2 & -99 & 2 \\ 35 & -1 & -30 & 1 & -29 \\ 108 & 30 & -88 & -96 & -85 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Знаходимо матрицю за допомогою метода Гаусса-Жордана

> $stA := gaussjord(A)$

$$stA := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{494}{579} & -\frac{11}{193} & -\frac{955}{1158} \\ 0 & 1 & \frac{80}{579} & -\frac{578}{193} & \frac{157}{1158} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Знаходимо формули для x1 і x2(базисті)

> $x1 := stA[1, 3]x3 - stA[1, 4]x4 - stA[1, 5]x5;$

$$x1 := -\frac{494\,x3}{579} + \frac{11\,x4}{193} + \frac{955\,x5}{1158} \quad (16)$$

> $x2 := stA[2, 3]x3 - stA[2, 4]x4 - stA[2, 5]x5$

$$x2 := \frac{80\,x3}{579} + \frac{578\,x4}{193} - \frac{157\,x5}{1158} \quad (17)$$

Перший базистий розв'язок

> $x3 := 1; x4 := 0; x5 := 0$

$$x3 := 1$$
$$x4 := 0$$
$$x5 := 0 \quad (18)$$

> $x1; x2$

$$-\frac{494}{579}$$
$$\frac{80}{579} \quad (19)$$

> $e1 := matrix(5, 1, [x1, x2, x3, x4, x5])$

$$e1 := \begin{bmatrix} -\frac{494}{579} \\ \frac{80}{579} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Другий базистий розв'язок

> $x3 := 0; x4 := 1; x5 := 0$

$$x3 := 0$$
$$x4 := 1$$
$$x5 := 0 \quad (21)$$

> $x1; x2$

$$\frac{11}{193}$$

$$\frac{578}{193} \quad (22)$$

> $e2 := matrix(5, 1, [x1, x2, x3, x4, x5])$

$$e2 := \begin{bmatrix} \frac{11}{193} \\ \frac{578}{193} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Третій базистий розв'язок

> $x3 := 0; x4 := 0; x5 := 1$

$$x3 := 0$$
$$x4 := 0$$
$$x5 := 1 \quad (24)$$

> $x1; x2$

$$\frac{955}{1158}$$
$$-\frac{157}{1158} \quad (25)$$

> $e3 := matrix(5, 1, [x1, x2, x3, x4, x5])$

$$e3 := \begin{bmatrix} \frac{955}{1158} \\ -\frac{157}{1158} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

> $Xzo := c1 \cdot evalm(e1) + c2 \cdot evalm(e2) + c3 \cdot evalm(e3)$

$$Xzo := c1 \begin{bmatrix} -\frac{494}{579} \\ \frac{80}{579} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c2 \begin{bmatrix} \frac{11}{193} \\ \frac{578}{193} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c3 \begin{bmatrix} \frac{955}{1158} \\ -\frac{157}{1158} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

> $c1 := 1$

(28)

$$c1 := 1 \tag{28}$$

> $c2 := 2$

$$c2 := 2 \tag{29}$$

> $c3 := 3$

$$c3 := 3 \tag{30}$$

> $Xzo1 := evalm(Xzo)$

$$Xzo1 := \begin{bmatrix} \frac{2009}{1158} \\ \frac{6625}{1158} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Знаходимо нев'язку

> $\delta 1 := A[1, 1] \cdot Xzo1[1, 1] + A[1, 2] \cdot Xzo1[2, 1] + A[1, 3] \cdot Xzo1[3, 1] + A[1, 4] \cdot Xzo1[4, 1] + A[1, 5] \cdot Xzo1[5, 1]$

$$\delta 1 := 4 \tag{32}$$

Задача 3. Система неоднорідних лінійних алгебраїчних рівнянь задана розширеною матрицею коефіцієнтів.

