

第九章练习题

- (1) 设 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, 计算 $\sigma_1\sigma_2$, $\sigma_2\sigma_1$, σ_1^{-1} .
- (2) 求 4 阶对称群 S_4 的所有三阶子群.
- (3) 求 4 阶对称群 S_4 的所有 4 阶子群.
- (5) 设 p 是奇素数. 证明: 乘群 $F_p^* = F \setminus \{0\}$ 是同构于加群 $\mathbf{Z}/(p-1)\mathbf{Z}$ 的循环群.
- (7) 设 p 是奇素数. 证明: $\mathbf{Z}/p^2\mathbf{Z}$ 中的可逆元对乘法构成一个循环群, 并求其阶.
- (9) 求 6 阶对称群 S_6 的所有 5 阶子群.

强化练习题

【注: 强化练习题不强制要求同学们提交作业, 留给大家课后练习】

- (4) 素数阶群一定是循环群.
- (6) 设 $p = 7$, 构造乘群 $F_p^* = F \setminus \{0\}$ 中的乘法表和加群 $\mathbf{Z}/(p-1)\mathbf{Z}$ 的加法表, 并说明习题 (5) 中的对应关系.
- (8) 求 $\mathbf{Z}/49\mathbf{Z}^*$ 中的所有生成元.
- (10) 证明: $SL_2(\mathbf{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbf{Z}, ad - bc = 1 \right\}$ 是一个乘法群, 其生成元为
- $$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

【作业要求】

1. 禁止抄袭
2. 作业提交 1) 可以先手写再拍照或者 2) 直接在 word 或 latex 输入公式和数学符号, word 或者 pdf 格式, 文件命名格式为: 专业+学号+姓名+第几次作业
3. 作业提交方式为邮箱提交: sysu_mfis2020@163.com
4. 提交截止日期: 2020 年 8 月 9 日 23:59 前