

## 第八章练习题

- (2) 证明: 群  $G$  是交换群的充要条件是对任意  $a, b \in G$ , 有  $(ab)^2 = a^2 b^2$ .
- (4) 设  $G$  是  $n$  阶有限群. 证明: 对任意元  $a \in G$ , 有  $a^n = e$ .
- (6) 设  $G$  是一个群. 记  $\text{cent}(G) = \{a \in G \mid ab = ba \text{ 对任意 } b \in G\}$ . 证明:  $\text{cent}(G)$  是  $G$  的正规子群.
- (7) 设  $a$  是群  $G$  的一个元素. 证明: 映射  $\sigma: x \mapsto axa^{-1}$  是  $G$  到自身的自同构.
- (8) 设  $H$  是群  $G$  的子群. 在  $G$  中定义关系  $R: aRb$  如果  $b^{-1}a \in H$ . 证明:  
(i)  $R$  是等价关系. (ii)  $aRb$  的充要条件是  $aH = bH$ .
- (11) 求出  $F_{23}$  的生成元.

## 强化练习题

【注: 强化练习题不强制要求同学们提交作业, 留给大家课后练习】

- (1) 证明: 如果  $a, b$  是群  $G$  的任意元素, 则  $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ .
- (3) 证明: 群  $G$  是交换群的充要条件是对任意  $a, b \in G$ , 有

$$(ab)^3 = a^3 b^3, \quad (ab)^4 = a^4 b^4, \quad (ab)^5 = a^5 b^5.$$

- (10) 给出  $F_7$  中的加法表和乘法表.

- (12) 证明:  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  中的可逆元对乘法构成一个群, 记作  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}^*$ .

### 【作业要求】

1. 禁止抄袭
2. 作业提交 1) 可以先手写再拍照或者 2) 直接在 word 或 latex 输入公式和数学符号, word 或者 pdf 格式, 文件命名格式为: 专业+学号+姓名+第几次作业
3. 作业提交方式为邮箱提交: sysu\_mfis2020@163.com
4. 提交截至日期: 2020 年 8 月 9 日 23:59 前