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 3 \cdot N & 4 \cdot N & N & 2 \cdot N & 3 \cdot N & 3 \cdot N \\ 5 & 7 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 5 & 5 \\ 7 & 10 & 1 & 6 \cdot N & 5 & 9 - 3 \cdot N \end{pmatrix}$$

Знайти фундаментальну систему розв'язків однорідної системи та загальний розв'язок однорідної системи. Знайти частинний розв'язок неоднорідної системи. Виконати перевірку. Записати у векторному вигляді формулу загального розв'язку заданої неоднорідної системи рівнянь. Знайти інший частинний розв'язок початкової неоднорідної системи.

> *restart*

> $N := 33$

$$N := 33 \tag{33}$$

> *with*(*linalg*)

[*BlockDiagonal*, *GramSchmidt*, *JordanBlock*, *LUdecomp*, *QRdecomp*, *Wronskian*, *addcol*, *addrow*, *adj*, *adjoint*, *angle*, *augment*, *backsub*, *band*, *basis*, *bezout*, *blockmatrix*, *charmat*, *charpoly*, *cholesky*, *col*, *coldim*, *colspace*, *colspan*, *companion*, *concat*, *cond*, *copyinto*, *crossprod*, *curl*, *definite*, *delcols*, *delrows*, *det*, *diag*, *diverge*, *dotprod*, *eigenvals*, *eigenvalues*, (34) *eigenvectors, eigenvects, entermatrix, equal, exponential, extend, ffgausselim, fibonacci, forwardsub, frobenius, gausselim, gaussjord, geneqns, genmatrix, grad, hadamard, hermite, hessian, hilbert, htranspose, ihermite, indexfunc, innerprod, intbasis, inverse, ismith, issimilar, iszero, jacobian, jordan, kernel, laplacian, leastsqrs, linsolve, matadd, matrix, minor, minpoly, mulcol, mulrow, multiply, norm, normalize, nullspace, orthog, permanent, pivot, potential, randmatrix, randvector, rank, ratform, row, rowdim, rowspace, rowspan, rref, scalarmul, singularvals, smith, stackmatrix, submatrix, subvector, sumbasis, swapcol, swaprow, sylvester, toeplitz, trace, transpose, vandermonde, vecpotent, vectdim, vector, wronskian*]

> $AR := matrix(4, 6, [3\,N, 4\,N, N, 2\,N, 3\,N, 3\,N, 5, 7, 1, 3, 4, 5, 4, 5, 2, 1, 5, 5, 7, 10, 1, 6\,N, 5, 9 - 3\,N])$

$$AR := \begin{bmatrix} 99 & 132 & 33 & 66 & 99 & 99 \\ 5 & 7 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 5 & 5 \\ 7 & 10 & 1 & 198 & 5 & -90 \end{bmatrix} \tag{35}$$

Приводимо матрицю до трикутного вигляду

> $gausselim(AR)$

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{3}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{9}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

> $A1 := matrix(3, 3, [3 \cdot N, 4 \cdot N, N, 5, 7, 1, 4, 5, 2])$

$$A1 := \begin{bmatrix} 99 & 132 & 33 \\ 5 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix} \tag{37}$$

Знаходимо визначники до створених матриць

> $det(A1)$

$$0 \tag{38}$$

> $A2 := matrix(3, 3, [3 \cdot N, 4 \cdot N, N, 5, 7, 1, 7, 10, 1])$

$$A2 := \begin{bmatrix} 99 & 132 & 33 \\ 5 & 7 & 1 \\ 7 & 10 & 1 \end{bmatrix} \tag{39}$$

> $det(A2)$

$$0 \tag{40}$$

> $A3 := matrix(3, 3, [3 \cdot N, 4 \cdot N, N, 4, 5, 2, 7, 10, 1])$

(41)

$$A3 := \begin{bmatrix} 99 & 132 & 33 \\ 4 & 5 & 2 \\ 7 & 10 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

> $det(A3)$

$$0 \quad (42)$$

> $A4 := matrix(3, 3, [5, 7, 1, 4, 5, 2, 7, 10, 1])$

$$A4 := \begin{bmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 7 & 10 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

