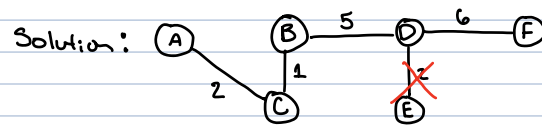


{v, w}

Visited	B	C	D	E	F
{A}	A, 4	A, 2	A, ∞	A, ∞	A, ∞
{A, C}	C, 3	X	C, 10	C, 12	C, ∞
{A, C, B}	X	X	B, 8	C, 12	B, ∞
{A, C, B, D}	X	X	X	D, 10	D, 14
{A, C, B, D, E}	X	X	X	X	D, 14



$$\text{Cost}(A, v_i) = \min(\{A, v_i\}, \{A, \{v_k\}, v_i\})$$

{v, w}

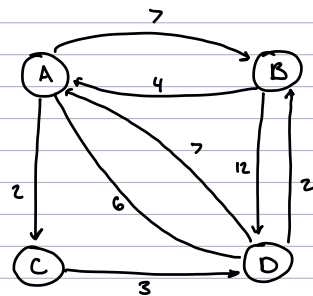
Visited	B	C	D	E	F
{A}	A, 4	A, 2	A, ∞	A, ∞	A, ∞

A	B	C	D	E	F
0	1	2	3	4	5
∅	(0, 4)	(0, 2)	(0, ∞)	(0, ∞)	(0, ∞)

Visited

0	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0

P	A	B	C	D	E	F
A	0					
B		0				
C			0			
D				0		
E					0	
F						0



D	A	B	C	D
A	∞	7	2	6
B	4	∞	∞	12
C	∞	∞	∞	3
D	7	1	∞	∞

P	A	B	C	D
A	∞	0	0	0
B	0	∞	0	0
C	0	0	∞	0
D	0	0	0	∞

P	A	B	C	D
A	∞	D	0	C
B	0	∞	A	C
C	D	D	∞	0
D	B	0	B	∞

Floyd-Marshall algorithm

use D^0

(A)

D^0	A	B	C	D
A	∞	7	2	6
B	4	∞	6	10
C	∞	∞	∞	3
D	7	1	9	∞

$$\text{Cost}(B, C) = \min \{ B \rightarrow C, B \rightarrow A \rightarrow C \} = 6$$

$$\infty, 4 + 2 = 6$$

$$\text{Cost}(B, D) = \min \{ B \rightarrow D, B \rightarrow A \rightarrow D \} = 10$$

$$12, 4 + 6 = 10$$

$$\text{Cost}(C, B) = \min \{ C \rightarrow B, C \rightarrow A \rightarrow B \} = \infty$$

$$\infty, \infty$$

$$\text{Cost}(C, D) = \min \{ C \rightarrow D, C \rightarrow A \rightarrow D \}$$

$$3, \infty$$

$$\text{Cost}(D, B) = \min \{ D \rightarrow B, D \rightarrow A \rightarrow B \} = 1$$

$$1, \infty$$

use D^1

(B)

D^1	A	B	C	D
A	∞	7	2	6
B	4	∞	6	10
C	∞	∞	∞	3
D	5	1	7	∞

$$\min \{ A \rightarrow C, A \rightarrow B \rightarrow C \}$$

$$2, 7 \dots$$

$$\min \{ A \rightarrow D, A \rightarrow B \rightarrow D \}$$

$$6, 7 \dots$$

$$\min \{ C \rightarrow A, C \rightarrow B \rightarrow A \}$$

$$\infty, \infty$$

$$\min \{ C \rightarrow D, C \rightarrow B \rightarrow D \}$$

$$3, \infty \dots$$

$$\min \{ D \rightarrow A, D \rightarrow B \rightarrow A \} = 5$$

$$7, 1 + 4 = 5$$

$$\min \{ D \rightarrow C, D \rightarrow B \rightarrow C \} = 7$$

$$9, 1 + 6 = 7$$

use D^2

(C)

D^2	A	B	C	D
A	∞	7	2	5
B	4	∞	6	9
C	∞	∞	∞	3
D	5	1	7	∞

$$\min \{ A \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow B \}$$

$$7, 2 + \infty$$

$$\min \{ A \rightarrow D, A \rightarrow C \rightarrow D \} = 5$$

$$6, 2 + 3 = 5$$

$$\min \{ B \rightarrow A, B \rightarrow C \rightarrow A \}$$

$$4, 6 \dots$$

$$\min \{ B \rightarrow D, B \rightarrow C \rightarrow D \} = 9$$

$$10, 6 + 3 = 9$$

$$\min \{ A \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow B \}$$

* General formula: $M_k[i][j] = \min \{ M_{k-1}[i][j], M_{k-1}[i][k] + M_{k-1}[k][j] \}$

(D)

$i \downarrow$	3	0	1	2	3
3	D	A	B	C	D
0	A	∞	6	2	5
1	B	4	∞	6	9
2	C	8	4	∞	3
3	D	5	1	7	∞

$$M_3[0][1] = \min \{ M_2[0][1], M_2[0][3] + M_2[3][1] \} = 6$$

$$7, 5 + 1 = 6$$

A, C

$$2, 2$$

B, A

4, ∞

B, C

6, 9

C, A

$\infty, 3 + 5 = 8$

C, B

$\infty, 3 + 1 = 4$

P	A	B	C	D
A	∞	0	0	C
B	0	∞	A	C
C	0	0	∞	0
D	B	0	B	∞

$$\text{Min}(A, D) = A \rightarrow D \rightarrow B$$

(1)

$$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$$

(2)

$$2 + 3 + 1 = 6$$

$$\text{Min}(D, A) = D \rightarrow B \rightarrow A$$

(1)

$$= D \rightarrow B \rightarrow A$$

0

$$= D \rightarrow B \rightarrow A$$

Pseudo code:

```

function MinPath(D, P):
    for (k=0; k<n; k++)
        Create matrix M & initialize it to -1
        for (i=0; i<n; i++)
            for (j=0; j<n; j++)
                if i=k & j=k then M[i][j] = D[i][j]
                else
                    M[i][j] = min(D[i][j], D[i][k] + D[k][j])
                    if M[i][j] < D[i][j] then P[i][j] = k
    D = M
    return P;

```

Bellman-Ford