> $det(A4)$

$$0 \quad (44)$$

> $A5 := matrix(3, 3, [5, 7, 3, 4, 5, 1, 7, 10, 6\,N])$

$$A5 := \begin{bmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 7 & 10 & 198 \end{bmatrix} \quad (45)$$

> $det(A5)$

$$-580 \quad (46)$$

> $A6 := matrix(3, 4, [5, 7, 3, 5 - x3 - 4 \cdot x5, 4, 5, 1, 5 - 2 \cdot x3 - 5 \cdot x5, 7, 10, 6\,N, 198 - x3 - 5 \cdot x5])$

$$A6 := \begin{bmatrix} 5 & 7 & 3 & 5 - x3 - 4\,x5 \\ 4 & 5 & 1 & 5 - 2\,x3 - 5\,x5 \\ 7 & 10 & 198 & 198 - x3 - 5\,x5 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Знаходимо матрицю за допомогою метода Гаусса-Жордана

> $gaussjord(A6)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{866}{145} - 3\,x3 - 5\,x5 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1153}{290} + 2\,x3 + 3\,x5 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{287}{290} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Знаходимо формули для x1 і x2(базисті)

> $x1 := \frac{866}{145} - 3\,x3 - 5\,x5$

$$x1 := \frac{866}{145} - 3\,x3 - 5\,x5 \quad (49)$$

> $x2 := -\frac{1153}{290} + 2\,x3 + 3\,x5$

(50)

$$x2 := -\frac{1153}{290} + 2\,x3 + 3\,x5 \quad \textbf{(50)}$$

> $x4 := \frac{287}{290}$

$$x4 := \frac{287}{290} \quad \textbf{(51)}$$

Перший базистий розв'язок

> $x3 := 0$

$$x3 := 0 \quad \textbf{(52)}$$

> $x5 := 1$

$$x5 := 1 \quad \textbf{(53)}$$

> $x1$

$$\frac{141}{145} \quad \textbf{(54)}$$

> $x2$

$$-\frac{283}{290} \quad \textbf{(55)}$$

> $x4$

$$\frac{287}{290} \quad \textbf{(56)}$$

> $e1 := matrix(5, 1, [x1, x2, x3, x4, x5])$

$$e1 := \begin{bmatrix} \frac{141}{145} \\ -\frac{283}{290} \\ 0 \\ \frac{287}{290} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(57)}$$

Другий базистий розв'язок

> $x3 := 1$

$$x3 := 1 \quad \textbf{(58)}$$

> $x5 := 0$

$$x5 := 0 \quad \textbf{(59)}$$

> $x1$

$$\frac{431}{145} \quad \textbf{(60)}$$

> $x2$

$$-\frac{573}{290} \quad \textbf{(61)}$$

> $x4$

$$\frac{287}{290} \quad (62)$$

> $e2 := matrix(5, 1, [x1, x2, x3, x4, x5])$

$$e2 := \begin{bmatrix} \frac{431}{145} \\ -\frac{573}{290} \\ 1 \\ \frac{287}{290} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

Знаходимо матрицю за допомогою метода Гаусса-Жордана

> $gaussjord(AR)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Знаходимо нев'язку

> $\delta 1 := AR[1, 1]\cdot 2 + AR[1, 2]\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + AR[1, 3]\cdot 0 + AR[1, 4]\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + AR[1, 5]\cdot 0$

$$\delta 1 := 99 \quad (65)$$

> $X1 := matrix\left(5, 1, \left[2, -\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\right]\right)$

$$X1 := \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

> $Xzn := c1\cdot evalm(e1) + c2\cdot evalm(e2) + evalm(X1)$

(67)

$$Xzn := c1 \begin{bmatrix} \frac{141}{145} \\ -\frac{283}{290} \\ 0 \\ \frac{287}{290} \\ 1 \end{bmatrix} + c2 \begin{bmatrix} \frac{431}{145} \\ -\frac{573}{290} \\ 1 \\ \frac{287}{290} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{67}$$

>